

地月平动点导航星座的概要设计与性能分析

孟云鹤 陈琪锋

Outline design and performance analysis of navigation constellation near earth-moon libration point

Meng Yun-He Chen Qi-Feng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, **63**, 248402 (2014) DOI: 10.7498/aps.63.248402

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.248402>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2014/V63/I24>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

Kalman 滤波辅助的室内伪卫星相对定位算法

Indoor pseudolite relative localization algorithm with kalman filter

物理学报.2014, 63(22): 228402 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.228402>

用于随机解调器压缩采样的重构判定方法

Reconstruction verification for random demodulator based compressed sampling

物理学报.2014, 63(22): 228401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.228401>

基于中国余数定理的欠采样下余弦信号的频率估计

Frequency estimation of undersampled sinusoidal signal based on chinese remainder theorem

物理学报.2014, 63(19): 198403 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.198403>

基于混沌序列和 RIPless 理论的循环压缩测量矩阵的构造

Construction of a circulant compressive measurement matrix based on chaotic sequence and RIPless theory

物理学报.2014, 63(19): 198402 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.198402>

双基地多输入多输出虚拟阵列的稳健低旁瓣波束优化技术

Optimizations for robust low sidelobe beamforming of bistatic multiple-input multiple-output virtual array

物理学报.2014, 63(18): 188401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.188401>

## 地月平动点导航星座的概要设计与性能分析\*

孟云鹤<sup>†</sup> 陈琪锋

(国防科技大学航天科学与工程学院, 长沙 410073)

(2014年5月26日收到; 2014年8月11日收到修改稿)

研究应用地月平动点轨道的深空导航星座的概要设计问题. 首先, 建立三体平动点动力学模型, 给出计算平动点周期轨道族的微分校正算法, 并介绍周期轨道的稳定性因子概念; 然后, 定义有效覆盖概念, 分析实现有效覆盖的平动点导航星座的相关要素, 给出设计步骤; 在此基础上, 分别从轨道选择、空间覆盖率、几何精度衰减因子、导航信号传输、导航精度等角度, 对平动点导航星座进行设计、分析与估算, 以全球定位系统为参照, 通过综合对比分析, 全面论证平动点导航星座的可行性, 并给出技术指标与性能. 研究表明: 采用所设计的地月 L3 平动点 Vertical 轨道的 5 星星座可为地月空间各种飞行器提供有效覆盖的导航服务, 在不考虑星座卫星等误差因素情况下, 导航精度可优于 10 m, 并可随导航卫星数目增加而进一步提高.

**关键词:** 平动点, 导航星座, 概要设计, 性能分析

**PACS:** 84.40.Ua, 91.10.Sp, 95.40.+s

**DOI:** 10.7498/aps.63.248402

## 1 引言

平动点是圆形限制性三体问题中的力平衡点, 由于其特殊的空间位置与力学特性, 平动点有着重要的应用价值, 得到了广泛研究, 针对平动点导航星座技术的研究是其中之一.

卫星导航技术渗透到人类生活的方方面面, 被誉为 20 世纪最伟大的科学成就之一. 全球定位系统 (global position system, GPS) 是其中的典型代表. 但受限于星座的轨道高度, 以 GPS 为代表的地球轨道卫星导航系统难以为地球中高轨道以外的航天器提供导航服务<sup>[1,2]</sup>; 与此同时, 随着人类探索空间的拓展, 迫切需要为更远空域、特别是地月空间区域提供导航服务; 三体平动点轨道的研究为此提供了可能性.

2000 年, Bhasin 和 Hayden<sup>[3]</sup> 提出利用平动点的周期轨道解决深空领域的通信难题, 以支持美国国家航空航天局 (NASA) 未来的空间探测和科学任务, 利用地月 L1/L2 平动点可以实现地月之间的导航与通信; 而利用日地 L1/L2 及 L4/L5 平动点部

署星座可以实现星际探测器的导航以及与地球、火星间的通信联系. Kilkarni 等<sup>[4]</sup> 更为具体地研究了月球、火星及更远区域探测的通信问题, 并提出分别在地月系、日地系、日火系等平动点附近的 Halo 轨道上布置通信卫星, 同时在地球所处的日心轨道部署卫星星座, 以此组建深空通信网. Lee 等<sup>[5]</sup> 研究了地月范围的导航通信网络, 提出分别在地月系 L3, L4, L5 平动点设置卫星以形成三角构型取代地球静止轨道来实现全球覆盖的思想. 徐世杰和徐明<sup>[6]</sup> 提出一种新型地月空间通信星座, 由分别布置于 L3, L4, L5 以点及 L2-Halo 轨道 (或 L2-Lissajous 轨道) 的四颗卫星组成以实现地月的全局覆盖, 并就发射成本、维持消耗、通信等方面进行分析. 美国 NASA 的空间通信体系论证组 (SCAWG) 综合各种研究成果起草了“美国未来导航与通信体系 2030 年发展规划报告”, 在其中充分确认了平动点星座在深空导航中的重要地位与作用<sup>[7]</sup>. 针对月球导航与通信的星座方案先后出现了几十种之多, 很多文献都提及了平动点周期轨道作为月球通信与导航星座的工作轨道具有特殊优势<sup>[8,9]</sup>, 文献<sup>[10]</sup> 进

\* 国家自然科学基金 (批准号: 10702078) 和国防科技大学基础科学预研计划 (批准号: JC13-01-08) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: mengyunhe\_nudt@163.com

一步深入论证了两个可行的星座设计方案: 一种是L2平动点Halo轨道的双星方案, 一种是在此基础上实现全月面覆盖的L1, L2-Halo轨道的4星方案, 并将L2双星与椭圆冻结轨道的双星星座方案进行了对比分析, 通过具体的技术指标证明了前者的优势.

上述相关研究都在某一方面揭示了平动点星座在未来深空通信与导航方面的应用潜力与优势, 如覆盖特性、保持控制能耗等, 但对于星座的几何精度衰减因子、信号强度、导航精度等问题很少涉及, 因而没有全面、完整地论述针对特殊任务背景(如通信或导航)的平动点星座的方案设计与性能评估问题.

根据当前国际深空探测技术的发展趋势, 地月空间毫无疑问将成为下一阶段导航技术发展的重点区域<sup>[7]</sup>. 考虑到效益最大化, 未来的导航系统应不仅为地月飞行器提供导航服务, 更重要的是能为地球中高轨区域飞行器以及月球附近区域飞行器提供导航服务, 从而作为地球卫星导航系统的拓展并在功能上与之相衔接. 基于此, 本文给出一种平动点导航星座的概要设计方案, 并进行综合论证分析.

本文基于对平动点周期轨道的几何与动力学特性的研究, 提出一种利用地月L3平动点Vertical轨道的导航卫星星座设计方案. 首先介绍平动点的动力学基础, 简介周期轨道的数值算法原理, 并给出卫星导航系统的设计要素与步骤; 在此基础上进行地月L3轨道导航星座的概要设计, 并进行性能分析; 最后形成结论与建议, 为我国未来深空导航体系构建提供参考.

## 2 平动点动力学基础

### 2.1 圆限制性三体动力学

限制性三体问题<sup>[11]</sup> (CRTBP) 是一般三体问题的一种特殊情形, 其中三体中的一个天体的质量为无限小. 限制性三体问题是研究无限小质量天体在另外两个有限质量天体(绕其公共质心做周期轨道运动)作用下运动的问题. 根据有限天体绕其公共质心的周期轨道类型, 可分为圆、椭圆、抛物线、双曲线型限制性三体问题. 对于偏心率不大的情形, 圆型限制性三体模型能够刻画平动点航天器运动的基本特征.

设主天体  $M_1$  和  $M_2$  ( $M_1 \geq M_2$ ) 围绕公共质心  $o$  做圆周运动,  $m_3$  为航天器,  $m_3$  质量远远小于主天体质量, 不影响主天体的运动. 如图 1 所示, 会合坐标系 (Syzygy Frame)  $o-xyz$ , 坐标系原点  $o$  选为三体系统的质心; 由于  $m_3$  质量远小于主天体的质量, 故三体系统的质心可以认为是主天体  $M_1$  和  $M_2$  的质心;  $ox$  轴由质点  $M_1$  指向质点  $M_2$ ,  $oz$  轴指向  $M_1$  与  $M_2$  运动的角动量方向,  $xy$  平面为质点  $M_1$  与  $M_2$  的运动平面,  $o-xyz$  构成右手坐标系;  $r_1$ ,  $r_2$  和  $r$  分别为由  $M_1$ ,  $M_2$  和  $o$  指向  $m_3$  的矢径.

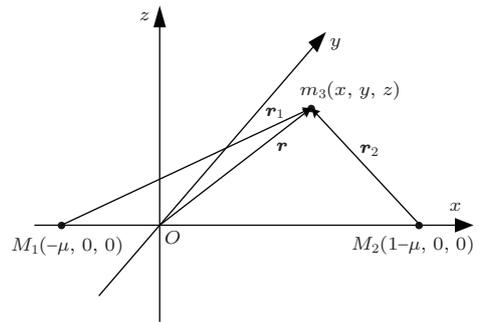


图 1 圆型限制性三体问题会合坐标系

归一化条件下, 圆型限制性三体模型中,  $m_3$  在会合坐标系中的动力学方程为

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial \Omega}{\partial x}, \\ \ddot{y} + 2\dot{x} = \frac{\partial \Omega}{\partial y}, \\ \ddot{z} = \frac{\partial \Omega}{\partial z}, \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\Omega$  为等效势能, 按 Szebehely 的定义<sup>[12]</sup>,

$$\Omega = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} + \frac{1}{2}\mu(1-\mu);$$

$r_1, r_2$  分别为航天器与两个大天体之间的距离,

$$\begin{aligned} r_1 &= [(x + \mu)^2 + y^2 + z^2]^{\frac{1}{2}}, \\ r_2 &= [(1 - x - \mu)^2 + y^2 + z^2]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

### 2.2 周期轨道的微分校正算法

平动点是圆型限制性三体动力学系统的奇点, 其中两个三角平动点和三个共线平动点分别为系统的中心点和鞍点, 在鞍点的邻域内既存在中心流形(即周期和拟周期轨道), 也存在不变流形(即稳定流形与不稳定流形), 其丰富的动力学特性自 Poincaré 时代起就一直平动点领域的关注焦点<sup>[13]</sup>. 地球附近的平动点如图 2 所示.

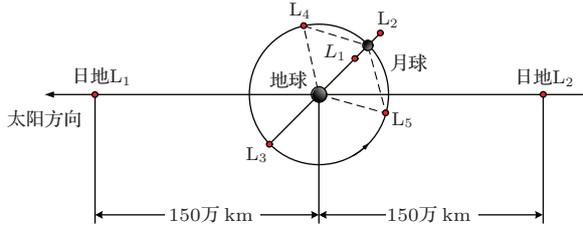


图2 地球附近的平动点

对于平动点周期轨道的研究主要有解析法与数值计算方法. 早期对平动点周期轨道的研究大多是从理论分析和解析计算的角度进行的<sup>[14]</sup>, 其近似解精度一般不是很高; 20世纪中后期, 随着数字计算机的高速发展和数值计算能力不断提高, 数值求解成为研究平动点周期轨道的重要工具<sup>[15]</sup>, 众多的周期轨道族被发现.

圆型限制性三体模型下, 系统状态转移矩阵

$\Phi(t, t_0)$  与 Jacobi 矩阵  $A(t)$  之间的关系为<sup>[16]</sup>

$$\dot{\Phi}(t, t_0) = A(t)\Phi(t, t_0), \quad (2)$$

其中,

$$A(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \tilde{\Omega}_{3 \times 3} & \tilde{K}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \quad \tilde{K} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$\mathbf{0}_{3 \times 3}$ ,  $\mathbf{I}_{3 \times 3}$  分别  $3 \times 3$  的零矩阵和单位阵,  $\tilde{\Omega}_{3 \times 3}$  为有效势能  $\Omega$  对相空间变量的二阶偏导数组成,

$$\tilde{\Omega}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} \Omega_{xx} & \Omega_{xy} & \Omega_{xz} \\ \Omega_{yx} & \Omega_{yy} & \Omega_{yz} \\ \Omega_{zx} & \Omega_{zy} & \Omega_{zz} \end{bmatrix},$$

$\tilde{\Omega}_{3 \times 3}$  中的元素分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega_{xx} = 1 + \frac{3(1-\mu)(x+\mu)^2}{r_1^5} + \frac{3\mu(1-\mu-x)^2}{r_2^5} - \frac{1-\mu}{r_1^3} - \frac{\mu}{r_2^3}, \\ \Omega_{yy} = 1 + \frac{3(1-\mu)y^2}{r_1^5} + \frac{3\mu y^2}{r_2^5} - \frac{1-\mu}{r_1^3} - \frac{\mu}{r_2^3}, \\ \Omega_{zz} = \frac{3(1-\mu)z^2}{r_1^5} + \frac{3\mu z^2}{r_2^5} - \frac{1-\mu}{r_1^3} - \frac{\mu}{r_2^3}, \\ \Omega_{xy} = \Omega_{yx} = \frac{3(1-\mu)(x+\mu)y}{r_1^5} - \frac{3\mu(1-\mu-x)y}{r_2^5}, \\ \Omega_{xz} = \Omega_{zx} = \frac{3(1-\mu)(x+\mu)z}{r_1^5} - \frac{3\mu(1-\mu-x)z}{r_2^5}, \\ \Omega_{yz} = \Omega_{zy} = \frac{3(1-\mu)yz}{r_1^5} + \frac{3\mu yz}{r_2^5}. \end{array} \right. \quad (3)$$

系统状态转移矩阵的初值为  $\Phi(t_0, t_0) = \mathbf{I}_{6 \times 6}$ , 利用数值积分可得到任意  $t$  时刻系统状态转移矩阵  $\Phi(t, t_0)$ .

设平动点周期轨道的特征状态点为

$$\mathbf{X}_0 = [x_0 \ y_0 \ z_0 \ \dot{x}_0 \ \dot{y}_0 \ \dot{z}_0]^T,$$

$\Delta \mathbf{X}_0$  为初始时刻  $\mathbf{X}_0$  的状态扰动, 则  $t$  时刻的状态偏差为

$$\Delta \mathbf{X}(t + \Delta t) = \Phi(t, t_0)\Delta \mathbf{X}_0 + \dot{\mathbf{X}}(t)\Delta t, \quad (4)$$

(4) 式右端由等时变分项  $\Phi(t, t_0)\Delta \mathbf{X}_0$  和不等时变分项  $\dot{\mathbf{X}}(t)\Delta t$  两部分组成,  $\dot{\mathbf{X}}(t)$  为初始轨道  $t$  时刻的速度  $[\dot{x}_t \ \dot{y}_t \ \dot{z}_t]^T$  及加速度  $[\ddot{x}_t \ \ddot{y}_t \ \ddot{z}_t]^T$  组成.

(4) 式是以数值方法迭代计算平动点周期轨道族的基础, 根据各平动点周期轨道的对称性, 可分别得到 Lyapunov 轨道、Halo 轨道、Vertical 轨道以及 Axial 轨道的微分校正公式, 从而得到相应的

周期轨道族<sup>[16]</sup>. 此外, CRTBP 模型中还存在大量的周期及准周期轨道族, 如蝶形轨道 (butterfly orbit)<sup>[8]</sup>、后空翻轨道 (backflip orbit)<sup>[17]</sup> 等.

### 2.3 周期轨道的稳定性

多数共线平动点附近的周期轨道具有不稳定性, 甚至强不稳定性. 无控条件下, 摄动因素会使得平动点航天器远离标称周期轨道. 平动点周期轨道的稳定性可利用单值性矩阵的特征根进行度量, 文献<sup>[8]</sup> 定义了平动点周期轨道稳定性因子  $v$ :

$$v = \frac{1}{2}(|\lambda_u| + |\lambda_s|), \quad (5)$$

其中,  $\lambda_u$ ,  $\lambda_s$  分别为单值性矩阵的不稳定特征根  $\lambda_u$  和稳定特征根  $\lambda_s$ ;  $v$  值越小, 轨道稳定性越强; 反之, 轨道稳定性越弱.  $v$  最小值为 1, 所对应的周期轨道为线性稳定轨道.

为分析轨道的稳定性, 定义平动点周期轨道的特征参数, 即各组轨道的  $x$  向或  $z$  向振幅, 利用仿真手段可得稳定性因子  $\nu$  与特征参数之间的变化关系曲线. 研究表明<sup>[16]</sup>:

1) Lyapunov 轨道、Axial 轨道和 Halo 轨道随着特征参数的增大,  $\nu$  值减小, 轨道稳定性增强, 特征参数增大的过程即轨道整体远离平动点不稳定区域的过程;

2) 对于 Vertical 轨道, 随着特征参数的增大,  $\nu$  值先增大后减小, 这是因为 Vertical 轨道的  $z$  向振幅在某一段增加过程中, 其  $xy$  平面振幅经历了先减小后增大的过程, 当  $z$  向振幅足够大时,  $\nu$  值将呈递减趋势;

3) 特征参数较小时, Lyapunov 轨道族和 Halo 轨道族轨道  $\nu$  值可达 1200, 为强不稳定轨道; 相比之下, Axial 轨道族和 Vertical 轨道族的轨道稳定性较好, 轨道  $\nu$  值分别介于 200—250 和 1—200 之间.

### 3 地月平动点导航星座的设计步骤与要素分析

文献<sup>[18]</sup>针对 InSAR 卫星编队系统对地测量定义了“覆盖”概念, 借鉴这一思想, 可以针对卫星导航系统定义对应的“覆盖”概念, 即: 对目标用户的导航服务达到时间、空间要求的覆盖称为几何覆盖, 达到时间、空间、电磁频谱和能量等要求的综合覆盖称为物理覆盖, 而满足特定精度要求的物理覆盖称为有效覆盖.

对于平动点导航星座设计而言, 应该在未来一段时期技术可达水平的约束条件下, 实现对于用户的有效覆盖, 即满足时间、空间、信号能量与导航精度的覆盖. 有效覆盖可以作为导航星座初步设计的指标要求, 因此, 地月 L3 平动点导航星座的概要设计围绕有效覆盖的实现展开讨论, 其步骤及相关要素如图 3 所示.

实现平动点导航星座的设计, 首先确定目标用户的空间范围, 为与地球轨道导航系统服务相衔接, 同时最大化地扩展导航服务范围, 其服务用户应包括地球高轨航天器、环月探测器、地月转移探测器以及其他星际探测器等; 接下来应针对目标用户, 考虑几何覆盖的实现, 这涉及星座轨道选择与星座构型设计问题, 具体因素有轨道几何特征、稳定性、摄动、捕获与保持以及星间相位、卫星数目等; 第三步, 即实现物理覆盖, 这分为信号的发射与接

收, 发射一方涉及功率、天线增益、波束张角等因素, 接收一方则受接收信号增益、微弱信号捕获技术水平因素等限制; 第四步, 实现有效覆盖, 即到达所需的导航精度, 影响因素主要有卫星测控精度、几何精度衰减因子以及接收机的信噪比等因素, 其中几何精度衰减因子是由轨道与星座设计所决定的. 综合考虑以上因素, 找到可行解, 即可实现平动点导航星座的概要设计, 从而为进一步的方案优化奠定基础.

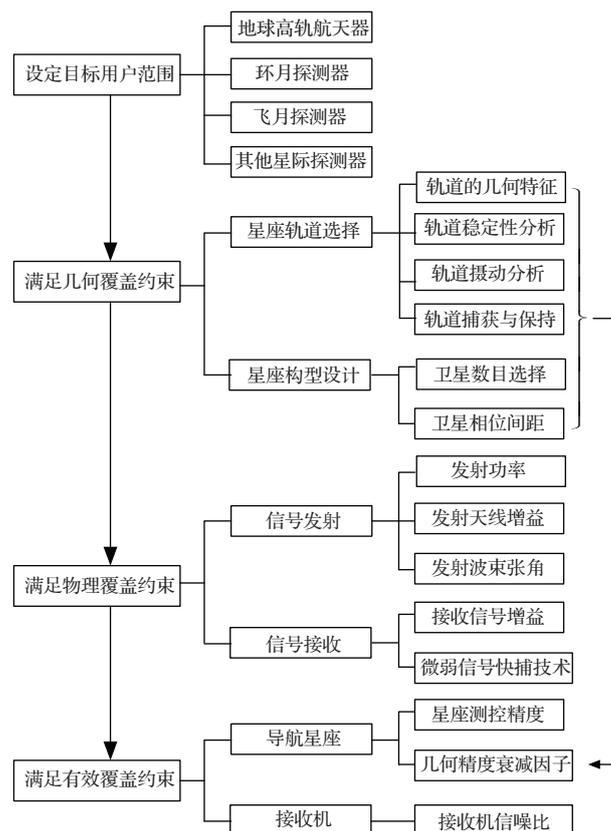


图 3 平动点导航星座的设计步骤与要素

### 4 地月平动点导航星座的概要设计

根据导航星座设计的步骤与要素, 这里从技术指标层面对系统进行概要设计, 主要包括轨道与空间覆盖率、信号强度分析以及导航精度估算.

#### 4.1 轨道选择与空间覆盖率

星座轨道的选择主要考虑用户所在空间区域、GDOP 几何因子以及轨道稳定性等因素. 首先考虑到目标用户为地球中高轨航天器、地月飞行器、月球探测器; 而考虑到能量问题, 电磁波束的张角是受限的, 因而星位于地月的一侧较好; 而考虑

到侧重于地球中高轨航天器具有更大的应用价值, 因此位于地球外侧比月球外侧更好些. 由此地月 L3 平动点附近的周期轨道相比 L1, L2 有更好的空间位置, 见图 2. 进一步考虑到 GDOP 几何因子问题, 要求至少四颗导航卫星的星座构型分散度大、线性度小, 因此诸如 Lyapunov 的平面轨道族不满足要求, 需要选择在白道平面法向有较大振幅且空间分散性好(即  $yz$  平面投影较大)的轨道, 在 L3 平动点的 Halo, Vertical 以及 Axial 轨道族中, 前两者空间分散性好. 再考虑到稳定性因素, 总体来说 Vertical 轨道的稳定性比 Halo 更好, 另外从空间几何角度 Vertical 轨道比 Halo 轨道更接近地月连线区域, 因此确定 Vertical 轨道族为候选轨道. 最后是轨道的振幅选择问题, 振幅越大, 稳定性越好, 振幅越小, 与两中心引力体距离越接近, 这两者需进行折中. 通过反复比较迭代, 给出中心点位置归一化初值为  $x_0 = -1.0003$ , 周期为 26.17 d 的 L3 平动点的 Vertical 轨道, 稳定性因子  $\nu = 1.1143$ , 稳定性较好.

图 4 中给出了地月 L3 平动点附近的三维轨道及在地月旋转坐标系三个平面上的投影, 其中大圆点为地球, 小圆圈为月球, 由图可知, 利用该 L3 平动点的 Vertical 轨道建立的导航星座对于地球、月球以及连线区域有较好的相对工作形态, 即较好的

GDOP 因子和较好的用户空间覆盖特性.

从地月平动点星座上向地球发射信号能够覆盖地球附近区域, 若波束角取  $6^\circ-7^\circ$ , 可以实现对地心半径 45000 km 空间的覆盖(可覆盖地球同步轨道), 最大  $10^\circ$  张角可以覆盖地心半径 60000 km 空间; 地球同步卫星会通过地球阴影区, 地球遮挡的时间最大 1.2 h, 因而轨道周期至少 95% 时段可见; 对于轨道高度 3000 km 的低轨卫星, 地球遮挡的时间不超过 40 min, 轨道周期 75% 以上时段可见; 对于月球低轨卫星, 最少也能保证 60% 以上的时段可见. 因此, 地月平动点星座对地球中高轨道航天器、月球探测器等具有较好的空间覆盖特性, 能够保证长时间连续的多维覆盖. 从几何覆盖角度讲, 地月平动点导航可以为相当多的航天器用户提供导航服务.

### 4.2 信号强度分析

由于该星座的运行区域较大, 作用距离较远, 所引起的信号传输问题突出, 需要研究导航信号的强度问题, 这关系到物理覆盖能否实现.

首先, 根据仿真计算给出导航星轨道相对于地月质心距离, 如图 5 所示. 星座的地心距基本接近 1 个平均地月距离, 而月心距则在 1 到 2 个平均地月距离范围内变化.

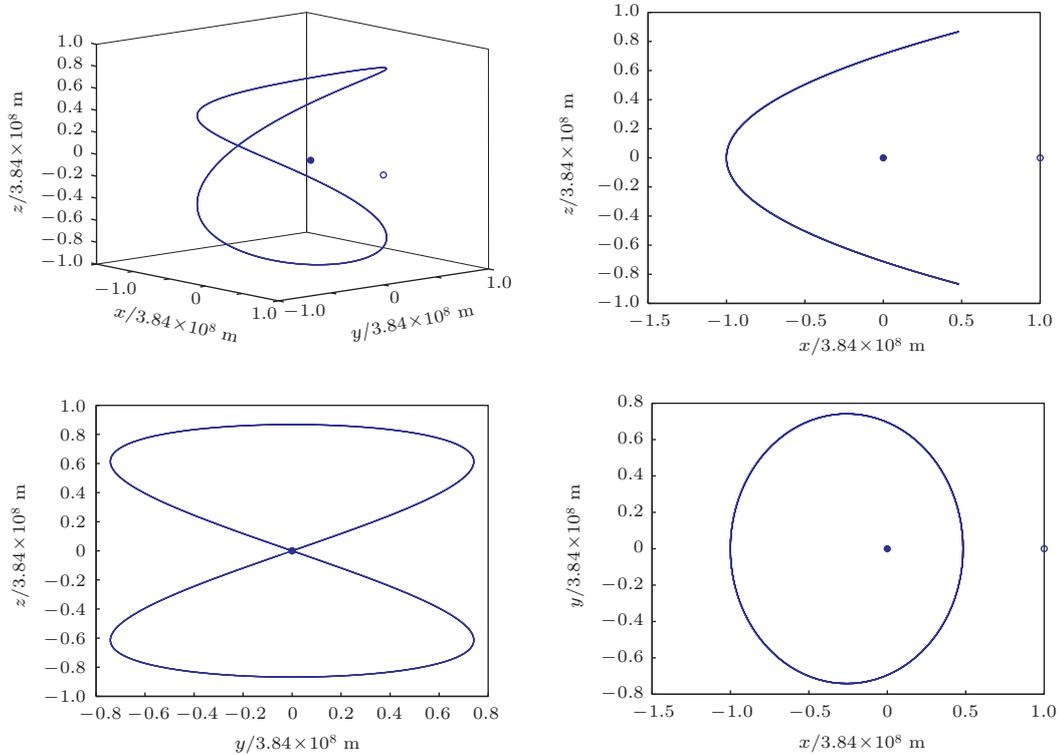


图 4 地月 L3 平动点附近的大周期轨道

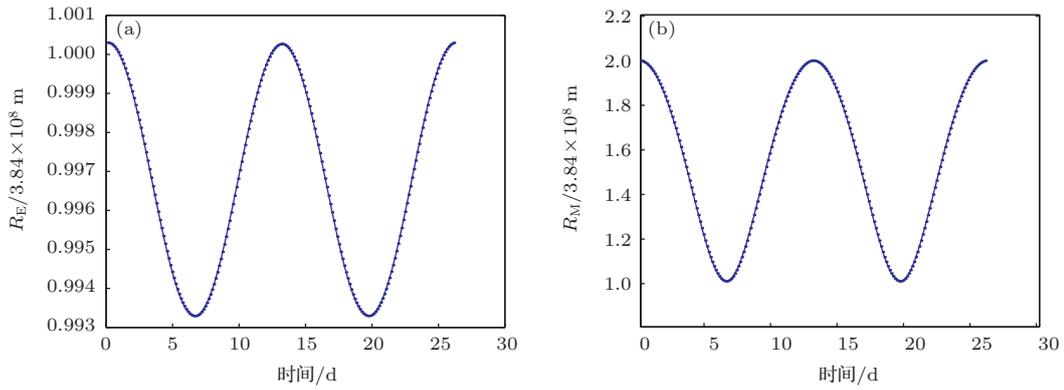


图5 星座卫星一个轨道周期的地月距变化情况 (a) 地球; (b) 月球

导航信号是以电磁波形式传播的, 信号损失与发射功率、接收灵敏度和工作频率有关. 信号传播损耗公式为

$$Los = 32.44 + 20 \lg d(\text{km}) + 20 \lg f(\text{MHz}). \quad (6)$$

由(6)式可见, 自由空间中电波传播损耗(亦称衰减)只与工作频率  $f$  和传播距离  $d$  有关, 当  $f$  或  $d$  增大一倍时, 传播损耗将分别增加 6 dB.

GPS 信号的发射与天线的波束张角  $\alpha$  有关, 波束张角  $\alpha$  越小, 增益越大, 信号波束张角增益的物理表达式为  $10 \times \lg G_T(\alpha)$ , 其中

$$G_T(\alpha) = 2/(1 - \cos \alpha). \quad (7)$$

因此, 可对比 GPS 导航星座, 分析平动点导航星座信号传输与接收的可行原理. GPS 卫星导航距离为 20180 km, GPS 卫星信号波束张角为  $21.3^\circ$ , 发射天线增益为 14.7 dB, 接收信号的信噪比一般为 40 dB-Hz 左右. 与 GPS 相比, 地球用户距离平动点星座最远距离为 400000 km 左右, 约为 GPS 信号传播距离的 20 倍左右, 因而路径损耗最多增加 26 dB; 月球用户最远距离为 800000 km 左右, 为 GPS 信号距离的 40 倍, 则路径损耗最多增加 32 dB; 平动点星座由于距离远, 在保证目标用户覆盖的情况下, 不需要 GPS 卫星如此大的波束角, 一般  $6.5^\circ$  张角足可以覆盖地心半径 45400 km 的空间, 因此发射天线增益可以增加 24.9 dB, 比目前水平的 GPS 增益增加 10.2 dB; 而目前美国在研的 GPS-III 型卫星打算将发射功率提高 100 倍以增强抗干扰能力<sup>[19]</sup>, 即使发射功率仅提高 20 倍, 则卫星天线输入功率也可以提高 16 dB; 再考虑 GPS 信号接收天线增益还可以适当提高, 这样基本已可以补偿 26—32 dB 的路

径损耗; 进一步, 当前 40 dB-Hz 的信噪比远未达到极限, 利用微弱信号快速捕获与空间应用技术<sup>[20]</sup>, GPS 接收机甚至可以接收到 25 dB-Hz 水平的微弱信号; 再考虑到今后 5—10 年的技术发展, 可以得出初步结论, 用地月平动点实现地球中高轨道航天器的导航在信号传输角度是可行的.

综上所述, 从信号传输角度考虑, 平动点星座的不利之处在于空间距离损耗大. 研究表明: 由传播距离增加引起的信号衰减可以通过增加天线输入功率、减小发射波束角、增加发射天线增益和提高接收天线增益等措施来补偿.

### 4.3 导航精度估算

导航服务精度指标是平动点导航星座性能的集中体现, 关系到有效覆盖能否实现, 这里进一步分析所构建系统的精度性能.

平动点导航星座构型需要考虑多种约束条件精心设计, 其中, 几何精度衰减因子 GDOP 是与构型密切的指标, 直接决定了导航定位精度.

根据利用卫星星座的多点导航数据, 可以得到观测误差方程, 线性化之后可得到

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{L}, \quad (8)$$

其中:  $\mathbf{X} = [\delta x, \delta y, \delta z, \delta t]^T$  为由位置误差与钟差组成的矢量,  $\mathbf{L}$  为常矢量,  $\mathbf{V}$  为观测量矢量, 而  $\mathbf{A}$  为系数矩阵.

参数矢量  $\mathbf{X}$  的权逆阵  $\mathbf{Q}_{xx}$  为

$$\mathbf{Q}_{xx} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & Q_{34} \\ Q_{41} & Q_{42} & Q_{43} & Q_{44} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

由此 GDOP 定义为

$$GDOP = \sqrt{Q_{11} + Q_{22} + Q_{33} + Q_{44}}, \quad (10)$$

而系统的定位授时均方差为

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + \sigma_{C \cdot \delta t}^2} \\ &= GDOP \cdot \sigma_p, \end{aligned} \quad (11)$$

其中,  $\sigma_p$  为测距均方差.

GDOP 因子是导航卫星的几何图形对定位精度影响的大小程度, 本质上是几何放大因子, 与接收机和卫星连线矢量围成的多面体体积成反比.

星座所选平动点轨道周期为 26.17 d, 轨道如

图 4 所示. 针对地球中高轨航天器、环月轨道用户, 设置了不同的星间间隔与卫星分布方式的导航星座. 给出 6 星、8 星、10 星星座初始时刻各个卫星在图 4 所示会合坐标系的轨道位置如表 1 所示, 而 5 星星座的轨道位置可在 10 星星座中间隔取值得到.

根据星座构型的初步设计, 研究 GDOP 因子的取值. 在星座为 4 颗星时, 均匀分布会造成相关性, 致使不能在整个轨道周期保证较小的几何形状因子; 对于地球用户, 当卫星数增到 5 颗星时, GDOP 稳定在 1.49 左右, 当星座卫星数增到 10 颗星时, GDOP 进一步下降到 1.05 左右, 如图 6 所示.

表 1 平动点导航星座 (6 星、8 星、10 星) 在会合坐标系中的初始轨道位置

星座	会合坐标系的归一化位置 $(x, y, z)$ ( $3.84 \times 10^8$ m)		
	等时间间隔 10 星星座	等时间间隔 8 星星座	等时间间隔 6 星星座
星 1	-1.0003, 0, 0	-1.0003, 0, 0	-1.0003, 0, 0
星 2	-0.4865, 0.7057, 0.5110	-0.2572, 0.7416, 0.6144	0.0998, 0.6494, 0.7475
星 3	0.3419, 0.4354, 0.8256	0.4830, 0.0001, 0.8679	0.1399, -0.6255, 0.7610
星 4	0.3419, -0.4352, 0.8256	-0.2570, -0.7416, 0.6145	-0.9988, -0.0467, 0.0274
星 5	-0.4864, -0.7057, 0.5111	-1.0003, -0.0001, 0.0001	0.0583, 0.6706, -0.7332
星 6	-1.0003, -0.0001, 0.0001	-0.2572, 0.7416, -0.6144	0.1784, -0.5992, -0.7737
星 7	-0.4865, 0.7057, -0.5109	0.4830, 0.0002, -0.8679	
星 8	0.3418, 0.4354, -0.8256	-0.2570, -0.7416, -0.6146	
星 9	0.3420, -0.4352, -0.8257		
星 10	-0.4863, -0.7057, -0.5112		

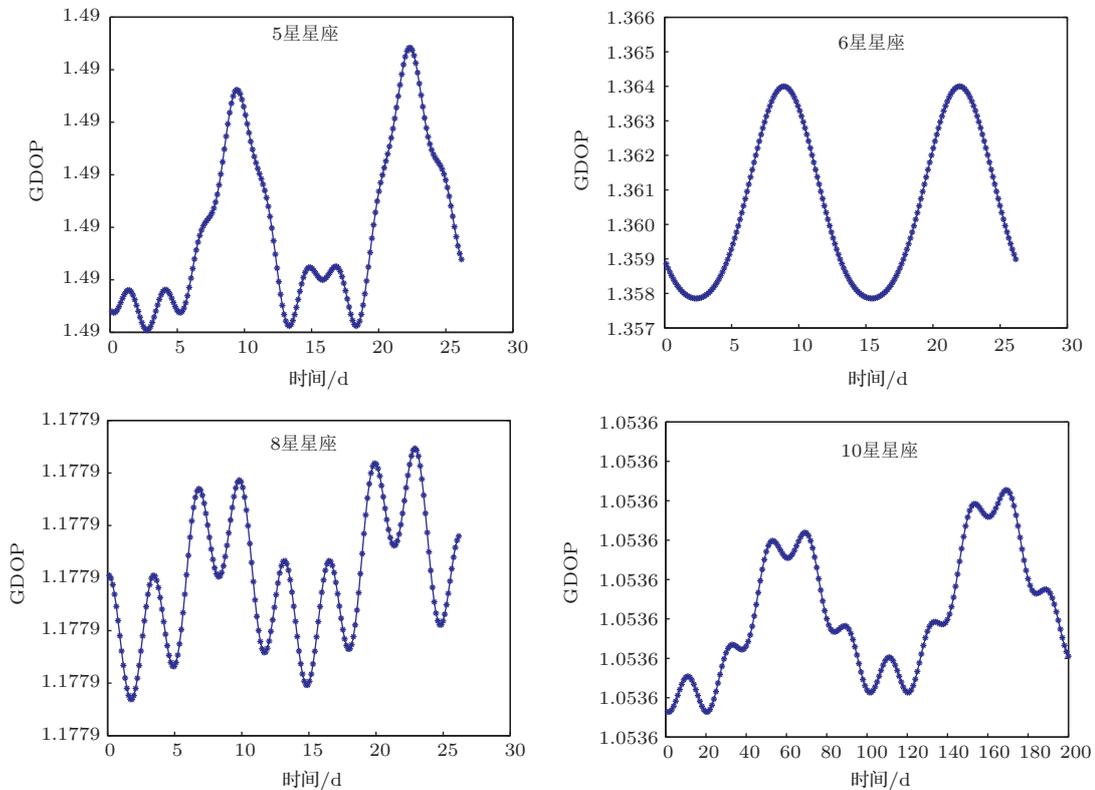


图 6 针对地球中高轨区域导航的 GDOP 因子

同理, 对于环月卫星用户, 当卫星数为5颗时, GDOP 在 3.74—3.82 范围内波动, 当星座卫星数为 6 颗、8 颗、10 颗时, GDOP 分别在 3.4, 2.9 以及 2.6 附近波动, 如图 7 所示.

由此, 可以推断在地月连线的空间区域, GDOP 因子的取值应在地球中高轨道用户与月球轨道用户的指标之间. 因此, 选用地月 L3-Vertical 轨道的 5 星以上导航星座可以为地球、月球以及连线附近的广大空域用户提供服务, GDOP 因子水平与当前的 GPS 工作指标接近.

需要说明的是: 对于 GPS 系统而言, 其用户多处于地面或是地球低轨道, GPS 接收机都有自动选星软件, 选择最佳位置的 4 颗星进行导航计算, 相应的 GDOP 因子范围为 2—6, 若 GDOP 因子超过 6 则停止观测, 并进行卫星切换<sup>[1,2]</sup>. 与之相比, 平动点星座的用户处于地球中高轨或地月空间区域, 相应的 GDOP 因子从数值上更优. 这是因为: 第一, L3-Vertical 轨道星座的构型的空间覆盖特性较好; 第二, L3-Vertical 轨道星座的用户受地球遮挡少; 第三, L3-Vertical 星座卫星相对于用户区域基本都可见, 即可见星数目更多. 因而, 计算得到 L3-Vertical 星座的 GDOP 因子取值更好些.

进一步估算导航精度. 由于接收机的测距精度  $\sigma_p$  与信噪比紧密相关,

$$\sigma_p = \delta_{nDLL} \cdot C. \quad (12)$$

采用宽相关器的接收机码环跟踪噪声误差可以采用下式计算<sup>[21]</sup>:

$$\delta_{nDLL}^2 \approx \frac{0.73B_L}{2(C/N_0)} \left[ 1 + \frac{2}{T(C/N_0)} \right], \quad (13)$$

其中  $B_L$  为码跟踪环路带宽, 一般取为 0.01 Hz;  $T$  为信号积累时间, 单位为 s.

因此, 用  $\delta_{nDLL}$  乘以码元宽度为以时间单位表示的噪声标准差, 再乘以光速为  $C$  以距离单位表示的噪声标准差, 以此乘以 GDOP 因子即为导航定位精度.

基于 GPS 信号体制可对平动点导航星座定位精度进行简单估算.  $T$  取为 0.02 s, GPS 的  $C/A$  码码长 1023 码元, 周期为 1 ms, 如果信噪比取为 38 dB, 则测距精度为 5.48 m 左右, 如果信噪比取目前最低的 26 dB 水平, 则测距精度为 7.65 m 左右; 再乘以 GDOP 因子, 若取为 1.5, 定位精度可优于 10 m 量级.

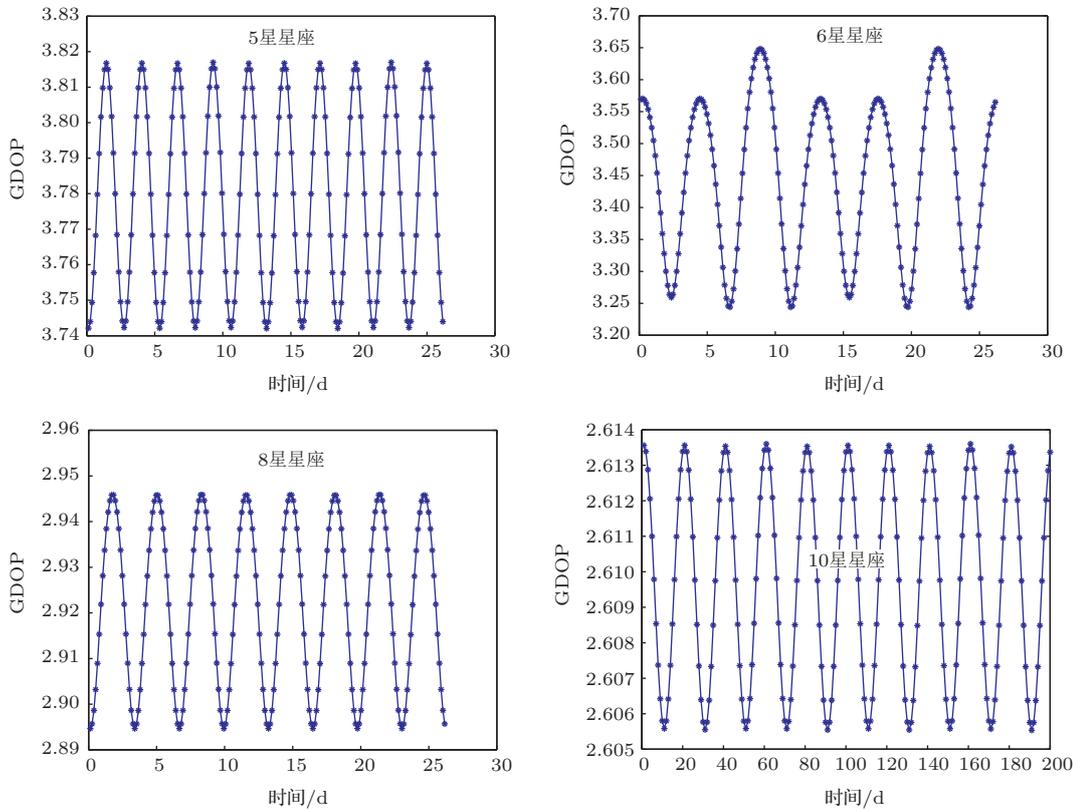


图 7 针对月球附近导航的 GDOP 因子

需要指出的是: 这里讨论的导航误差仅考虑了信号接收方面的误差, 此外还涉及信号传播和卫星部分的误差<sup>[2]</sup>. 信号传播误差主要指电离层折射等<sup>[22]</sup>, 由于用户处于中高轨以外区域, 这部分误差可忽略; 而卫星部分误差主要指星历误差、钟差、卫星摄动等, 如果平动点星座的测控精度与GPS系统相当, 根据以上分析, 则平动点星座的导航服务精度与GPS系统接近. 然而地月平动点卫星区域的测控是一个难点, 目前难以准确给出星座的定位精度, 这里不做估计. 由于上述各部分误差是相互独立的, 假如平动点星座导航自身的定位精度

能达到10 m, 则导航服务精度可到14 m左右的量级. 即使最终导航服务的精度只能达到几十米的量级, 对于地月空间航天器的自主飞行也仍然有重要意义.

## 5 平动点星座与GPS系统的比较分析

根据以上设计与分析, 将平动点星座与GPS星座进行比较分析, 见表2.

表2 平动点星座与GPS星座的比较分析

比较项目	GPS星座	平动点导航星座	说明
服务区域	地面、空中、LEO轨道	地球中高轨、地月空间、月球轨道, 以及星际轨道	
轨道选择	中轨圆轨道, 轨道高度20180 km	地月L3大振幅的Vertical轨道	
轨道周期	718 min	约26.17 d	
作用距离	20230—25000 km范围	400000—800000 km范围	
卫星数目	24颗, 另3颗备份	5—6颗星	
星座构型	6个轨道面, 55°倾角, 每个轨道4颗星	Vertical轨道等时间隔分布	
空间几何覆盖	地球表面、空中、LEO轨道全天时覆盖	GEO卫星95%的时段可见; 高度3000 km 卫星75%以上时段可见; 月球卫星60%以上时段可见; 飞月卫星全程可见	平动点星座波束角取6.5°时
GDOP	2.0—6.0	5颗星1.0—4.0; 8颗星1.0—3.0范围	
发射天线参数	波束张角为21.3°; 发射天线增益14.7 dB;	波束张角为6.5°; 发射天线增益24.9 dB	为补偿信号衰减, 可提高发射功率为GPS信号20—30倍
接收机参数	接收信号信噪比40 dB-Hz	接收信号信噪比40 dB-Hz	
可达精度	主要由GDOP因子和测距均方差两个因素决定. 绝对定位可到10 m级, 辅以其他技术, 定位可到1 m	GDOP因子比GPS稍小; 信噪比取为38 dB, 测距均方差为5.48 m; 信噪比取最低26 dB, 测距均方差为7.65 m, 相应的定位精度为10 m左右	不计信号传播和卫星部分等误差

根据表2的对比分析可知: 在信号强度方面, 平动点星座的远作用距离可以通过减小波束张角、增加发射功率以及提高微弱信号检测水平等途径补偿; 在几何覆盖角度, 平动点星座对于地球、月球以及地月连线的广大区域都具有更好的GDOP因子; 在导航精度方面, 若不计信号传播和卫星部分等误差, 可达到与GPS相当的水平; 在卫星星座的数目角度, 平动点星座需要卫星数目最多为5, 6颗; 从功能角度考虑, 平动点星座可对地球、月球以及地月连线的广大区域各类航天器提供导航服务, 从而与地球卫星导航系统的服务范围相衔接.

因此, 平动点星座导航系统具有可行性, 可以作为地球卫星导航系统向地月空间的扩展系统, 从而共同构建面向未来的空间导航体系.

## 6 结 论

本文着眼于中高轨航天器自主运行需求, 兼顾月球探测器、深空探测器的导航与通信服务, 研究平动点导航星座的概要设计思路与方法. 首先介绍了平动点动力学基础, 给出了平动点导航星座的设计步骤与要素, 在此基础上, 系统地进行了平动点

导航星座概要设计,并通过列表形式与GPS进行了比较分析,论证了可行性.通过研究可形成以下结论:

1) 根据与GPS的对比分析,平动点导航星座导航信号的长远距离衰减可以通过减小波束张角、增加20倍左右的发射功率等方式有效补偿,从而在导航信号角度论证了其可行性;

2) 以地月L3-Vertical轨道为星座的任务轨道具有覆盖率好、稳定性强等优势,GEO卫星用户95%的时段可见,高度3000 km卫星用户75%以上时段可见,月球卫星用户60%以上时段可见,地月转移飞行器用户无遮挡而全程可见;

3) 地月L3-Vertical轨道多星星座具有较为突出的GDOP因子,5星时相对于地月区域的GDOP为1.0—4.0范围,8星时星座的GDOP为1.0—3.0范围,从数值上比GPS系统工程应用中2—6范围的指标还高一些;

4) 基于当前的GPS信号体制,在不考虑卫星部分等其他误差情况下,可以对所设计的平动点导航进行导航精度估算,考虑信噪比较低的微弱信号26 dB水平,在环跟踪噪声误差角度测距精度为7.65 m,再考虑GDOP因子,导航精度仍可达10 m量级水平.

因此,本文所设计的平动点星座具有覆盖范围大、服务功能强、卫星数目少、安全性好、GDOP因子突出等优点.

平动点导航星座是新的概念设想,还有很多关键技术尚待突破,主要有:多约束平动点导航星座构型设计与优化、地月平动点星座的精密轨道确定、平动点星座姿态协同控制、微弱信号检测方法技术、地月平动点卫星导航系统地面验证实验技术等.

## 参考文献

- [1] Zhang S X 1996 *GPS Satellite Positioning and Measurement: Theory and Application* (Changsha: National University of Defense Technology Press) pp1–5 (in Chinese) [张守信 1996 GPS卫星测量定位理论与应用(长沙:国防科技大学出版社)第1—5页]
- [2] Yuan J P, Luo J J, Yue X K, Fang Q 2003 *Satellite Navigation System: Principle and Application* (Beijing: China Astronautic Publishing House) p40, 193 (in Chinese) [袁建平, 罗建军, 岳晓奎, 方群 2003 卫星导航原理与应用(北京:中国宇航出版社)第40, 193页]
- [3] Bhasin K, Hayden J L 2004 *AIAA International Communications Satellite Systems Conference and Exhibit* Monterey, United State, May 9–12, 2004 p1180
- [4] Kulkarni T R, Dharne A, Mortari D 2005 *Space Exploration Conference: Continuing the Voyage of Discovery* Orlando, United State, Jan. 30–Feb. 1, 2005 p382
- [5] Lee S, Kim J H, Lee S P 2003 *J. Astronautical Space Sci.* **20** 4
- [6] Xu S J, Xu M 2006 *International Astronautical Congress* Spain, Oct. 2–6, 2006 IAC-06-A3.4.03
- [7] Space Communication Architecture Working Group (SCAWG) 2006 *NASA Space Communication and Navigation Architecture Recommendations for 2005–2030* May, 2006 p100
- [8] Grebow D, Ozimek M, Howell K, Folta D 2006 *AAS 06-179, AAS/AIAA Space Flight Mechanics Conference* Tampa, Florida, January 22–26, 2006 p367
- [9] Farquhar R W 1970 *NASA Technical Report* TR R-346, 1970 p31
- [10] Kathryn H, Todd M, Mark G, Robert P, Leon S, Joseph T *AIAA: 26<sup>th</sup> International Communications Satellite Systems Conference* San Diego, CA, June. 10–12, 2008 p5480
- [11] Chen Y L, Wu X 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 140501 (in Chinese) [陈云龙, 伍歆 2013 物理学报 **62** 140501]
- [12] Szebehely V 1967 *Theory of Orbits: The Res* (Academic Press) p159
- [13] Poincare H 1993 *History of Modern Physics and Astronomy* (Vol. 13) (College Park: American Institute of Physics)
- [14] Richardson D L 1980 *Celest. Mech.* **22** 3 241
- [15] Dichmann D, Doedel E, Paffenroth R 2003 *Libration Point Orbits and Applications* (Hong Kong: World Scientific Press) p171
- [16] Zhang Y D 2012 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [张跃东 2012 博士学位论文(长沙:国防科学技术大学)]
- [17] Doedel E J, Romanov V, Paffenroth R C, Keller H B, Dichmann D J, et al. 2007 *Int. J. Bifurcat. Chaos Appl. Sci. Engineer.* **17** 8
- [18] Meng Y H, Chen K J, Dai J H 2009 **39** 3 (in Chinese) [孟云鹤, 陈克俊, 戴金海 2009 中国科学E辑: 技术科学 **39** 3]
- [19] Sun H T, Wang C H, Feng J D 2004 *Electro-Optic Technol. Appl.* **19** 3 (in Chinese) [孙洪拓, 王长青, 冯继东 2004 光电技术应用 **19** 3]
- [20] Karunanayake M D, Cannon M E, Lachapelle G 2004 *Proceedings of the Institute of Navigation GNSS Conference* Long Beach, CA, September 21–24, 2004 p1107
- [21] Fan L T 2009 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology) (in Chinese) [范利涛 2009 博士学位论文(长沙:国防科学技术大学)]
- [22] Yang C, Guo L X, Wu Z S 2010 *Chin. Phys. B* **19** 054101

# Outline design and performance analysis of navigation constellation near earth-moon libration point\*

Meng Yun-He<sup>†</sup> Chen Qi-Feng

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

( Received 26 May 2014; revised manuscript received 11 August 2014 )

## Abstract

The outline design problem of navigation constellation near libration point is studied for deep space exploration. Firstly, the model of circular restricted three body problem near libration point is given, and the differential correction method is provided to calculate periodic orbits, of which the stability factor is also introduced. Secondly, the concept of effective coverage is defined, and the elements and the steps to design the constellation are proposed. Then, the outline design, performance analysis and evaluation of the navigation constellation are carried out concretely from aspects of orbits selection, space coverage, geometric dilution of precision factor, signal transmission and navigation precision. Compared with the case of global position system, the feasibility of the navigation constellation in libration point orbit is proved, and the performance index is provided. By analysis, the designed navigation constellation in L3-Vertical orbit with 5 satellites is able to provide navigation service for most of the spacecrafts in the space of between the earth and the moon, and the navigation precision is better than 10 m if the orbit determination errors of the constellation are not considered.

**Keywords:** libration point, navigation constellation, outline design, performance analysis

**PACS:** 84.40.Ua, 91.10.Sp, 95.40.+s

**DOI:** [10.7498/aps.63.248402](https://doi.org/10.7498/aps.63.248402)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10702078) and the National University of Defense Technology Foundation Research Program, China (Grant No. JC13-01-08).

† Corresponding author. E-mail: [mengyunhe\\_nudt@163.com](mailto:mengyunhe_nudt@163.com)