不同类型混沌吸引子的复合*

艾星星[1)] 孙克辉[1)2)†] 贺少波[1)]

1) (中南大学物理与电子学院, 长沙 410083)

2) (新疆大学物理科学与技术学院, 乌鲁木齐 830046)

(2013 年 10 月 9 日收到; 2013 年 11 月 4 日收到修改稿)

为了实现不同类型混沌吸引子之间的复合, 采用理论分析、数值仿真和电路仿真方法, 通过设计合适的切换控制器实现了不同两涡卷混沌系统之间的复合、不同多涡卷混沌系统之间的复合、两涡卷混沌系统与两翅膀混沌系统之间的复合和多涡卷混沌系统与多翅膀混沌系统之间的复合. 通过观察吸引子相图、最大 Lyapunov 指数和 Poincaré 截面, 分析了复合系统的动力学行为. 设计了复合多涡卷-多翅膀吸引子的模拟电路, 并对其进行了电路仿真, 得到的电路仿真结果与数值仿真结果相一致. 这表明利用切换控制器实现不同类型混沌系统之间复合方法的正确性.

关键词: 多涡卷混沌吸引子, 多翅膀混沌吸引子, 切换控制, 电路设计

PACS: 05.45.Ac, 05.45.Gg **DOI:** 10.7498/aps.63.040503

1 引 言

1963 年 Lorenz[1] 提出 Lorenz 混沌系统, 掀开了混沌研究热潮的序幕, 人们相继发现了一系列的 Lorenz 混沌系统族. 为了更好地应用于混沌保密通信, 研究人员致力于构造更加复杂的混沌系统. 相比于普通的单涡卷混沌吸引子和单翅膀混沌吸引子, 多涡卷混沌吸引子和多翅膀混沌吸引子具有更加复杂的动力学行为, 可以更好地应用于混沌保密通信等领域. 一方面, 人们提出了多种关于多翅膀混沌吸引子的设计方法[2−6], 如切换控制器方法、异宿轨道方法[2]、分形方法[3]、分段线性控制方法等[4]. 另一方面, 人们先后提出了用分段线性函数、阶梯波函数和符号函数等产生多涡卷混沌吸引子的方法[6−17]. 近年来, 采用新型控制方法构造复杂的混沌吸引子受到了人们广泛的关注, 文献 [18] 利用一种基于切换控制的方法实现了 Lorenz 系统族之间的复合. 然而, 不同类型的混沌系统具有不同的动力学行为. 随着研究的深入, 人们发现了一个具有挑战性的问题, 即能否将不同类型的混沌系统复合成一个系统, 如不同的两涡卷混沌系统复合、不同的多涡卷混沌系统复合、两涡卷混沌系统与两翅膀混沌系统复合、多涡卷混沌系统与多翅膀混沌系统复合. 本文对此给出了肯定的答案, 可将不同类型的混沌系统复合成一个系统. 复合系统不仅具有原系统的动力学演化行为, 同时也具有自己独特的动力学特性; 复合系统的行为更加复杂, 从而具有很好的应用前景.

本文首先给出了不同类型的混沌系统复合的方法; 然后利用该方法分别设计了复合两涡卷 Jerk-Chua 混沌吸引子、复合多涡卷 Jerk-Chua 混沌吸引子、复合分段 Lorenz-Jerk-Chua 混沌吸引子、复合多涡卷-多翅膀混沌吸引子, 同时对它们进行了动力学分析; 最后设计了复合多涡卷-多翅膀混沌系统的电路, 并对其进行了电路仿真, 得到的电路仿真结果和数值仿真结果相一致.

* 国家自然科学基金 (批准号: 61161006, 61073187) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: kehui@csu.edu.cn

2 不同类型多涡卷混沌吸引子的复合

2.1 不同类型混沌吸引子的复合方法

将N个混沌吸引子复合成一个混沌吸引子的过程称为吸引子的复合，复合后的混沌吸引子称为复合混沌吸引子. 文献[18]采用切换控制方法实现了多个三维Lorenz混沌系统族之间的复合. 本文对此复合方法进行改进以实现不同类型的混沌系统复合. 下面给出具体的步骤.

步骤1 假设有N个m维混沌系统，在吸引子相空间中存在第i维变量的空间跨度一致，其定义为

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= f_{j1}(x_1, x_2, \cdots, x_m),\\
\dot{x}_2 &= f_{j2}(x_1, x_2, \cdots, x_m),\\
&\vdots\\
\dot{x}_m &= f_{jm}(x_1, x_2, \cdots, x_m),
\end{aligned}
\tag{1}
$$

式中$j = 1, 2, \cdots, N$. 选取第i维变量x_i，将x_i与变量x_j互换，然后在第j维设计合适的切换控制器$S(x_j)$.

步骤2 为确保N个混沌吸引子的相空间处于大致相同的区间，对(1)式中的变量进行比例变换，设

$$
\begin{aligned}
u_1 &= k_{j1}x_1,\\
u_2 &= k_{j2}x_2,\\
&\vdots\\
u_m &= k_{jm}x_m,
\end{aligned}
\tag{2}
$$

可得

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= k_{j1}f_{j1}\left(\frac{x_1}{k_{j1}}, \frac{x_2}{k_{j2}}, \cdots, \frac{x_m}{k_{jm}}\right),\\
\dot{x}_2 &= k_{j2}f_{j2}\left(\frac{x_1}{k_{j1}}, \frac{x_2}{k_{j2}}, \cdots, \frac{x_m}{k_{jm}}\right),\\
&\vdots\\
\dot{x}_m &= k_{jm}f_{jm}\left(\frac{x_1}{k_{j1}}, \frac{x_2}{k_{j2}}, \cdots, \frac{x_m}{k_{jm}}\right).
\end{aligned}
\tag{3}
$$

步骤3 选择合适的坐标平移L_j，使得相邻的混沌吸引子之间具有公共的连通域.

步骤4 基于切换控制方法对N个混沌吸引子进行复合，得到复合系统的状态方程为

$$
\begin{pmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\\ \vdots\\ \dot{x}_m\end{pmatrix}
=
\begin{bmatrix}
k_{11}f_{11}\left(\frac{x_1}{k_{j1}}, \frac{x_2}{k_{j2}}, \cdots, \frac{x_m}{k_{jm}}\right) & k_{21}f_{21}\left(\frac{x_1}{k_{j1}}, \frac{x_2}{k_{j2}}, \cdots, \frac{x_m}{k_{jm}}\right) & \cdots & k_{N1}f_{N1}\left(\frac{x_1}{k_{j1}}, \frac{x_2}{k_{j2}}, \cdots, \frac{x_m}{k_{jm}}\right)\\
k_{12}f_{12}\left(\frac{x_1}{k_{j1}}, \frac{x_2}{k_{j2}}, \cdots, \frac{x_m}{k_{jm}}\right) & k_{22}f_{22}\left(\frac{x_1}{k_{j1}}, \frac{x_2}{k_{j2}}, \cdots, \frac{x_m}{k_{jm}}\right) & \cdots & k_{N2}f_{N2}\left(\frac{x_1}{k_{j1}}, \frac{x_2}{k_{j2}}, \cdots, \frac{x_m}{k_{jm}}\right)\\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\
k_{1m}f_{1m}\left(\frac{x_1}{k_{j1}}, \frac{x_2}{k_{j2}}, \cdots, \frac{x_m}{k_{jm}}\right) & k_{2m}f_{2m}\left(\frac{x_1}{k_{j1}}, \frac{x_2}{k_{j2}}, \cdots, \frac{x_m}{k_{jm}}\right) & \cdots & k_{Nm}f_{Nm}\left(\frac{x_1}{k_{j1}}, \frac{x_2}{k_{j2}}, \cdots, \frac{x_m}{k_{jm}}\right)
\end{bmatrix}
\times
\begin{pmatrix}S_1(x_2)\\ S_2(x_2)\\ \vdots\\ S_N(x_2)\end{pmatrix}.
\tag{4}
$$

2.2 复合两涡卷Jerk-Chua混沌吸引子

根据(1)—(4)式，在两系统的三维变量中均选取第二维变量为基准设计切换控制器，将两涡卷Jerk系统和两涡卷Chua系统复合，得到相应的复合两涡卷Jerk-Chua混沌吸引子的状态方程为

$$
\begin{aligned}
\dot{x} &= \frac{2}{3}(y - L_1)S_1(y) + 10\left[\frac{1}{6}(y - L_2) - \frac{1}{2}f(2x)\right]S_2(y),\\
\dot{y} &= \frac{1}{2}zS_1(y) + [6x - (y - L_2) + 3z]S_2(y),\\
\dot{z} &= [-3x - 2(y - L_1) - 0.6z + h(3x)]S_1(y)\\
&\quad + \left[-\frac{16}{3}(y - L_2)\right]S_2(y),
\end{aligned}
\tag{5}
$$

这里L_1为两涡卷Jerk系统在y方向的平移量，$L_1 = 0.6$; L_2为两涡卷Chua系统在y方向的平

移量, $L_2 = -0.4$; $f(x) = 0.3x - 0.15\mathrm{sgn}(x)$; $h(x) = \mathrm{sgn}(x)$. 值得注意的是, y 方向上各个系统的平移量并不是唯一的. (5) 式中 S_1 和 S_2 是切换控制器, 其数学表达式为

$$\begin{aligned} S_1(y) &= 0.5(1 + \mathrm{sgn}(y - 0.05)), \\ S_2(y) &= 0.5(1 - \mathrm{sgn}(y - 0.05)), \end{aligned} \tag{6}$$

式中常数也不是唯一的, 而且通过修改切换控制器可以控制混沌吸引子呈现的顺序. 设复合两涡卷 Jerk-Chua 混沌系统的初始值为 (0.3, 0.1, 0.1), 在 Matlab 中利用龙格-库塔法进行数值仿真得到复合系统的吸引子相图, 结果如图 1 所示. 从图 1 可以看出, 两涡卷 Jerk 系统和两涡卷 Chua 系统已复合, 得到了复合混沌吸引子, 同时验证了此混沌系统复合方法是正确的. 计算得到复合系统的最大 Lyapunov 指数为 2.2904, 表明复合系统处于混沌状态. 为了更好地验证复合系统的混沌特性, 计算以 $z = 0.05$ 为截面的 Poincaré 截面, 结果如图 2 所示. 从图 2 可以看出, Poincaré 截面上的点主要分布在四条并行的直线上, 进一步验证了复合系统处于混沌态.

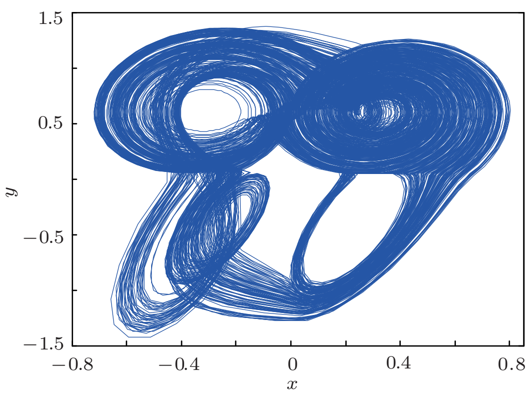

图 1　复合两涡卷 Jerk-Chua 混沌吸引子相图

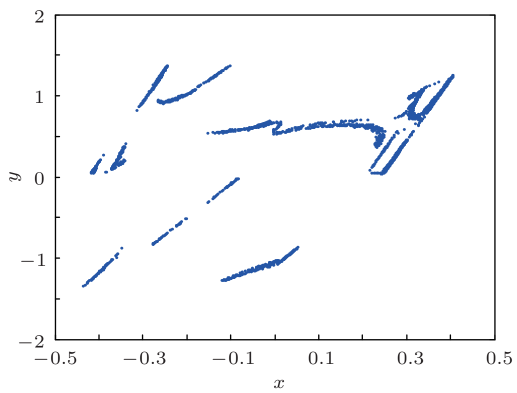

图 2　复合两涡卷 Jerk-Chua 混沌吸引子的 Poincaré 截面

2.3 复合多涡卷Jerk-Chua混沌吸引子

复合多涡卷 Jerk-Chua 混沌吸引子的状态方程与 (5) 式相同, 但 L_1 和 L_2 分别为多涡卷 Jerk 系统和多涡卷 Chua 系统在 y 方向的平移量,

$$\begin{aligned} L_1 &= 0.58, \quad L_2 = -0.55; \\ f(x) &= 0.3x - 0.15[\mathrm{sgn}(x) + \mathrm{sgn}(x-1) \\ &\quad + \mathrm{sgn}(x+1)]; \\ h(x) &= \mathrm{sgn}(x) + \mathrm{sgn}(x-2) + \mathrm{sgn}(x+2). \end{aligned}$$

复合多涡卷 Jerk-Chua 混沌吸引子的切换控制器和 (6) 式相同. 设复合多涡卷 Jerk-Chua 混沌系统的初始值为 (0.3, 0.1, 0.1), 在 Matlab 中利用龙格-库塔法进行数值仿真得到复合系统的吸引子相图, 结果如图 3 所示. 计算得到的复合多涡卷 Jerk-Chua 混沌吸引子的最大 Lyapunov 指数为 8.0909, 说明复合系统处于混沌状态. 计算以 $y = 0.5$ 为截面的 Poincaré 截面, 结果如图 4 所示. 从图 4 可以看出, Poincaré 截面上的点主要分布在四条线上, 这与吸引子相图 (图 3) 相一致, 同时也表明复合系统处于混沌状态.

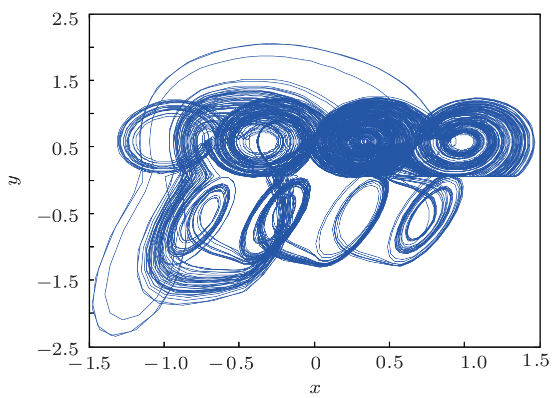

图 3　复合多涡卷 Jerk-Chua 混沌吸引子相图

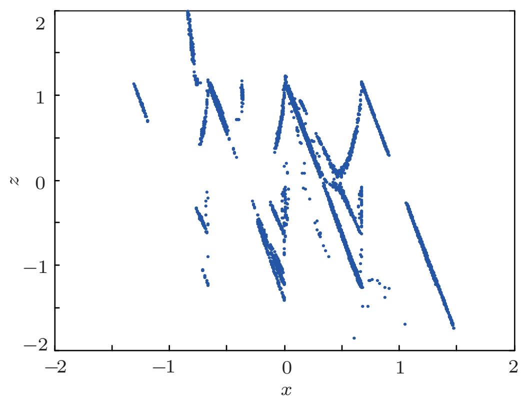

图 4　复合多涡卷 Jerk-Chua 混沌吸引子的 Poincaré 截面

3 复合多涡卷-多翅膀混沌吸引子

3.1 复合分段Lorenz-Jerk-Chua混沌吸引子

两翅膀分段Lorenz系统的状态方程为

$$\dot{x}=\frac{1}{2}(y-x),\quad \dot{y}=(2-z)\mathrm{sgn}(x),$$
$$\dot{z}=g(x)-\frac{1}{10}z. \tag{7}$$

根据本文提出的不同类型混沌吸引子的复合方法, 将系统的z变量与y变量互换, 得到分段Lorenz系统的状态方程为

$$\dot{x}=\frac{1}{2}(z-x),\quad \dot{y}=g(x)-\frac{1}{10}y,$$
$$\dot{z}=(2-y)\mathrm{sgn}(x). \tag{8}$$

图5所示为系统变量变换前后分段Lorenz系统的吸引子相图. 从图5可以看出, 变量变换后分段Lorenz系统还是两翅膀混沌系统, 并且变换后的分段Lorenz系统在状态变量y方向上处于同一变化区间, 且跨度一致.

根据(1)—(4)式, 将两翅膀分段Lorenz系统、两涡卷Jerk系统和两涡卷Chua系统复合, 得到相应的复合分段Lorenz-Jerk-Chua混沌系统方程为

$$\begin{aligned}\dot{x}=&\frac{1}{2}(z-x)S_1(y)+\frac{2}{3}(y-L_2)S_2(y)\\&+10\left[\frac{1}{6}(y-L_3)-\frac{1}{2}f(2x)\right]S_3(y),\\ \dot{y}=&\left[g(x)-\frac{1}{10}(y-L_1)\right]S_1(y)\\&+\frac{1}{2}zS_2(y)+[6x-(y-L_3)+3z]S_3(y),\\ \dot{z}=&[2-(y-L_1)]\mathrm{sgn}(x)S_1(y)\\&+[-3x-2(y-L_2)-0.6z\\&+h(3x)]S_2(y)+\left[-\frac{16}{3}(y-L_3)\right]S_3(y),\end{aligned} \tag{9}$$

式中, L_1, L_2和L_3分别为两翅膀分段Lorenz系统、两涡卷Jerk系统和两涡卷Chua系统在y方向上的平移量, $L_1=-0.5$, $L_2=0.58$, $L_3=-0.4$; $f(x)=0.3x-0.15\mathrm{sgn}(x)$; $h(x)=\mathrm{sgn}(x)$; $g(x)=|x|$. S_1, S_2, S_3是切换控制器, 其数学表达式为

$$\begin{aligned}S_1&=\frac{1}{2}[1+\mathrm{sgn}(x-1.2)],\\ S_2&=\frac{1}{2}[\mathrm{sgn}(x-0.05)-\mathrm{sgn}(x-1.2)],\\ S_3&=\frac{1}{2}[1-\mathrm{sgn}(x-0.05)].\end{aligned} \tag{10}$$

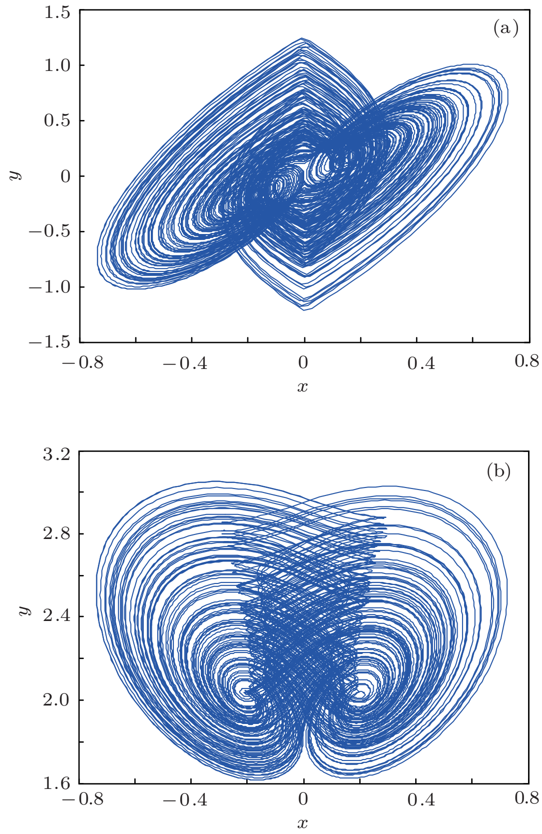

图5 系统变量变换前后分段Lorenz系统的混沌吸引子相图 (a) 变换前; (b) 变换后

设复合分段Lorenz-Jerk-Chua混沌系统初始值为(0.3, 0.1, 0.1), 在Matlab中利用龙格-库塔法进行数值仿真得到此复合系统的吸引子相图, 结果如图6所示. 从图6可以看出, 两翅膀分段Lorenz混沌系统与两涡卷混沌系统也能实现复合, 计算得到复合涡卷-翅膀系统的最大Lyapunov指数为1.5733, 表明复合系统处于混沌状态. 计算以$y=1.5$为截面的Poincaré 截面, 结果如图7所示. 从图7可以看出, Poincaré 截面上的点主要分布在两条线上, 这与吸引子相图(图6)相一致, 同时也表明复合系统处于混沌态.

3.2 复合多涡卷-多翅膀混沌吸引子

复合多翅膀Lorenz-多涡卷Jerk-多涡卷Chua混沌系统的状态方程与(9)式相同, 但

$$\begin{aligned}&L_1=-0.5,\quad L_2=0.58,\quad L_3=-0.55,\\ &f(x)=0.3x-0.15[\mathrm{sgn}(x)+\mathrm{sgn}(x-1)\\&\qquad+\mathrm{sgn}(x+1)],\\ &h(x)=\mathrm{sgn}(x)+\mathrm{sgn}(x-2)+\mathrm{sgn}(x+2),\end{aligned}$$

$$g(x) = 0.6|x| - \frac{43}{206}\left[2 + \operatorname{sgn}\left(x - \frac{43}{60}\right) - \operatorname{sgn}\left(x + \frac{43}{60}\right)\right],$$

此复合系统切换控制器的数学表达式与(10)式相同. 设复合多翅膀Lorenz-多涡卷Jerk-多涡卷Chua系统初始值为(0.3, 0.1, 0.1), 在Matlab中利用龙格-库塔法进行数值仿真得到复合系统的吸引子相图, 结果如图8所示. 计算得到复合多涡卷-多翅膀混沌吸引子的最大Lyapunov指数为14.6743, 表明复合系统处于混沌状态. 计算以$y = 1.5$为截面的Poincaré 截面, 结果如图9所示. 从图9可以看出, Poincaré 截面上的点主要分布在四条线上, 这与吸引子相图(图8)相一致, 同时也验证了复合系统处于混沌状态.

综上所述可知, 对于不同类型的混沌吸引子, 只要设计合理就能将其复合成一个混沌系统.

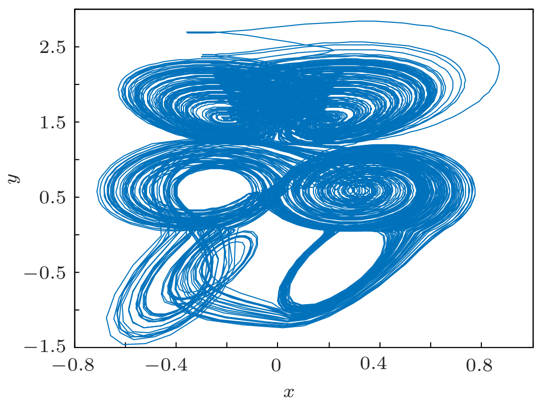

图6 复合分段Lorenz-Jerk-Chua混沌吸引子相图

3.3 复合前后混沌系统最大Lyapunov指数的比较

计算得到各混沌系统的最大Lyapunov指数, 结果列于表1. 由表1可知, 系统复合后最大Lyapunov指数都有明显的增加, 表明系统行为更加复杂. 而且复合多涡卷Jerk-Chua混沌系统的最大Lyapunov指数大于复合两涡卷Jerk-Chua混沌系统的最大Lyapunov指数, 复合多涡卷-多翅膀混沌系统的最大Lyapunov指数大于复合分段Lorenz-Jerk-Chua混沌系统的最大Lyapunov指数, 这表明通过复合操作可以提高混沌吸引子的复杂性.

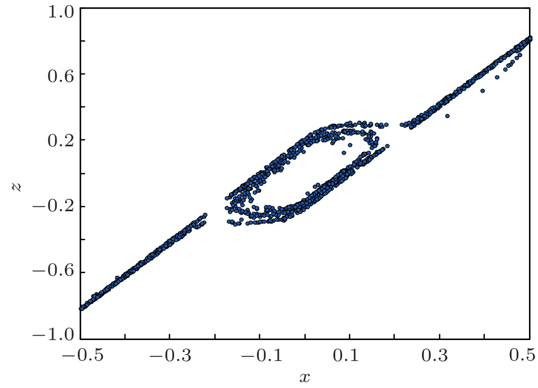

图7 复合分段Lorenz-Jerk-Chua混沌吸引子的Poincaré 截面

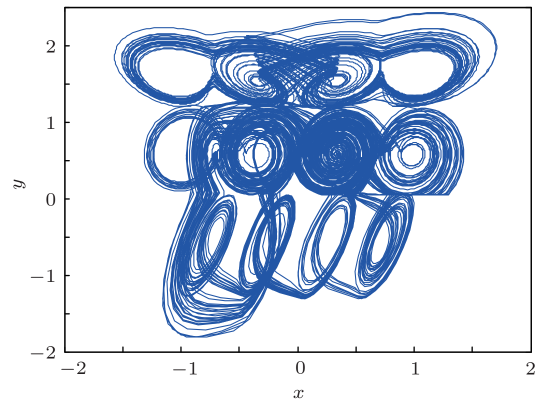

图8 复合多翅膀Lorenz-多涡卷Jerk-多涡卷Chua混沌吸引子相图

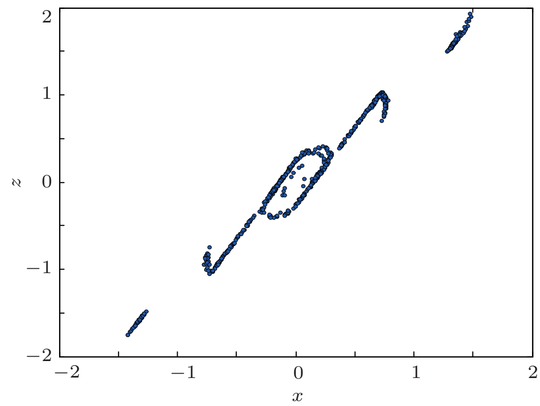

图9 复合多翅膀Lorenz-多涡卷Jerk-多涡卷Chua混沌吸引子的Poincaré 截面

表1 不同混沌系统的最大Lyapunov指数的比较

混沌系统	最大Lyapunov指数
Jerk	0.1187
Chua	0.3229
分段Lorenz	0.1149
复合两涡卷Jerk-Chua	2.2904
复合多涡卷Jerk-Chua	8.0909
复合分段Lorenz-Jerk-Chua	1.5733
复合多涡卷-多翅膀	14.6743

4　复合多涡卷-多翅膀混沌吸引子的电路设计与仿真

在Multisim软件中, 采用模块化方法设计了复合多涡卷-多翅膀混沌系统的电路. 根据(9)和(10)式进行电路设计, 电路结构框图如图10所示, 电路由中间变量模块、切换控制模块和主电路模块组成. 采用TL082型运算放大器得到的电路设计图如图11所示, 因版面有限, 只给出了主电路的设计电路. 这里变量u_1, v_1, w_1是实现(9)式第一个方程的中间变量; u_2, v_2, w_2是实现(9)式第二个方程的中间变量; u_3, v_3, w_3是实现(9)式第三个方程的中间变量. (u_1, v_1, w_1), (u_2, v_2, w_2)和(u_3, v_3, w_3)实现的电路设计分别对应于模块x_2, x_3和x_4. 模块x_1, x_8和x_9分别对应于多涡卷Jerk系统、多涡卷Chua系统和多翅膀Lorenz系统的非线性项. 模块x_5, x_6和 x_7分别对应切换控制器S_1, S_2和S_3. 此复合多涡卷-多翅膀混沌系统电路的状态方程为

$$
\begin{aligned}
\dot{x} ={}& \frac{1}{R_1C_1}\bigg\{\left(\frac{R_4}{R_5}z-\frac{R_4}{R_6}x\right)S_1(y)\\
&+\left(\frac{R_7}{R_8}y-\frac{R_7}{R_9}L_2\right)S_2(y)\\
&+\left(\frac{R_{10}}{R_{11}}y-\frac{R_{10}}{R_{12}}L_3-\frac{R_{10}}{R_{13}}f(2x)\right)S_3(y)\bigg\},\\
\dot{y} ={}& \frac{1}{R_2C_2}\bigg\{\left[\frac{R_{14}}{R_{15}}g(x)-\frac{R_{16}}{R_{17}}(y-L_1)\right]\\
&\times S_1(y)+\frac{R_{18}}{R_{19}}zS_2(y)\\
&+\left[\frac{R_{20}}{R_{21}}x-\frac{R_{22}}{R_{23}}(y-L_3)+\frac{R_{24}}{R_{25}}z\right]S_3(y)\bigg\},\\
\dot{z} ={}& \frac{1}{R_3C_3}\bigg\{\left[2-\frac{R_{26}}{R_{27}}(y-L_1)\right]\mathrm{sgn}(x)S_1(y)\\
&+\bigg[-\frac{R_{28}}{R_{29}}x-\frac{R_{30}}{R_{31}}(y-L_2)\\
&-\frac{R_{32}}{R_{33}}z+h(3x)\bigg]S_2(y)\\
&+\left[-\frac{R_{34}}{R_{35}}(y-L_3)\right]S_3(y)\bigg\}.
\end{aligned}
\tag{11}
$$

设图11中电容$C_1=C_2=C_3=10$ μF, 对比(9)式可得电阻

$$
\begin{aligned}
& R_1=R_2=R_3=100\ \mathrm{k\Omega},\quad R_4=1\ \mathrm{k\Omega},\\
& R_5=R_6=R_7=2\ \mathrm{k\Omega},\\
& R_8=R_9=3\ \mathrm{k\Omega},\quad R_{10}=10\ \mathrm{k\Omega},\\
& R_{11}=R_{12}=6\ \mathrm{k\Omega},\quad R_{13}=2\ \mathrm{k\Omega},\\
& R_{14}=R_{15}=10\ \mathrm{k\Omega},\\
& R_{16}=1\ \mathrm{k\Omega},\quad R_{17}=10\ \mathrm{k\Omega},\\
& R_{18}=1\ \mathrm{k\Omega},\quad R_{19}=2\ \mathrm{k\Omega},\\
& R_{20}=60\ \mathrm{k\Omega},\quad R_{21}=10\ \mathrm{k\Omega},\\
& R_{22}=R_{23}=10\ \mathrm{k\Omega},\\
& R_{24}=60\ \mathrm{k\Omega},\quad R_{25}=20\ \mathrm{k\Omega},\\
& R_{26}=R_{27}=10\ \mathrm{k\Omega},\\
& R_{28}=3\ \mathrm{k\Omega},\quad R_{29}=1\ \mathrm{k\Omega},\\
& R_{30}=2\ \mathrm{k\Omega},\quad R_{31}=1\ \mathrm{k\Omega},\\
& R_{32}=6\ \mathrm{k\Omega},\quad R_{33}=10\ \mathrm{k\Omega},\\
& R_{34}=16\ \mathrm{k\Omega}, R_{35}=3\ \mathrm{k\Omega}.
\end{aligned}
$$

对图11所示电路进行仿真, 结果如图12 所示. 对比图8和图12可知, 电路仿真结果与数值仿真结果相一致.

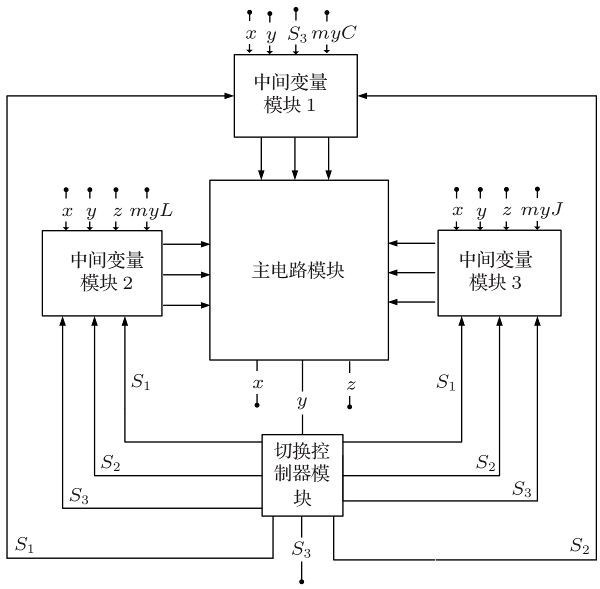

图 10　复合多涡卷-多翅膀系统的电路结构框图

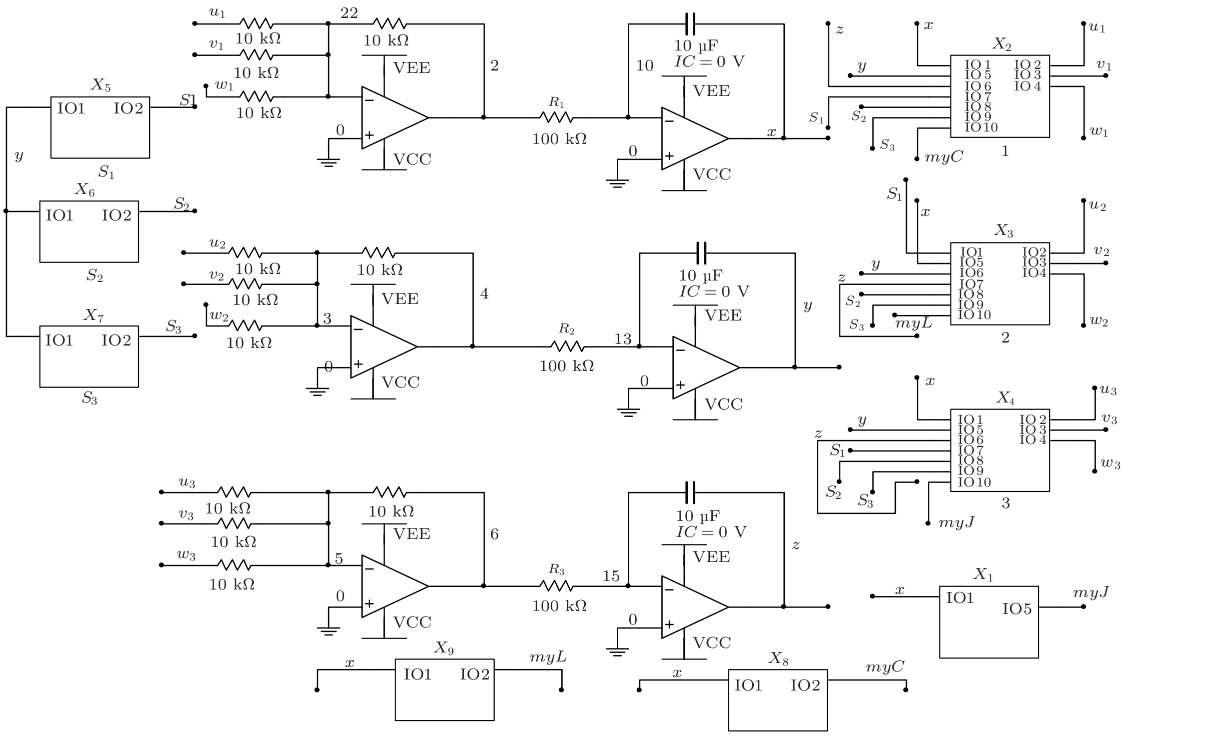

图 11 复合多涡卷-多翅膀混沌吸引子的主电路图

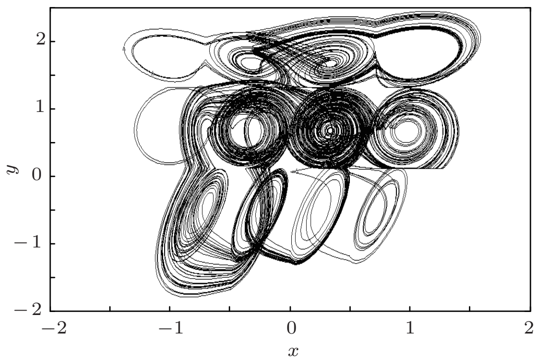

图 12 复合多涡卷-多翅膀混沌吸引子的电路仿真结果

5 结 论

本文对不同类型混沌系统的复合方法、复合系统的数值仿真、复合系统的动力学分析以及复合系统的电路设计进行了研究, 通过设计合适的切换控制器, 分别得到了两涡卷Jerk混沌系统与两涡卷Chua混沌系统的复合吸引子, 多涡卷Jerk混沌系统与多涡卷Chua混沌系统的复合吸引子, 两涡卷Jerk混沌系统、两涡卷Chua混沌系统与两翅膀分段Lorenz混沌系统的复合吸引子, 多涡卷Jerk混沌系统、多涡卷Chua混沌系统与多翅膀分段Lorenz混沌系统的复合吸引子. 研究表明: 通过设计合适的切换控制器, 不同类型的混沌吸引子可以复合成一个混沌吸引子. 比较复合前后混沌系统的最大Lyapunov指数发现, 复合后混沌系统的最大Lyapunov指数增大, 复合多涡卷-多翅膀混沌吸引子的最大Lyapunov指数大于普通涡卷混沌吸引子和普通翅膀混沌吸引子的最大Lyapunov指数, 复合后混沌吸引子在相空间中呈现更复杂的动力学行为, 说明系统的复杂性增加, 有利于提高混沌应用系统的安全性. 采用模块化设计实现了复合混沌吸引子电路, 证明了复合吸引子的物理可实现性.

参考文献

[1] Lorenz E N 1963 *J. Atmos. Sci.* **20** 130

[2] Yu S M, Lü J H 2012 *Circuits Syst.* **59** 1015

[3] Kais B, Abdessattar C, Ahmed T 2011 *Chaos Solitions Fract.* **44** 79

[4] Lü J H, Yu X H, Chen G R 2003 *Circuits Syst.* **50** 198

[5] Zhou X, Wang C H, Guo X R 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 200506 (in Chinese)[周欣, 王春华, 郭小蓉 2012 物理学报 **61** 200506]

[6] Yu S M 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1500 (in Chinese)[禹思敏 2005 物理学报 **54** 1500]

[7] Liu M H, Yu S M 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5707 (in Chinese)[刘明华, 禹思敏 2006 物理学报 **55** 5707]

[8] Zhang C X, Yu S M 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 120 (in Chinese)[张朝霞, 禹思敏 2009 物理学报 **58** 120]

[9] Wang F Q, Liu C X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1983 (in Chinese)[王发强, 刘崇新 2007 物理学报 **56** 1983]

[10] Chen L, Peng H J, Wang D S 2008 *Acta Phy. Sin.* **57** 3337 (in Chinese)[谌龙, 彭海军, 王德石 2008 物理学报 **57** 3337]

[11] Bao B C, Xu Q, Xu Y M, Wang X F 2011 *J. Circuits Syst.* **16** 69 (in Chinese)[包伯成, 徐强, 徐煜明, 汪小锋 2011 电路与系统学报 **16** 69]

[12] Mustafa T, Hidayet O 2010 *Expert Syst. Appl.* **37** 8667

[13] Yu S M, Lü J H, Chen G R 2007 *Phys. Lett. A* **364** 244

[14] Sanchez-Lopez C 2011 *Appl. Math. Comput.* **217** 4350

[15] Xu F, Yu P 2010 *J. Math. Anal. Appl.* **362** 252

[16] Li G L, Chen X Y 2009 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **14** 194

[17] Liu C X, Yi J, Xi X C, An L M, Qian Y, Fu Y Q 2012 *Proc. Eng.* **29** 957

[18] Zhang C X, Yu S M 2012 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **22** 1250120

Compound attractors between different chaotic systems*

Ai Xing-Xing[1)] Sun Ke-Hui[1)2)†] He Shao-Bo[1)]

1) (*School of Physics and Electronics, Central South University, Changsha 410083, China*)

2) (*School of Physics Science and Technology, Xinjiang University, Urumqi 830046, China*)

(Received 9 October 2013; revised manuscript received 4 November 2013)

Abstract

To obtain compound attractors between different chaotic systems, based on theoretical analysis, numerical simulation, and circuit simulation methods, compound attractors between different 2-scroll systems, between different multi-scroll chaotic systems, between 2-scroll system and 2-wing system and between multi-scroll system and multi-wing system, are designed via switching control. Dynamical characteristics of the system are analyzed by observing the attractor phase diagram, the largest Lyapunov exponent and the Poincaré section. A circuit for a compound multiple scroll-multiple wing chaotic attractor is designed and simulated. Numerical simulation and circuit simulation are consistent with each other. It shows that the method of obtaining compound attractors between different chaotic systems via switching control is correct.

Keywords: multi-scroll attractor, multi-wing attractor, switching control, circuit design

PACS: 05.45.Ac, 05.45.Gg **DOI:** 10.7498/aps.63.040503

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61161006, 61073187).

† Corresponding author. E-mail: kehui@csu.edu.cn