

正弦波导高频特性分析*

谢文球^{1)2)†} 王自成¹⁾ 罗积润¹⁾ 刘青伦¹⁾

1) (中国科学院电子学研究所, 北京 100190)

2) (中国科学院大学, 北京 100049)

(2013年9月13日收到; 2013年10月10日收到修改稿)

对一种全金属慢波系统——正弦波导的高频特性进行了理论分析. 在用一系列相连矩形阶梯逼近余弦槽的基础上, 对慢波结构进行了合理的区域划分, 获得了各区域的场表达式. 考虑槽区的高次驻波项, 采用场匹配和导纳匹配相结合的方法, 导出色散方程和耦合阻抗表达式. 以应用于 220 GHz 行波管的正弦波导为例进行高频特性的数值求解, 理论计算值与全三维电磁软件 CST-MWS 的仿真值符合良好. 在此基础上, 详细分析了尺寸参数变化对正弦波导高频特性的影响.

关键词: 慢波结构, 高频特性, 正弦波导, 场匹配

PACS: 41.20.Jb, 42.25.Gy

DOI: 10.7498/aps.63.044101

1 引言

目前, 电真空器件正向高频率、宽频带、大功率、高效率、高可靠性和小型化等方向发展, 在毫米波和太赫兹波的频谱开发中发挥着重要作用^[1-3]. 行波管作为一种经典的真空电子器件, 是较有潜力的毫米波和太赫兹波辐射源, 受到了研究者的广泛关注^[1-8]. 慢波结构极大地影响着行波管的性能, 是器件的核心部件. 随着工作频段提高, 传统慢波结构遇到了加工难度大、传输损耗大以及反射强等难题^[1-3]. 在寻求解决方案的过程中, 文献[8]提出了一种全金属慢波结构: 正弦波导. 如图 1 所示, 它是以常规矩形波导的轴心为中心线, 沿波导 E 面法线方向周期性上下起伏而成. 从 H 面上看, 起伏曲线为正弦曲线, 因此称其为正弦波导. 研究者利用电磁仿真软件从慢波特性和射频传输特性、注波相互作用特性三个方面对正弦波导进行了深入研究, 并开展了 W 波段正弦波导的加工及测试^[8-11]. 研究结果表明正弦波导具有以下优点: 传输损耗小、反射小, 电磁传输特性优于一般的金属慢波结构;

配合带状注能产生宽频带大功率电磁波; 加工较方便. 因此, 正弦波导是一种较有潜力的全金属高频慢波结构.

除了电磁软件仿真和实验测量, 理论分析也是研究慢波结构的一个重要手段. 在分析慢波结构的高频特性, 优化几何参数时, 相较于电磁软件仿真, 理论数值计算的效率要高得多. 此外, 正确的电磁传波理论是建立线性和非线性注波相互作用理论的基础. 目前还未有正弦波导的场论分析的相关报道, 因此, 开展这方面的工作具有实际意义. 本文分析了正弦波导的几何特点, 认为与处理交错双栅类似, 也可将其划分为槽区(沿着纵向没有功率流传输)和相互作用区(沿着纵向可以有功率流传输)^[12]. 但由于正弦波导的槽不是矩形, 不能直接给出槽中的场表达式. 由文献[13-15]可知, 对于非矩形槽, 可将其用一系列相连矩形阶梯系列代替, 认为每一个阶梯中沿开口方向场是均匀分布的, 即“单模近似(SMA)”. 本文借鉴了这一方法, 采用 N 个阶梯矩形逼近正弦波导的余弦形槽, 但鉴于“单模近似”具有一定局限性^[16], 本文保留了槽区内的高次谐波项, 利用等效电压的概念, 给出了空间谐波的平均

* 国家自然科学基金(批准号: 61172016)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: xiewenqiu11@mails.ucas.ac.cn

导纳公式; 再利用相邻阶梯在交接面处的导纳连续条件, 导出了相邻阶梯场幅值系数的关系; 最后, 结合相互作用区和槽区的场连续性条件, 获得了包含高次谐波项的正弦波导的色散方程和耦合阻抗表达式. 利用 Matlab 编程进行数值求解, 高频特性的理论计算结果与全三维电磁仿真软件 CST-MWS 的仿真结果符合良好. 在此基础上, 分析了尺寸参数变化对正弦波导高频特性的影响.

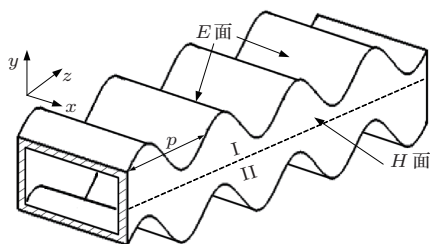


图1 正弦波导三维结构示意图

2 正弦波导中的电磁场描述

正弦波导如图2所示, 这种慢波结构可以分为三个区域: 带状电子注通道区 I ($-g < y < g$), 余弦形槽区 II ($g < y < g+h$) 和余弦形槽区 III ($-g-h < y < -g$), 其中, p 代表慢波周期也表示槽口跨度, h 代表槽深, $2g$ 为电子注通道高度, s 为槽区 II 和槽区 III 之间的纵向错位, a 为矩形波导宽度. 由图2可知, 在正弦波导中始终有 $s = 0.5p$.

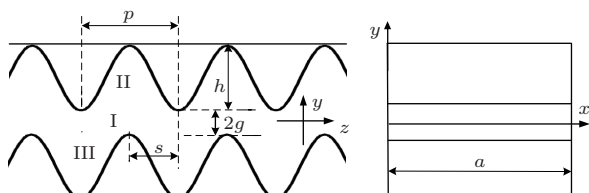


图2 正弦波导示意图及尺寸参数

在正弦波导中建立场表达式时适合采用直角坐标系. 这种通过在矩形波导的上下宽边周期放置金属障碍物得到的结构所支持的电磁模式是相对于 x 方向的横电模, 即 TE_x 模, $E_x = 0$ [12]. 考虑具有因子 $e^{j\omega t}$ 的时谐场, 该因子对各个场分量是一致的, 可将其略去. 推导过程中, 先根据各区域的相应边界条件写出磁场分量 H_x 的表达式, 再由 H_x 出发, 根据麦克斯韦方程组获得完整的电磁场描述. 为简单起见, 文中只给出匹配所需的 H_x 与 E_z 的表达式.

带状电子注通道区 I, 考虑 z 方向的周期性, 根据 Floquet 定理, 将场展开为无限项空间谐波之和的形式. I 区中的电磁场具体为

$$\begin{aligned}
 H_x^I &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [A_n F(\nu_n y) + B_n G(\nu_n y)] \\
 &\times e^{-j\beta_n z} \sin(k_x x), \\
 E_z^I &= \frac{j\omega\mu_0}{k^2 - k_x^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_n [A_n F'(\nu_n y) \\
 &+ B_n G'(\nu_n y)] e^{-j\beta_n z} \sin(k_x x), \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中, ω 是角频率, μ_0 为真空中的磁导率, $k = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ 表示真空中的传播常数, ϵ_0 表示真空中的介电常数; k_x, ν_n, β_n 分别表示第 n 次空间谐波在 x, y, z 方向上的传播常数: $k_x = \frac{l\pi}{a}$ ($l = 1, 2, 3, \dots$), $\beta_n = \beta_0 + \frac{2n\pi}{p}$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$), β_0 表示基波的 z 向传播常数, 当 $k^2 - (\beta_n^2 + k_x^2) > 0$ 时, $\nu_n = \sqrt{k^2 - (\beta_n^2 + k_x^2)}$, $F(\nu_n y) = \sin(\nu_n y)$, $F'(\nu_n y) = \cos(\nu_n y)$, $G(\nu_n y) = \cos(\nu_n y)$, $G'(\nu_n y) = -\sin(\nu_n y)$; 当 $k^2 - (\beta_n^2 + k_x^2) < 0$ 时, $\nu_n = \sqrt{\beta_n^2 + k_x^2 - k^2}$, $F(\nu_n y) = \sinh(\nu_n y)$, $F'(\nu_n y) = \cosh(\nu_n y)$, $G(\nu_n y) = \cosh(\nu_n y)$, $G'(\nu_n y) = \sinh(\nu_n y)$.

处理余弦形槽区 II 时, 采用 N 个均匀高度的阶梯矩形逼近余弦形槽, 如图3所示, 其中, d_n, y_n, z_n 分别表示阶梯宽度, 阶梯在 y 向的终端坐标、 z 向的始端坐标, 有

$$\begin{aligned}
 y_n &= g + h \frac{n}{N}, \quad z_n = \frac{p}{2\pi} \arccos\left(1 - \frac{2(n-1)}{N}\right), \\
 d_n &= p - \frac{p}{\pi} \arccos\left(1 - \frac{2(n-1)}{N}\right).
 \end{aligned}$$

由图3可以看出, 当 N 取值足够大时, 这种逼近的精确度足够高.

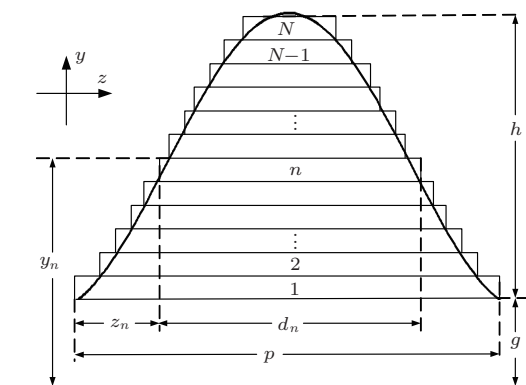


图3 N 个矩形阶梯逼近余弦形槽示意图

槽区 II 中, 认为任意阶梯内的场是 z 方向的驻波场, 满足 $E_{y,n}^{\text{II}}|_{z=z_n, z=z_n+d_n} = 0$. 考虑槽区内的高次空间驻波项, 将场表示为本征驻波函数的线性组合, 第 n 个矩形阶梯内的场表达式:

$$\begin{aligned} H_{x,n}^{\text{II}} &= \sum_{m=0}^{\infty} [a_{m,n} F(l_{m,n}y) + b_{m,n} G(l_{m,n}y)] \\ &\quad \times \cos[k_{z,m,n}(z - z_n)] \sin(k_x x), \\ E_{z,n}^{\text{II}} &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{j\omega\mu_0 l_{m,n}}{k^2 - k_x^2} [a_{m,n} F'(l_{m,n}y) \\ &\quad + b_{m,n} G'(l_{m,n}y)] \\ &\quad \times \cos[k_{z,m,n}(z - z_n)] \sin(k_x x), \end{aligned} \quad (2)$$

这里, $k_x, l_{n,m}, k_{z,n,m}$ 分别表示第 m 次空间驻波在 x, y, z 方向上的传播常数: $k_x = \frac{l\pi}{a} (l = 1, 2, 3, \dots)$, $k_{z,n,m} = \frac{m\pi}{d_n}$. 当 $k^2 - (k_{z,m,n})^2 - k_x^2 > 0$ 时, $l_{m,n} = \sqrt{k^2 - (k_{z,m,n})^2 - k_x^2}$, $F(l_{m,n}y) = \sin(l_{m,n}y)$, $F'(l_{m,n}y) = \cos(l_{m,n}y)$, $G(l_{m,n}y) = \cos(l_{m,n}y)$, $G'(l_{m,n}y) = -\sin(l_{m,n}y)$; 当 $k^2 - (k_{z,m,n})^2 - k_x^2 < 0$ 时, $l_{m,n} = \sqrt{(k_{z,m,n})^2 + k_x^2 - k^2}$, $F(l_{m,n}y) = \sinh(l_{m,n}y)$, $F'(l_{m,n}y) = \cosh(l_{m,n}y)$, $G(l_{m,n}y) = \cosh(l_{m,n}y)$, $G'(l_{m,n}y) = \sinh(l_{m,n}y)$.

槽区 III 内的电磁场与槽区 II 的类似, 采用同样的方法处理槽区 III, 可得该区第 n 个矩形阶梯内的场表达式:

$$\begin{aligned} H_{x,n}^{\text{III}} &= \sum_{m=0}^{\infty} [c_{m,n} F(l_{m,n}y) + d_{m,n} G(l_{m,n}y)] \\ &\quad \times \cos[k_{z,m,n}(z - z_n - s)] \sin(k_x x), \\ E_{z,n}^{\text{III}} &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{j\omega\mu_0 l_{m,n}}{k^2 - k_x^2} [c_{m,n} F'(l_{m,n}y) \\ &\quad + d_{m,n} G'(l_{m,n}y)] \\ &\quad \times \cos[k_{z,m,n}(z - z_n - s)] \sin(k_x x), \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $k_x, l_{n,m}, k_{z,n,m}, F(l_{m,n}y), G(l_{m,n}y)$ 的含义与区域 II 中的相同.

3 正弦波导的色散方程

将正弦波导分为 3 个区域, 根据区域特点将其中的电磁场描述成相应特征函数的线性组合后, 接下来使用场匹配法找出区域组合系数间的关系, 由此得到色散方程.

I 区与 II 区交界面 $y = g$ 处的场匹配条件为

$$\begin{aligned} H_x^{\text{I}} &= H_{x,1}^{\text{II}}, \\ E_z^{\text{I}} &= E_{z,1}^{\text{II}}, \\ (y = g, 0 < z < p), \end{aligned} \quad (4)$$

将 (1) 和 (2) 式中相应的场表达式代入 (4) 式得

$$\begin{aligned} &\sum_{n=-\infty}^{\infty} [a_n F(\nu_n g) + b_n G(\nu_n g)] e^{-j\beta_n z} \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} [a_{m,1} F(l_{m,1}g) \\ &\quad + b_{m,1} G(l_{m,1}g)] \cos\left(\frac{m\pi z}{p}\right), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} &\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{j\omega\mu_0 \nu_n}{k^2 - k_x^2} [a_n F'(\nu_n g) + b_n G'(\nu_n g)] e^{-j\beta_n z} \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{j\omega\mu_0 l_{m,1}}{k^2 - k_x^2} \cdot [a_{m,1} F'(l_{m,1}g) \\ &\quad + b_{m,1} G'(l_{m,1}g)] \cos\left(\frac{m\pi z}{p}\right). \end{aligned} \quad (6)$$

(5) 和 (6) 式两边分别乘以 $\cos\left(\frac{m\pi z}{p}\right), e^{j\beta_n z}$, 并在 $0-p$ 范围内积分得:

$$\begin{aligned} &\sum_{n=-\infty}^{\infty} [a_n F(\nu_n g) + b_n G(\nu_n g)] R\left(-\beta_n, \frac{m\pi}{p}\right) \\ &= a_{m,1} \frac{1 + \delta_{0m}}{2} p \left[F(l_{m,1}g) + \frac{b_{m,1}}{a_{m,1}} G(l_{m,1}g) \right], \quad (7) \\ &\quad p \nu_{n'} [a_{n'} F'(\nu_{n'} g) + b_{n'} G'(\nu_{n'} g)] \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} a_{m,1} l_{m,1} \left[F'(l_{m,1}g) + \frac{b_{m,1}}{a_{m,1}} G(l_{m,1}g) \right] \\ &\quad \times R\left(\beta_{n'}, \frac{m\pi}{p}\right), \end{aligned} \quad (8)$$

这里,

$$R\left(\pm\beta_n, \frac{m\pi}{p}\right) = \int_0^p \cos\left(\frac{m\pi z}{p}\right) e^{\pm j\beta_n z} dz = \begin{cases} \pm j\beta_n \frac{1 - e^{\pm j\beta_n p} (-1)^m}{\beta_n^2 - \left(\frac{m\pi}{p}\right)^2} & \left(\beta_n \neq \pm \frac{m\pi}{p}\right) \\ \frac{(1 + \delta_{0m})p}{2} & \left(\beta_n = \pm \frac{m\pi}{p}\right) \end{cases}. \quad (9)$$

将(8)式代入(7)式可得

$$p^2 v_{n'} [a_{n'} F'_{n'}(g) + b_{n'} G'_{n'}(g)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} [a_n F_n(g) + b_n G_n(g)] \times \frac{2l_{m,1} [F'_{m,1}(g) + G'_{m,1}(g)]}{(1 + \delta_{0m}) [F_{m,1}(g) + b_{m,1} a_{m,1} G_{m,1}(g)]} R\left(-\beta_n, \frac{m\pi}{p}\right) R\left(\beta_{n'}, \frac{m\pi}{p}\right). \quad (10)$$

I区与III区交界面 $y = -g$ 处的场匹配条件为

$$H_x^I = H_{x,1}^{\text{III}}, \quad E_z^I = E_{z,1}^{\text{III}} \quad (y = -g, s < z < p + s). \quad (11)$$

同样的方法处理该场匹配条件可得

$$p^2 v_{n'} [a_{n'} F'_{n'}(g) - b_{n'} G'_{n'}(g)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} e^{j(\beta_{n'} - \beta_n)s} [-a_n F_n(g) + b_n G_n(g)] \times \frac{2l_{m,1} [F'_{m,1}(g) - d_{m,1}/c_{m,1} G'_{m,1}(g)]}{(1 + \delta_{0m}) [-F_{m,1}(g) + d_{m,1}/c_{m,1} G_{m,1}(g)]} R\left(\beta_{n'}, \frac{m\pi}{d}\right) R\left(-\beta_n, \frac{m\pi}{d}\right). \quad (12)$$

由(10)和(12)式可知, 必须知道 $b_{m,1}/a_{m,1}$ 和 $d_{m,1}/c_{m,1}$ 才能获得关于 a_n 和 b_n 的线性方程组. 在 $y = g + h$ 处有边界条件 $E_{z,n}^{\text{II}}|_{y=g+h} = 0$, 则该边界条件得到 $\frac{b_{m,N}}{a_{m,N}} = -\frac{F'[l_{m,N}(g+h)]}{G'[l_{m,N}(g+h)]}$, 同理根据 $y = -(g+h)$ 处的边界条件 $E_{z,n}^{\text{III}}|_{y=-(g+h)} = 0$ 得到 $\frac{d_{m,N}}{c_{m,N}} = \frac{F'[l_{m,N}(g+h)]}{G'[l_{m,N}(g+h)]}$. 可分别由 $b_{m,N}/a_{m,N}$, $d_{m,1}/c_{m,1}$ 经过递推关系得到 $b_{m,1}/a_{m,1}$ 和 $d_{m,1}/c_{m,1}$, 从而进一步获得色散方程, 具体的推导过程见附录.

求得 $b_{m,1}/a_{m,1}$ 和 $d_{m,1}/c_{m,1}$ 后, 将方程组(10)和方程组(11)联立, 并写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}, \mathbf{N} \\ \mathbf{P}, \mathbf{Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \end{bmatrix} = 0, \quad (13)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= (\cdots, a_{-n}, \cdots, a_{-1}, a_0, a_1, \cdots, a_n, \cdots)^T, \quad \mathbf{B} = (\cdots, b_{-n}, \cdots, b_{-1}, b_0, b_1, \cdots, b_n, \cdots)^T, \\ \mathbf{M}_{n,n'} &= \delta_{n'n} p^2 \nu_{n'} F'(\nu_{n'} g) - F(\nu_n g) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{1 + \delta_{0m}} \frac{l_{m,1} [F'(l_{m,1} g) + b_{m,1} a_{m,1} G'(l_{m,1} g)]}{[F(l_{m,1} g) + b_{m,1} a_{m,1} G(l_{m,1} g)]} \\ &\quad \times R\left(\beta_{n'}, \frac{m\pi}{p}\right) R\left(-\beta_n, \frac{m\pi}{p}\right), \\ \mathbf{N}_{n,n'} &= \delta_{n'n} p^2 \nu_{n'} G'(\nu_{n'} g) - G(\nu_n g) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{1 + \delta_{0m}} \frac{l_{m,1} [F'(l_{m,1} g) + (b_{m,1}/a_{m,1}) G'(l_{m,1} g)]}{[F(l_{m,1} g) + (b_{m,1}/a_{m,1}) G(l_{m,1} g)]} \\ &\quad \times R\left(\beta_{n'}, \frac{m\pi}{p}\right) R\left(-\beta_n, \frac{m\pi}{p}\right), \\ \mathbf{P}_{n,n'} &= \delta_{n'n} p^2 \nu_{n'} F'(\nu_{n'} g) + F_n(\nu_n g) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{1 + \delta_{0m}} \frac{l_{m,1} [F'(l_{m,1} g) - (d_{m,1}/c_{m,1}) G'(l_{m,1} g)]}{[-F(l_{m,1} g) + (d_{m,1}/c_{m,1}) G(l_{m,1} g)]} \\ &\quad \times R\left(\beta_{n'}, \frac{m\pi}{p}\right) R\left(-\beta_n, \frac{m\pi}{p}\right) e^{j(\beta_{n'} - \beta_n)s}, \\ \mathbf{Q}_{n,n'} &= -\delta_{n'n} p^2 \nu_{n'} G'(\nu_{n'} g) - G(\nu_n g) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{1 + \delta_{0m}} \frac{l_{m,1} [F'(l_{m,1} g) - (d_{m,1}/c_{m,1}) G'(l_{m,1} g)]}{[-F(l_{m,1} g) + (d_{m,1}/c_{m,1}) G(l_{m,1} g)]} \\ &\quad \times R\left(\beta_{n'}, \frac{m\pi}{p}\right) R\left(-\beta_n, \frac{m\pi}{p}\right) e^{j(\beta_{n'} - \beta_n)s}. \end{aligned}$$

易知色散方程为

$$\det \begin{bmatrix} \mathbf{M}, \mathbf{N} \\ \mathbf{P}, \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \mathbf{0}. \quad (14)$$

4 正弦波导的耦合阻抗

耦合阻抗在行波管中被用来描述注波相互作用的强弱程度, 耦合阻抗高说明在一定的激励功率下可以建立起强的纵向场, 获得大功率输出. 在慢波结构中, 与电子注保持同步条件来获取电子注能量的某一次空间谐波^[17]. 在 $-0.5a_1 < x < 0.5a_1$, $-g_1 < y < g_1$ (其中 $a_1 \leq a$, $g_1 \leq g$) 范围内的带状电子注区域, n 次空间谐波的平均耦合阻

抗为

$$\overline{K_{c,n}} = \frac{\int_{0.5(a-a_1)}^{0.5(a+a_1)} \int_{-g_1}^{g_1} |E_{z,n} \cdot E_{z,n}^*| dy dz}{2S\beta_n^2 P}, \quad (15)$$

在 (15) 式中, E_{zn} 为电子注所在位置的谐波纵向电场幅值, E_{zn}^* 为 E_{zn} 的共轭值, $S = 2a_1g_1$ 为带状注横截面积, β_n 为在特定频率下 n 次空间谐波的纵向传播常数, P 为单位时间通过系统的总功率流, 即各空间谐波功率流之和, $P = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} P_n$. 谐波数为 n 的空间谐波功率流^[17]:

$$P_n = \frac{1}{2} \text{Re} \int_0^a \int_{-g}^g [-E_{yI} \cdot H_{xI}^*]_n dy dx. \quad (16)$$

在 (15) 和 (16) 式中, 当 $k^2 - (\beta_n^2 + k_x^2) > 0$ 时, $v_n = \sqrt{k^2 - \beta_n^2 - k_x^2}$,

$$\begin{cases} P_n = \frac{1}{2} \frac{\omega \mu_0 \beta_n}{k^2 - k_x^2} ag \left[|a_n|^2 \left(1 - \frac{\sin(2v_n g)}{2v_n g} \right) + |b_n|^2 \left(\frac{\sinh(2v_n g)}{2v_n g} + 1 \right) \right] \\ \int_{-0.5a_1}^{0.5a_1} \int_{-g_1}^{g_1} |E_{z,n} \cdot E_{z,n}^*| dy dz = G \cdot |v_n|^2 \left[|a_n|^2 \left(\frac{\sin(2v_n g_1)}{2v_n g_1} + 1 \right) + |b_n|^2 \left(-\frac{\sin(2v_n g_1)}{2v_n g_1} + 1 \right) \right] \end{cases};$$

当 $k^2 - (\beta_n^2 + k_x^2) < 0$ 时, $v_n = \sqrt{\beta_n^2 + k_x^2 - k^2}$, 有

$$\begin{cases} P_n = \frac{1}{2} \frac{\omega \mu_0 \beta_n}{k^2 - k_x^2} ag \left[|a_n|^2 \left(\frac{\sinh(2v_n g)}{2v_n g} - 1 \right) + |b_n|^2 \left(\frac{\sinh(2v_n g)}{2v_n g} + 1 \right) \right] \\ \int_{0.5(a-a_1)}^{0.5(a+a_1)} \int_{-g_1}^{g_1} |E_{z,n} \cdot E_{z,n}^*| dy dz = G \cdot |v_n|^2 \left[|a_n|^2 \left(\frac{\sinh(2v_n g_1)}{2v_n g_1} + 1 \right) + |b_n|^2 \left(\frac{\sinh(2v_n g_1)}{2v_n g_1} - 1 \right) \right] \end{cases}.$$

其中, $G = a_1 g_1 \left(1 - \frac{\sin[k_x(a+a_1)] - \sin[k_x(a-a_1)]}{k_x a_1} \right) \left(\frac{\omega \mu_0}{k^2 - k_x^2} \right)^2$.

5 理论计算值与仿真值的比较

色散方程 (14) 式是一个含有积分和无穷级数求和的复杂超越方程. 采用弦截法^[18] 求解其色散特性. 数值计算时采用的几何参数如下 $a = 0.77$ mm, $p = 0.46$ mm, $h = 0.43$ mm, $2g = 0.15$ mm. 当相互作用区取 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ 这 7 个空间谐波, 槽区取 $0, 1, 2, 3, 4$ 这 5 个空间驻波项, 阶梯的划分数 N 取为 1000 时, 基模 TE_{x10} 模的色散特性理论计算结果如图 4 所示, 图 5 给出了电磁场仿真软件 CST-MWS^[19] 的计算结果. 可以看出, 基模色散特性的理论结果和仿真值符合良好, 两者在全频带内差别不超过 0.5%. 基模通带是 194.3—262.5 GHz, 带宽超过 65 GHz. 正弦波导慢波结构作为行波管的高频电路时与电子注同步的为 +1 次空间谐波, 采用上述几何参数时与该次空间谐波保持较好同步的电子注电压为

20.8 kV (图 4). 本文计算了带状电子注几何参数为 $a_1 = 0.6a$, $g_1 = 0.8g$ 时 +1 次空间谐波的耦合阻抗, 如图 5 所示. 图 5 同时给出了使用 CST-MWS^[19] 的本征模求解器的仿真计算值. 耦合阻抗的理论计算值与仿真值符合良好, 绝大部分频带内的偏差小于 8%. 图 5 显示, 随着频率升高, 耦合阻抗下降, 下降速率由快变慢. 正弦波导的耦合阻抗不大, 在大部分频率范围内只有 1 Ω 左右. 由图 4 和图 5 可知, 高频参数的理论计算值与仿真值符合较好, 说明所建立的电磁传播理论的正确性. 而在计算时间方面, 若采样点数取为 18, 理论数值计算耗时是 CST-MWS 仿真的不到 1/15, 具有高效率的优点.

6 结构参数对高频特性的影响

接下来采用理论数值计算的方法讨论正弦波导的几何参数变化对高频特性的影响. 为简单起

见, 每次只保持扫描一个变量. 在正弦波导中始终有 $s = 0.5p$, 不必对 s 进行单独扫. 图 6—8 和图 10 是分别扫描 a , h , $2g$, p 得到的结果. 计算耦合阻抗时保持 $a_1 = 0.6a$, $g_1 = 0.8g$ 不变.

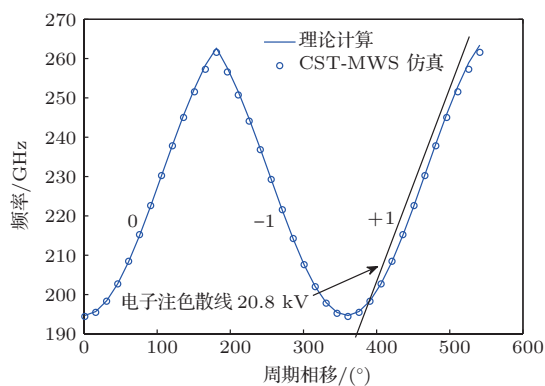


图 4 正弦波导慢波结构的基模布里渊图 ($a = 0.77$ mm, $p = 0.46$ mm, $h = 0.43$ mm, $2g = 0.15$ mm)

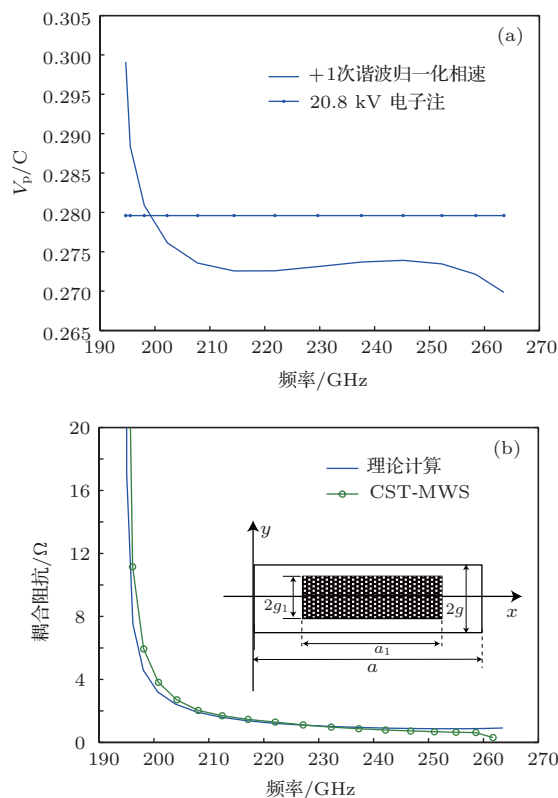


图 5 正弦波导慢波结构的 +1 次谐波的色散和耦合阻抗 ($a = 0.77$ mm, $p = 0.46$ mm, $h = 0.43$ mm, $2g = 0.15$ mm) (a) 归一化相速; (b) 耦合阻抗

正弦波导宽度 a 对高频特性的影响如图 6 所示, 随着 a 增加, 基模布里渊曲线几乎平行向下移动 (图 6(a)). a 增加时, +1 次谐波相速降低, 色散曲线先变得平坦, 但超过一定值后, 高频端相速抬高, 异常色散频率范围增加, 色散变坏 (图 6(b)).

此外, a 增加时, 耦合阻抗下降, 但阻抗曲线变得更平坦. 结合图 6(b) 和 (c), 选择合适的 a 值, 使 +1 次谐波含有一定异常色散, 在合适的电子注电压下, 高频端的同步效果能优于低频端, 弥补高频端耦合阻抗相对不足对注波相互作用强度的影响, 可以平衡带内功率输出, 拓展 3 dB 带宽.

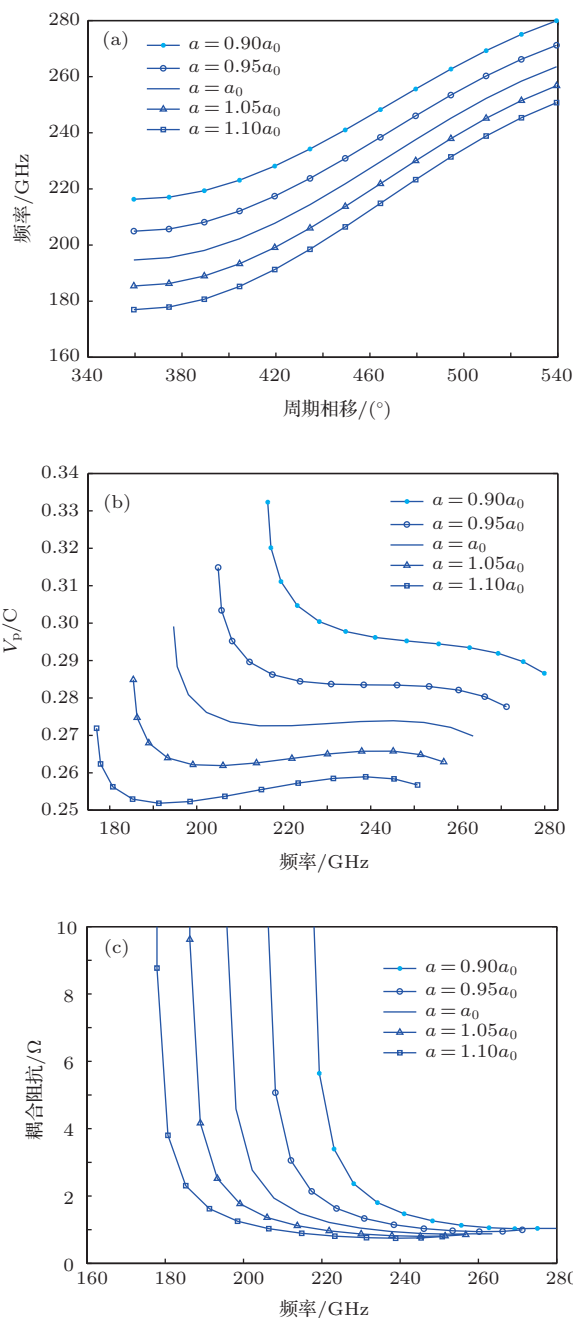


图 6 正弦波导宽度 a 对高频特性的影响 ($a_0 = 0.77$ mm, $p = 0.46$ mm, $h = 0.43$ mm, $2g = 0.15$ mm) (a) 基模布里渊图; (b) +1 次谐波色散; (c) +1 次谐波耦合阻抗

槽深度 h 对高频特性的影响如图 7 所示. 由图 7(a) 可知, h 增加, 基模下截止频率保持不变, 上截止频率降低, 基模带宽收缩. 这给色散特性带

来的影响是+1次谐波的相速逐渐下降,色散曲线先变得更加平坦,超过一定限度后,高频端相速下降,色散变差(图7(b)).此外,槽变深时,耦合阻抗增加,且在高频端更显著(图7(c)).结合图6和图7可知,矩形波导宽度 a 和槽深度 h 对色散强弱有较大影响,且效果相反,在一定范围内, a 变大, h 减小,色散变弱,同步带宽增加,但若继续增大 a ,减小 h ,高频端相速抬高,色散又变坏.此外, a 变

大, h 减小时,耦合阻抗下降.有一个 a 和 h 组合,使同步情况最佳而耦合阻抗足够,从而实现宽频带大功率220 GHz行波管.

电子注通道高度 $2g$ 对高频特性的影响如图8所示.由图可知, g 从 $0.9g_0$ 增加至 $1.1g_0$ 时,基模布里渊图在低频端和高端几乎没有变化,在中间频段上升的最大幅度约1 GHz.相应地,归一化相速在低频端和高端也几乎不变,在中间频段有所上升.当通道高度增加时,全频带内的耦合阻抗

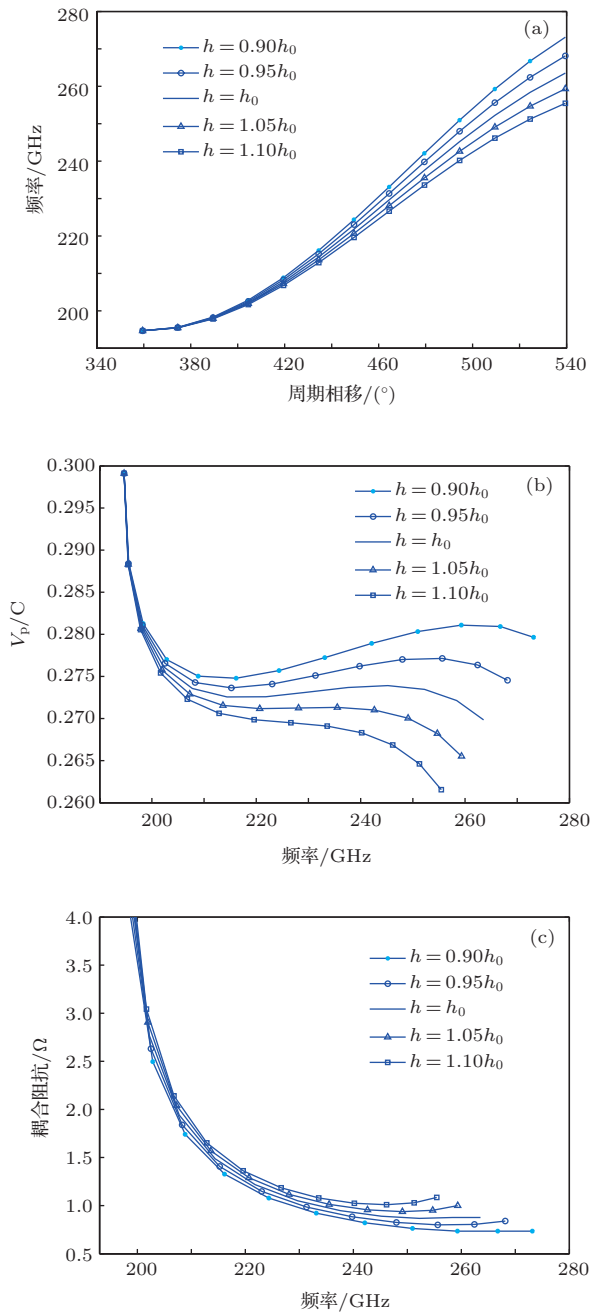


图7 槽深度 h 对高频特性的影响($a = 0.77$ mm, $p = 0.46$ mm, $h_0 = 0.43$ mm, $2g = 0.15$ mm) (a) 基模布里渊图; (b) +1次谐波色散; (c) +1次谐波耦合阻抗

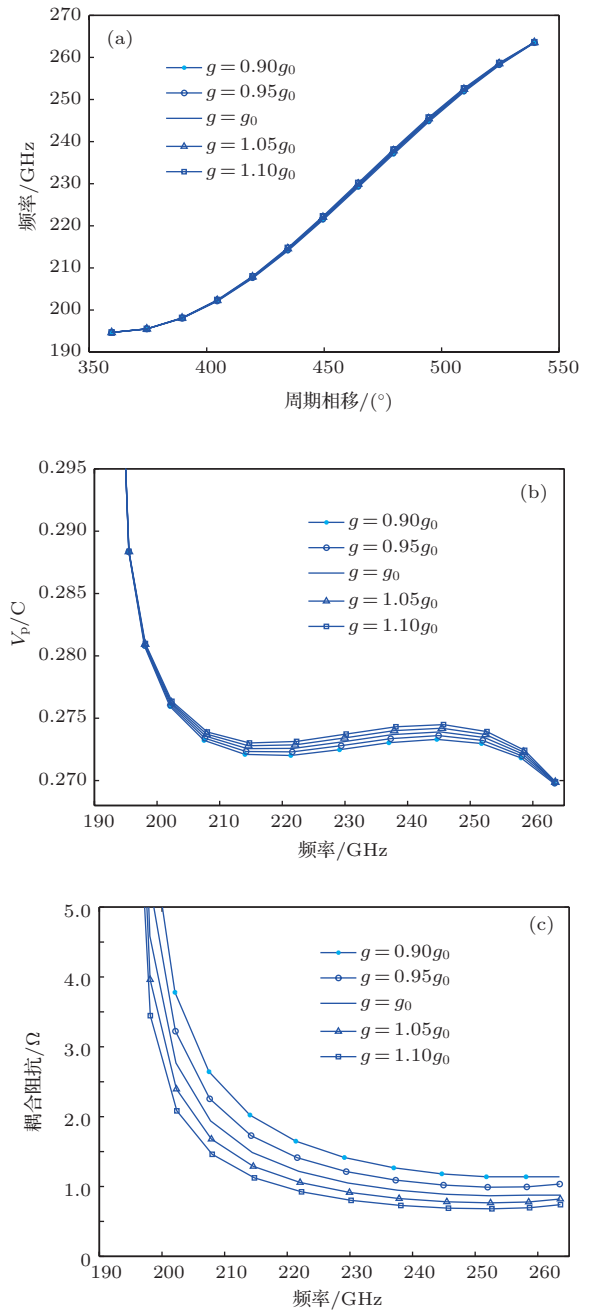


图8 电子注通道高度 $2g$ 对高频特性的影响($a = 0.77$ mm, $p = 0.46$ mm, $h = 0.43$ mm, $2g_0 = 0.15$ mm) (a) 基模布里渊图; (b) +1次谐波色散; (c) +1次谐波耦合阻抗

都几乎平行下降. $2g$ 增加了 $0.2g_0$, 即仅 $30\text{ }\mu\text{m}$, 耦合阻抗就下降了 $0.6\text{ }\Omega$ 以上 (50% 以上). 随电子注通道高度增加耦合阻抗下降很快的原因可简单解释如下: 在正弦波导中, 电场主要集中在电子注通道中, 电力线的方向基本与上下两相邻栅顶端的连线平行, 设连线与 z 的夹角为 θ (图 9). 若总电场强度为 E , 则纵向场分量 E_z 为 $E \cos \theta$. 当通道高度增加时, 上下两排栅的间距增加, 总电场强度 E 减小, 夹角 θ 增大, 这样纵向场必然减弱, 耦合阻抗下降. 通道高度的微小变化不仅较大地影响了耦合阻抗, 且会影响电子注的通过率, 这给慢波结构的精细加工和装配提出了很高要求, 而减小加工和装配误差是行波管将工作频率向亚毫米波甚至太赫兹波拓展时遇到的挑战之一 [1].

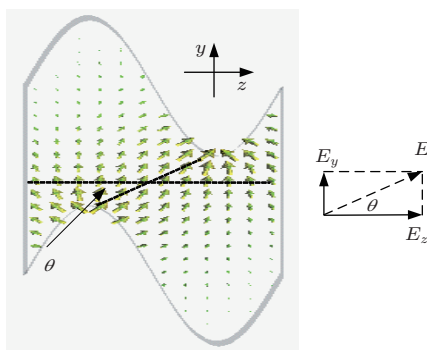


图9 正弦波导中的电场分布

慢波周期 p 对高频特性的影响如图 10 所示, 随着 p 的增加, 基模上截止频率下降, 基模带宽减小 (图 10 (a)). p 增加时, 带内 +1 次谐波相速度几乎平行上升, 所需同步电压升高, 但色散的强弱没有太大变化 (图 10 (b)). 此外, p 增加时, 耦合阻抗也几乎平行增加 (图 10 (c)). 其增加的主要原因可能是: 1) 相同周期相移 $\phi = \beta p$ 时, p 越大, β 越小, 这样与 β^2 成反比的耦合阻抗越大; 2) 结合图 9, p 增加时, 夹角 θ 减小, 纵向场在总场中所占分量 $\cos \theta$ 增加. 虽然 p 增加, 上下两相邻栅距离增大, 总场减弱, 但上述两种因素又共同促进了耦合阻抗增加, 总的效果是在一定范围内, p 加大后, 注波耦合强度增大. 由图 10 可知, 正弦波导采用大的周期 p , 需要更大的同步电压, 且大的 p 有更强的注波耦合强度, 因此大 p 适用于高功率宽频带行波管, 但不利于器件小型化. 在工程设计中应当根据所给电源要求选择合适的 p 以满足设计指标.

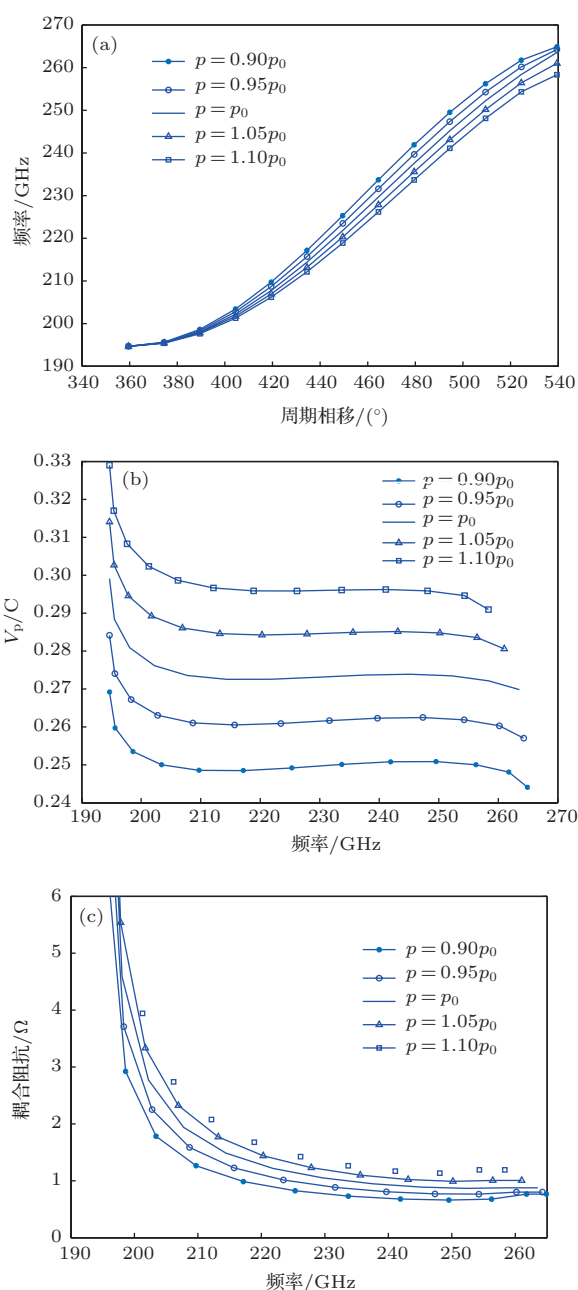


图10 慢波周期 p 对高频特性的影响 ($a = 0.77\text{ mm}$, $p_0 = 0.46\text{ mm}$, $h = 0.43\text{ mm}$, $2g = 0.15\text{ mm}$) (a) 基模布里渊图; (b) +1 次谐波色散; (c) +1 次谐波耦合阻抗

7 结 论

本文利用场论方法开展了正弦波导慢波系统的高频特性的研究, 建立了正弦波导的电磁传播理论. 保留槽区内的高次驻波项, 采用场匹配和导纳匹配相结合的方法, 导出了正弦波导的色散方程和耦合阻抗表达式. 以应用于 220 GHz 行波管的正弦波导为例, 对其高频特性并进行了数值求解. 理论计算结果与电磁场计算软件的仿真值符合良好, 基模色散的计算偏差在 0.5% 以内, 耦合阻抗

的偏差在绝大部分频带内小于8%, 理论数值计算比软件仿真效率高15倍以上. 在此基础上, 采用理论数值计算分析了尺寸参数变化对正弦波导高频特性(基模色散、+1次谐波归一化相速和耦合阻抗)的影响. 计算结果为220 GHz正弦波导行波管慢波结构几何参数的快速优化有很好的理论指导

意义.

附录

以槽区II为例, 定义第 n 阶梯的 $m(m \neq 0)$ 次谐波在 $y = y_n$ 处的归一化导纳 $Y_{m(n,n)}$ 与平均导纳 $\overline{Y_{m(n,n)}}$ 分别为^[9-11]

$$Y_{m(n,n)} = \frac{j\omega\mu_0}{k^2 - k_x^2} \cdot \frac{H_{x,n,m}^{\text{II}}}{E_{z,n,m}^{\text{II}}} \Big|_{y=y_n} = \frac{[a_{m,n}F(l_{m,n}y_n) + b_{m,n}G(l_{m,n}y_n)]}{l_{m,n}[a_{m,n}F'(l_{m,n}y_n) + b_{m,n}G'(l_{m,n}y_n)]}, \quad (\text{A1})$$

$$\begin{aligned} \overline{Y_{m(n,n)}} &= \frac{\left[\int_0^a \int_{z_n}^{d_n+z_n} (E_{z,n,m}^{\text{II}})^* \cdot H_{x,n,m}^{\text{II}} dx dz \right] \Big|_{y=y_n}}{\left[\int_0^{\frac{\lambda_{m,n}}{4}} |E_{z,n,m}^{\text{II}}|_{\text{mag}} \sin(m\pi/(d_n z)) dz \right] \Big|_{y=y_n, x=\frac{a}{2l}, \frac{\lambda_{m,n}}{4}=2\pi/(m\pi/d_n)}} \\ &= \frac{1}{\frac{j\omega\mu_0}{k^2 - k_x^2}} \cdot \frac{ad_n(1 + \delta_{0m})/4}{(m\pi/d_n)^2} \cdot Y_{m(n,n)}. \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

平均导纳的物理含义是, 分子是 m 次谐波沿着 y 向的复功率流的共轭, 分母是 m 次谐波沿着 y 向的有效电压的平方.

同理, 第 $n+1$ 阶梯的 m 次谐波在位于 $y = y_n$ 处的导纳 $Y_{m(n+1,n)}$ 与平均导纳 $\overline{Y_{m(n+1,n)}}$ 分别为

$$Y_{m(n+1,n)} = \frac{[a_{m,n+1}F_{m,n+1}(y_n) + b_{m,n+1}G_{m,n+1}(y_n)]}{[l_{m,n+1}(a_{m,n+1}F'_{m,n+1}(y_n) + b_{m,n+1}G'_{m,n+1}(y_n))]}, \quad (\text{A3})$$

$$\begin{aligned} \overline{Y_{m(n+1,n)}} &= \frac{\left[\int_0^a \int_{z_{n+1}}^{d_{n+1}+z_{n+1}} (E_{z,n+1,m}^{\text{II}})^* \cdot H_{x,n+1,m}^{\text{II}} dx dz \right] \Big|_{y=y_n}}{a \left[\int_0^{\frac{\lambda_{m,n+1}}{4}} |E_{z,n+1,m}^{\text{II}}|_{\text{mag}} \sin(m\pi/(d_{n+1} z)) dz \right] \Big|_{y=y_n, x=\frac{a}{2l}, \frac{\lambda_{m,n+1}}{4}=2\pi/(m\pi/d_{n+1})}} \\ &= \frac{1}{\frac{j\omega\mu_0}{k^2 - k_x^2}} \cdot \frac{d_{n+1}(1 + \delta_{0m})/4}{(m\pi/d_{n+1})^2} \cdot Y_{m(n+1,n)}. \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

忽略交界面处的不连续性电容时, 交界面的平均导纳应该相等:

$$\overline{Y_{m(n,n)}} = \overline{Y_{m(n+1,n)}}. \quad (\text{A5})$$

由(A1)–(A5)式可得

$$\frac{Y_{m(n,n)}}{Y_{m(n+1,n)}} = \frac{d_n}{d_{n+1}}. \quad (\text{A6})$$

由文献[9]可知, (A6)式也适用于描述基波($m = 0$)的导纳匹配条件, 因此(A6)式是对相邻阶梯各空间谐波导纳关系的统一描述.

由(A1)式得: $\frac{b_{m,n}}{a_{m,n}} = \frac{Y_{m(n,n)}l_{m,n}F'(l_{m,n}y_n) - F(l_{m,n}y_n)}{G(l_{m,n}y_n) - Y_{m(n,n)}l_{m,n}G'(l_{m,n}y_n)}$, 将其代入 $Y_{m(n,n-1)}$ 的表达式, 有

$$Y_{m(n,n-1)} = \frac{\left[F(l_{m,n}y_{n-1}) + \frac{Y_{m(n,n)}l_{m,n}F'(l_{m,n}y_n) - F(l_{m,n}y_n)}{G(l_{m,n}y_n) - Y_{m(n,n)}l_{m,n}G'(l_{m,n}y_n)} G(l_{m,n}y_{n-1}) \right]}{\left[l_{m,n} \left(F(l_{m,n}y_{n-1}) + \frac{Y_{m(n,n)}l_{m,n}F'(l_{m,n}y_n) - F(l_{m,n}y_n)}{G(l_{m,n}y_n) - Y_{m(n,n)}l_{m,n}G'(l_{m,n}y_n)} G'(l_{m,n}y_{n-1}) \right) \right]}. \quad (\text{A7})$$

根据(A6)式, 有 $Y_{m(n-1,n-1)} = Y_{m(n,n-1)} \frac{d_{n-1}}{d_n}$, 这样可得到以下递推关系 $\frac{b_{m,n}}{a_{m,n}} \Rightarrow Y_{m(n,n)} \Rightarrow Y_{m(n,n-1)} \Rightarrow Y_{m(n-1,n-1)} \Rightarrow \frac{b_{m,n-1}}{a_{m,n-1}}$. 依据该递推关系, 可由 $\frac{b_{m,N}}{a_{m,N}} = -\frac{F'[l_{m,N}(g+h)]}{G'[l_{m,N}(g+h)]}$ 逐步递推到 $\frac{b_{m,1}}{a_{m,1}}$. 采用上述方法同样可由 $\frac{d_{m,N}}{c_{m,N}} = \frac{F'[l_{m,N}(g+h)]}{G'[l_{m,N}(g+h)]}$ 逐步递推到 $\frac{d_{m,1}}{c_{m,1}}$.

参考文献

- [1] Booske J H, Dobbs R J, Joye C D, Kory C L, Neil G R, Park G S, Park J, Temkin R J 2011 *IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol.* **1** 54
- [2] Booske J H 2008 *Phys. Plasmas* **15** 055502
- [3] Ives R L 2004 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **32** 1277
- [4] Liu Q L, Wang Z C, Liu P K 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 124101 (in Chinese)[刘青伦, 王自成, 刘濮鲲 2012 物理学报 **61** 124101]
- [5] He J, Wei Y Y, Gong Y B, Duan Z Y, Wang W X 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 2843 (in Chinese)[何俊, 魏彦玉, 宫玉彬, 段兆云, 王文祥 2010 物理学报 **59** 2843]
- [6] Gao P, Booske J H, Yang Z 2010 *IEEE Trans. Electron Dev.* **57** 1152
- [7] Shin Y M, Baig A, Barnett L R, Tsai W C, Luhmann N C 2012 *IEEE Trans. Electron Dev.* **59** 234
- [8] Xu X, Wei Y Y, Shen F, Duan Z Y, Gong Y B, Yin H R, Wang W X 2011 *IEEE Electron Dev. Lett.* **32** 1152
- [9] Xu X, Wei Y Y, Shen F, Yin H R, Xu J, Gong Y B, Wang W X 2012 *Phys. Plasmas* **19** 013113
- [10] Xu X, Wei Y Y, Shen F, Yin H R, Xu J, Gong Y B, Wang W X 2012 *Chin. Phys. B* **21** 068402
- [11] Xu X 2012 *Ph. D. Dissertation* (Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China) (in Chinese) [许雄 2012 博士学位论文 (成都: 电子科技大学)]
- [12] Liu Q L, Wang Z C, Liu P K 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 244102 (in Chinese)[刘青伦, 王自成, 刘濮鲲 2012 物理学报 **61** 244102]
- [13] Lu Z G, Wei Y Y, Gong Y B, Wu Z M, Wang W X 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3318 (in Chinese)[路志刚, 魏彦玉, 宫玉彬, 吴周森, 王文祥 2007 物理学报 **56** 3318]
- [14] Wang W X, Guo F Y, Wei Y Y 1997 *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **45** 1689
- [15] Wei Y Y, Wang W X, Sun J H 2000 *IEEE Microw. Guided Wave Lett.* **10** 4
- [16] Maragos A A, Ioannidis Z C, Tigeli L G 2003 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **31** 1075
- [17] Liu S G, Li H F, Wang W X, Mo Y L 1985 *Introduction of Microwave Electronics* (Beijing: National Defence Industry Press) p110 (in Chinese) [刘盛纲, 李宏福, 王文祥, 莫元龙 1985 微波电子学导论 (北京: 国防工业出版社) 第 110 页]
- [18] Li Q Y, Wang N C, Yi D Y 2008 *Numerical Analysis* (Beijing: Qinghua University Press) p228 (in Chinese) [李庆扬, 王能超, 易大义 2008 数值分析 (北京: 清华大学出版社) 第 228 页]
- [19] CST.CST MWS Tutorials. [Online]. Available: <http://www.cstchina.cn/>

Analysis of high frequency characteristics of the sine waveguide*

Xie Wen-Qiu^{1)2)†} Wang Zi-Cheng¹⁾ Luo Ji-Run¹⁾ Liu Qing-Lun¹⁾

1) (*Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

2) (*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

(Received 13 September 2013; revised manuscript received 10 October 2013)

Abstract

A theoretical analysis of the high frequency characteristics for an all-metal slow-wave system (SWS), i.e., a sine waveguide, is performed in this paper. The continuous profile of the cosine groove is approximated by a series of connected rectangular steps, and the SWS is divided into several regions reasonably, then the expressions of the field in all the regions are given. The dispersion equation and coupling impedance formula of the SWS are obtained by using the field matching theory combined with the matching of the admittance. The high frequency characteristics for a sine waveguide used in a 220 GHz TWT are discussed, and the calculation results are in good agreement with those obtained from three-dimensional electromagnetic simulation software CST-MWS. The effects of the geometrical parameters on high frequency characteristic of the sine waveguide are also investigated in detail.

Keywords: slow-wave structure, high frequency characteristics, sine waveguide, field matching method

PACS: 41.20.Jb, 42.25.Gy

DOI: 10.7498/aps.63.044101

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61172016).

† Corresponding author. E-mail: xiewenqiu11@mails.ucas.ac.cn