金属圆柱腔体中使用非均一背景增强微波断层成像*

丁亮[1)2)†] 刘培国[1)] 何建国[1)] Amer Zakaria[2)] Joe LoVetri[2)]

1) (国防科学技术大学电子科学与工程学院, 长沙 410073)

2) (Department of Electrical and Computer Engineering, University of Manitoba, Winnipeg MB R3T 5V6, Canada)

(2013 年 9 月 25 日收到; 2013 年 10 月 17 日收到修改稿)

针对基于圆柱金属腔体的微波断层成像系统, 提出了一种利用非均一背景增强系统获取目标信息能力的方法. 该方法通过在腔体内放置已知物体构成非均一背景, 这样不但能利用背景的先验信息, 而且可以增加等效辐射源对目标进行探测. 首先, 利用矩量法计算圆柱金属腔体内非均一背景的格林函数和离散积分算子, 并对离散积分算子进行奇异值谱和条件数分析, 在理论上证明该方法的可行性; 然后, 利用基于有限元的对比源逆成像法对均一背景、有耗非均一背景和无耗非均一背景三种情况进行仿真研究; 最后对仿真结果进行了误差分析和比较. 仿真结果表明, 该方法可以提高反演收敛速度和结果准确度, 有耗非均一背景略优于无耗非均一背景. 该方法可以在不改变硬件系统和算法的情况下得到更准确的反演结果, 可应用于医学成像与工业无损探测.

关键词: 逆散射, 微波断层成像, 非均一背景, 格林函数

PACS: 41.20.Jb, 81.70.Ex, 42.25.Fx, 02.30.Zz **DOI:** 10.7498/aps.63.044102

1 引 言

微波断层成像 (MWT) 是通过求解电磁逆散射问题来获取感兴趣区域的复介电常数空间分布, 具有非侵入、非电离辐射和超分辨率等优点, 可应用于生物医学成像 (如早期肿瘤探测、在体组织介电常数测量等)、穿墙成像、安全检查和地球物理等领域 [1−9].

由于电磁场具有衍射和多散射效应, MWT 问题呈现严重的病态性和非线性特征, 因此其研究难度较大. 近年来, 随着计算机技术和数学理论的发展, 这一领域得到了快速发展. 当前, 微波断层成像系统主要分为两类. 第一类是基于自由空间的 MWT 系统 [10], 这类系统易受到外界不确定微波源和散射物的干扰. 虽然在测试区域外安装吸波材料 [11] 可以隔离外界的干扰, 但是吸波材料表面依旧存在微弱的反射, 这种反射场相对目标散射场而言并不能忽略, 这样就明显降低了散射信号的信噪比. 信噪比对于病态问题来说十分关键, 微弱的噪声能导致结果巨大的变化, 信噪比低的数据将无法得到准确的反演结果. 第二类是基于金属腔体的 MWT 系统 [12], 由于这类测试系统被金属腔体包围, 不但屏蔽了外界干扰, 而且提供了准确的边界条件, 可以求得准确的格林函数, 并计算准确的积分算子, 这对于 MWT 算法来说至关重要. MWT 问题的病态性主要体现在这个积分算子上, 它决定了反演结果的准确性和收敛速度, 它仅由 MWT 系统决定 (包括边界条件、天线数量和位置、背景等), 而与被测物无关. Gilmore 等 [13] 对 MWT 系统均一背景对反演结果的影响进行了研究和讨论; Nordebo 等 [14] 对基于自由空间的 MWT 系统的积分算子进行了分析; Crocco 和 Litman[15] 对基于自由空间和基于金属腔体均一背景的 MWT 积分算子进行了比较和分析.

* 国家自然科学基金 (批准号: 61372029) 和高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 20114307110022) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: lio.dingliang@hotmail.com

本文主要围绕基于金属腔体非均一背景的二维MWT系统开展研究. 在测试区域中放置一个位置、形状和介电常数都已知的介质柱, 作为背景的先验信息给MWT算法提供额外的信息, 以得到更加准确的反演值. 为了从理论上分析非均一背景的作用, 首先运用矩量法推导圆柱金属腔体内非均一背景的格林函数, 并计算得到相应的积分算子. 通过对圆柱金属腔体内均一背景和非均一背景积分算子的奇异值谱与条件数进行分析和研究, 发现使用非均一背景可以改善积分算子的奇异值谱、降低积分算子的病态性. 为了验证这一理论, 用基于有限元的对比源逆成像法(FEM-CSI)[16]对两种尺寸小于半波长的目标在均一、无耗非均一和有耗非均一背景中的情况进行仿真研究, 并对反演结果的相对误差进行分析和比较. 结果表明, 利用非均一背景可以增强基于圆柱金属腔体的MWT系统的反演能力. 这种方法可以在不改变原有MWT硬件系统和反演算法的条件下, 提高反演过程收敛速度和反演结果的准确度, 特别是可以准确地反演目标的形状, 因而能应用于生物医学成像, 无损检测等领域.

2 问题描述

基于金属腔体的二维微波断层成像系统如图1所示. 圆柱金属腔体内的散射场 $E^{\rm sct}$ 与总场 E 可以表示为

$$E^{\rm sct}(\boldsymbol r) = k_0^2\int_{D_{\rm I}} G^{\rm h,d}(\boldsymbol r,\boldsymbol r')\chi(\boldsymbol r') \times E(\boldsymbol r'){\rm d}\boldsymbol r'(\boldsymbol r'\in D_{\rm I},\boldsymbol r\in D_{\rm M}), \quad (1)$$

$$E(\boldsymbol r) = E^{\rm inc}(\boldsymbol r) + k_0^2\int_{D_{\rm I}} G^{\rm h,D}(\boldsymbol r,\boldsymbol r')\chi(\boldsymbol r') \times E(\boldsymbol r'){\rm d}\boldsymbol r'(\boldsymbol r',\boldsymbol r\in D_{\rm I}), \quad (2)$$

其中, $E^{\rm inc}$ 为入射场, k_0 为自由空间的波数, $\chi(\boldsymbol r)=\varepsilon(\boldsymbol r)/\varepsilon_0-1$, $\varepsilon(\boldsymbol r)$ 为 $D_{\rm I}$ 中介电常数的空间分布, ε_0 为自由空间的介电常数, $G^{\rm h,d}$ 为均一背景的数据方程格林函数, $G^{\rm h,D}$ 为均一背景的空间方程格林函数.

由文献[17]知金属腔体内均一背景的格林函数可以表示为

$$G^{\rm h}_{\rm PEC}(\boldsymbol r,\boldsymbol r') = \frac{1}{4}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\frac{{\rm J}_n(k_0\rho_{\min})}{{\rm N}_n(k_0\rho_{\rm PEC})}[{\rm N}_n(k_0\rho_{\rm PEC}){\rm J}_n(k_0\rho_{\max}) - {\rm J}_n(k_0\rho_{\rm PEC}){\rm N}_n(k_0\rho_{\max})]\,{\rm e}^{{\rm j}n(\theta-\theta')}, \quad (3)$$

其中, $\boldsymbol r=(\rho,\theta)$, $\boldsymbol r'=(\rho',\theta')$, $\rho_{\min}=\min(\rho,\rho')$, $\rho_{\max}=\max(\rho,\rho')$, ${\rm J}_n$ 和 ${\rm N}_n$ 分别为 n 阶第一类与第二类贝塞尔函数. 类似(1)和(2)式中对 $\boldsymbol r$ 和 $\boldsymbol r'$ 取值范围的定义, 可以得到金属腔体内均一背景的数据方程格林函数 $G^{\rm h,d}_{\rm PEC}$ 和空间方程格林函数 $G^{\rm h,D}_{\rm PEC}$.

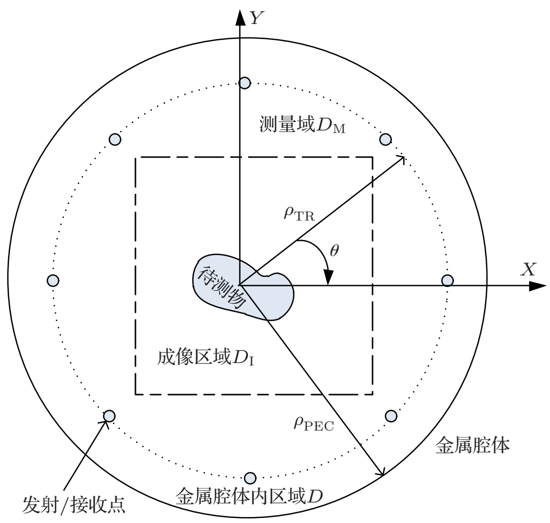

图1 基于圆柱金属腔体的二维微波断层成像系统原理图

基于圆柱金属腔体的非均一背景的格林函数 $G^{\rm inh}_{\rm PEC}$ 应满足以下标量Helmholtz方程:

$$\nabla^2G^{\rm inh}_{\rm PEC}(\boldsymbol r,\boldsymbol r') + k_0^2\varepsilon_{\rm b}(\boldsymbol r)G^{\rm inh}_{\rm PEC}(\boldsymbol r,\boldsymbol r') = -\delta(\boldsymbol r-\boldsymbol r'), \quad (4)$$

其中, $\varepsilon_{\rm b}(\boldsymbol r)$ 为 $D_{\rm I}$ 中非均一背景介电常数空间分布, $\delta(\boldsymbol r-\boldsymbol r')$ 为Dirac方程.

由(4)式可以得到

$$G^{\rm inh}_{\rm PEC}(\boldsymbol r,\boldsymbol r') = \int_{D_{\rm I}}\Big\{-\delta(\boldsymbol r''-\boldsymbol r') - k_0^2[\varepsilon_{\rm b}(\boldsymbol r'')-1] \times G^{\rm inh}_{\rm PEC}(\boldsymbol r'',\boldsymbol r')\Big\}\cdot G^{\rm h}_{\rm PEC}(\boldsymbol r,\boldsymbol r''){\rm d}\boldsymbol r'', \quad (5)$$

其中, $\boldsymbol r',\boldsymbol r''\in D_{\rm I}$, 当 $\boldsymbol r\in D_{\rm I}$ 时, (5)式为 $G^{\rm inh,D}_{\rm PEC}$; 当 $\boldsymbol r\in D_{\rm M}$ 时, (5)式为 $G^{\rm inh,d}_{\rm PEC}$.

对空间 $D_{\rm I}$ 进行离散化后, 由(5)式可以得到

$$[G^{\rm inh}_{\rm PEC}]_{M\times N} = \left[[g^{\rm inh}_1]_{N\times1}\cdots[g^{\rm inh}_i]_{N\times1}\cdots[g^{\rm inh}_M]_{N\times1}\right]^{\rm T}, \quad (6)$$

其中

$$[g^{\rm inh}_i]^{\rm T}_{N\times1} = \left([I]_{N\times N} - k_0^2[G^{\rm h,D}_{\rm PEC}]_{N\times N} \times [[\boldsymbol\varepsilon-1]]_{N\times N}\right)^{-1}[g^{\rm h}_i]^{\rm T}_{N\times1}, \quad (7)$$

其中, $[I]_{N\times N}$ 为单位矩阵, $[[\varepsilon-1]]_{N\times N}$ 为对角矩阵, 其对角线上的元素等于向量 $[\varepsilon-1]_{N\times1}$ 对应行的元素, 上标T表示矩阵的转置, N 为网格总数,

M 为天线数. 求得格林函数之后, 圆柱金属腔体内非均一背景中散射场与总场可由

$$E^{\mathrm{sct}}(\boldsymbol{r}) = k_{\mathrm{b}}^{2}(\boldsymbol{r}) \int_{D_{\mathrm{I}}} G_{\mathrm{PEC}}^{\mathrm{inh,d}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}')\chi(\boldsymbol{r}') \times E(\boldsymbol{r}')\mathrm{d}\boldsymbol{r}' \quad (\boldsymbol{r}' \in D_{\mathrm{I}}, \boldsymbol{r} \in D_{\mathrm{M}}), \tag{8}$$

$$E(\boldsymbol{r}) = E^{\mathrm{inc}}(\boldsymbol{r}) + k_{\mathrm{b}}^{2}(\boldsymbol{r}) \int_{D_{\mathrm{I}}} G_{\mathrm{PEC}}^{\mathrm{inh,D}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}') \times \chi(\boldsymbol{r}')E(\boldsymbol{r}')\mathrm{d}\boldsymbol{r}' \quad (\boldsymbol{r}', \boldsymbol{r} \in D_{\mathrm{I}}) \tag{9}$$

求得, 其中, $k_{\mathrm{b}}(\boldsymbol{r}) = \omega\sqrt{\varepsilon_{\mathrm{b}}(\boldsymbol{r})\mu}$ 为非均一背景 $\boldsymbol{r}$ 处的波数, μ 为磁导率, 本文中我们假设所涉及的介质都为非磁性物质, 其磁导率均等于自由空间的磁导率, 即 $\mu = \mu_0$, $\chi(\boldsymbol{r}) = \varepsilon(\boldsymbol{r})/\varepsilon_{\mathrm{b}}(\boldsymbol{r}) - 1$. 对 (8) 和 (9) 式离散化后得到

$$[E^{\mathrm{sct}}]_{M\times 1} = [G_{\mathrm{PEC}}^{\mathrm{inh,d}}]_{M\times N} \times [[\chi]]_{N\times N} \cdot [E]_{N\times 1}, \tag{10}$$

$$[E]_{N\times 1} = [E^{\mathrm{inc}}]_{N\times 1} + [G_{\mathrm{PEC}}^{\mathrm{inh,D}}]_{N\times N} \times [[\chi]]_{N\times N} \cdot [E]_{N\times 1}, \tag{11}$$

其中, $[[\boldsymbol{\chi}]]_{N\times N}$ 是对角矩阵, 其对角线上的元素等于向量 $[\chi]_{N\times 1}$ 对应行的元素.

3 积分算子奇异值谱分析

(10) 式中的 $[G_{\mathrm{PEC}}^{\mathrm{inh,d}}]_{M\times N}$ 即为微波断层成像中最关键的离散积分算子, 它是由微波断层成像系统决定的, 只与金属腔体尺寸、天线数量和位置、金属腔体内的背景介电常数分布等相关, 与被测物无关. 通过分析 MWT 系统的离散积分算子可以评价和设计 MWT 硬件系统, 并且预测其反演结果的质量 [15]. 根据 Arzelà-Ascoli 定理知, 积分算子 $[G_{\mathrm{PEC}}^{\mathrm{inh,d}}]_{M\times N}$ 是 $\mathbb{C}^N \to \mathbb{C}^M$ 的紧算子. 因此, 该算子可以表示为以下形式

$$G = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_n \langle \boldsymbol{v}_n, \cdot \rangle \boldsymbol{u}_n, \tag{12}$$

其中, σ_n 为第 n 个奇异值, $\boldsymbol{v}_n$ 和 $\boldsymbol{u}_n$ 分别为对应的右特征向量和左特征向量. $\boldsymbol{v}_n$ 是输入变量 ($[E]_{N\times 1}$) 的正交基向量, 而 $\boldsymbol{u}_n$ 则是输出结果 ($[E^{\mathrm{sct}}]_{M\times 1}$) 的正交基向量. 实际运用中, n 不能是无穷大, 通常根据 N 和 M 的值进行截断, $n = \min(N, M)$. 因此, 算子 (12) 不但限制了数据方程 ((10) 式) 和空间方程 ((11) 式) 中散射场与总场的自由度, 而且还决定了 MWT 系统的低通滤波特性, 这就决定了 MWT 硬件系统所能提供的最大信息量. 反演算法是通过对某种代价函数求最值的方法求解 MWT 问题的最优解, 而正则化方法是通过改变这种代价函数帮助反演算法得到正则化方法规定条件下的最优解, 但它们的输入都是 MWT 系统提供的数据, MWT 系统的优劣直接影响数据质量, 从而影响反演结果. MWT 积分算子的奇异值谱和条件数是评价 MWT 系统优劣的依据. 一个良态问题的奇异值谱是接近水平的, 其算子的条件数足够小, 而病态问题的奇异值谱随 n 的增大快速下降, 其算子的条件数非常大. 为了比较不同背景的积分算子奇异值谱和条件数, 我们使用归一化奇异值谱 $\sum_n = \sigma_n/\sigma_1$. 在 D 中放置已知介质, 形成非均一背景, 这样可以降低 MWT 系统的病态性. 从物理角度分析, 非均一背景提供了新的等效辐射源, 并提供了部分背景的先验信息; 从数学角度分析, 非均一背景改变了积分算子的奇异值谱.

4 对比源逆成像法

对比源逆成像法是一种迭代方法, 可以计算任意强度散射问题, 该方法是通过使用共轭梯度法最小化代价函数的方式获得最优的对比源 ($w(\boldsymbol{r})$) 与对比度函数 ($\chi(\boldsymbol{r})$)[18]. 本文应用基于有限元的对比源逆成像法进行仿真研究 [16].

当测试区域中没有待测物时, 入射场应满足以下标量 Helmholtz 方程:

$$\nabla^2 E^{\mathrm{inc}}(\boldsymbol{r}) + k_{\mathrm{b}}^2 E^{\mathrm{inc}}(\boldsymbol{r}) = \mathrm{j}\omega\mu J(\boldsymbol{r}), \tag{13}$$

其中, 激励源 $J(\boldsymbol{r}) = -\delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_t)/(\mathrm{j}\omega\mu)$, $\boldsymbol{r}_t \in D_{\mathrm{M}}$.

当测试区域中存在待测物时, 总场满足标量 Helmholtz 方程:

$$\nabla^2 E(\boldsymbol{r}) + k_{\mathrm{b}}^2(\boldsymbol{r}) E(\boldsymbol{r}) = \mathrm{j}\omega\mu J(\boldsymbol{r}). \tag{14}$$

定义散射场 $E^{\mathrm{sct}} \triangleq E - E^{\mathrm{inc}}$, 则由 (13) 和 (14) 式得到

$$\nabla^2 E^{\mathrm{sct}}(\boldsymbol{r}) + k_{\mathrm{b}}^2 E^{\mathrm{sct}}(\boldsymbol{r}) = -k_{\mathrm{b}}^2(\boldsymbol{r}) w(\boldsymbol{r}), \tag{15}$$

其中, 对比源 $w(\boldsymbol{r}) \triangleq \chi(\boldsymbol{r})E(\boldsymbol{r})$, $\chi(\boldsymbol{r}) = [\varepsilon_{\mathrm{r}}(\boldsymbol{r}) - \varepsilon_{\mathrm{b}}(\boldsymbol{r})]/\varepsilon_{\mathrm{b}}(\boldsymbol{r})$. 定义算子

$$E^{\mathrm{sct}}(\boldsymbol{r}_t) = M_{\mathrm{S}}(w(\boldsymbol{r})), \tag{16}$$

$$E^{\mathrm{sct}}(\boldsymbol{r}) = M_{\mathrm{D}}(w(\boldsymbol{r})), \tag{17}$$

其中, $\boldsymbol{r} \in D$, $\boldsymbol{r}_t \in D_{\mathrm{M}}$.

在对比源逆成像法中 $w(\boldsymbol{r})$ 和 $\chi(\boldsymbol{r})$ 交替更新. 计算第 n 次 $w_n(\boldsymbol{r})$ 时假设 $\chi_{n-1}(\boldsymbol{r})$ 已知, 反之, 计算 $\chi_n(\boldsymbol{r})$ 时假设 $w_{n-1}(\boldsymbol{r})$ 已知. 评价 $\chi_n(\boldsymbol{r})$ 和 $w(\boldsymbol{r})$ 用如下代价函数:

$$F(\chi, w) = F^{\mathrm{S}}(w) + F^{\mathrm{D}}(\chi, w), \tag{18}$$

其中,

$$F^{\mathrm{S}}(w)=\frac{\|E^{\mathrm{sct}}-M_{\mathrm{S}}(w)\|}{\|E^{\mathrm{sct}}\|}, \tag{19}$$

$$F^{\mathrm{D}}(\chi,w)=\frac{\|\chi\odot E^{\mathrm{inc}}-w+\chi\odot M_{\mathrm{D}}(w)\|}{\|\chi\odot E^{\mathrm{inc}}\|}, \tag{20}$$

(19) 和 (20) 式中 $\odot$ 为 Hadamard 乘积.

在对比源逆成像法中, 首先要计算初始对比源 $w_0(\boldsymbol{r})$:

$$w_0(\boldsymbol{r})=\frac{\mathrm{Re}\langle M_{\mathrm{S}}(G(E^{\mathrm{sct}})),E^{\mathrm{sct}}\rangle_{D_{\mathrm{M}}}}{\|M_{\mathrm{S}}(G(E^{\mathrm{sct}}))\|^2_{D_{\mathrm{M}}}}G(E^{\mathrm{sct}}), \tag{21}$$

其中, 算子 $G=-2\boldsymbol{T}^{-1}_{D_{\mathrm{M}}}M^{\mathrm{H}}_{\mathrm{S}}/\|E^{\mathrm{sct}}\|^2_{D_{\mathrm{M}}}$, $T_{D_{\mathrm{M}}}$ 为有限元中的质量矩阵. 有了对比源的初始值之后, 对比度函数与对比源就可以由以下两个式子进行迭代计算:

$$\begin{aligned}&\left\{\left(\sum_t[[E_{t,n}]]^{\mathrm{H}}_{N\times N}[T_{\mathrm{D}}]_{N\times N}[[E_{t,n}]]_{N\times N}\right)\chi_n\right.\\&=\sum_t[[E_{t,n}]]^{\mathrm{H}}_{N\times N}[T_{\mathrm{D}}]_{N\times N}[[w_{t,n}]]_{N\times N},\\&\quad w_{t,n}=w_{t,n-1}+a_{t,n}d_{t,n},\end{aligned} \tag{22}$$

其中,

$$\begin{cases}a_{t,n}=\arg\min_a(F(w_{t,n-1}\\\qquad +ad_{t,n},\chi_{n-1})),\\d_{t,n}=-g_{t,n}\\\qquad +\dfrac{\langle g_{t,n},g_{t,n}-g_{t,n-1}\rangle_{D_{\mathrm{I}}}}{\|g_{t,n-1}\|^2_{D_{\mathrm{I}}}}d_{t,n-1},\end{cases} \tag{23}$$

这里 $g_{t,n}=\partial F(\chi,w_t)/\partial w_{t,n}$.

5 仿真研究

5.1 积分算子奇异值谱分析

为了验证本文提出方法的有效性, 我们对截面尺寸小于半波长的圆形和三角形柱体目标在均一背景、无耗非均一和有耗非均一背景中进行二维微波断层成像仿真研究, 如图 2 所示. 为了得到更好的反演结果, 我们把待测目标放置在靠近接收天线和金属腔体的位置[19], 并在靠近目标的区域 ($\varepsilon_{\mathrm{b1}}=1$) 放置一个已知的圆柱介质 (有耗: $\varepsilon_{\mathrm{b2}}=3-j\times0.5$, 无耗 $\varepsilon_{\mathrm{b2}}=3$) 作为非均一背景, 目标介电常数 $\varepsilon=4-j\times1$, 仿真使用频率 $f=3$ GHz, 天线数量 $M=26$.

对如图 2 所示 MWT 系统的离散积分算子进行奇异值谱分析, 如图 3 所示. 非均一背景的积分算子奇异值谱优于均一背景的积分算子奇异值谱, 有耗非均一背景与无耗非均一背景的奇异值谱十分接近. 当系统加入非均一背景时, 积分算子的奇

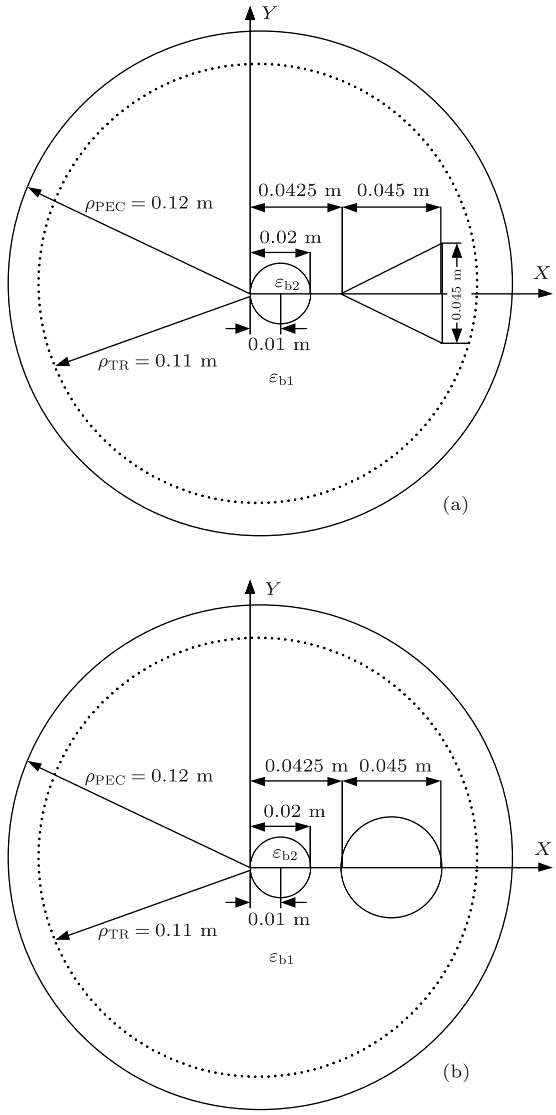

图 2 圆柱金属腔体内非均一背景与目标示意图 (a) 三角形柱体目标; (b) 圆形柱体目标

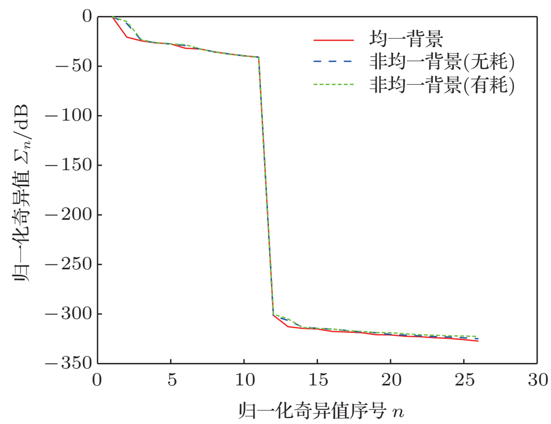

图 3 基于圆柱金属腔体的微波断层成像系统 (如图 2 所示) 的积分算子的奇异值谱, 其中 $\rho_{\mathrm{PEC}}=0.12$ m, $\rho_{\mathrm{TR}}=0.11$ m, $M=26$, $N=80\times80=6400$

异值谱发生了变化, $1 < n < 8$ 和 $12 \leqslant n \leqslant 26$ 处非均一背景的奇异值明显变大, 这有利于得到更稳定、更准确的反演结果. 尤其是 $12 \leqslant n \leqslant 26$ 处的奇异值增大, 这表示系统可以得到更多散射场的高频成分, 并且具有更高的噪声容忍度. 表 1 所示为各种背景条件下的积分算子条件数, 无耗和有耗非均一背景积分算子的条件数分别比均一背景积分算子小 24.1% 和 42.1%, 这说明积分算子的病态性降低了, 更容易得到稳定、准确、惟一的反演结果.

表 1 积分算子条件数比较

背景类型	条件数
均一背景 (空气)	2.3384×10^{16}
非均一背景 (无耗)	1.7745×10^{16}
非均一背景 (有耗)	1.3545×10^{16}

由表 1 可以看出有耗非均一背景积分算子的病态性较无耗非均一背景稍小, 这说明使用有耗非均一背景更有利于反演.

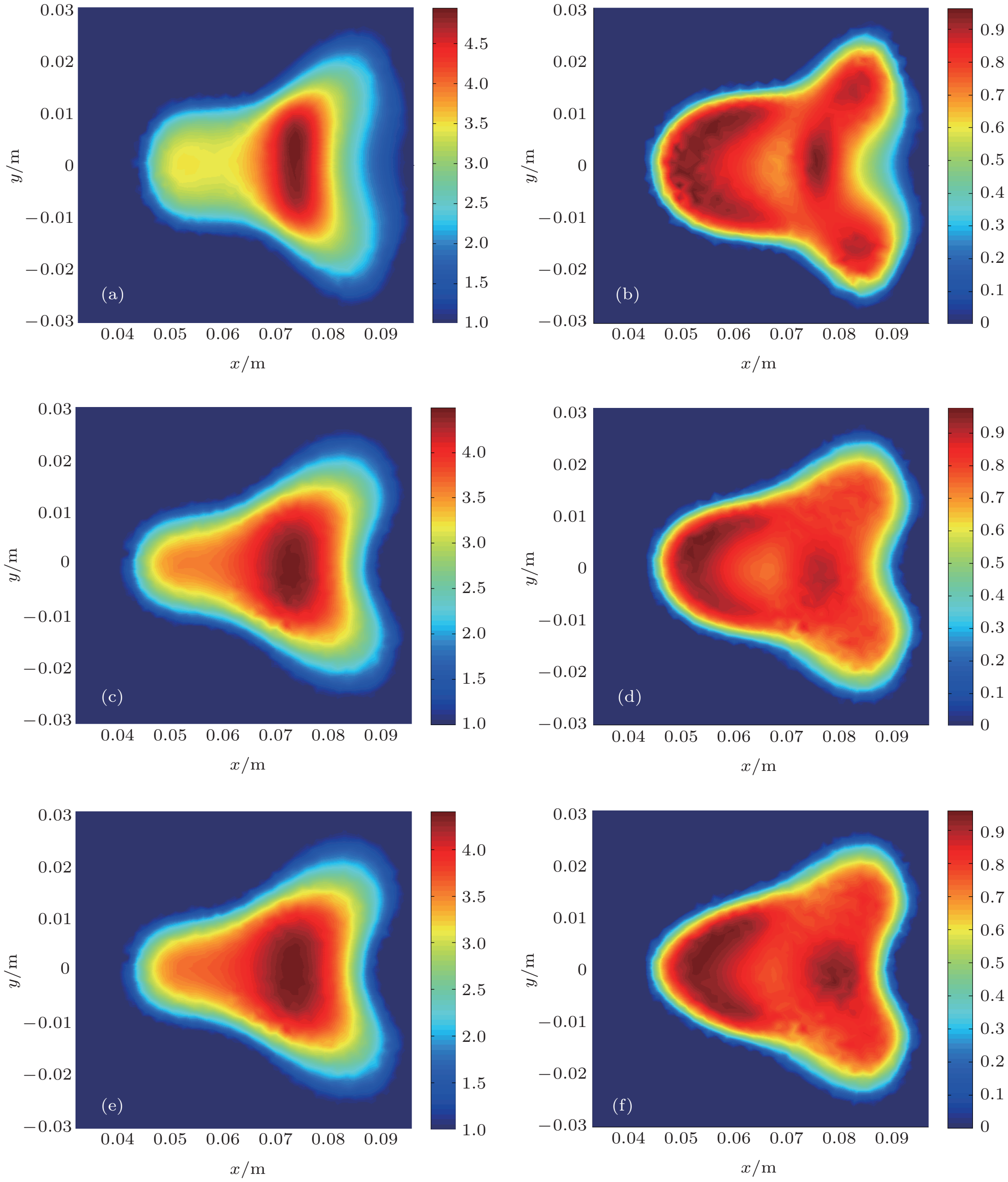

图 4 (网刊彩色) 三角形柱体目标的二维反演结果 (左图为实部, 右图为虚部) (a), (b) 均一背景; (c), (d) 无耗非均一背景; (e), (f) 有耗非均一背景

5.2 反演结果

使用FEM-CSI法对图2所示柱体目标进行二维反演计算, 并对反演结果进行误差分析.

图4所示为三角形柱体目标的二维反演结果, 我们用相对误差(L_i)来评价和比较反演结果:

$$L_i = \frac{\|\varepsilon^{\text{true}} - \varepsilon^{\text{recon}}\|_i}{\|\varepsilon^{\text{true}}\|_i}, \tag{24}$$

其中, $\| \ \|_i$为i范数, $\varepsilon^{\text{true}}$和$\varepsilon^{\text{recon}}$分别为$D_{\text{I}}$中真实介电常数分布与反演结果.

如图4—7所示, 非均一背景中的反演结果优于均一背景中的反演结果, 有耗非均一背景的反演结果优于无耗非均一背景的反演结果, 这符合图3和表1的分析结果. 如图4(f)所示, 三角形目标左端的角被成功地反演, 如图6(c)—(f)所示, 圆目标轮廓清晰完整, 这说明反演结果包含了更多的稳定的高频成分. 如图5和图7所示, 使用非均一背景加快了反演算法的收敛速度, 并且得到了更准确的结果. 三角形目标和圆形目标反演结果相对误差及其优化率分别如表2和表3所示, 使用非均一背景之后, 反演结果准确度有明显的提升.

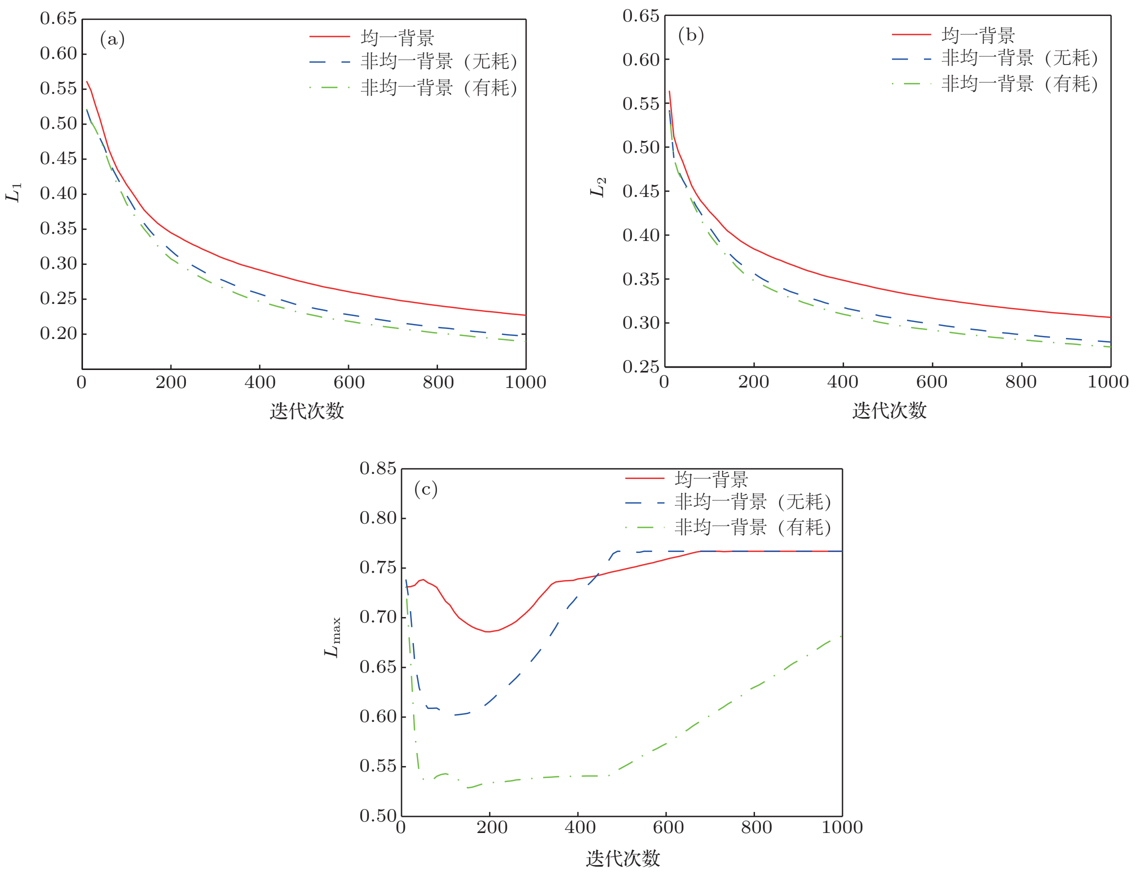

图5 三角形目标反演结果的相对误差 (a) L_1; (b) L_2; (c) $L_{\max}$

表2 三角形目标反演结果相对误差比较

背景类型	L_1		L_2		$L_{\max}$	
	$L_1(1000)$	优化率/%	$L_2(1000)$	优化率/%	$L_{\max}(1000)$	优化率/%
均一背景	0.2270	—	0.3064	—	0.7670	—
非均一背景 (无耗)	0.1969	13.26	0.2784	9.14	0.7670	0
非均一背景 (有耗)	0.1896	16.48	0.2728	10.97	0.6819	11.10

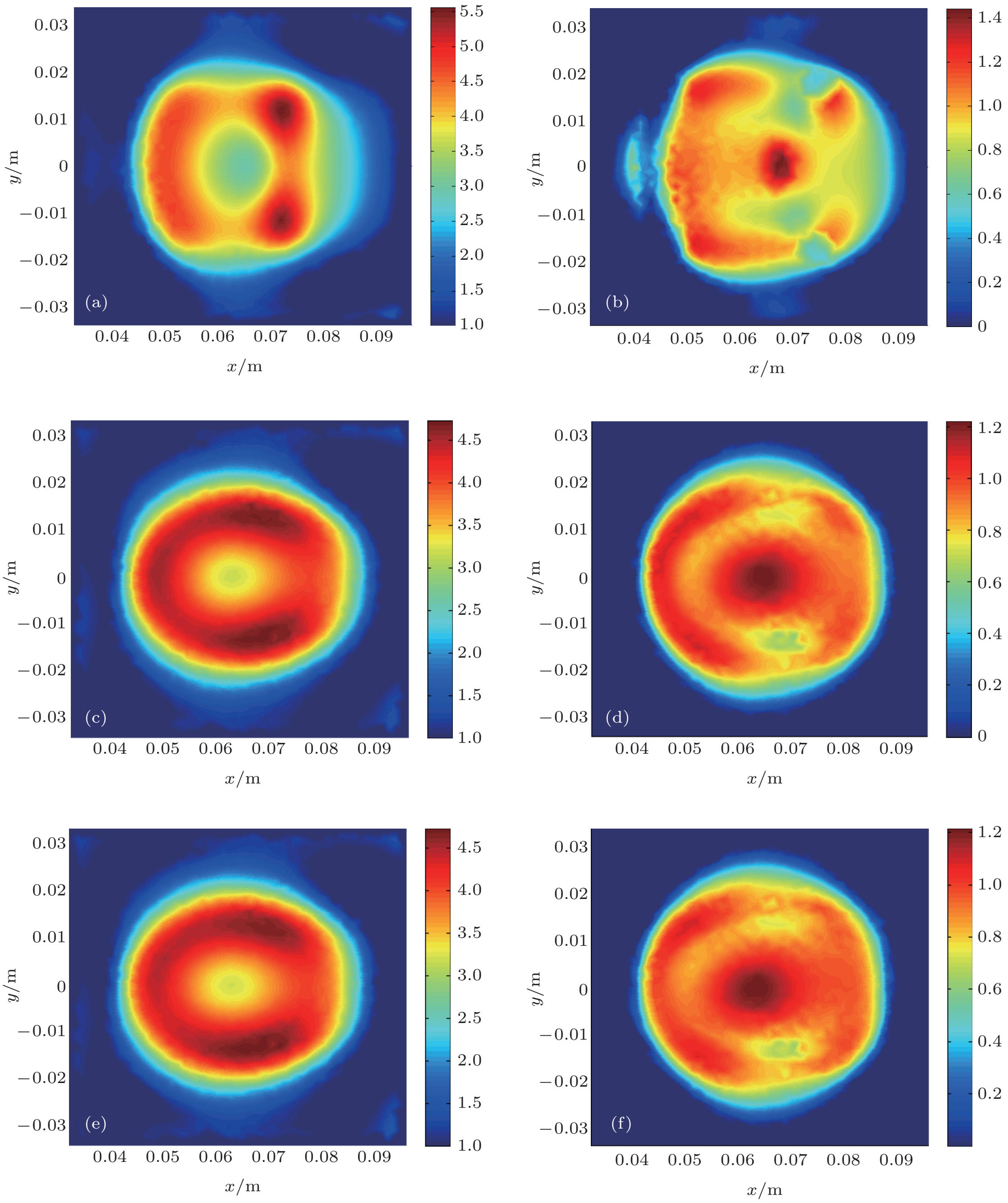

图6 (网刊彩色) 圆柱目标的二维反演结果(左图为实部, 右图为虚部) (a), (b) 均一背景; (c), (d) 无耗非均一背景; (e), (f) 有耗非均一背景

表3 圆柱目标反演结果相对误差比较

背景类型	L_1		L_2		$L_{\max}$	
	$L_1(1000)$	优化率/%	$L_2(1000)$	优化率/%	$L_{\max}(1000)$	优化率/%
均一背景	0.1827	—	0.2438	—	0.7412	—
非均一背景 (无耗)	0.1561	14.56	0.2132	12.55	0.6957	6.14
非均一背景 (有耗)	0.1536	15.93	0.2112	13.37	0.6737	9.11

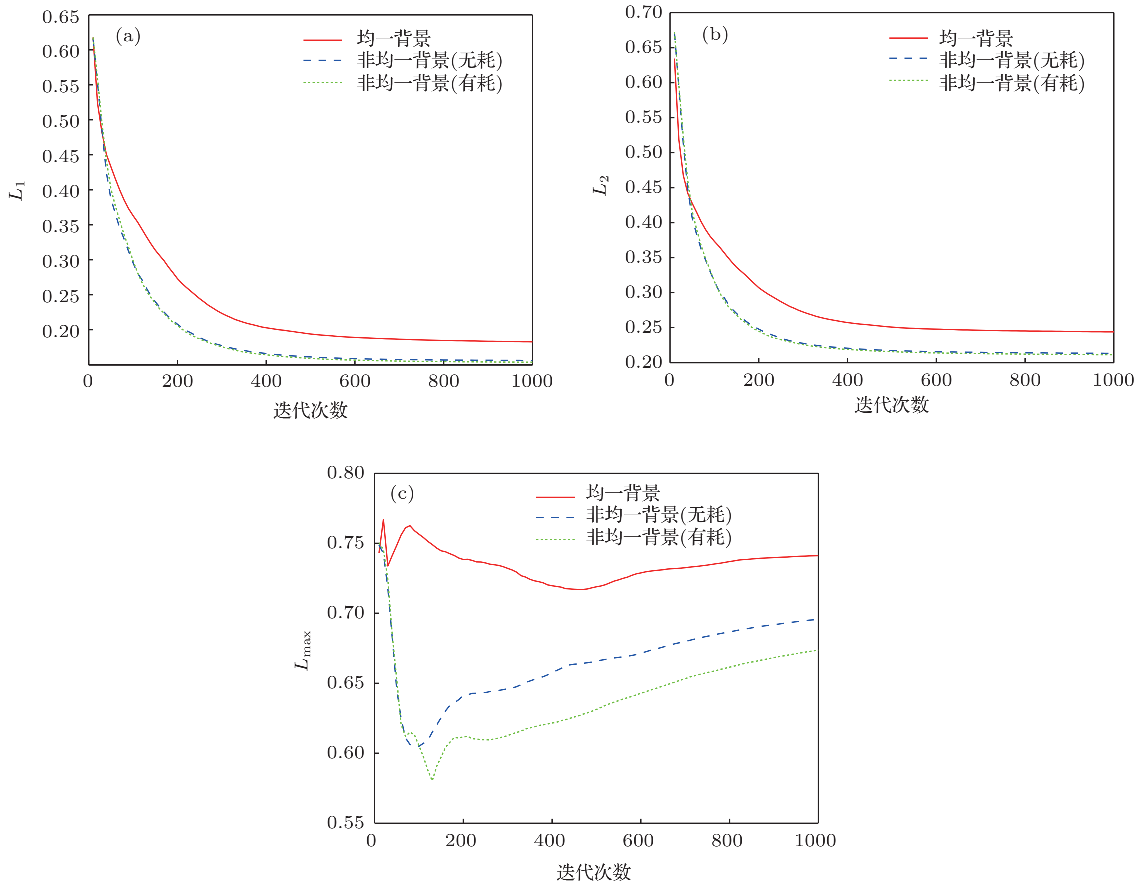

图 7 圆柱目标反演结果的相对误差 (a) L_1; (b) L_2; (c) $L_{\max}$

6 结 论

本文研究了基于金属腔体MWT系统的非均一背景对反演结果的影响, 提供了一种新的MWT系统优化方法. 首先, 使用矩量法推导了圆柱金属腔体内非均一背景的积分算子, 并对其进行了奇异值谱分析, 从理论上研究了金属腔体内非均一背景对反演结果的影响. 由于积分算子只由MWT系统决定, 与反演算法无关, 因此我们使用FEM-CSI反演算法进行仿真验证, 并给出相应的分析. 主要结论有一下几点:

1) 反演结果的优劣与MWT积分算子的奇异值谱和条件数有关, 积分算子的奇异值谱下降越慢、条件数越小, 则反演结果越好;

2) 使用非均一背景可以优化基于金属腔体的MWT积分算子, 使用反演算法可以得到更细节、更准确的反演结果, 该方法不改变现有的MWT硬件系统, 具有成本低, 效果好的特点, 可应用于现有的MWT系统.

本文的研究结果为MWT优化技术提供了一种新的方法, 并为MWT系统最优非均一背景的研究提供了理论和仿真依据.

参考文献

[1] Meaneya P M, Fanninga M W, Raynoldsa T, Foxa C J, Fang Q, Kogelb C A, Poplackb S P, Paulsena K D 2007 *Acad. Radiol.* **14** 207

[2] Zakaria A, Baran A, LoVetri J 2012 *IEEE Antennas. Wirel. Propag. Lett.* **11** 1606

[3] Song L P, Yu C, Liu Q H 2005 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **43** 2793

[4] Abubakar A, Habashy T M, Druskin V L, Knizhnerman L, Alumbaugh D 2008 *Geophysics* **73** F165

[5] Zhu H Y, Shen J Q, Li J 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 947 (in Chinese)[朱红毅, 沈建其, 李军 2004 物理学报 **53** 947]

[6] Zhang P, Zhang X J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 164201 (in Chinese)[张鹏, 张晓娟 2013 物理学报 **62** 164201]

[7] Sheen D M, McMakin D L, Hall T E 2001 *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **49** 1581

[8] Liu D, Wang F, Huang Q X, Yan J H, Chi Y, Cen K F 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4812 (in Chinese)[刘东, 王飞, 黄群星, 严建华, 池涌, 岑可法 2008 物理学报 **57** 4812]

[9] Ye H X, Jin Y Q 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 4579 (in Chinese)[叶红霞, 金亚秋 2009 物理学报 **58** 4579]

[10] Gilmore C, Mojabi P, Zakaria A, Pistorius S, LoVetri J 2010 *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.* **9** 393

[11] Ostadrahimi M, Mojabi P, Gilmore C, Zakaria A, Noghanian S, Pistorius S, LoVetri J 2011 *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.* **10** 900

[12] Gilmore C, LoVetri J 2008 *Inverse Probl.* **24** 035008

[13] Gilmore C, Zakaria A, LoVetri J, Pistorius S 2013 *Med. Phys.* **40** 023101
[14] Nordeboa S, Fhagerb A, Gustafssonc M, Nilssona B 2010 *Inverse Probl. Sci. En.* **18** 1043
[15] Crocco L, Litman A 2009 *Inverse Probl.* **25** 065001
[16] Zakaria A, Gilmore C, LoVetri J 2010 *Inverse Probl.* **26** 115010
[17] van den Berg P M, Fokkema J T 2003 *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **51** 187
[18] van den Berg P M, Kleinman R E 1997 *Inverse Probl.* **13** 1607
[19] Bucci O M, Crocco L, Isernia T 1999 *J. Opt. Soc. Am.* **16** 1788

Enhancing microwave tomography in a circular metallic chamber by an inhomogeneous background*

Ding Liang[1)2)†] Liu Pei-Guo[1)] He Jian-Guo[1)] Amer Zakaria[2)] Joe LoVetri[2)]

1) (*School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China*)

2) (*Department of Electrical and Computer Engineering, University of Manitoba, Winnipeg MB R3T 5V6, Canada*)

(Received 25 September 2013; revised manuscript received 17 October 2013)

Abstract

Microwave tomography is enhanced by using an inhomogeneous background. In this paper, the measurement region is located in a circular perfect electrical conductor (PEC) chamber where a known object is placed inside the imaging domain as an inhomogeneous background. This can not only make use of the prior information about the background, but also increase the equivalent radiation source for the target detection. The Green function of a circular PEC chamber with inhomogeneous background is obtained using the method of moments. Based on the Green functions for both homogeneous and inhomogeneous background in circular PEC chamber, the properties of the radiation operators are analyzed by comparing the condition numbers and the singular value spectra. Simulations are carried out in homogeneous, lossless inhomogeneous and lossy inhomogeneous backgrounds respectively, and the relative errors are discussed. The results show that using inhomogeneous background can improve the convergence rate and accuracy, and the lossy inhomogeneous background produces better results than the lossless one. In addition, it can enhance the inversion results without changing the microwave tomography system, which can be used in the medical imaging and industrial nondestructive detection.

Keywords: inverse scattering, microwave tomography, inhomogeneous background, Green function

PACS: 41.20.Jb, 81.70.Ex, 42.25.Fx, 02.30.Zz **DOI:** 10.7498/aps.63.044102

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61372029) and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20114307110022).

† Corresponding author. E-mail: lio.dingliang@hotmail.com