

领导-跟随多智能体系统的滞后一致性*

谢媛艳¹⁾ 王毅²⁾ 马忠军^{1)†}

1) (桂林电子科技大学数学与计算科学学院, 桂林 541004)

2) (浙江财经大学数学与统计学院, 杭州 310012)

(2013年10月2日收到; 2013年10月31日收到修改稿)

近年来, 随着应用的需要和技术的发展, 多智能体系统的一致性逐渐成为研究热点. 在通信网络和工程应用中, 由于信号传播的延迟效应, 系统中智能体的状态可能表现为滞后一致. 本文提出多智能体系统的滞后一致性概念, 研究了有向网络环境下一阶领导-跟随多智能体系统的滞后一致性问题. 通过设计合适的控制协议, 利用矩阵理论和稳定性理论, 获得该系统达到滞后一致的充分条件. 数值模拟验证了理论结果的正确性.

关键词: 多智能体系统, 一致性, 时滞

PACS: 02.30.Yy, 05.65.+b, 02.30.Ks

DOI: 10.7498/aps.63.040202

1 引言

近几年来, 随着人工智能技术的进步, 多智能体系统的理论研究在控制与通信领域受到越来越多科研人员的关注^[1-7]. 一致性是多智能体系统的核心问题, 是目前多智能体研究的热点之一, 也是控制领域的重要研究课题^[8-13]. 一致性是指多个智能体随着时间的演化, 其位置、速度等状态量最终趋于相同. 多智能体系统的一致性研究在编队控制^[14,15]、群集问题^[16]、传感器网络^[17,18]和蜂拥^[19]等领域都有非常广泛的应用. 特别是在实际的通信过程中, 通信速度的限制、有限的带宽和信息传递的不对称性等多方面因素, 可能导致各个智能体之间传达和接收信息时存在时延. 目前已经有许多有关通信时延系统一致性的研究结果. 例如, 文献^[20]研究了具有相同时延和固定无向拓扑的多智能体系统的一阶一致性问题, 文献^[21]探讨了具有不同通信时延的多智能体系统的一致性, 文献^[22]用脉冲的方法对具有时变时延的非线性系统进行控制, 文献^[23]考察了具有两种时延的多智能体系统

的耦合一致性问题. 此外, 文献^[24, 25]针对有向加权且存在一个全局可达节点的静态网络拓扑, 研究了同时具有通信时延和输入时延的多智能体系统的运动一致性问题.

领导-跟随模型的多智能体系统的一致性问题也日益受到关注^[26-31]. 领航者是一个特殊的智能体, 它的运动不受其他智能体的影响, 而其他智能体尽可能地跟随领航者. Zhu和Cheng^[28]研究了具有多重时变时延的多智能体系统的领导-跟踪一致性. 对具有更新控制增益的多智能体系统的领导-跟踪一致性问题, Yu等^[29]提出了一种分布式自适应控制法, 杨洪勇等^[30]考虑了具有动态领航者的时延多智能体系统的一致性, 林茜等^[31]研究了跟踪者之间有通信时延的多智能体系统关于领航者的一致性问题, Peng和Yang^[32]探讨了具有变速领航者和时变时延的领导-跟随多智能体系统的一致性问题.

上述研究考虑了信息传递过程中的通信时延对一致性 (下文中称其为完全一致性, 即 $\lim_{t \rightarrow +\infty} |x_1(t) - x_2(t)| = 0$) 产生的影响, 提出了一系列控制协议. 然而, 在真实网络中, 两个智能体的

* 国家自然科学基金 (批准号: 11271009, 11162004) 和广西自然科学基金 (批准号: 2013GXNSFAA019006) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: mzj1234402@163.com

一致性状态往往也是有时延的, 即滞后一致性 (或 $\lim_{t \rightarrow +\infty} |x_1(t) - x_2(t - \tau)| = 0, \tau > 0$ 表示时滞), 如大雁群体排成一字形在天空飞翔时, 领头的大雁在 t 时刻到达某个位置, 跟随的大雁会在 $t + \tau$ 时刻 (不是在 t 时刻) 到达那个位置. 在某些情况下, 完全一致是有害的, 需要避免; 而滞后一致却是有益的, 需要促进. 例如, 公路上一定数量的车辆同时到达某个位置就可能引起塞车, 如果它们在到达的时间上具有一个合适的时延则可有序通过. 因此, 滞后一致性的研究具有一定的理论意义和潜在的应用价值. 就我们所知, 滞后一致性还未看到公开发表的研究结果.

本文内容安排如下: 第 2 节给出模型描述; 第 3 节先提出滞后一致性的概念, 然后在上述研究的基础上探讨自身具有非线性动力学的领导者与跟随者之间的滞后一致性问题, 通过设计合适的控制项, 利用图论、矩阵理论以及稳定性理论, 得到系统实现滞后一致的充分条件; 第 4 节数值模拟验证了理论结果的正确性; 第 5 节给出结论和讨论.

2 模型描述

考虑一阶多智能体系统

$$\dot{x}_i(t) = f(x_i(t)) + \sum_{j=1}^N a_{ij}x_j(t) + u_i \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (1)$$

其中 $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 表示第 i 个智能体的状态; $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 是一个连续函数, 反映第 i 个智能体的自身动力学; $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{N \times N}$, 若第 i 个智能体可以接收第 j 个智能体的信息时 $a_{ij} > 0$, 否则 $a_{ij} = 0$; $a_{ii} = -\sum_{j \neq i} a_{ij}$; $u_i \in \mathbb{R}^n$ 表示第 i 个智能体的控制输入.

用 $x_0(t)$ 表示领航智能体的状态, 其动力学演化方程为

$$\dot{x}_0(t) = f(x_0(t)). \quad (2)$$

假设 1 假设存在一个常数 $L > 0$, 对任意的 $x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}^n$, 使得 f 满足

$$(x - y)^T(f(x) - f(y)) \leq L(x - y)^T(x - y).$$

3 理论结果

首先给出滞后一致性的定义.

定义 1 令误差变量 $e_i(t) = x_i(t) - x_0(t - \tau_i)$, $\tau_i > 0$ 为常数. 若系统 (1) 和 (2) 的解满足 $\lim_{t \rightarrow +\infty} \|e_i(t)\| = 0$ ($i = 1, 2, \dots, N$), 则称系统 (1) 和 (2) 达到滞后一致.

本文只讨论所有 τ_i 都相等 (下文用 τ 表示) 的简单情形, 一般情形以后再考虑. 由 (1) 和 (2) 式, 得误差系统

$$\dot{e}_i(t) = f(x_i(t)) - f(x_0(t - \tau)) + \sum_{j=1}^N a_{ij}e_j(t) + u_i. \quad (3)$$

当 $e_i(t) = 0$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 时, $u_i = 0$, 则 $e_i(t) \equiv 0$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 是系统 (3) 的平衡点. 此时系统 (1) 和 (2) 之间的滞后一致性问题转化为泛函微分方程 (3) 中零解的渐近稳定性问题. 本文目标在于找到合适的控制项 u_i ($i = 1, 2, \dots, N$), 使得系统 (3) 的零解渐近稳定.

定理 1 令 $u_i = -b_i(x_i(t) - x_0(t - \tau))$. 若假设 1 成立, 且

$$LI_N + H - B < 0, \quad (4)$$

其中

$$H = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a_{11} + a_{11} & a_{12} + a_{21} & \cdots & a_{1N} + a_{N1} \\ a_{21} + a_{12} & a_{22} + a_{22} & \cdots & a_{2N} + a_{N2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} + a_{1N} & a_{N2} + a_{2N} & \cdots & a_{NN} + a_{NN} \end{pmatrix},$$

$$B = \text{diag}(b_1, b_2, \dots, b_N),$$

则系统 (1) 与 (2) 能达到滞后一致.

证明 令

$$V(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T(t)e_i(t).$$

把函数 V 沿着 (3) 式的轨迹对 t 求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \dot{e}_i^T(t)e_i(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T(t)\dot{e}_i(t) \\ &= \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \left[f(x_i(t)) - f(x_0(t - \tau)) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N (a_{ij} + a_{ji})e_j(t) - b_i e_i(t) \right] \\ &\leq \sum_{i=1}^N L e_i^T(t)e_i(t) + \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \\ &\quad \times \left[\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N (a_{ij} + a_{ji})e_j(t) - b_i e_i(t) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{i=1}^N L e_i^T(t) e_i(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \\
 &\quad \times \sum_{j=1}^N (a_{ij} + a_{ji}) e_j(t) - \sum_{i=1}^N e_i^T(t) b_i e_i(t) \\
 &= e^T(t) (L I_{Nn}) e(t) + e^T(t) (\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_n) \\
 &\quad \times e(t) - e^T(t) (\mathbf{B} \otimes \mathbf{I}_n) e(t) \\
 &= e^T(t) (L I_{Nn} + \mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_n - \mathbf{B} \otimes \mathbf{I}_n) e(t),
 \end{aligned}$$

其中, \otimes 表示克罗内克积,

$$e(t) = (e_1^T(t), e_2^T(t), \dots, e_N^T(t))^T.$$

根据矩阵理论可知, 矩阵 $\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_n$ 的特征值等于矩阵 \mathbf{H} 的特征值乘以单位矩阵 \mathbf{I}_n 的特征值. 因此, 当 $L I_N + \mathbf{H} - \mathbf{B} < 0$ 时, 即 $L I_N + \mathbf{H} - \mathbf{B}$ 是负定的, 则 $L I_{Nn} + \mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_n - \mathbf{B} \otimes \mathbf{I}_n$ 也是负定的, 因而 $\dot{V}(t)$ 是负定的. 根据泛函微分方程中的渐近稳定性定理, 误差系统 (3) 的零解是渐近稳定的. 从而, 各智能体的状态变量滞后趋近于领航者的状态值.

注 1 定理 1 中的条件并不要求网络拓扑有向生成树, 也不要每一个跟随的智能体都能收到领航者的信息.

注 2 由于所有 τ_i 都相等, 因此当各个跟随智能体都和领导智能体达到滞后一致时, 所有跟随智能体达到完全一致.

4 数值模拟

令系统 (1) 中的 $N = 4, n = 3$. 如前所述, 领航智能体的指标用 0 表示. 第 i 个智能体的状态 x_i 用分量形式 $(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3})^T$ 表示, $i = 0, 1, 2, 3, 4$. 假设系统 (1) 中无耦合且无控制时第 i 个智能体的动力学方程 (Chua 电路) 为

$$\begin{cases} \dot{x}_{i1} = a x_{i2} - b x_{i1} + c[|x_{i1} + 1| - |x_{i1} - 1|], \\ \dot{x}_{i2} = x_{i1} - x_{i2} + x_{i3}, \\ \dot{x}_{i3} = -d x_{i2}, \end{cases}$$

其中 $a = 4, b = 2, c = 2, d = 5$. 因 Chua 电路中等号右边式子里的各项 (方括号的那部分看成一项) 都是连续的逐段线性函数, 故显然满足假设 2. 通过计算, 可以取 $L = 10$.

令系统 (1) 中网络拓扑对应的矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 分别为

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -16 & 16 & 0 & 0 \\ 34 & -34 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -30 & 30 \\ 0 & 0 & 14 & -14 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \text{diag}(24, 0, 2, 20).$$

显然, 该网络拓扑无有向生成树, 而且第 2 个智能体不能接收到领航者的信息. 通过计算知道 $L I_N + \mathbf{H} - \mathbf{B}$ 的特征值都是负的, 满足定理 1 的条件. 取 $\tau = 1$, 各智能体的初始状态取为定义在区间 $[-1, 0]$ 上的不同常数函数, 运用 Matlab 软件计算, 得到误差 $e_i(t)$ 轨迹如图 1. 从图 1 中看出, 当 $t \rightarrow +\infty$ 时, $e_i(t) \rightarrow 0$ ($i = 1, 2, 3, 4$). 这表明系统达到滞后一致.

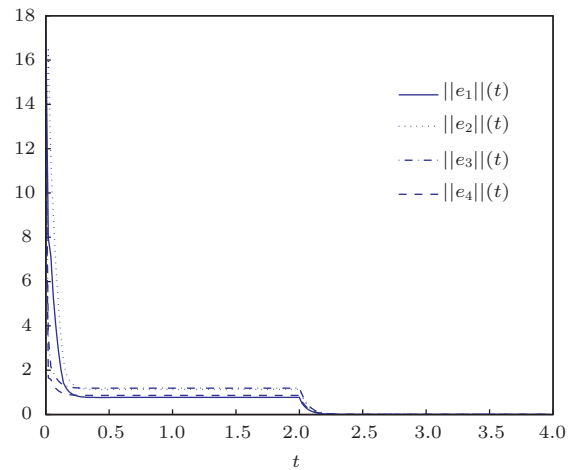


图 1 系统误差变量 $e_i(t)$ 的演化 ($i = 1, 2, 3, 4$)

5 结论

本文首先提出滞后一致性的概念, 然后研究了跟随者与领航者有通信时延的一阶多智能体系统的滞后一致性问题, 接着给出了一个一致性算法, 从而得到该系统在本算法作用下达到滞后一致的充分条件. 数值模拟验证了该一致性算法的有效性. 此外, 本文的滞后一致性概念可以推广到二阶、三阶, 甚至高阶多智能体系统.

参考文献

[1] Eyre J, Yanakiev D, Kanellakopoulos I 1998 *Veh. Sys. Dyn.* **30** 375
 [2] Yeh H, Nelson E, Sparks A 2002 *AIAA J. Guidance Control Dynamics* **25** 376

- [3] Vicsek T, Cziroo'k A, Ben-Jacob E, Cohen I, Shochet O 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 1226
- [4] Yin S, Ding S, Haghani A, Hao H Y, Zhang P 2012 *J. Proc. Control* **22** 1567
- [5] Li Z, Duan Z, Chen G, Huang L 2010 *IEEE Trans. Circ. Sys. I: Regular Papers* **57** 213
- [6] Yin S, Luo H, Ding S 2014 *IEEE Trans. Industr. Electron.* **61** 2402
- [7] Yin S, Ding S, Haghani A, Hao H Y 2013 *Int. J. Sys. Sci.* **44** 1366
- [8] Liu T L, Huang H J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 6321 (in Chinese)[刘天亮, 黄海军 2007 物理学报 **56** 6321]
- [9] Qi W, Xu X J, Wang Y H 2009 *Chin. Phys. B* **18** 4217
- [10] Zhang C X, Li H, Lin P 2008 *Chin. Phys. B* **17** 4458
- [11] Li Y M, Guan X P 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3355
- [12] Chen D L, Zhang W D 2008 *Chin. Phys. B* **17** 1506
- [13] Hu J P, Yuan H W 2009 *Chin. Phys. B* **18** 3777
- [14] Porfiri M, Roberson D G, Stilwell D J 2007 *Automatica* **43** 1318
- [15] Fax J A, Murray R M 2004 *IEEE Trans. Autom. Control* **49** 1455
- [16] Olfati-Saber R 2006 *IEEE Trans. Autom. Control* **51** 401
- [17] Sinopoli B, Schenato L, Franceschetti M, Poola K, Jordan M I, Sastry S S 2004 *IEEE Trans. Autom. Control* **49** 1453
- [18] Stankovic J A, Abdelzaher T E, Lu C 2003 *Proc. IEEE* **91** 1002
- [19] Su H S, Wang X F, Lin Z L 2009 *IEEE Trans. Autom. Control* **54** 293
- [20] Olfati-Saber R, Murray R M 2004 *IEEE Trans. Autom. Control* **49** 1520
- [21] Wang W, Slotins J 2006 *IEEE Trans. Autom. Control* **51** 413
- [22] Yu Y B, Bao J F, Zhang H B, Zhong Q S, Liao X F, Yu J B 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2377
- [23] Liu C L, Liu F 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 030202 (in Chinese)[刘成林, 刘飞 2011 物理学报 **60** 030202]
- [24] Mu S M, Chu T G, Wang L 2005 *Physica A* **351** 211
- [25] Ji L H, Liao X F 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 150202 (in Chinese)[纪良浩, 廖晓峰 2012 物理学报 **61** 150202]
- [26] Ren W 2007 *Sys. Control Lett.* **56** 474
- [27] Jadbabaie A, Lin J, Morse A S 2003 *IEEE Trans. Autom. Control* **48** 988
- [28] Zhu W, Cheng D Z 2010 *Automatica* **46** 1994
- [29] Yu W W, Ren W, Zheng W X, Chen G R, Lü J H 2013 *Automatica* **49** 2107
- [30] Yang H Y, Tian S W, Zhang S Y 2011 *Acta Electron. Sin.* **39** 872 (in Chinese)[杨洪勇, 田生文, 张嗣瀛 2011 电子学报 **39** 872]
- [31] Lin Q, Wu X F 2011 *J. Naval Univ. Engineer.* **23** 1 (in Chinese) [林茜, 吴晓锋 2011 海军工程大学学报 **23** 1]
- [32] Peng K, Yang Y P 2009 *Physica A* **388** 193

Delay consensus of leader-following multi-agent systems*

Xie Yuan-Yan¹⁾ Wang Yi²⁾ Ma Zhong-Jun^{1)†}

1) (School of Mathematics and Computing Science, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

2) (School of Mathematics and Statistics, Zhejiang University of Finance and Economics, Hangzhou 310012, China)

(Received 2 October 2013; revised manuscript received 31 October 2013)

Abstract

In recent years, there has been the increasing interest in the research on the consensus of multi-agent systems because of the need of application and the development of technology. In communication networks and engineering applications, due to signal propagation delays, time delay may exist in the consensus state of systems. In this paper, a concept on delay consensus is first defined, and then the problem of first-order delay consensus in leader-following multi-agent systems is discussed. By designing an appropriate control protocol and using the graph theory, matrix theory and Lyapunov stability theory, a sufficient condition is given to realize delay consensus of the multi-agent systems. Numerical simulations are given to verify the theoretical results.

Keywords: multi-agent system, consensus, delay

PACS: 02.30.Yy, 05.65.+b, 02.30.Ks

DOI: [10.7498/aps.63.040202](https://doi.org/10.7498/aps.63.040202)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11271009, 11162004) and the Natural Science Foundation of Guangxi, China (Grant No. 2013GXNSFAA019006).

† Corresponding author. E-mail: mzj1234402@163.com