

含气泡液体中的非线性声传播*

王勇[†] 林书玉[‡] 张小丽

(陕西师范大学应用声学研究所, 西安 710062)

(2013年8月16日收到; 2013年9月24日收到修改稿)

考虑到分布在液体中的气泡是声波在含气泡液体中传播时引起非线性的一个很重要的因素, 本文研究了声波在含气泡液体中的非线性传播. 将气体含量的影响引入到声波在液体中传播的方程中, 从而得到声波在气液混合物中传播的数学模型. 通过对该模型进行数值模拟发现, 气体含量、驱动声场声压幅值及驱动声场作用时间均会影响到气液混合物中的声场分布及声压幅值大小. 液体中的气泡会“阻滞”液体中声场的传播并将能量“聚集”在声源附近. 对于连续大功率的驱动声场来说, 液体中的气泡会“阻滞”气液混合物中声场及其能量的传播.

关键词: 非线性声学, 含气泡液体, 声传播, 声空化

PACS: 43.25.+y

DOI: 10.7498/aps.63.034301

1 引言

声波在含气泡液体中的传播是一个非常复杂的现象, 对声波在线性小振幅状态和弱非线性状态下的传播已有大量的研究^[1-8], 这些研究表明, 液体中气泡对声传播的影响体现在如下几个方面: 首先, 气泡会在声波的作用下发生振动, 从而使声场能量在传播过程中由于气泡的振动而发生衰减; 其次, 气泡的出现, 改变了液体中声传播的参数, 使声波在含气泡液体中传播时出现色散现象; 再次, 气泡会使液体中的声波在传播过程中发生散射, 从而使气液混合物中实际的声场受到气泡影响, 进而影响到声场的作用效果. 对于以上出现的现象, 均会受气泡多少、驱动声场强度和驱动频率的影响.

当驱动声场的强度增加或气泡在声场的作用下谐振时, 液体中的气泡将会在声场的作用下发生空化现象, 气泡的大小会随驱动声场发生剧烈的变化, 整个变化过程具有明显的非线性, 而且具有很强的聚能能力^[9-12], 在这种情况下, 液体中气泡振动的线性理论将不再适用, 气泡对声波传播的影响

将会表现地更为复杂. 同时, 声波在气液混合物中的传播也会表现出强烈的非线性, 文献^[13-21]等均从不同的角度研究了声场在含气泡液体中传播时的非线性现象. 本文研究了液体中的气泡在超声场中发生空化时声波在液体中的传播. 在研究过程中, 为了降低问题的复杂性, 我们暂时不考虑气泡对声场的散射作用及气泡振动过程中气泡之间的相互影响.

2 含气泡液体模型

2.1 含气泡液体的声学模型

本文中我们用平均的温度、声速、密度和压强描述这种含气泡液体, 同时假设所有的气泡具有相同的大小并且在单位质量的混合物中含气泡的个数相同. 声波在含气泡液体中的传播, 含气泡液体中的连续性方程可表示为

$$\frac{1}{\rho_1 c_1^2} \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot u = \frac{\partial \beta}{\partial t}, \quad (1)$$

在上面的方程中, P 表示声压场, u 表示声速场, ρ_1 和 c_1 分别表示纯液体的密度和声速, β 表示气体所

* 研究生培养创新基金(陕西师范大学)(批准号: 2012CXB014)和国家自然科学基金(批准号: 11174192)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: wdori@qq.com

[‡] 通讯作者. E-mail: sylin@snnu.edu.cn

占的体积分数, 表示如下:

$$\beta = N \frac{4}{3} \pi R(t)^3, \quad (2)$$

式中 R 表示气泡的瞬态半径, N 表示气泡的个数密度. 气泡对声场传播的影响由 (1) 式中右边项表现出来. 根据我们的建立的模型, 在 (2) 式的时间微商中 N 必须保持常数, 并且有 $\beta_0 = 4\pi R_0^3 N/3$. 含气泡液体用声压场 P 和声速场 u 描述. 考虑到动量方程的表示

$$\rho_l \frac{\partial u}{\partial t} = -\nabla \cdot P. \quad (3)$$

通过 (1)—(3) 式可以得到

$$\frac{1}{\rho_l c_1^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \nabla^2 P = 4\pi N (2R\dot{R}^2 + R^2\ddot{R}). \quad (4)$$

用方程 (4) 式来描述声波在含气泡液体中的声传播. 上式中等号的右边包含了模型的非线性项, 反映了气泡是声波在液体中传播时非线性引入的主要原因. 如果液体中的气体含量为零的话, (4) 式等号右边项将会变为 0, 则上式还原到纯液体中的声传播方程. 另外, 如能得到气泡半径的一阶及二阶导数, 便可用 (4) 式来研究声波在含气泡液体中的传播.

2.2 液体中的气泡模型

对于单个气泡的物理模型我们做了几个假设: 气体是理想气体; 气泡内的压强空间分布均匀; 气泡保持球形; 忽略气泡内包含的水汽; 气泡的中心不动; 忽略气泡的形成、破裂与合并等. 在这些前提下, 气泡做径向的受迫振动, 它的控制方程可以从气泡边界的压力连续方程中得到

$$P_{in} - P_B = \frac{2\delta}{R} + \frac{4\mu\dot{R}}{R}, \quad (5)$$

式中的圆点表示对时间的微分, P_B 表示气液边界液体侧的压强, P_∞ 表示无限远处液体的压强, μ 表示周围液体的动态黏滞系数, σ 是气液界面的表面张力系数, P_{in} 表示气泡壁内部的压强. 从 (5) 式中可以很方便地得到

$$P_{in,0} = P_\infty + \frac{2\delta}{R_0}. \quad (6)$$

用 Keller 给出的在考虑液体压缩性时气泡的振动方程来描述气泡的振动

$$\left(1 - \frac{\dot{R}}{c_1}\right) R\ddot{R} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\dot{R}}{3c_1}\right) \dot{R}^2$$

$$= \frac{1}{\rho_l} \left(1 + \frac{\dot{R}}{c_1} + \frac{R}{c_1} \frac{d}{dt}\right) (P_B - P), \quad (7)$$

式中, ρ_l 和 c_1 分别表示液体静态时的密度及声速, P 定义为气泡所在位置当气泡不存在时的压强 [22,23], 有

$$P = P_\infty + P_\infty \varepsilon \sin \omega t + P_{rad}, \quad (8)$$

式中 P_∞ 表示液体静态压强, $P_\infty \varepsilon \sin \omega t$ 表示驱动声场, P_{rad} 表示气泡的辐射声场.

3 数值模拟

如果驱动声场的功率较大, 液体中的气泡会在大功率声场的作用下做剧烈的振动, 其半径变化具有很强的非线性, 对于 (4) 式的处理就不能再像线性小振幅声波传播时那样对半径 R 进行线性化处理 [7]. 在此, 我们通过 (7) 式求出气泡半径变化的一阶及二阶导数并将其代入 (4) 式, 然后对 (4) 式直接进行数值求解并数值模拟了当大功率声场在含气泡液体中传播时, 含气泡液体中的声压分布及其受气泡含量和驱动声场的影响. 在模拟过程中用到的参数如下:

$$\begin{aligned} P_\infty &= 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}, \quad \mu = 1.0042 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}, \\ \sigma &= 72.75 \times 10^{-3} \text{ N/m}, \quad \rho_l = 998.203 \text{ kg/m}^3, \\ c_1 &= 1500 \text{ m/s}, \quad f = 20 \text{ kHz}. \end{aligned}$$

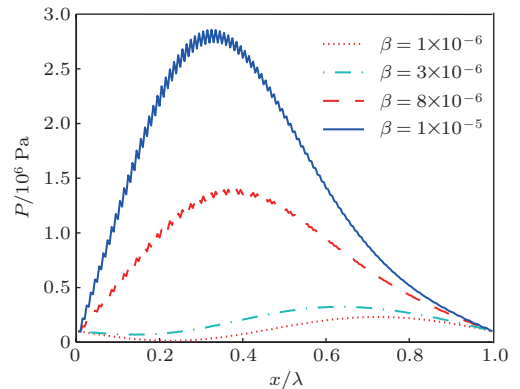


图1 气体积含量对声场分布的影响

驱动声场频率为 20 kHz, 气泡半径为 $R_0 = 100 \mu\text{m}$ 时, 在 $\varepsilon = 1$ 的情况下, 我们数值模拟了在以 $P_\infty \varepsilon \sin \omega t$ 作为换能器驱动声场并作用一个周期的情况下气泡含量对气液混合物中的声压大小及分布的影响, 得到了声压大小随声场传播距离分布的关系图, 如图 1 所示. 图中横坐标表示在一个

驱动声场的周期内声波传播的距离, λ 表示驱动声场对应的波长, 纵坐标表示气液混合物中声压的大小, 其单位为 Pa. 图中曲线表示在不同的气泡含量的情况下声压随声场传播距离的分布. 由图 1 可知, 首先, 在驱动声场作用时间一样的情况下, 气泡含量不同对气液混合物中声场传播的影响不同, 气泡含量越多, 对声波传播的影响越大. 在气泡含量较少、驱动时间短的情况下, 气泡对声波传播的影响几乎没有, 图线近似为一正弦曲线, 如图中 $\beta = 1 \times 10^{-6}$ 对应的曲线. 但随气泡含量的增加, 曲线的形状逐渐偏离正弦声波波形, 同时声压的极值逐渐变大. 其次, 气泡对声波的传播影响还表现在声场沿传播方向的分布上. 随气泡含量的增加, 声压极值在变大的同时, 声场的分布曲线逐渐向纵坐标轴压缩, 表示声场传播的距离有缩短的趋势.

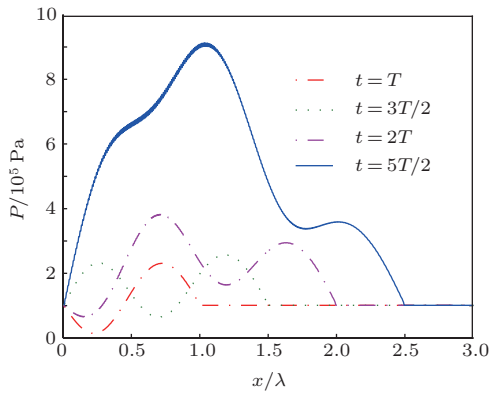


图 2 驱动声场作用时间对声场分布的影响

在驱动声场 $\epsilon = 1$ 和气体含量 $\beta = 10^{-6}$ 一定的情况下, 我们模拟了声场分布随驱动声场作用时间变化的情况, 如图 2 所示. 如图分析可知, 随驱动时间的增加, 声场压强分布逐渐偏离正弦波形, 同时声压的极值逐渐变大. 另外, 随驱动时间的延长, 声压幅值的极大值逐渐偏向纵坐标轴, 说明在这种情况下也出现了声场向纵坐标轴偏离的现象. 经过我们多次模拟发现, 在驱动声场和气泡含量一定的情况下, 驱动声场作用的时间越长, 气液混合物中声压极值向纵坐标轴偏离的现象就会越明显, 同时声压幅值的极大值也会越大.

在气体体积含量和驱动声场作用时间一定的情况下, 声压幅值的极大值会随驱动声场声压幅值的增加而增大. 图 3 表示在气体体积含量为 $\beta = 3 \times 10^{-6}$ 和驱动声场作用时间为两个周期的情况下在气液混合物中声场的分布. 可以看出, 随驱动声场声压幅值增加, 气液混合物中声压幅值的极

大值会发生明显的变化, 声压分布的形状也会发生变化. 同时, 对比图 1 中 $\beta = 3 \times 10^{-6}$ 对应的曲线发现, 在气体体积含量和驱动声场声压幅值相同的情况下, 气液混合物中声场的分布也会随声场作用时间的变化而变化.

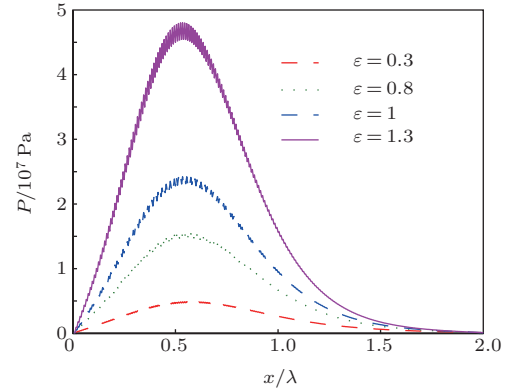


图 3 驱动声场声压幅值对声场分布的影响

在不考虑液体本身的衰减和没有气泡的情况下, 声波在液体中以正弦波传播. 但当液体中出现气泡时, 上文中提到的现象便会出现. 这些现象出现的原因缘于液体中的气泡本身对声场的散射及气泡与声场的相互作用. 在声场的作用下, 气泡会发生受迫振动, 振动过程中一方面气泡的体积发生变化, 另一方面气泡会向周围的液体中辐射声场, 所以在气液混合物中的声场实际上是驱动声场和气泡辐射声场的混合场. 如果气泡在驱动声场的作用下处于谐振状态或发生空化现象的话, 则气泡的体积变化就会非常剧烈, 向周围液体中的声辐射也会大大增强. 这种混合场中声场的分布和声场强度会随时间和驱动声场作用连续变化. 气泡含量越多、驱动声场越强、驱动声场作用时间越长, 则会导致气泡混合物中的声场强度越强, 声场中声压幅值和极大值越向纵坐标轴偏离. 可以认为气泡在这种情况下“阻滞”了声波向前传播, 而将声场的能量“聚集”在一个相对较小的区域, 所以在这个区域的能量密度就会增大, 对应的声压幅值就会变大. 如果认为纵坐标轴位置能表示换能器声源的位置的话, 则可认为由于气泡的“阻滞”和“聚集”作用好像形成了一层“气泡膜”, 使换能器在气液混合物中辐射声场的作用范围仅限于换能器表面附近而很难向前传播, 文献 [21] 的实验研究证明了这一结论. 这样的话, 在实际进行大功率超声空化时, 换能器的激励源用脉冲波应该会比连续的正弦波更适于声波的传播, 更能扩大声场的作用范围.

4 结 论

本文研究了声波在气液混合物中传播时由于气泡的存在而引起的非线性现象. 分布在液体中的气泡会在声场的作用下振动, 使得气泡的体积发生连续的变化, 并向液体中辐射声波, 从而导致液体中的声场发生连续的变化, 使声波在气液混合物中传播时产生强烈的非线性现象. 我们建立了含气泡液体中声传播的数学模型, 将气泡大小变化的影响引入到声波方程中, 并对正弦连续声波作为驱动声场时气液混合物中声波的传播做了数值模拟. 经过数值模拟及分析发现, 一方面分布在液体中的气泡会影响气液混合物中声场声压幅值的极大值. 另一方面液体中气泡对气液混合物中声场的传播起阻滞作用, 会使声场分布的范围向声源附近收缩. 增大驱动声场的声压幅值、增加气体体积含量、延长驱动声场的作用时间均会使气液混合物中声场的声压幅值增加, 使声压幅值的极大值偏向纵坐标轴的趋势越明显.

参考文献

- [1] Wijngaarden L V 1972 *Ann. Rev. Fluid Mech.* **4** 369
- [2] Caffish R E, Miksis M J, Papanicolaou G C, Ting L 1985 *J. Fluid Mech.* **153** 259
- [3] Caffish R E, Miksis M J, Papanicolaou G C, Ting L 1985 *J. Fluid Mech.* **60** 1
- [4] Jordan P M, Feuillede C 2004 *Int. J. Eng. Sci.* **42** 1119
- [5] Jordan P M, Feuillede C 2006 *Phys. Lett. A* **350** 56
- [6] Commander K W, Prosperetti A 1989 *J. Acoust. Soc. Am.* **85** 732
- [7] Wang Y, Lin S Y, Zhang X L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 064304 (in Chinese)[王勇, 林书玉, 张小丽 2013 物理学报 **62** 064304]
- [8] Wang H B 2006 *Ship Engineering* **28** 30 (in Chinese)[王虹斌 2006 船舶工程 **28** 30]
- [9] Keller J B, Miksis M 1980 *J. Acoust. Soc. Am.* **68** 628
- [10] Prosperetti A, Crum L A, Commander K W 1988 *J. Acoust. Soc. Am.* **83** 502
- [11] Ye Z 1997 *J. Acoust. Soc. Am.* **101** 809
- [12] Doinikov A A 2004 *J. Acoust. Soc. Am.* **116** 821
- [13] Ye Z 1997 *J. Acoust. Soc. Am.* **102** 1239
- [14] Leroy V, Strybulevych A, Page J H, Scanlon M G 2008 *J. Acoust. Soc. Am.* **123** 1931
- [15] Louisnard O 2010 *Physics Procedia* **3** 735
- [16] Silva G T, Belohlavek M, McMahon E M, Fatemic M 2010 *Physics Procedia* **3** 919
- [17] Kudryashov N A, Sinelshchikov D I 2010 *Phys. Lett. A* **374** 2011
- [18] Kudryashov N A, Sinelshchikov D I 2010 *Appl. Math. Comput.* **217** 414
- [19] Jamshidi R, Brenner G 2013 *Ultrasonics* **53** 842
- [20] Vanhille C, Campos Pozuelo C 2013 *Ultrason. Sonochem.* **20** 963
- [21] Gumerov N A, Ohl C D, Akhatov I S, Sametov S P, Khasimullin M V 2013 *J. Acoust. Soc. Am.* **133** 3277
- [22] Prosperetti A, Lezzi A 1986 *J. Fluid Mech.* **168** 457
- [23] Foldy L L 1945 *Phys. Rev.* **67** 107

Propagation of nonlinear waves in the bubbly liquids*

Wang Yong[†] Lin Shu-Yu[‡] Zhang Xiao-Li

(*Institute of Applied Acoustics, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China*)

(Received 16 August 2013; revised manuscript received 24 September 2013)

Abstract

An important factor that causes the nonlinearity in the bubbly liquids when the acoustic wave is propagating is the bubbles. So we study the nonlinear propagation of acoustic waves in the bubbly liquids. The influence of the gas content is introduced into the equation of the wave propagation in the liquid, so one can get the model of wave propagation in the bubbly liquids. Through numerical simulation of the model one can get the gas content, the pressure amplitude of driving sound and the acting time of the driving sound can all affect the distribution of the sound field and the pressure amplitude of the wave in the bubbly liquids. The bubbles in the liquid will “block” the acoustic wave to propagate and “gather” the energy near the sound source field. For continuous and high power driving sound, the bubbles in the liquid will “block” the wave propagation and the transmission of energy.

Keywords: nonlinear acoustic, bubbly liquids, wave propagation, acoustic cavitation

PACS: 43.25.+y

DOI: [10.7498/aps.63.034301](https://doi.org/10.7498/aps.63.034301)

* Project supported by the Innovation Funds of Graduate Programs of Shaanxi Normal University (Grant No. 2012CXB014), and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11174192).

[†] Corresponding author. E-mail: wdori@qq.com

[‡] Corresponding author. E-mail: sylin@snnu.edu.cn