

基于一阶广义忆阻器的文氏桥混沌振荡器研究

俞清 包伯成 胡丰伟 徐权 陈墨 王将

Wien-bridge chaotic oscillator based on first-order generalized memristor

Yu Qing Bao Bo-Cheng Hu Feng-Wei Xu Quan Chen Mo Wang Jiang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, **63**, 240505 (2014) DOI: 10.7498/aps.63.240505

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240505>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2014/V63/I24>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

脉冲序列控制双断续导电模式 BIFRED 变换器的动力学建模与多周期行为

Dynamical modeling and multi-periodic behavior analysis on pulse train controlled DCM-DCM BIFRED converter

物理学报.2015, 64(1): 010501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.010501>

非线性磁式压电振动能量采集系统建模与分析

Modeling and analysis of piezoelectric vibration energy harvesting system using permanent magnetics

物理学报.2014, 63(24): 240504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.240504>

指向 Lyapunov 指数及其在单输入单输出系统故障检测中的应用

Directional Lyapunov exponent and its application to fault detection of the single input single output system

物理学报.2014, 63(22): 220505 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.220505>

电感电流伪连续模式下分数阶 Boost 变换器的非线性控制

Non-linear control for the fractional boost converter in pseudo continuous conduction mode

物理学报.2014, 63(20): 200502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.200502>

H 閤 on 映射的噪声诱导间歇现象及其临界值估算研究

Noise-induced intermittency in H 閤 on map and estimation of critical strength of noise

物理学报.2014, 63(19): 190503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.190503>

基于一阶广义忆阻器的文氏桥混沌振荡器研究*

俞清 包伯成[†] 胡丰伟 徐权 陈墨 王将

(常州大学信息科学与工程学院, 常州 213164)

(2014年7月30日收到; 2014年8月13日收到修改稿)

通过在文氏桥振荡器中引入广义忆阻器和 LC 吸收网络, 提出了一种忆阻文氏桥混沌振荡器. 建立了忆阻文氏桥混沌振荡器的动力学模型, 研究了它的平衡点和稳定性, 进一步开展了电路元件参数变化时的动力学行为分析. 研究发现, 忆阻文氏桥混沌振荡器有 3 个确定的平衡点, 其稳定性取决于电路元件参数, 当参数发生变化时, 存在周期振荡、混沌振荡、快慢效应等复杂的非线性现象. 实验电路简单易制作, 实验波形和数值仿真一致, 较好地验证了理论分析结果.

关键词: 广义忆阻器, 文氏桥振荡器, 动力学建模, 非线性行为

PACS: 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.63.240505

1 引言

自纳米级忆阻器的物理可实现性报道以来^[1], 基于忆阻器的各种应用电路中, 忆阻混沌电路得到了较为广泛的研究, 并有大量的成果报道^[2-12]. 忆阻器是一种非线性电路元件, 与其他三种基本电路元件进行有机连接, 很容易构建出各种基于忆阻器的混沌振荡电路. 文献^[2-5]分别采用二次和三次非线性磁控忆阻替换蔡氏电路、规范式蔡氏电路和四个元件的蔡氏电路中的蔡氏二极管, 分别构建了多种忆阻蔡氏混沌电路, 开展了动力学特性分析、等效电路实现和实验电路观察等研究. 文献^[6]基于双 T 网络, 通过引入一个分段线性忆阻, 获得了一个忆阻混沌振荡器. 文献^[7]设计了一个含有两个忆阻的五阶蔡氏混沌电路, 建立了无量纲数学模型. 文献^[8]首先研究了一个基于分段线性磁控忆阻的二阶振荡器, 然后将两个忆阻振荡器通过一个磁控忆阻耦合成了一个含有三个磁控忆阻的混沌振荡器, 由此进行了忆阻振荡器的非线性动力学分析. 文献^[9-11]则基于 HP(惠普) TiO_2 忆阻的非线性模型分别构造了不同种类的忆阻混沌电路, 生

成了相应的混沌吸引子, 且文献^[11]采用数字信号处理(DSP)技术物理实现了所提出的忆阻混沌电路. 文献^[12]通过连接 4 个改进的细胞神经网络单元, 导出了一种基于状态控制细胞神经网络的忆阻混沌电路, 并由实验电路观察到了该电路所生成的混沌吸引子.

文氏桥振荡器是一种应用非常广泛的正弦波 RC 振荡电路, 具有振荡较稳定、波形良好、振荡频率在较宽的范围内能方便地连续调节等优点. 文氏桥振荡电路是一个二阶动态电路, 在该电路拓扑上增加非线性元件和动态元件或者两个文氏桥电路通过非线性耦合, 可构成具有非线性动力学行为的混沌振荡电路^[13]. 同样地, 在文氏桥振荡器中引入一个忆阻器并级联上一个 LC 吸收网络, 容易设计出一种全新电路拓扑结构的忆阻混沌电路, 且能保留文氏桥振荡器所固有的一些优点. 然而, 文献报道的大多数忆阻等效电路都是有接地限制的, 即等效输入端有一端需要接地处理, 无法串联进已有的振荡电路中. 最近, 文献^[14]证实由二极管桥和二阶 RLC 滤波器组成的基本电子电路可等效实现一种广义忆阻器, 其单口网络伏安关系特性可展示出紧磁滞回线特征. 由于该广义忆

* 国家自然科学基金(批准号: 51277017)和江苏省自然科学基金(批准号: BK2012583)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: mervinbao@126.com

阻器模型是二阶的, 数学描述较复杂, 且难以进行理论分析和数值仿真, 因此文献 [15] 提出了一种简化的、由二极管桥级联一阶 RC 滤波器构成的一阶广义忆阻器. 两种广义忆阻器均为无接地限制的忆阻等效实现电路, 容易串联接入各种应用电路中.

已有的文献说明, 基于忆阻的混沌电路具有一个平衡点集 (或称线平衡点), 位于忆阻内部状态变量所对应的坐标轴上或平面上或多维空间中 [2-4,7], 且平衡集的稳定性的取决于忆阻的初始状态. 因此, 忆阻混沌电路的动力学特性极端依赖于忆阻的初始状态 [2], 容易呈现一些复杂的非线性物理现象, 如瞬态混沌、阵发混沌、系统轨线状态转移等非线性现象. 然而, 本文所提出的基于一阶广义忆阻器的文氏桥混沌振荡器只有 3 个确定的平衡点, 其动力学特性只取决于电路元件参数和广义忆阻内部参数, 不受广义忆阻内部状态变量初始条件的影响, 因此有着不同于一般忆阻混沌电路的动力学特性.

2 数学建模

2.1 一阶广义忆阻器

文献 [15] 提出了由二极管桥和一阶并联 RC 滤波器等效实现的一阶广义忆阻器, 其电路结构如图 1 所示. 设定广义忆阻器两端输入电压和电流分别为 v_M 和 i_M , 电容 C_0 两端电压为 v_0 , 其数学模型为

$$i_M = G_M v_M = 2I_S e^{-\rho v_0} \sinh(\rho v_M), \quad (1)$$

$$\frac{dv_0}{dt} = \frac{2I_S e^{-\rho v_0} \cosh(\rho v_M)}{C_0} - \frac{v_0}{R_0 C_0} - \frac{2I_S}{C_0}, \quad (2)$$

其中, $\rho = 1/(2nV_T)$; I_S , n 和 V_T 分别表示二极管反向饱和电流、发射系数和热电压. 由此, 可推导出广义忆阻器的忆导表达式为

$$G_M = \frac{2I_S e^{-\rho v_0} \sinh(\rho v_M)}{v_M}. \quad (3)$$

当图 1 中四个二极管采用 1N4148 型号时, 二极管参数为 $I_S = 2.682 \text{ nA}$, $n = 1.836$, $V_T = 25 \text{ mV}$.

选择图 1 中广义忆阻器的内部参数 $R_0 = 1 \text{ k}\Omega$ 和 $C_0 = 1 \text{ nF}$, 且激励电压 $v_M = V_m \sin(2\pi ft)$. 当激励振幅 $V_m = 4 \text{ V}$, 激励频率 f 分别为 0.1, 1, 以及 10 MHz 时, 在 v_M - i_M 平面上的轨迹是在原点紧缩的磁滞回线, 如图 2 (a) 所示. 结果表明, 紧磁滞旁瓣面积随着激励频率的增大而单调减小, 且当频率趋近无穷大时紧磁滞回线收缩为一个非线性单值函数. 而当 $f = 1 \text{ MHz}$, V_m 分别为 3, 4 和 5 V 时, 图 1 电路均可展示出紧磁滞回线特征, 如图 2 (b) 所示. 因此, 图 1 广义忆阻器能呈现出用于识别忆阻器的三个本质特征 [16]. 另外, 图 1 广义忆阻器的有效工作频率范围取决于其内部参数, 即时间常数 $R_0 C_0$ 的值, 时间常数越小, 广义忆阻器可工作的频率范围就越高.

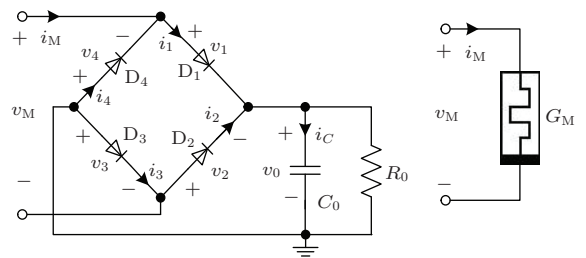


图 1 由二极管桥电路等效实现的广义忆阻器 [15]

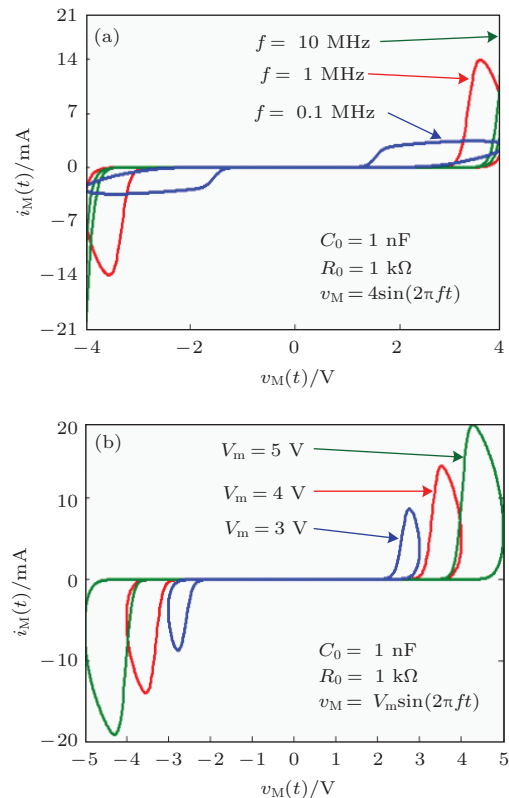


图 2 (网刊彩色) 不同激励时广义忆阻器的紧磁滞回线 (a) 激励频率不同; (b) 激励振幅不同

2.2 忆阻文氏桥混沌振荡器

在文氏桥振荡器中引入图1所示的广义忆阻器并级联上一个LC吸收网络,即可构建出一种新的忆阻文氏桥混沌振荡器,如图3所示.图3虚线框内是二阶文氏桥振荡器,虚线框外是一阶广义忆阻器和二阶LC吸收网络,因此,新提出的忆阻文氏桥混沌振荡器是一个五阶非线性电路.

忆阻文氏桥混沌振荡器含有五个动态元件,分别为电容 C_1, C_2, C_3 ,电感 L 和广义忆阻器内部电容 C_0 ,分别对应的五个状态变量为 v_1, v_2, v_3, i_1 和 v_0 .基于这五个状态变量,根据基尔霍夫电压、电流定律以及电路元件的本构关系,可建立起相应的状态方程为

$$\begin{aligned} \frac{dv_1}{dt} &= \left(\frac{R_4}{R_2R_3} - \frac{1}{R_1} \right) \frac{v_1}{C_1} - \frac{v_2}{R_2C_1} - \frac{i_M}{C_1}, \\ \frac{dv_2}{dt} &= \frac{R_4v_1}{R_2R_3C_2} - \frac{v_2}{R_2C_2}, \\ \frac{dv_3}{dt} &= \frac{i_M - i_1}{C_3}, \\ \frac{di_1}{dt} &= \frac{v_3}{L}, \\ \frac{dv_0}{dt} &= \frac{2I_S(e^{-\rho v_0} \cosh(\rho v_M) - 1)}{C_0} - \frac{v_0}{R_0C_0}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $i_M = 2I_S e^{-\rho v_0} \sinh(\rho v_M)$, $v_M = v_1 - v_3$.

(4)式常微分方程组所描述的是一个五维非线性系统,基于此系统方程可对忆阻文氏桥混沌振荡器进行理论分析和数值仿真.

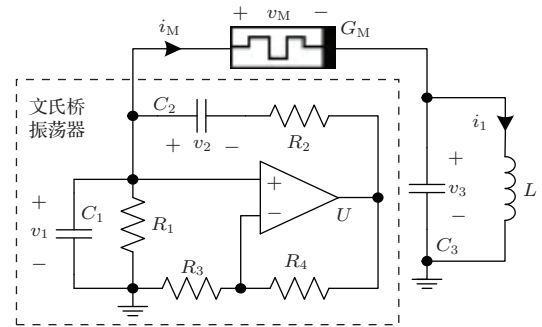


图3 广义忆阻文氏桥混沌振荡器

2.3 典型混沌吸引子

忆阻文氏桥混沌振荡器的电路元件参数列于表1,并采用型号为1N4148的二极管.设定状态变量的初始值为(0.01, 0.01, 0.01, 0,0),忆阻文氏桥混沌振荡器可生成具有复杂拓扑结构的混沌吸引子,其在各平面上的投影如图4所示.图4(d)表示广义忆阻器的本构关系即伏安特性关系,尽管其曲线轨迹是混沌的,但也能较好地反映出广义忆阻器的本质特征,即紧磁滞回线特性.

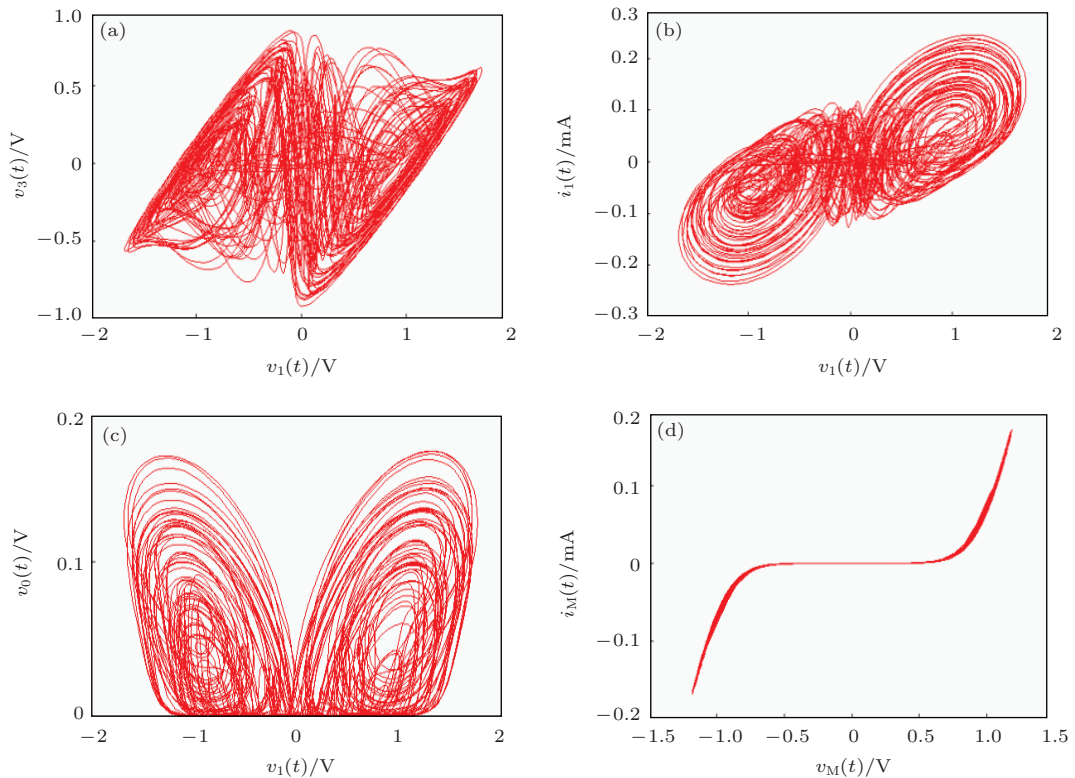


图4 忆阻文氏桥振荡器的典型混沌吸引子 (a)在 v_1-v_3 平面上的投影; (b)在 v_1-i_1 平面上的投影; (c)在 v_1-v_0 平面上的投影; (d)在 v_M-i_M 平面上的投影

表1 忆阻文氏桥混沌振荡器的电路元件参数

电路元件	含义	典型值
C_0, C_1, C_3	电容	1 nF
C_2	电容	10 nF
L	电感	45 mH
R_0	电阻	1 kΩ
R_1	电阻	20 kΩ
R_2	电阻	30 kΩ
R_3	电阻	2 kΩ
R_4	电阻	6.9 kΩ

3 平衡点与稳定性

3.1 耗散性

图3所示的忆阻文氏桥混沌振荡器是耗散的, 其耗散度可从下式导出:

$$\begin{aligned} \nabla V &= \frac{\partial \dot{v}_1}{\partial v_1} + \frac{\partial \dot{v}_2}{\partial v_2} + \frac{\partial \dot{v}_3}{\partial v_3} + \frac{\partial \dot{i}_1}{\partial i_1} + \frac{\partial \dot{v}_0}{\partial v_0} \\ &= -2\rho I_S e^{-\rho v_0} \cosh(\rho v_M) \\ &\quad \times \left(\frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_3} \right) \\ &\quad - \frac{1}{R_0 C_0} - \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{R_4}{R_2 R_3} \right) \\ &\quad - \frac{1}{R_2 C_2}. \end{aligned} \quad (5)$$

考虑到(5)式中的双曲函数是正值, 对表1所示典型电路元件参数有

$$\begin{aligned} \nabla V &< -\frac{1}{R_0 C_0} - \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{R_4}{R_2 R_3} \right) - \frac{1}{R_2 C_2} \\ &= -9.383 \times 10^5. \end{aligned} \quad (6)$$

因此, 耗散度为负数, 意味着忆阻文氏桥混沌振荡器能形成混沌吸引子.

3.2 平衡点

令(4)式的等式左边为零. 代入关系式 $i_M = 2I_S e^{-\rho v_0} \sinh(\rho v_M)$ 和 $v_M = v_1 - v_3$, 并化简, 则(4)式的平衡点可从下列方程组中求得:

$$\begin{aligned} v_1 &= -2R_1 I_S e^{-\rho v_0} \sinh(\rho v_1), \\ R_4 v_1 &= R_3 v_2, \\ i_1 &= 2I_S e^{-\rho v_0} \sinh(\rho v_1), \\ v_3 &= 0, \\ v_0 &= 2R_0 I_S [e^{-\rho v_0} \cosh(\rho v_1) - 1]. \end{aligned} \quad (7)$$

明显地, (7)式有一个原点平衡点

$$S_0 = (0, 0, 0, 0, 0), \quad (8)$$

此外, 还有2个非零平衡点. 由(7)式第1式可得到

$$v_0 = \frac{1}{\rho} \ln \left[-\frac{2R_1 I_S \sinh(\rho v_1)}{v_1} \right]. \quad (9)$$

将(9)式代入(7)式中的第5式, 并令

$$\begin{aligned} v_0 &= h_1(v_1) \\ &= \frac{1}{\rho} \ln \left[-\frac{2R_1 I_S \sinh(\rho v_1)}{v_1} \right], \end{aligned} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} v_0 &= h_2(v_1) \\ &= -\frac{R_0}{R_1} v_1 \coth(\rho v_1) - 2R_0 I_S. \end{aligned} \quad (10b)$$

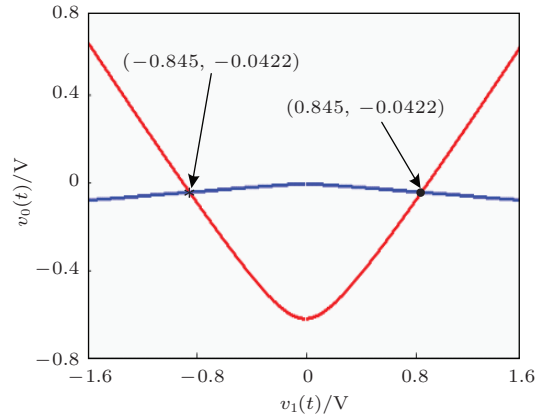


图5 (网刊彩色) 两条函数曲线及其交叉点

利用图解分析方法, 可从(10)式中获得 v_1 和 v_0 的非零解. (10a)和(10b)式所描述的两条函数曲线的交点即为 v_1 和 v_0 的值, 如图5所示. 根据 v_1 和 v_0 的值, 由(7)式容易获得其他3个状态变量的值. 因此, 由表1所示电路元件参数值可得(7)式的2个非零平衡点为

$$\begin{aligned} S_{\pm} &= (\pm 0.845, \pm 2.9152, 0, \\ &\quad \pm 0.00004, -0.0422). \end{aligned} \quad (11)$$

从上述分析可知, 忆阻文氏桥混沌振荡器有3个确定的平衡点. 而常规的忆阻混沌电路一般有一个线平衡点或者平衡点集^[2-4,7], 位于忆阻器内部状态变量所对应的坐标轴上, 即该坐标轴上所有的点为忆阻混沌电路的平衡点, 其数量为无穷多个.

3.3 雅可比矩阵

设定(4)式的平衡点为 $\bar{S} = (\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{i}_1, \bar{v}_0)$. 在平衡点附近的雅可比矩阵即可表示为

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1} \left(\frac{R_4}{R_2 R_3} - \frac{1}{R_1} - a_1 \right) & -\frac{1}{R_2 C_1} & \frac{a_1}{C_1} & 0 & \frac{a_2}{C_1} \\ \frac{R_4}{R_2 R_3 C_2} & -\frac{1}{R_2 C_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{a_1}{C_3} & 0 & -\frac{a_1}{C_3} & -\frac{1}{C_3} & -\frac{a_2}{C_3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 \\ \frac{a_2}{C_0} & 0 & -\frac{a_2}{C_0} & 0 & -\frac{1}{R_0 C_0} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} a_1 &= 2\rho I_S e^{-\rho \bar{v}_0} \cosh[\rho(\bar{v}_1 - \bar{v}_3)], \\ a_2 &= 2\rho I_S e^{-\rho \bar{v}_0} \sinh[\rho(\bar{v}_1 - \bar{v}_3)]. \end{aligned}$$

基于 (12) 式, 可得特征方程为

$$\det(\mathbf{1}\lambda - \mathbf{J}) = 0. \quad (13)$$

由表 1 电路元件参数, 可计算得到 3 个平衡点的 5 个特征根分别为

$$\begin{aligned} S_0: \quad & \lambda_1 = 58769, \quad \lambda_2 = 2839.3, \\ & \lambda_{3,4} = -29.22 \pm j149071, \\ & \lambda_5 = -1000058; \\ S_{\pm}: \quad & \lambda_{1,2} = 7222.5 \pm j99150, \quad \lambda_3 = -4765.7, \\ & \lambda_4 = -445248, \quad \lambda_5 = -1883057. \end{aligned}$$

由此可知, 原点平衡点 S_0 为一个指数 1 的鞍点, 而两个非零平衡点 S_{\pm} 为两个指数 2 的鞍点。因此, 忆阻文氏桥混沌振荡器的运行轨迹可在两个非零平衡点 S_{\pm} 邻域各自形成混沌吸引子的涡卷, 即忆阻

文氏桥混沌振荡器可生成双涡卷混沌吸引子, 如图 4 所示。

4 非线性行为分析

忆阻文氏桥混沌振荡器有 3 个确定的平衡点, 其稳定性仅仅取决于电路元件参数和广义忆阻内部参数, 不受广义忆阻内部状态变量初始条件的影响。

4.1 忆阻内部参数变化

以广义忆阻器内部参数 R_0 为分岔参数。当 R_0 在 0.1—5 kΩ 范围内发生变化时, 忆阻文氏桥混沌振荡器的状态变量 $v_1(t)$ 的分岔图如图 6 (a) 所示; 相应地, 采用 Wolf 算法 [17] 计算的李雅普诺夫指数谱如图 6 (b) 所示。为清晰起见, 在图 6 (b) 和后面的图 8 (b) 中, 完整地给出了 LE_1, LE_2 和 LE_3 前 3 根李雅普诺夫指数, 部分地给出了 LE_4 第 4 根李雅普诺夫指数。

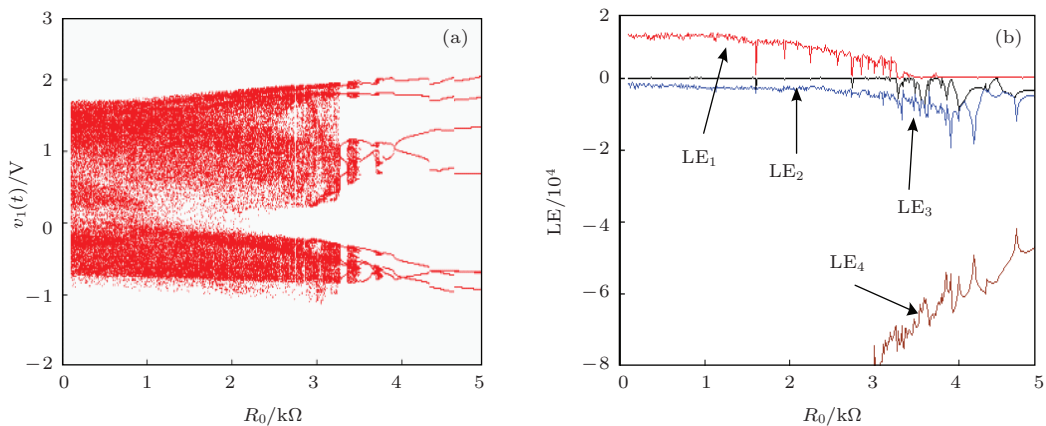


图 6 (网刊彩色) 忆阻内部参数 R_0 变化时的分岔图和李雅普诺夫指数谱 (a) 分岔图; (b) 李雅普诺夫指数谱

由图 6 (a) 可知, 当参数 R_0 增大时, 忆阻文氏桥混沌振荡器的运行轨迹从混沌轨道退化成多周期轨道, 然后经过不同振荡频率的信号调制并混合

后演化为少周期轨道。相应地, 从图 6 (b) 可知, 当 R_0 在 0.1—3.28 kΩ 范围内时, 最大李雅普诺夫指数主要为正值, 忆阻文氏桥混沌振荡器主要运行在混

沌轨道上,但也存在若干窄周期窗行为;当 R_0 在3.28—5 k Ω 范围内时,最大李雅普诺夫指数主要为零,忆阻文氏桥混沌振荡器主要运行在周期轨道上,但 R_0 在3.35—3.48 k Ω 和3.7—3.76 k Ω 范围内也存在两个较小的混沌区域.

图7示出了 R_0 为不同参数值时广义忆阻器输入端的伏安关系曲线.比较观察图4(d)和图7(a)—(d)可知,在忆阻文氏桥混沌振荡器中,广义忆阻器展示了忆阻的紧磁滞回线本质特征.随着内部参数 R_0 的逐步增大,紧磁滞回线的旁瓣面

积逐步增大,意味着广义忆阻器的激励频率越来越低,且紧磁滞回线从混沌状态转变成了多周期状态.

4.2 电路元件参数变化

以文氏桥振荡器电路元件参数 R_1 为分岔参数.当 R_1 在1—50 k Ω 范围内发生变化时,忆阻文氏桥混沌振荡器的状态变量 $v_1(t)$ 的分岔图和相应的李雅普诺夫指数谱分别如图8(a)和(b)所示.

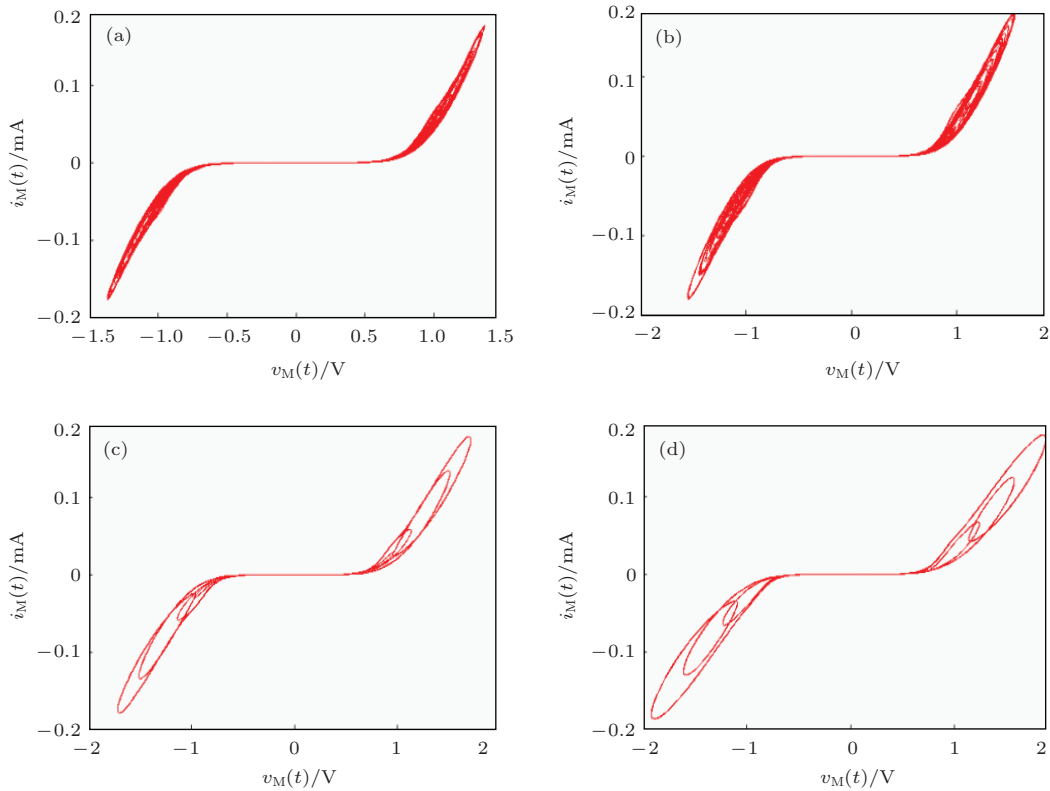


图7 不同 R_0 时忆阻文氏桥振荡器中广义忆阻器的紧磁滞回线 (a) $R_0 = 2 \text{ k}\Omega$; (b) $R_0 = 3 \text{ k}\Omega$; (c) $R_0 = 4 \text{ k}\Omega$; (d) $R_0 = 5 \text{ k}\Omega$

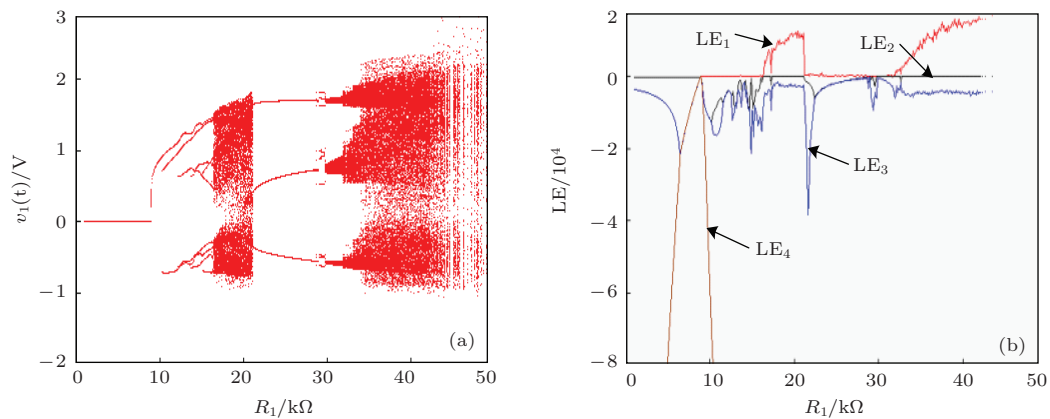


图8 (网刊彩色) 电路元件参数 R_1 变化时的分岔图和李雅普诺夫指数谱 (a) 分岔图; (b) 李雅普诺夫指数谱

观察图 8(a)可知, 随着参数 R_1 逐步增大, 忆阻文氏桥混沌振荡器的运行轨迹从稳定的汇转变成不稳定的周期轨道, 然后经过不同振荡频率的信号调制并裂变后突变为混沌轨道; 混沌轨道经切分岔进入周期 3 窗, 然后由 Hopf 分岔演变成混沌轨道带, 再由混沌危机演化为新的混沌轨道, 直至发散而趋近无穷. 相应地, 从图 8(b)可知, 当 $R_1 = 8.9 \text{ k}\Omega$ 时, 最大李雅普诺夫指数从负值上升至零, 忆阻文氏桥混沌振荡器的运行轨迹由原点汇转成了周期轨道; 当 $R_1 = 16.3 \text{ k}\Omega$ 时, 最大李雅普诺夫指数从零变成了正值, 运行轨迹由周期轨道演变成混沌轨道; 周期窗发生在 $R_1 = 21.2 \text{ k}\Omega$ 处, 最大李雅普诺夫指数从正值回到了零, 一直保持到

$R_1 = 31.9 \text{ k}\Omega$ 时, 最大李雅普诺夫指数开始变成正值逐步增大; 最后, 当 $R_1 = 42.1 \text{ k}\Omega$ 时, 最大李雅普诺夫指数趋近了无穷, 运行轨迹脱离混沌吸引域而发散.

在参数 R_1 变化范围内, 忆阻文氏桥混沌振荡器的若干典型相轨图如图 9 所示, 这里选取 $v_1(t)$ - $v_3(t)$ 平面作为投影平面. 图 9(a) 表示一个稳定的原点汇 (为了便于观察, 轨迹点已加粗); 图 9(b) 给出了一个复杂的周期轨道; 图 9(c), (d) 和 (e) 分别描述了较宽周期窗内的周期 3 轨道、裂变后的周期 9 轨道和有着 3 条混沌带的混沌轨道; 图 9(f) 则示出了另一个混沌区域内的混沌轨道.

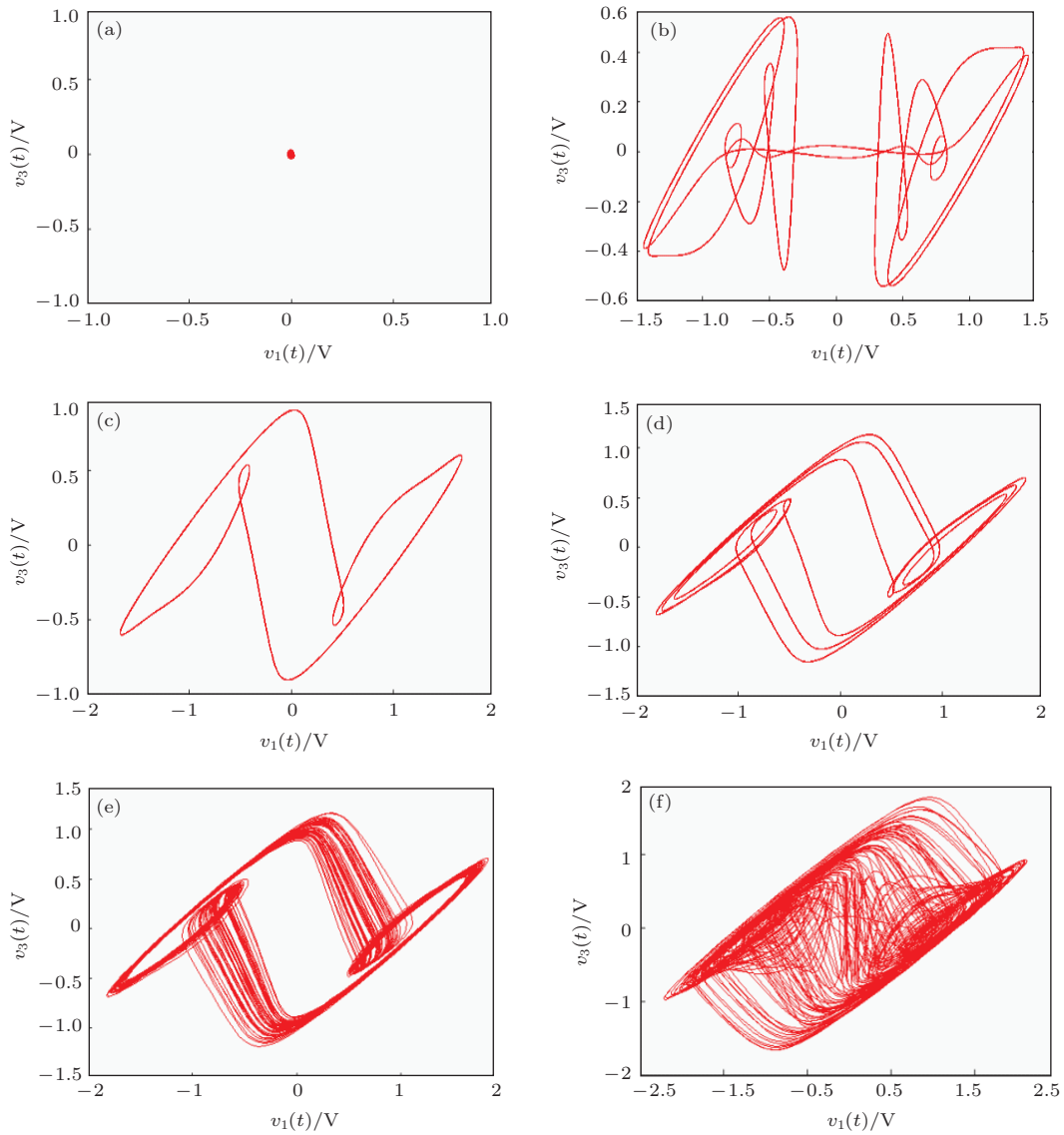


图 9 不同 R_1 时忆阻文氏桥振荡器的相轨图 (a) $R_1 = 6 \text{ k}\Omega$; (b) $R_1 = 16 \text{ k}\Omega$; (c) $R_1 = 22 \text{ k}\Omega$; (d) $R_1 = 29.5 \text{ k}\Omega$; (e) $R_1 = 32 \text{ k}\Omega$; (f) $R_1 = 42 \text{ k}\Omega$

需要说明的是, 忆阻文氏桥混沌振荡器的不同状态变量有着不同的振荡频率, 即该振荡器有着共存的快标振荡频率和慢标振荡频率的快慢效应现象, 这是由于忆阻文氏桥振荡器是由振荡频率相对较慢的文氏桥振荡器(或称慢标系统)和振荡频率相对较快的LC吸收网络(或称快标系统)通过非线性广义忆阻器耦合而成所导致的. 当 $R_1 = 12\text{ k}\Omega$ 时, 忆阻文氏桥振荡器工作在周期振荡状态, 如图10(a)所示, 状态变量 $v_1(t)$ 和 $v_3(t)$ 的时域波形有着不同的振荡频率, 存在快慢效应现象; 而当 $R_1 = 22\text{ k}\Omega$ 时, 忆阻文氏桥振荡器处于周期窗内的周期振荡状态, 如图10(b)所示, $v_1(t)$ 和 $v_3(t)$ 的时域波形有着一致的工作频率, 不存在快慢效应现象. 自然地, 当忆阻文氏桥振荡器处于混沌振荡时, 快慢效应现象消失. 快慢效应现象是混沌电路的常见现象, 已有大量文献报道[18].

5 电路实验验证

基于图1的广义忆阻等效电路和图3的忆阻文氏桥混沌振荡器, 进行电路制作和实验观察. 实验电路选用精密可调电阻、独石电容、手工绕制电感

和1N4148二极管, 并选用OP07CP运算放大器, 工作电压为 $\pm 15\text{ V}$. 采用Tektronix DPO3034数字存储示波器捕获测量波形, 所用电流探头由Tektronix TCP312和Tektronix TCPA300组合实现. 为了满足电流探头的测量范围, 并达到一定的测量精度和效果, 进行电流检测时, 把测量导线在电流探头上缠绕10匝, 这样可以将电流测量值提高至原电流幅值的10倍, 实现较小幅值电流波形的物理测量.

当实验电路的各元件参数选取如表1所示的典型参数时, 从示波器捕获测量到的相轨图分别如图11(a)和(b)所示.

以广义忆阻器内部参数 R_0 为可调参数, 当 R_0 分别为2和5 k Ω 时, 广义忆阻器输入端电压与电流关系(即伏安关系)的实验测量曲线分别如图12(a)和(b)所示.

以忆阻文氏桥混沌振荡器的电路元件参数 R_1 为可调参数, 对应于图9数值仿真结果所选取的不同 R_1 值, 在实验电路的电容 C_1 和电容 C_3 上, 可观察到的相轨图如图13所示. 图13实验测量结果与图9数值仿真结果一一对应, 均较好地刻画了忆阻文氏桥混沌振荡器的复杂动力学行为.

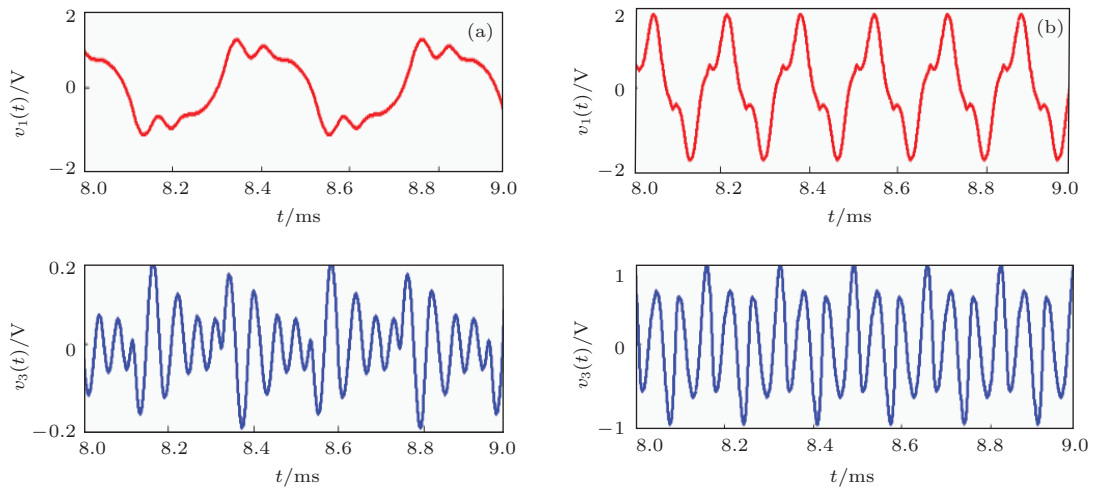


图10 不同参数 R_1 时状态变量 $v_1(t)$ 和 $v_3(t)$ 的时域波形 (a) $R_1 = 12\text{ k}\Omega$ 时, $v_1(t)$ 和 $v_3(t)$ 分别以周期3和周期9振荡; (b) $R_1 = 22\text{ k}\Omega$ 时, $v_1(t)$ 和 $v_3(t)$ 均以周期3振荡

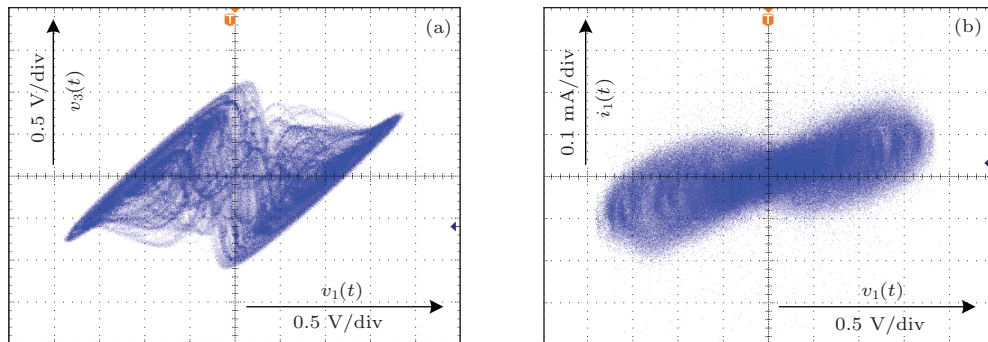


图11 实验测量得到的典型混沌吸引子 (a) v_1 和 v_3 的相轨图; (b) v_1 和 i_1 的相轨图

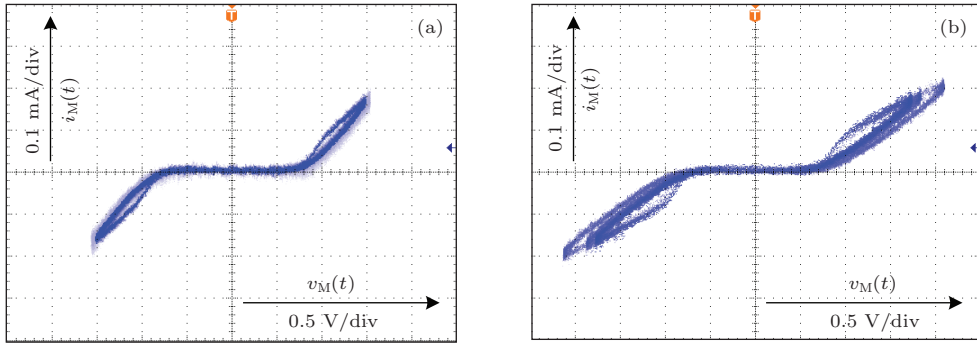


图12 广义忆阻器伏安关系的实验测量曲线 (a) $R_0 = 2 \text{ k}\Omega$; (b) $R_0 = 5 \text{ k}\Omega$

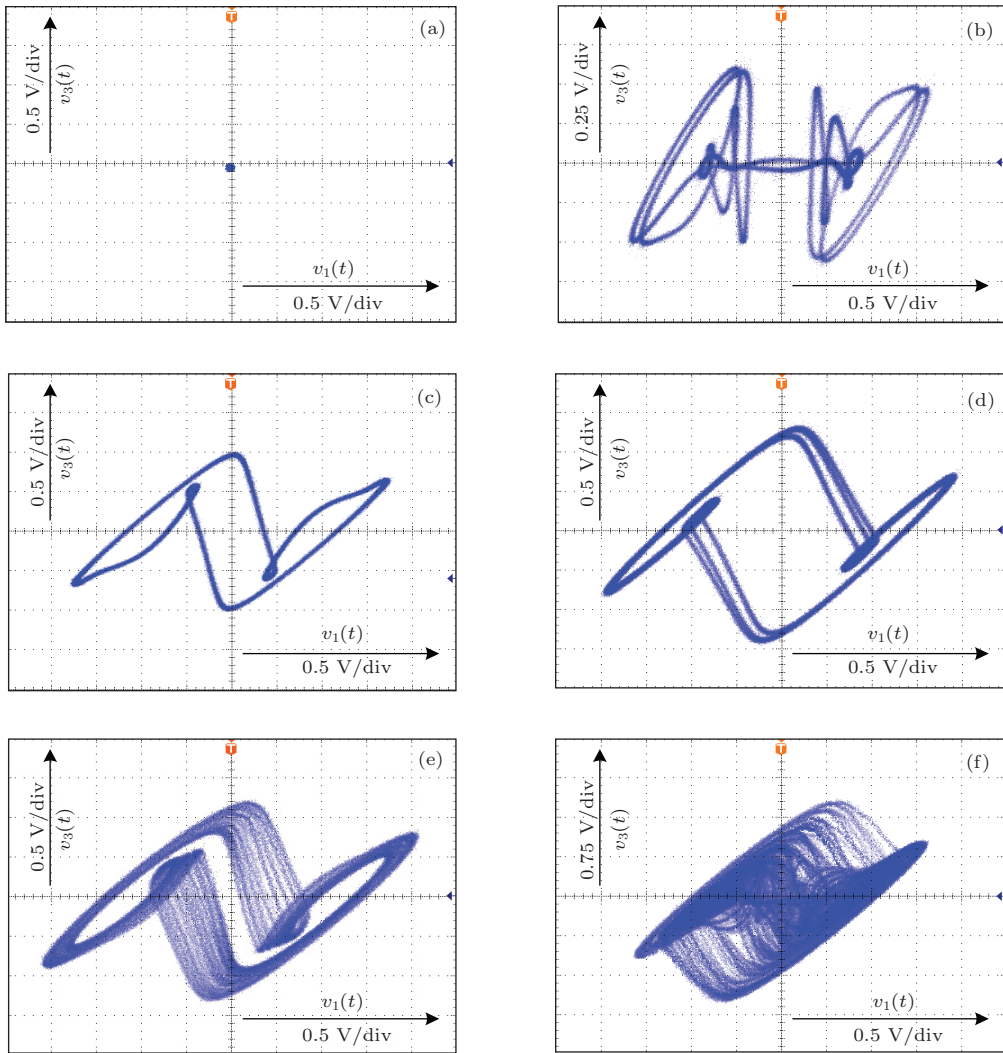


图13 不同元件参数时实验测量得到的相轨图 (a) $R_1 = 6 \text{ k}\Omega$; (b) $R_1 = 16 \text{ k}\Omega$; (c) $R_1 = 22 \text{ k}\Omega$; (d) $R_1 = 29.5 \text{ k}\Omega$; (e) $R_1 = 32 \text{ k}\Omega$; (f) $R_1 = 42 \text{ k}\Omega$

类似于图10所示数值仿真结果, 在同样的电路元件参数下, 从实验电路中也可捕获测量到相应的时域波形, 如图14所示. 该实验测量结果同样说明了忆阻文氏桥混沌振荡器存在快慢效应现象.

在相应的电路元件参数下, 将实验测量结果与

数值仿真结果进行比较, 可见两者有着较好的一致性, 既验证了上述动力学建模和分岔分析的正确性, 也说明了忆阻文氏桥混沌振荡器是一种简单的、易实现的忆阻混沌电路.

值得注意的是, 当采用表1所示典型电路元

件参数时,图3电路中文氏桥振荡器的频率范围约为1.3—1.6 kHz,广义忆阻器内部的频率范围约为4.9—10.6 kHz,LC吸收网络的频率范围约为12.5—19.2 kHz;当 $C_1 = 0.4$ nF, $C_2 = 3.5$ nF, $L = 18$ mH, $R_1 = 10$ k Ω , $R_2 = 18$ k Ω 以及其他元件参数保持不变时,忆阻文氏桥混沌振荡器也

工作在混沌状态,此时文氏桥振荡器的频率范围约为7.8—8.8 kHz,广义忆阻器内部的频率范围约为8.0—9.7 kHz,LC吸收网络的频率范围约为23.9—31.7 kHz.因此,通过降低动态元件的参数值,即可实现忆阻文氏桥混沌振荡器工作频率的提升.

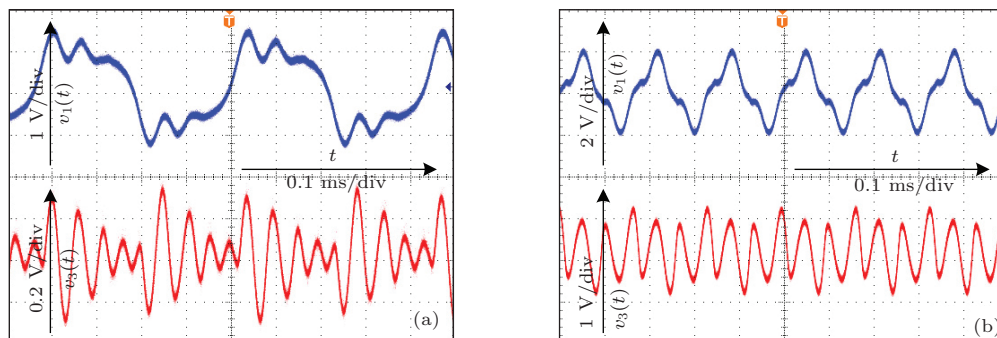


图14 不同电路参数时实验测量的时域波形 (a) $R_1 = 12$ k Ω ; (b) $R_1 = 22$ k Ω

6 结 论

由二极管桥和基本电路元件实现的一阶广义忆阻器工作性能稳定、无接地限制、易接入物理电路,而文氏桥振荡器具有振荡较稳定、振荡频率在较宽的范围内能方便地连续调节等优点,因此基于一阶广义忆阻器的文氏桥混沌振荡器有着电路鲁棒性较好、混沌特性可靠等性能.

本文构建了一种简单易实现的忆阻文氏桥混沌振荡器,进行了动力学建模、平衡点与稳定性分析,并采用相轨图、分岔图和李雅普诺夫指数谱等手段分析了依赖于电路参数的动力学行为.进一步地,开展了实验电路制作,实验波形和理论分析、数值仿真一致,从而验证了忆阻文氏桥混沌振荡器的有效性和正确性.有着良好性能的忆阻文氏桥混沌振荡器容易实现较高振荡频率的混沌信号输出,因此可广泛应用于混沌雷达、混沌保密通信和微弱信号检测等各种领域中.

参考文献

[1] Strukov D B, Snider G S, Stewart D R, Williams R S 2008 *Nature* **453** 80
 [2] Bao B C, Xu J P, Liu Z 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 070504

[3] Bao B C, Liu Z, Xu J P 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3785 (in Chinese) [包伯成, 刘中, 许建平 2010 物理学报 **59** 3785]
 [4] Bao B C, Liu Z, Xu J P 2010 *Chin. Phys. B* **19** 030510
 [5] Bao B C, Xu J P, Zhou G H, Ma Z H, Zou L 2011 *Chin. Phys. B* **20** 120502
 [6] Li Z J, Zeng Y C 2013 *Chin. Phys. B* **22** 040502
 [7] Bao B C, Shi G D, Xu J P, Liu Z, Pan S H 2011 *Sci. China E: Tech. Sci.* **54** 2180
 [8] Corinto F, Ascoli A, Gilli M 2011 *IEEE Trans. Circuits Syst. I: Regular Papers* **58** 1323
 [9] Wang L D, Drakakis E, Duan S K, He P F, Liao X F 2012 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **22** 1250205
 [10] Buscarino A, Fortuna L, Frasca M, Gambuzza L V 2012 *Chaos* **22** 023136
 [11] Wang G Y, He J L, Yuan F, Peng C J 2013 *Chin. Phys. Lett.* **30** 110506
 [12] Li Z J, Zeng Y C, Li Z B 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 010502 (in Chinese) [李志军, 曾以成, 李志斌 2014 物理学报 **63** 010502]
 [13] Gopakumar K, Premlet B, Gopchandran K G 2010 *Int. J. Electron. Eng. Res.* **4** 489
 [14] Corinto F, Ascoli A 2012 *Electron. Lett.* **48** 824
 [15] Bao B C, Yu J J, Hu F W, Liu Z 2014 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **24** 1450143
 [16] Adhikari S P, Sah M P, Kim H, Chua L O 2013 *IEEE Trans. Circuits Syst. I: Regular Papers* **60** 3008
 [17] Wolf A, Swift J B, Swinney H L, Vastano J A 1985 *Physica D* **16** 285
 [18] Meng J D, Bao B C, Xu Q 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 010504 (in Chinese) [孟继德, 包伯成, 徐强 2011 物理学报 **60** 010504]

Wien-bridge chaotic oscillator based on first-order generalized memristor*

Yu Qing Bao Bo-Cheng[†] Hu Feng-Wei Xu Quan Chen Mo Wang Jiang

(School of Information Science and Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

(Received 30 July 2014; revised manuscript received 13 August 2014)

Abstract

Through introducing a generalized memristor and an LC absorbing network into Wien-bridge oscillator, a kind of memristive Wien-bridge chaotic oscillator is proposed. The dynamical model of the memristive Wien-bridge chaotic oscillator is established, based on which the equilibrium points and their stabilities are studied and the dynamical behaviors are further analyzed when the circuit element parameters are varied. The research findings indicate that the memristive Wien-bridge chaotic oscillator has three determinative equilibrium points and their stabilities depend on the circuit element parameters, and that there exist complex nonlinear phenomena including periodic oscillations, chaotic oscillations and fast-slow effects when the parameters are changed. The experimental circuit is simple and easy to realize. The experimental waveforms and numerical simulations are consistent with each other, which well verify the theoretical analyses.

Keywords: generalized memristor, Wien-bridge oscillator, dynamical modeling, nonlinear behavior

PACS: 05.45.-a

DOI: [10.7498/aps.63.240505](https://doi.org/10.7498/aps.63.240505)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51277017) and the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (Grant No. BK2012583).

[†] Corresponding author. E-mail: mervinbao@126.com