

相位噪声诱发神经放电的单次或两次相干共振

丁学利 李玉叶

Phase noise induced single or double coherence resonances of neural firing

Ding Xue-Li Li Yu-Ye

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 63, 248701 (2014) DOI: 10.7498/aps.63.248701

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.248701>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2014/V63/I24>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于小世界网络模型的光伏微网系统同步方法研究

Research on synchronous method for photovoltaic supplied micro-grid based on small-world network model

物理学报.2014, 63(23): 230502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.230502>

异质神经元的排列对环形耦合神经元网络频率同步的影响

Effects of arrangement of heterogeneous neurons on frequency synchronization of a ring-coupled neuronal network

物理学报.2014, 63(18): 180507 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.180507>

最优的 Newman-Watts 网络与遍历网络的同步

Optimal Newman-Watts networks and synchronization of Ergodic network

物理学报.2013, 62(24): 240510 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.240510>

一类高聚类系数的加权无标度网络及其同步能力分析

A weighted scale-free network model with high clustering and its synchronizability

物理学报.2013, 62(22): 220506 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.220506>

耦合小世界神经网络的随机共振

Stochastic resonance in coupled small-world neural networks

物理学报.2012, 61(6): 068702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.068702>

相位噪声诱发神经放电的单次或两次相干共振*

丁学利^{1)†} 李玉叶²⁾

1) (阜阳职业技术学院基础教学部, 阜阳 236031)

2) (赤峰学院数学与统计学院, 赤峰 024000)

(2014年5月4日收到; 2014年8月8日收到修改稿)

神经元电活动可以从静息通过 Hopf 分岔到放电, 放电频率有固定周期; 也可以从静息通过鞍-结分岔到放电, 放电频率接近零. 在具有周期性的相位噪声作用下的 Hopf 分岔和鞍-结分岔点附近, 都会产生相干共振. 噪声的周期小于 Hopf 分岔点附近的放电的周期时, 相位噪声可以引起神经系统产生一次相干共振, 位于系统内在的固有频率附近; 噪声的周期大于系统的固有周期时, 相位噪声可以引起双共振, 对应低噪声强度的共振产生在噪声频率附近, 对应高噪声强度的共振产生在系统的固有频率附近; 并对双共振的产生原因进行了解释. 在鞍-结分岔点附近, 无论噪声的周期是大是小, 都只会引起一次共振, 研究结果不仅揭示了相位噪声作用下平衡点分岔点相干共振的动力学特性和对应于两类分岔的两类神经兴奋性的差别, 还对近期的相位噪声诱发产生单或双共振的不同研究结果给出了解释.

关键词: 相干共振, 相位噪声, Hopf 分岔, 鞍-结分岔**PACS:** 87.19.lc, 05.45.Xt**DOI:** 10.7498/aps.63.248701

1 引言

近三十年来, 噪声在非线性动力系统包括神经网络中的作用已被广泛地研究^[1-5]. 非线性系统在弱信号驱动下受噪声的作用会产生信号被放大的现象, 称为随机共振^[6-8]. 如果没有外界信号的作用, 非线性系统在噪声的作用下也会达到某种最佳协同的现象, 则称此为相干共振^[9,10]. 相干共振可利用神经元放电的功率谱和信噪比等指标进行描述.

在神经动力学中, 在两种分岔点附近的相干共振得到了关注. 两类分岔点为鞍-结分岔和 Hopf 分岔. 这两种分岔类型分别对应神经元的两种兴奋性, 即 I 型和 II 型兴奋性^[11-13]. I 型兴奋性是指对外部施加刺激的强度较敏感, 放电起始频率可以很低, 且放电频率范围相对较宽; 而 II 型兴奋性是指对外部施加刺激的强度相对不敏感, 放电频率

在一定范围内. I, II 型兴奋性的放电频率、放电模式^[14,15]、频率响应曲线^[16]和相位响应曲线^[17]等特征明显不同. Rinzel 和 Ermentrout^[13]利用动力学的两类分岔解释了 I 型兴奋性对应不变环上的鞍-结分岔, 而 II 型兴奋性对应亚临界 Hopf 分岔. 如 Morris-Lecar (ML) 模型^[18]等是典型的产生 I 型兴奋性的模型, 而 Hodgkin-Huxley (HH) 模型^[12]和 FitzHugh-Nagumo (FHN) 模型^[19]等是典型的产生 II 型兴奋性的模型.

不同类噪声如白噪声、色噪声和 Levy 噪声等^[20-24]引起的相干共振受到关注. 事实上, 噪声也可以来源于相位信号, 即相位噪声, 它是指在非线性系统内噪声作用下所引起的输出信号相位的随机变化. 在电路和工程中, 相位噪声早已被广泛地应用于描述相位波动^[25-30]. 相位噪声具有一定的周期性. 最近, Kang 等^[31]研究发现相位噪声在 HH 模型中产生相干共振现象, 揭示了相位噪声

* 内蒙古自然科学基金面上项目 (批准号: 2012MS0103) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: dxl.751@163.com

可以引起单次相干共振. Liang 等 [32] 利用 FHN 模型, 揭示了相位噪声可以诱发双共振现象.

在文献 [31, 32] 中, 一个是 HH 模型的单次共振, 一个是 FHN 模型的双共振, 实际上文献 [31, 32] 研究的都是 Hopf 分岔的 II 型兴奋性, 为什么会是不同的共振, 原因是什么? 本文给出了解释: 相位噪声的周期小于 Hopf 分岔点附近的放电的周期时, 相位噪声可以引起一次相干共振; 噪声的周期大于放电的固有周期时, 相位噪声可以引起双共振. 本文还研究了鞍-结分岔点附近 I 型兴奋性的相干共振现象. 研究结果全面揭示了相位噪声作用下神经元模型平衡点分岔点附近的随机动力学.

2 神经元模型及其分岔

2.1 HH 模型和 Hopf 分岔

HH 模型 [33,34] 通常用来描述神经元的放电活动, 它是由四维非线性耦合的微分方程组成:

$$C \frac{dV}{dt} = I_0 + I_{\text{ext}} - (g_{\text{Na}} m^3 h (V - V_{\text{Na}}) + g_{\text{K}} n^4 (V - V_{\text{K}}) + g_{\text{L}} (V - V_{\text{L}})), \quad (1)$$

$$\frac{dm}{dt} = \alpha_m(V)(1 - m) - \beta_m(V)m, \quad (2)$$

$$\frac{dh}{dt} = \alpha_h(V)(1 - h) - \beta_h(V)h, \quad (3)$$

$$\frac{dn}{dt} = \alpha_n(V)(1 - n) - \beta_n(V)n, \quad (4)$$

其中, V 表示跨膜电压, m 和 h 分别表示钠离子电流的激活和失活的门控变量, n 表示钾离子电流的激活门控变量; $\alpha_m(V)$, $\alpha_h(V)$, $\alpha_n(V)$ 和 $\beta_m(V)$, $\beta_h(V)$, $\beta_n(V)$ 的表达式为

$$\alpha_m(V) = 0.1(25 - V)/(\exp(25 - V)/10 - 1),$$

$$\beta_m(V) = 4 \exp(-V/18),$$

$$\alpha_h(V) = 0.07 \exp(-V/20),$$

$$\beta_h(V) = 1/(\exp(30 - V)/10 + 1),$$

$$\alpha_n(V) = 0.01(10 - V)/(\exp(10 - V)/10 - 1),$$

$$\beta_n(V) = 0.125 \exp(-V/80);$$

C 表示膜电容; V_{Na} , V_{K} 和 V_{L} 分别表示钠电流、钾电流和漏电流的平衡电位; g_{Na} , g_{K} 和 g_{L} 分别为相应的最大电导; I_0 为外界注入电流, I_{ext} 为相位噪声. HH 模型中相关参数取值为: $C = 1 \mu\text{F}\cdot\text{cm}^{-2}$,

$V_{\text{Na}} = 115 \text{ mV}$, $V_{\text{K}} = -12 \text{ mV}$, $V_{\text{L}} = 10.613 \text{ mV}$, $g_{\text{Na}} = 120 \text{ mS}\cdot\text{cm}^{-2}$, $g_{\text{K}} = 36 \text{ mS}\cdot\text{cm}^{-2}$ 和 $g_{\text{L}} = 0.3 \text{ mS}\cdot\text{cm}^{-2}$.

在 HH 神经元模型中, 当 $I_{\text{ext}} = 0$ 时, 其随 I_0 分岔如图 1(a) 所示. 在 $I_0 \approx 9.77$ 处发生亚临界的 Hopf 分岔, 其中细实线和点线分别表示稳定和不稳定的焦点. 稳定焦点对应神经系统的静息. 当 $I_0 \approx 6.26$ 时, 发生极限环的鞍-结分岔, 粗实线表示稳定的极限环的最大(上)幅值和最小(下)幅值, 虚线表示不稳定极限环的最大幅值和最小幅值. 稳定极限环对应神经系统的放电. 当 $6.26 < I_0 < 9.77$ 时, HH 模型处于一个稳定的焦点、一个不稳定的极限环和一个稳定的极限环共存的状态. 此时, HH 模型的放电频率如图 1(b) 所示. 在亚临界 Hopf 分岔点附近(如 $I_0 \approx 9.78$), HH 模型的放电频率大约从 6.78 Hz 开始, 而不是从零开始, 这是典型的 II 型兴奋性的特征.

2.2 ML 模型及其鞍-结分岔

ML 模型 [35-37] 是用来描述藤壶的肌肉纤维的电压振荡模式. ML 模型如下:

$$C \frac{dV}{dt} = I_0 + I_{\text{ext}} - g_{\text{Ca}} M_{\infty}(V)(V - V_{\text{Ca}}) - g_{\text{K}} W(V - V_{\text{K}}) - g_{\text{L}}(V - V_{\text{L}}), \quad (5)$$

$$\frac{dW}{dt} = \varphi \tau_W(V)(W_{\infty}(V) - W), \quad (6)$$

其中 V 表示膜电位; W 是一个恢复变量, 表示 K^+ 通道开放概率; I_0 为外激励电流; I_{ext} 是相位噪声; C 是膜电容; φ 表示神经元快慢时间尺度之间的变化; g_{Ca} , g_{K} , g_{L} 分别是钙、钾和漏电流通道的最大电导; V_{Ca} , V_{K} , V_{L} 分别是相应于上述通道的反转电位; $M_{\infty}(V)$, $W_{\infty}(V)$ 分别是 Ca^{2+} 通道和 K^+ 通道打开概率的稳态值, 满足如下方程:

$$M_{\infty}(V) = 0.5 \left[1 + \tanh \left(\frac{V - V_1}{V_2} \right) \right],$$

$$W_{\infty}(V) = 0.5 \left[1 + \tanh \left(\frac{V - V_3}{V_4} \right) \right],$$

$$\tau_W(V) = \cosh \left(\frac{V - V_3}{2V_4} \right),$$

其中 V_1 , V_2 , V_3 , V_4 为参数. 选取 $V_1 = -1.2 \text{ mV}$, $V_2 = 18 \text{ mV}$, $V_3 = 12 \text{ mV}$, $V_4 = 20 \text{ mV}$, $g_{\text{K}} = 10 \text{ mS}\cdot\text{cm}^{-2}$, $g_{\text{Ca}} = 5.6 \text{ mS}\cdot\text{cm}^{-2}$, $g_{\text{L}} =$

$2 \text{ mS} \cdot \text{cm}^{-2}$, $V_K = -84 \text{ mV}$, $V_{Ca} = 120 \text{ mV}$, $V_L = -60 \text{ mV}$, $\varphi = 0.04 \text{ S}^{-1}$, $C = 20 \mu\text{F} \cdot \text{cm}^{-2}$.

在确定性的ML模型中, 选择外激励电流 I_0 作为分岔参数, 此时 $I_{\text{ext}} = 0$. 确定性的ML模型关于分岔参数 I_0 的平衡点分岔图, 如图2(a)所示. 当 $I_0 < 35.4039$ 时, 不稳定的焦点(虚线)、不稳定的鞍点(点线)和稳定的结点(细实线)共存. 此时ML模型的行为为静息态, 对应稳定的结点. 如果 $I_0 > 35.4039$, 不稳定的焦点(虚线)和稳定的极限环(粗实线)共存. 此时ML模型的行为是放电状态, 它对应着稳定的极限环. 当 $I_0 \approx 35.4039$ 时, 鞍点和结点碰撞变为鞍-结点, 极限环通过鞍-结点变为周期为无穷大的不变环. 因此在 $I_0 \approx 35.4039$ 处发生了不变环上的鞍-结分岔. 此时, 在鞍-结分岔点附近 ($I_0 = 35.4041$), 极限环的频率大约为 0.14 Hz . I_0 越靠近鞍-结分岔点, 极限环的频率就越趋向于零, 周期就趋于无穷大. 图2(b)展示了极限环的频率从零附近开始然后逐渐增大, 这是神经

元模型典型的I型兴奋性的特征.

2.3 相位噪声

相位噪声 $I_{\text{ext}} = I \sin(\omega t + \varphi(t))$, I 表示振幅, $\varphi(t)$ 表示相位, ω 表示角频率. 相位 $\varphi(t)$ 可看成布朗运动. 因此 $I_{\text{ext}} = I \sin(\omega t + \varphi(t))$ 可以写成 $I_{\text{ext}} = I \sin \Omega$, 其中 Ω 满足 $\dot{\Omega} = \omega + \sqrt{2D}\zeta(t)$, $\zeta(t)$ 是均值为0, 方差为1的高斯白噪声, D 表示噪声强度.

以 $\omega = 2 \text{ rad} \cdot \text{ms}^{-1}$, $I = 15.8 \text{ mA} \cdot \text{cm}^{-2}$ 为例说明相位噪声的特点. 此时, 噪声的周期小于HH模型放电的固有周期. 当 $D = 0$ 时, I_{ext} 是完整光滑的(图3(a)); 当 $D = 10$ 时, I_{ext} 有些粗糙, 不是很光滑(图3(b)); 当 $D = 100$ 时, I_{ext} 将变乱(图3(c)); 继续增大噪声强度, $D = 1000$, I_{ext} 将完全变乱(图3(d)). 当噪声的周期(如取 $\omega = 0.08 \text{ rad} \cdot \text{ms}^{-1}$) 大于HH模型放电的固有周期时, I_{ext} 仍然有类似的现象.

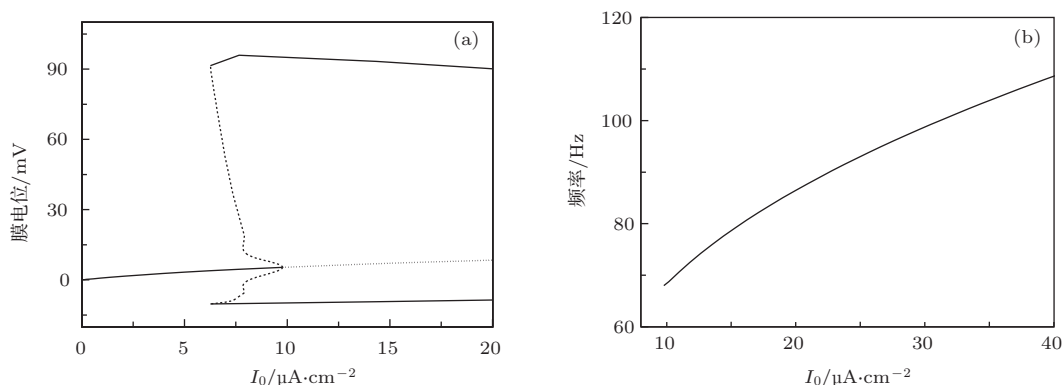


图1 (a) 确定性HH模型的分岔图, 细实线和点线表示稳定和不安定的焦点; 粗实线表示稳定的极限环的最大(上)幅值和最小(下)幅值; 虚线表示不稳定极限环的最大幅值和最小幅值; (b) HH模型的放电频率

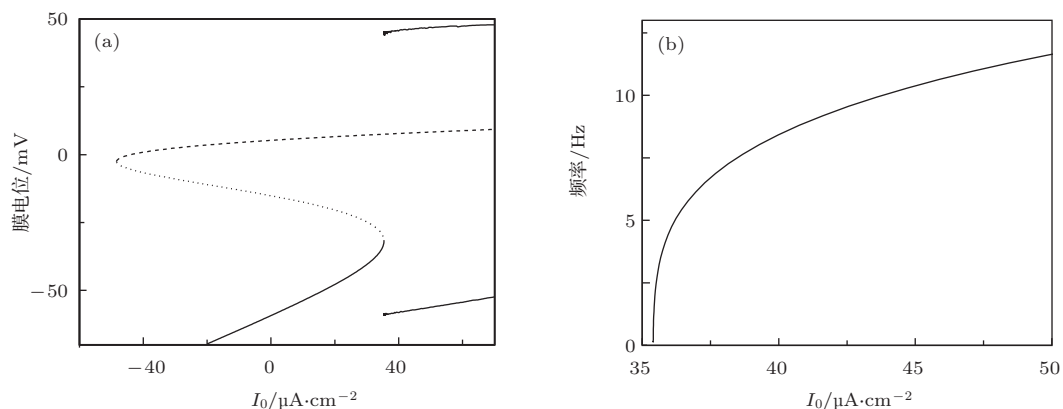


图2 (a) 确定性ML模型关于分岔参数 I_0 的分岔 (在 $I_0 \approx 35.4039$ 发生不变环上的鞍-结分岔), 虚线表示不稳定的焦点, 点线表示不稳定的鞍点, 细实线表示稳定的结点, 粗实线表示稳定极限环的最大幅值和最小幅值; (b) ML模型的放电频率

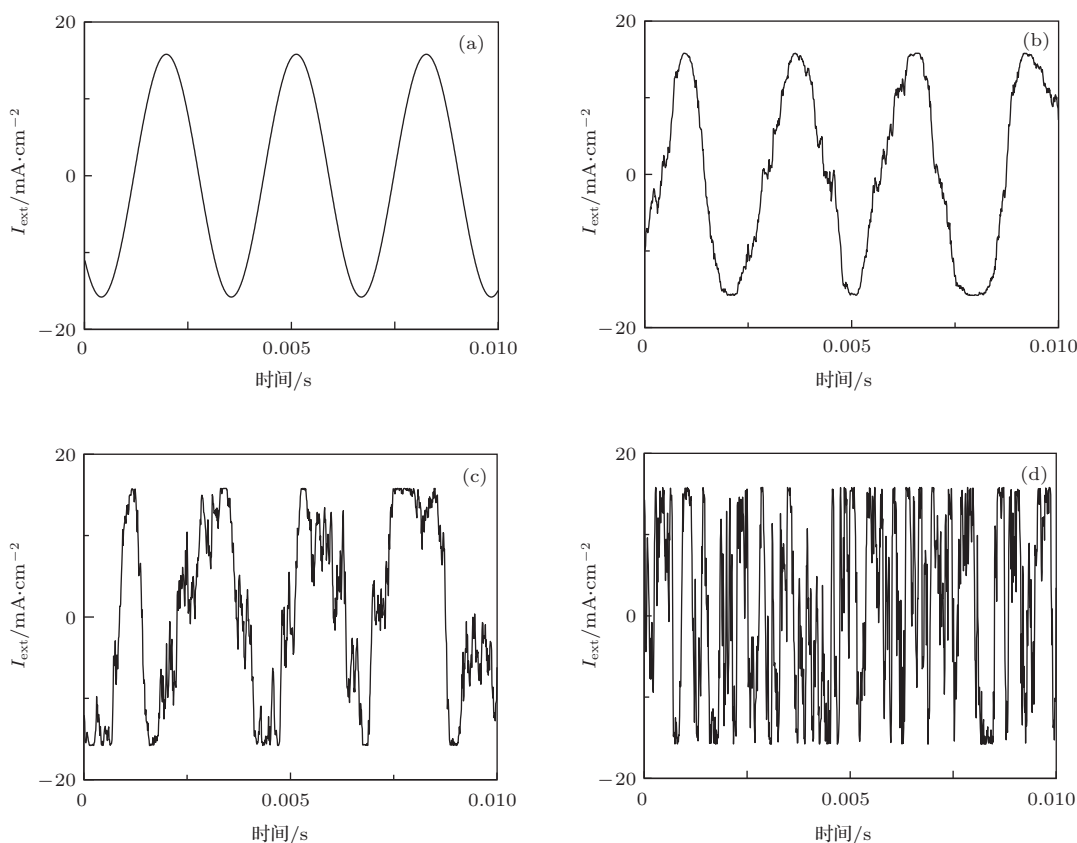


图3 当 $\omega = 2 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I = 15.8 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$ 时, HH 模型中周期信号 I_{ext} 在不同噪声强度下的时间序列
(a) $D = 0$; (b) $D = 10$; (c) $D = 100$; (d) $D = 1000$

3 仿真结果

3.1 Hopf分岔点附近的相干共振

本研究选取 $\omega = 2 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I_0 = 0$, $I = 15.8 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$. 噪声的频率大约是 318.3 Hz , 由图1(b)知HH模型在分岔点附近放电的固有频率大约是 67.8 Hz . 因此, 噪声的频率大于系统放电的固有频率.

当 $D = 0$ 时, HH模型的行为为阈下振荡(图4(a)); 当 $D = 0.5$ 时, HH模型开始有稀疏的放电(图4(b)); 随着噪声强度 D 的进一步增大 ($D = 10$, $D = 100$), HH模型放电逐渐增多(图4(c), (d)); 继续增大噪声强度 ($D = 1000$, 10000), HH模型放电又逐渐减少, 直至放电消失(图4(e), (f)).

当 $\omega = 2 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I = 15.8 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$ 时, 图5(a)和(b)分别表示HH模型在不同噪声强度下放电的功率谱和功率谱的最大峰值与噪声强度 (D) 的关系. 随着噪声强度的增大, 功率谱的最大峰值先增加后降低. 大约在 $D = 5$ 时, 功率谱的最大峰值达到最大值, 如图5(b)所示. 因此, HH模

型在相位噪声的作用下产生了相干共振现象. 功率谱最大峰处对应的频率(图5(a))大约是 53.7 Hz ($D = 2$) – 60.2 Hz ($D = 50$). 这表明当噪声的周期小于系统放电的固有周期时, 相干共振出现在HH模型放电的固有频率附近.

取 $\omega = 0.08 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I_0 = 0$, $I = 4.72 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$. 噪声的频率大约是 12.7 Hz , HH模型在分岔点附近放电的固有频率大约是 67.8 Hz . 因此, 噪声的频率小于系统放电的固有频率.

当 $D = 0$ 时, HH模型的行为是阈下振荡, 如图6(a)所示, 其中大振荡是相位噪声周期的振荡, 而在大振荡上面的小振荡是HH模型的焦点产生的振荡. 在低噪声强度下, HH模型的放电主要产生在噪声周期的峰值处, 如图6(b)和(c)所示. 随着噪声强度的增大, 图6(d)的放电峰峰间隔有的大, 有的小, 小的间隔接近HH模型周期, 说明HH模型的放电间隔开始由噪声周期的整数倍为主向以HH模型的固有周期为主过渡. 继续增大噪声强度, HH模型的放电峰峰间隔开始有规律地出现(图6(e)), 说明其放电间隔以HH模型的固有周期为主. 当噪声强度足够大, 相位噪声变乱, HH模型的放电逐渐减少(图6(f)), 最终将处于静息状态.

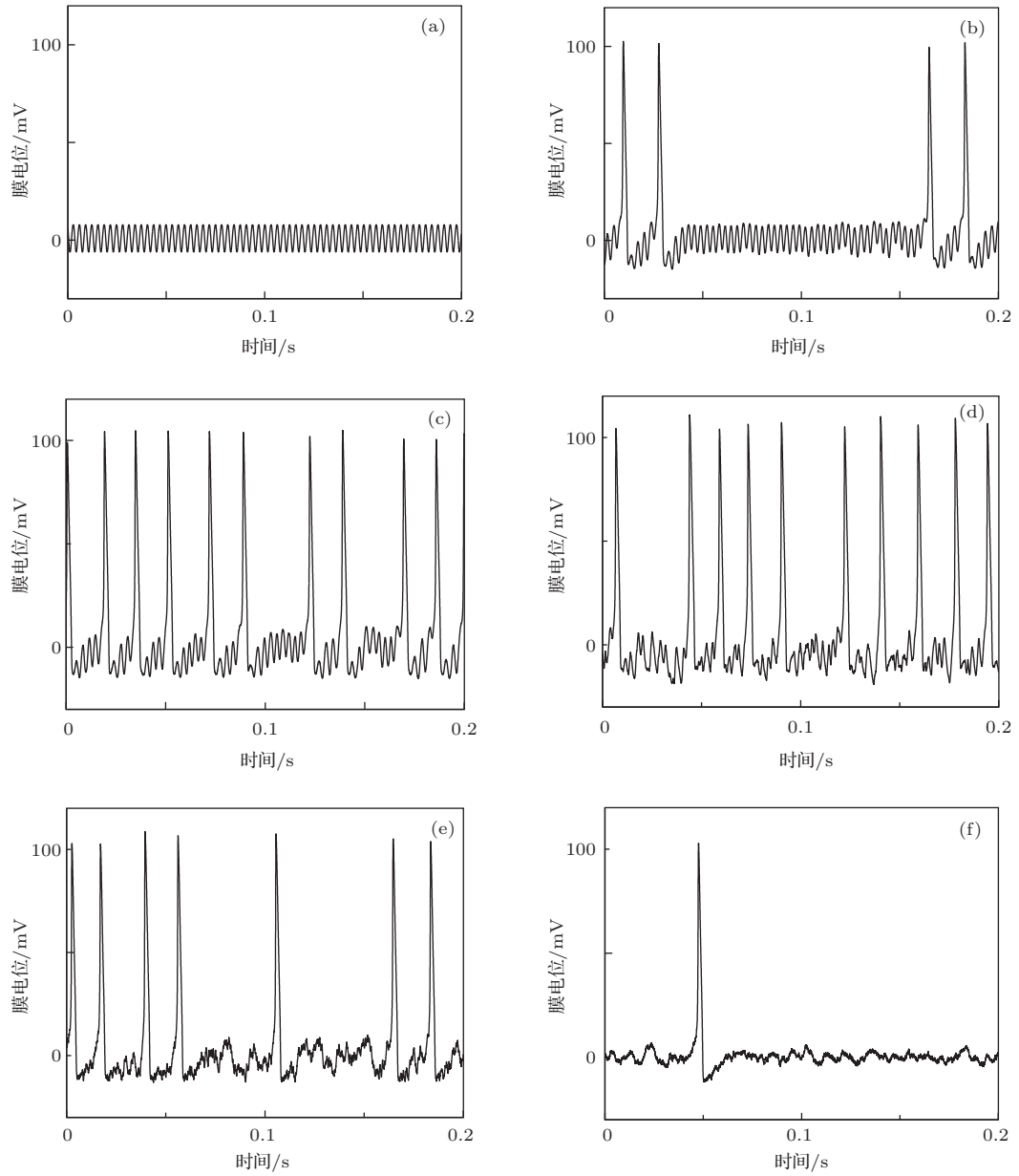


图4 当 $\omega = 2 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I = 15.8 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$ 时, HH 模型在不同噪声强度下的放电 (a) $D = 0$; (b) $D = 0.5$; (c) $D = 5$; (d) $D = 100$; (e) $D = 1000$; (f) $D = 10000$

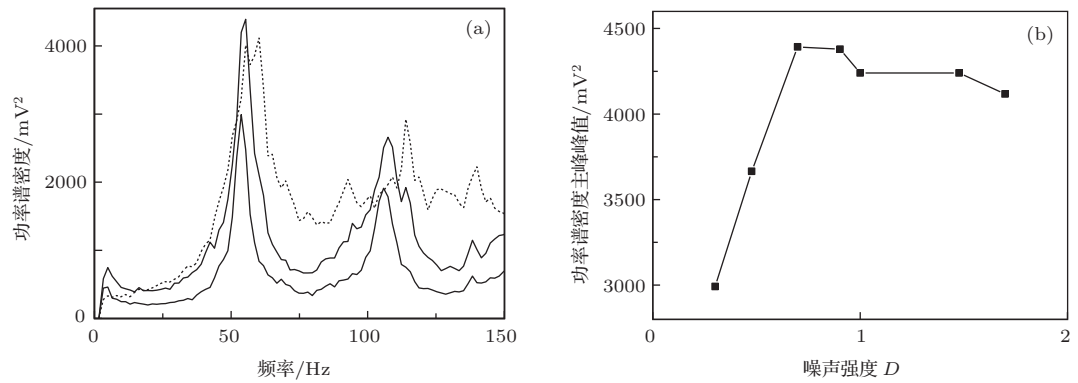


图5 (a) 随机 HH 模型在不同噪声强度下的放电的功率谱, 细实线 ($D = 2$), 粗实线 ($D = 5$), 虚线 ($D = 50$); (b) 功率谱的最大峰值和噪声强度 (D) 的关系, $\omega = 2 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I = 15.8 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$

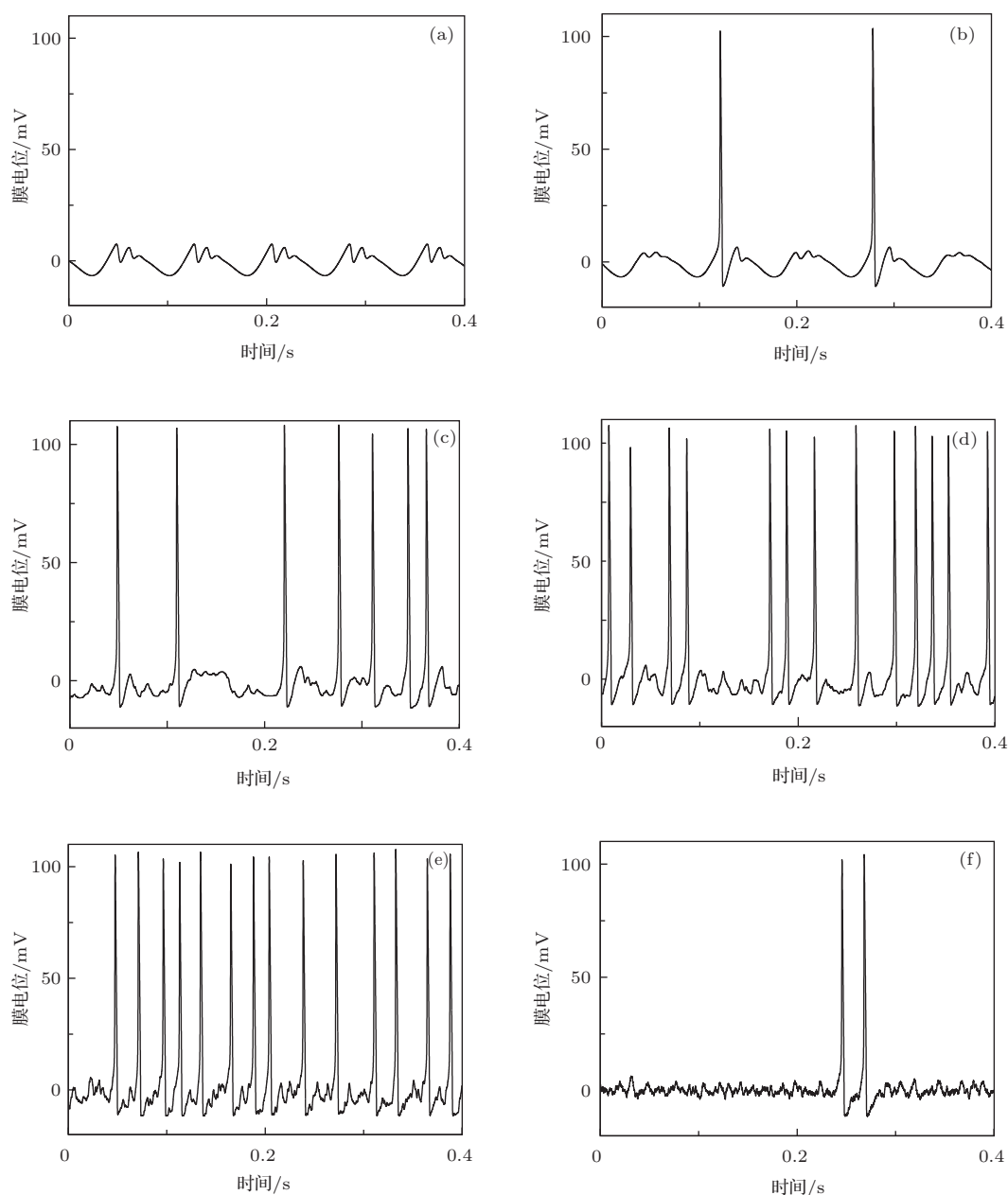


图6 当 $\omega = 0.08 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I = 4.72 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$ 时, HH 模型在不同噪声强度下的放电 (a) $D = 0$; (b) $D = 0.01$; (c) $D = 5$; (d) $D = 10$; (e) $D = 100$; (f) $D = 1000$

当 $\omega = 0.08 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I = 4.72 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$ 时, 噪声的周期大于系统放电的固有周期. 图 7(a) 和 (b) 描述了 HH 模型在不同噪声强度下放电的功率谱. 图 7(a) 中随着噪声强度的增大, 功率谱的峰先升高后降低 (细实线 $D = 0.1$, 粗实线 $D = 5$, 虚线 $D = 100$), 在 $D = 5$ 处出现了一次相干共振. 此时最大峰处 (图 7(a) 粗实线) 对应的频率大约是 14.6 Hz, 该频率接近噪声的频率; 图 7(b) 中随着噪声强度的增大, 功率谱的峰先升高后降低 (虚线 $D = 100$, 粗实线 $D = 1000$, 细实线 $D = 5000$), 在 $D = 1000$ 处也出现了一次相干共振. 最大峰处 (图 7(b)) 对应的频率大约是 47.2 Hz

($D = 5000$)—65.1 Hz ($D = 100$), 与放电固有的频率接近.

图 7(c) 表示功率谱的最大峰的振幅和噪声强度 (D) 的关系. 随着噪声强度 D 的增大, 功率谱的最大峰的振幅先后出现两次极大值. 分别在 $D = 5$ 和 $D = 1000$ 时, 功率谱的最大峰的振幅达到两次极大值. 这表明 HH 模型受相位噪声的影响, 产生了双共振现象. 两次共振的频率不同, 低噪声强度的峰产生在噪声频率附近, 高噪声强度的峰产生在 HH 模型的内在放电频率附近.

文献 [9] 定义的 $\beta = H/(\Delta\omega/\omega_p)$ 是描述相干共振特征的一个指标, 其中 H 代表功率谱主峰的

高度, ω_p 是主峰最大值对应的频率(也被叫作基频), $\Delta\omega$ 表示主峰的半峰高度时的频率宽度. 随着噪声强度 D 的增大, 信噪比 β 的值分别在 $D = 5$ 和 $D = 1000$ 时先后出现两次极大值(图 7(d)). 这也表明 HH 模型受相位噪声的影响, 产生了双共振现象.

3.2 鞍-结分岔点附近的相干共振

同 HH 模型一样, 把相位噪声 I_{ext} 注入到 M-L 神经元模型中, 研究其放电行为. 当 $\omega = 2 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I = 10.3 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$ 时. ML 模型在不同噪声强度下的放电如图 8 所示. 当 $D = 0$ 时, ML 模型展示的是阈下振荡(图 8(a)), 此时没有引起 ML 模型的放电. 当 $D = 0.1$ 时, ML 模型开始有稀疏的放电(图 8(b)). 随着噪声强度 D 的进一步增大($D = 10$, $D = 100$), ML 模型放电逐渐增多(图 8(c), (d)). 继续增大噪声强度($D = 1000$, 10000), ML 模型放电又逐渐减少, 直至放电消失(图 8(e), (f)).

当 $\omega = 2 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I = 10.3 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$ 时, M-L 模型在不同噪声强度下放电序列的功率谱和功率谱的最大峰值和噪声强度(D)的关系, 如图 9(a) 和

(b) 所示. 功率谱的最大峰所对应的频率是 10 Hz 左右, 如图 9(a) 的粗实线所示. 与 Hopf 分岔相比较, 功率谱的峰较低较宽. 随着噪声强度的增大, 功率谱的最大峰的振幅先增加后降低. 大约在 $D = 100$ 时, 功率谱的最大峰的振幅达到最大值. 这表明 ML 模型在相位噪声的作用下产生了相干共振现象, 但共振程度相对于 Hopf 分岔而言较弱.

当 $\omega = 0.08 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I = 0.36 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$ 时, ML 模型在不同噪声强度下的放电如图 10 所示. 当 $D = 0$ 时, ML 模型展示的是阈下振荡(图 10(a)), 此时没有引起 ML 模型的放电. 当 $D = 0.1$ 时, ML 模型开始有稀疏的放电(图 10(b)). 随着噪声强度 D 的进一步增大($D = 7$, $D = 50$), ML 模型放电逐渐增多(图 10(c), (d)). 继续增大噪声强度($D = 100$, 1000), ML 模型放电又逐渐减少, 直至放电消失(图 10(e), (f)).

当 $\omega = 0.08 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I = 0.36 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$ 时, 功率谱的峰较宽较低. 随着噪声强度 D 的增大, 功率谱的最大峰先升后降(图 11(a)), 功率谱的最大峰的振幅在 $D = 7$ 达到极大值(图 11(b)), 这表明 ML 模型受相位噪声的影响, 也产生了相干共振现象, 该相干共振也较弱. 此时最大峰处(图 11(a) 粗实线)对应的频率大约是 10 Hz.

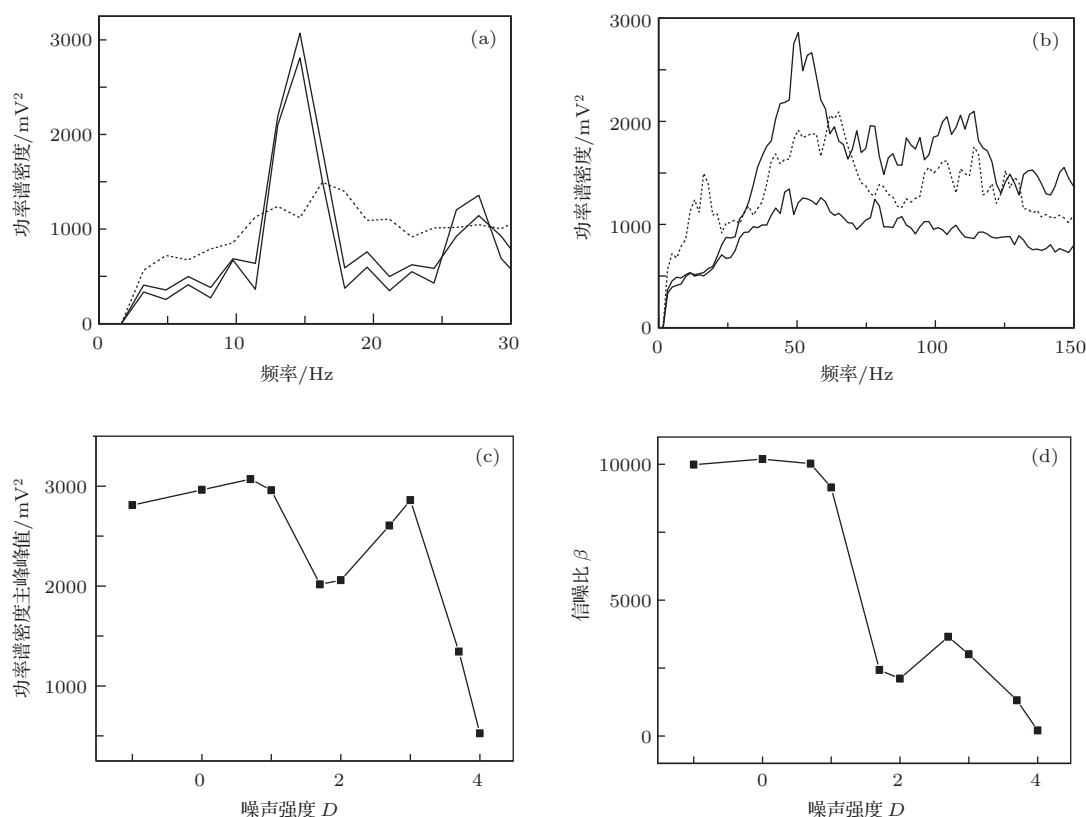


图 7 当 $\omega = 0.08 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I = 4.72 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$ 时, (a) HH 模型在不同噪声强度下开关放电序列的功率谱, 细实线 ($D = 0.1$), 粗实线 ($D = 5$), 虚线 ($D = 100$); (b) HH 模型在不同噪声强度下开关放电序列的功率谱, 虚线 ($D = 100$), 粗实线 ($D = 1000$), 细实线 ($D = 5000$); (c) 功率谱的最大峰的振幅和噪声强度 (D) 的关系; (d) 不同噪声强度 (D) 下的信噪比 β

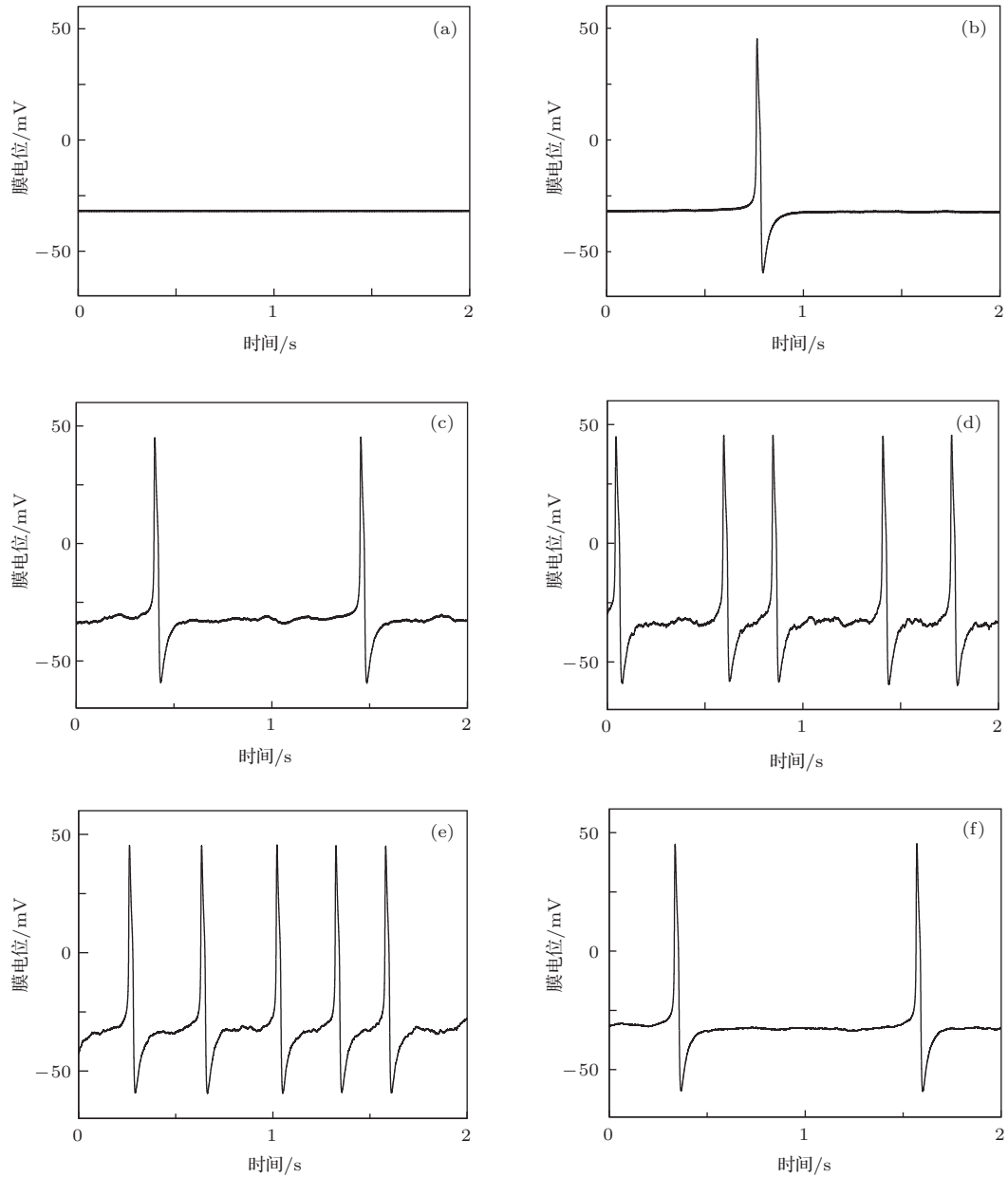


图8 当 $\omega = 2 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I = 10.3 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$ 时, ML 模型在不同噪声强度下的放电 (a) $D = 0$; (b) $D = 0.1$; (c) $D = 10$; (d) $D = 100$; (e) $D = 1000$; (f) $D = 10000$

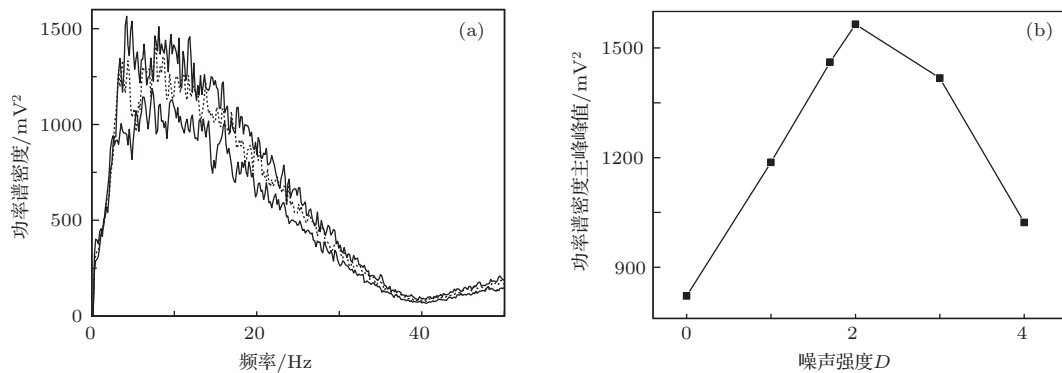


图9 (a) 随机 ML 模型在不同噪声强度下开关放电序列的功率谱, 细实线 ($D = 10$), 粗实线 ($D = 100$), 虚线 ($D = 1000$); (b) 功率谱的最大峰的振幅和噪声强度 (D) 的关系; $\omega = 2 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I = 10.3 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$

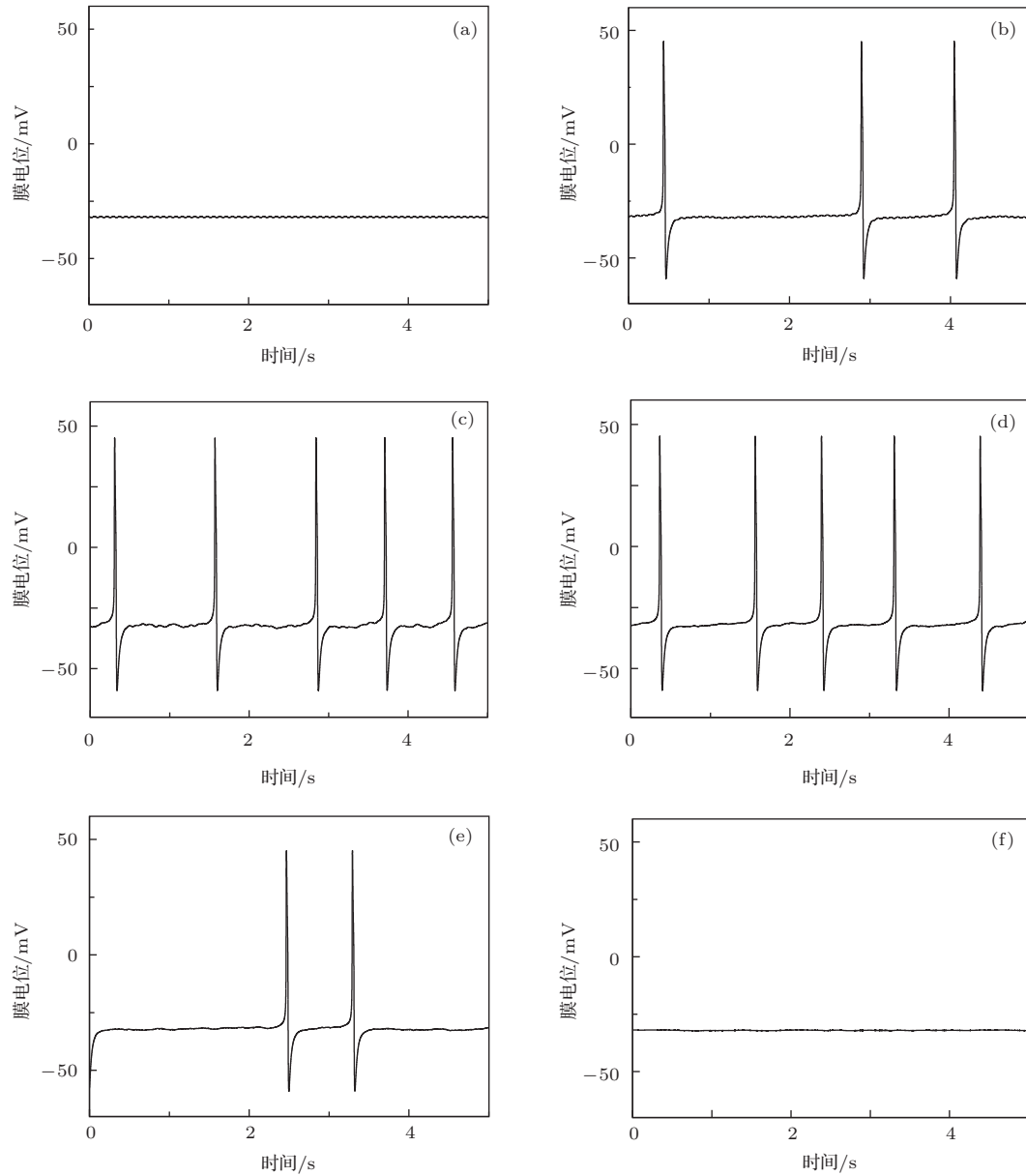


图 10 当 $\omega = 0.08 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I = 0.36 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$ 时, ML 模型在不同噪声强度下的放电序列 (a) $D = 0$; (b) $D = 0.1$; (c) $D = 7$; (d) $D = 50$; (e) $D = 100$; (f) $D = 1000$

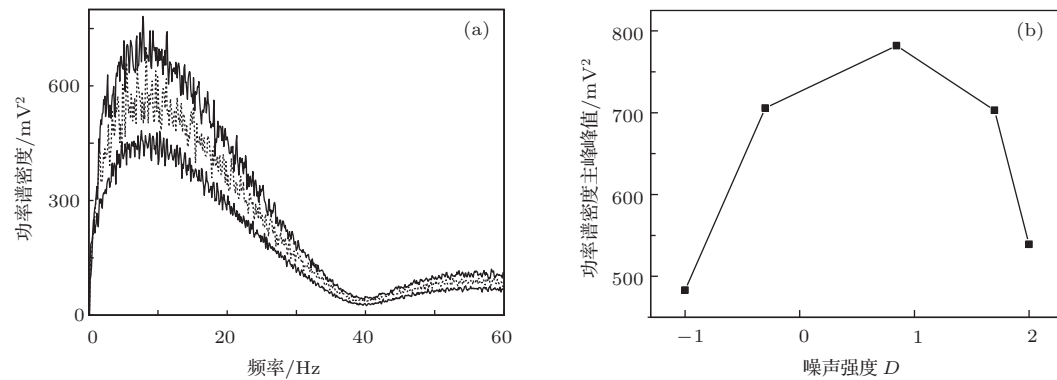


图 11 (a) 随机 ML 模型在不同噪声强度下放电序列的功率谱, 细实线 ($D = 0.1$), 粗实线 ($D = 7$), 虚线 ($D = 50$); (b) 功率谱的最大峰的振幅和噪声强度 (D) 的关系, $\omega = 0.08 \text{ rad}\cdot\text{ms}^{-1}$, $I = 0.36 \text{ mA}\cdot\text{cm}^{-2}$

4 结 论

本文分别研究了相位噪声在神经元模型中的鞍-结分岔(I型兴奋)和Hopf分岔(II型兴奋)附近的作用. 研究发现, 在HH模型的亚临界Hopf分岔点附近(即II型兴奋性处), 当噪声的周期小于Hopf分岔点附近的放电的周期时, 相位噪声可以引起一次相干共振, 产生在HH模型放电的固有频率附近; 当噪声的周期大于放电的固有周期时, 相位噪声可以引起双共振, 一个共振在噪声频率附近, 一个共振在放电固有频率附近. 在ML模型的不变环上的鞍-结分岔点附近(即I型兴奋性处), 无论噪声的周期是大是小, 都只会引起一次共振.

在以往单个神经元模型的研究中, β 或功率谱的最大峰值随噪声强度的改变往往只有一次峰, 而对于两个峰的相干共振现象的报道较少^[38–40]. 文献^[31]研究了HH模型的单次共振, 文献^[32]研究了FHN模型双共振, 研究的都是Hopf分岔的II型兴奋性, 却有着不同的共振. 本文给出了解释: 在Hopf分岔点附近, 相位噪声的周期小于系统放电的固有周期时, 相位噪声可以引起一次相干共振, 噪声的周期大于系统放电的固有周期时, 相位噪声可以引起双共振. 这说明相位噪声的频率在神经元模型检测弱小信号中起重要作用.

以往大多数文献^[2, 3, 41]以及文献^[31, 32]只研究了Hopf分岔点(即II型兴奋性)附近的随机或相干共振情况, 对于I型兴奋的随机或相干共振的研究相对较少^[14, 42]. 而本文不仅研究了相位噪声在II型兴奋性处的相干共振现象, 而且还研究了I型兴奋性中产生相干共振现象, 并且I, II型兴奋的相干共振有所不同. 这是对以往的研究揭示的I, II型兴奋的放电频率、放电模式、频率响应曲线和相位响应曲线等^[14–17]的补充. 研究结果有助于进一步认识I, II型兴奋性的特征和相位噪声作用下的神经元模型的平衡点分岔点的相干共振的特性.

参考文献

- [1] Braun H A, Wissing H, Schäfer K, Hirsch M C 1994 *Nature* **367** 270
- [2] Longtin A, Bulsara A, Moss F 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 656
- [3] Gu H G, Ren W, Lu Q S, Wu S G, Yang M H, Chen W J 2001 *Phys. Lett. A* **285** 63
- [4] Gu H G, Yang M H, Li L, Liu Z Q, Ren W 2002 *Neuro Report* **13** 1657
- [5] Yang M H, Li L, Liu Z Q, Xu Y L, Liu H J, Gu H G, Ren W 2009 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **19** 453
- [6] Benzi R, Sutera A, Vulpiani A 1981 *J. Phys. A* **14** L453
- [7] Douglass J K, Wilkens L, Pantazidou E, Moss F 1993 *Nature* **365** 337
- [8] Jung P, Mayer-Kress G 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 2130
- [9] Hu G, Ditzinger T, Ning C, Haken H 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 807
- [10] Zhou C S, Kurths J 2002 *Phys. Rev. E* **65** 040101
- [11] Izhikevich E M 2000 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **10** 1171
- [12] Hodgkin A 1948 *J. Physiol.* **107** 165
- [13] Rinzel J, Ermentrout G B 1989 *Analysis of Neural Excitability and Oscillations* (Cambridge: The MIT Press) p135
- [14] Gu H G, Zhang H M, Wei C L, Yang M H, Liu Z Q, Ren W 2011 *Int. J. Mod. Phys. B* **25** 3977
- [15] Jia B, Gu H G 2012 *Cogn. Neurodyn.* **6** 485
- [16] Xie Y, Xu J X, Kang Y M, Hu S J, Duan Y B 2004 *Chin. Phys.* **13** 1396
- [17] Tateno T, Harsch A, Robinson H 2004 *J. Neurophysiol.* **92** 2283
- [18] Morris C, Lecar H 1981 *Biophys. J.* **35** 193
- [19] FitzHugh R 1961 *Biophys. J.* **1** 445
- [20] Gu H G, Xi L, Jia B 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 080504 (in Chinese) [古华光, 惠磊, 贾冰 2012 物理学报 **61** 080504]
- [21] Gu H G, Yang M H, Li L, Liu Z Q, Ren W 2003 *Int. J. Mod. Phys. B* **17** 4195
- [22] Gu H G, Yang M H, Li L, Liu Z Q, Ren W 2003 *Phys. Lett. A* **319** 89
- [23] Zeng L Z, Xu B H 2010 *Physica A* **22** 5128
- [24] Gu H G, Zhu Z, Jia B 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 100505 (in Chinese) [古华光, 朱洲, 贾冰 2011 物理学报 **60** 100505]
- [25] Zhang Y, Hu G, Gammaitoni L 1998 *Phys. Rev. E* **58** 2952
- [26] Liu W, Zhu W, Huang Z 2001 *Chaos Soliton. Fract.* **12** 527
- [27] Demir A, Mehrotra A, Roychowdhury J 2000 *IEEE Trans. Circuits Syst.* **47** 655
- [28] Xi L X, Li J P, Du S C, Xu X, Zhao X G 2011 *Chin. Phys. B* **20** 024214
- [29] Chen W, Meng Z, Zhou H J, Luo H 2012 *Chin. Phys. B* **21** 034212
- [30] Ma Y X, Xi L X, Chen G, Zhang X G 2012 *Chin. Phys. B* **21** 064222
- [31] Kang X S, Liang X M, Lu H P 2013 *Chin. Phys. Lett.* **30** 018701
- [32] Liang X M, Zhao L, Liu Z H 2011 *Phys. Rev. E* **84** 031916
- [33] Hodgkin A L, Huxley A F 1952 *J. Physiol.* **117** 500
- [34] <http://www.bicmr.org/personal/gehao/Chinese%20version/Chapter5.pdf> [2014-05-04]
- [35] Tateno T, Pakdaman K 2004 *Chaos* **14** 511

- [36] Tsumoto K, Kitajima H, Yoshinaga T, Aihara K, Kawakami H 2006 *Neurocomputing* **69** 293
- [37] http://en.wikipedia.org/wiki/Morris-Lecar_model [2014-05-04]
- [38] Li Y Y, Zhang H M, Wei C L, Yang M H, Gu H G, Ren W 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 030504
- [39] Liu Z Q, Zhang H M, Li Y Y, Hua C C, Gu H G, Ren W 2010 *Physica A* **389** 2642
- [40] Li Y Y, Jia B, Gu H G 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 070504 (in Chinese) [李玉叶, 贾冰, 古华光 2012 物理学报 **61** 070504]
- [41] Gu H G, Jia B, Lu Q S 2011 *Cogn. Neurodyn.* **5** 87
- [42] Xie Y, Xu J X, Hu S J 2004 *Chaos Soliton. Fract.* **21** 177

Phase noise induced single or double coherence resonances of neural firing*

Ding Xue-Li^{1)†} Li Yu-Ye²⁾

1) (Foundation Department, Fuyang Vocational and Technical College, Fuyang 236031, China)

2) (Mathematics and Statistics institute, Chifeng University, Chifeng 024000, China)

(Received 4 May 2014; revised manuscript received 8 August 2014)

Abstract

Neuronal firing activity can be changed from the resting state to firing state either through Hopf bifurcation where the firing exhibits a fixed period or through saddle-node bifurcation where the firing frequency is nearly zero. Phase noise with periodicity can induce coherence resonances near Hopf and saddle-node bifurcation points. When the period of phase noise is shorter than the internal period of firing near the Hopf bifurcation point, the phase noise can induce single coherence resonance appearing near the frequency of the phase noise. When the period of phase noise is longer than the internal period of firing near the Hopf bifurcation point, the phase noise can induce double coherence resonances. The resonance at low noise intensity appears near the frequency of the phase noise, and the one at large noise intensity occurs near the frequency of the firing near the Hopf bifurcation. The mechanism of the double resonances is explained. Unlike the Hopf bifurcation point, only a single coherence resonance can be induced near the saddle-node bifurcation point by the phase noise with long or short periods. The results not only reveal the dynamics of phase noise induced coherence resonance of the equilibrium point and identify the distinction between two types of neuronal excitabilities corresponding to two kinds of bifurcations, but also provide an explanation about the different results of phase noise induced single or double resonances simulated in recent studies.

Keywords: coherence resonance, phase noise, Hopf bifurcation, saddle-node bifurcation

PACS: 87.19.lc, 05.45.Xt

DOI: 10.7498/aps.63.248701

* Project supported by Natural Science Foundation of Inner Mongolia Autonomous Region, China (Grant No. 2012MS0103).

† Corresponding author. E-mail: dxl.751@163.com