

# 水平变化浅海声波导中模态特征频率与声源距离被动估计\*

戚聿波<sup>1)2)</sup> 周士弘<sup>1)†</sup> 张仁和<sup>1)</sup> 张波<sup>1)2)</sup> 任云<sup>1)</sup>

1)(中国科学院声学研究所, 声场声信息国家重点实验室, 北京 100190)

2)(中国科学院大学物理学院, 北京 100049)

(2013年9月6日收到; 2013年11月8日收到修改稿)

针对水平变化浅海声波导中声源宽容性被动测距问题, 理论分析了海底地形水平缓变浅海波导中卷绕变换基础上的低频声场特征频率. 推导了绝对硬海底时水平变化波导中声场模态时频到达结构以及模态瞬时相位的表达式, 由该表达式给出了特征频率与收发距离的变化关系, 进而提出了水平变化浅海波导中声源距离被动估计的修正方法, 通过仿真和实验对理论与方法进行了验证.

**关键词:** 水平变化浅海声波导, 模态特征频率, warping 变换, 声源距离被动估计

**PACS:** 43.30.Bp, 43.60.Jn, 43.30.Wi

**DOI:** 10.7498/aps.63.044303

## 1 引言

被动声源定位一直是水声学中极具挑战性的研究方向之一, 目前主要有常规或自适应匹配场处理<sup>[1-3]</sup>、基于波导不变量<sup>[4-7]</sup>处理、基阵不变量处理<sup>[8]</sup>等方法. 匹配场处理通过模拟声场(拷贝场)与接收声场(测量场)的相关处理来实现水声目标的检测和定位, 它依赖于海洋环境参数和声场计算模型, 拷贝场计算量大, 且实际应用中往往会存在各种失配所带来的性能下降甚至是失效问题. 波导不变量方法利用浅海波导中声场在距离和频率二维平面上具有稳健性的干涉结构特征来进行处理, 改善了被动检测与定位处理的宽容性和稳健性, 但空间处理时对声场有空间尺度(一定的距离变化)的要求. 基阵不变量处理利用浅海波导中声场的频散特性, 通过波束形成输出的强度和基阵不变量来实现声源距离的被动瞬时估计, 该方法不需要环境数据和大规模声场计算, 但较远距离时声源测距误差较大.

为了改善声源被动距离估计处理的宽容性, 降低拷贝声场计算的复杂度和计算量, 文献<sup>[9, 10]</sup>利用水平不变声波导中声场特征频率不变性, 提出了基于自相关函数卷绕(warping)变换输出频谱的单水听器被动声源距离估计方法. 卷绕变换是一种酉等价变换, Baraniuk等<sup>[11]</sup>首次将其应用于信号分析与处理. Touze等<sup>[12]</sup>根据浅海波导中的模态频散特性, 将其应用于单水听器接收到的低频宽带脉冲信号的模态分离. 此后, 该变换被进一步应用于声源定位<sup>[13]</sup>、海洋环境参数反演<sup>[14,15]</sup>以及具有温跃层结构浅海中模态间干涉及其波导不变量起伏的分析<sup>[16]</sup>.

由于波导频散效应, 浅海波导中宽带脉冲声信号及其自相关函数存在  $\phi_l(t) = 2\pi\mu_l\sqrt{t^2 - t_r^2}$  形式的瞬时相位成分, 其中  $t_r$  为信号到达时间,  $\mu_l$  为特征频率. 对于接收信号本身,  $\mu_l$  等于每个模态对应的特征频率  $v_m$ ; 对于接收信号自相关函数,  $\mu_l$  表现为由两个模态互相关所引入的特征频率, 即  $\mu_l = \sqrt{v_m^2 - v_n^2}$ . 时域卷绕变换通过引入时间坐标变换函数  $h(t) = \sqrt{t^2 + t_r^2}$ , 使得变换后

\* 国家自然科学基金(批准号: 11174312, 10974218, 11125420)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: shih\_zhou@mail.ioa.ac.cn

时域输出的瞬时相位由  $\phi_l(t) = 2\pi\mu_l\sqrt{t^2 - t_r^2}$  变为  $\tilde{\phi}_l(t) = 2\pi\mu_l t$ , 可见卷绕变换能够将原先具有非线性时频特征的模态成分变换为具有单频  $\mu_l$  或窄带频率特征的模态成分. 在水平不变浅海声波导中,  $\mu_l$  与声源和接收器之间的距离无关, 仅与波导环境参数有关; 理想水下声波导中该频率特征即为各模态的截止频率. 这里的声场模态特征频率  $\mu_l$  具有不变性.

对于水平变化波导, 随着海底地形或者海洋环境参数的变化, 不同距离处本地模态的水平波数不同, 频散特性也不同. 接收信号的时频到达结构及瞬时相位是整个收发距离上波导频散共同作用的结果. 本文针对海底地形水平缓慢变化的浅海环境, 根据绝热近似简正波理论, 忽略模态传播过程中的能量交换, 从理论上分析了海底地形随距离变化波导中接收信号的瞬时相位及特征频率, 给出了模态特征频率与收发距离的变化关系, 研究水平变化浅海波导中声源距离被动估计问题, 并且利用海上实验数据进行了验证.

## 2 水平变化波导中模态特征频率及其与收发距离的关系

在海底地形水平缓变的浅海波导中, 根据绝热近似简正波理论, 点源激发的声场在远场可以用简正波表示为<sup>[17]</sup>

$$P(r, f) = \frac{j}{\rho(z_s)\sqrt{8\pi r}} e^{-j\pi/4} \sum_{m=1}^N \psi_m(0, z_s) \times \psi_m(r, z) \frac{e^{-j \int_0^r k_{rm}(x, f) dx}}{\sqrt{k_{rm}(r, f)}}, \quad (1)$$

其中,  $\psi_m(z)$  为第  $m$  阶模态的本征函数,  $z_s$  和  $z$  分别为声源深度和水听器深度,  $k_{rm}(x, f)$  为距离  $x$  处第  $m$  阶模态的水平波数,  $N$  为波导中传播的模态个数. 为了表示方便, 将 (1) 式简写为

$$P(r, f) = \sum_{m=1}^N A_m(f) e^{-j\varphi_m(r, f)}, \quad (2)$$

式中

$$A_m(f) = \frac{j}{\rho(z_s)\sqrt{8\pi r k_{rm}(r, f)}} \times e^{-j\pi/4} \psi_m(0, z_s) \psi_m(r, z),$$

$$\varphi_m(r, f) = \int_0^r k_{rm}(x, f) dx.$$

对 (2) 式进行傅里叶逆变换得到声场的时域表达式为

$$p(r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^N A_m(f) e^{j(2\pi f t - \varphi_m(r, f))} df. \quad (3)$$

由稳相法 (3) 式可以近似为<sup>[18]</sup>

$$p(r, t) \approx \sum_{m=1}^N A_m(f_{ms}) \sqrt{\frac{2\pi}{\varphi_m''(r, f_{ms})}} \times e^{j(2\pi f_{ms} t - \varphi_m(r, f_{ms}) - \frac{\pi}{4} \text{sgn}(\varphi_m''(r, f_{ms})))}, \quad (4)$$

其中  $f_{ms}$  为稳相点, 满足方程

$$2\pi t - \frac{\partial \varphi_m(r, f)}{\partial f} = 0. \quad (5)$$

将  $\varphi_m(f)$  的表达式代入 (5) 式并进一步简化后可得

$$t - \int_0^r \frac{dx}{u_m(x, f)} = 0, \quad (6)$$

其中  $u_m(x, f)$  为在距离  $x$  处第  $m$  阶模态的群速度. 对于水平不变的海底绝对硬、海面绝对软理想波导:

$$u_m(x, f) = \frac{\partial \omega}{\partial k_{rm}} = c\sqrt{1 - (v_m(x)/f)^2}, \quad (7)$$

这里  $c$  为海水声速,

$$v_m(x) = \frac{(2m-1)c}{4d(x)},$$

其中  $d(x)$  为距离  $x$  处的波导水深, 因此 (6) 式可表示为

$$t = \int_0^r \frac{dx}{u_m(x, f)} = \int_0^r \frac{dx}{c\sqrt{1 - (v_m(x)/f)^2}}. \quad (8)$$

### 2.1 波导水深随距离呈线性变化

首先, 分析相对简单的绝对硬斜坡海底情况. 如图 1 所示, 声源位于 0 km 处, 接收器位于  $r$  处. 波导水深  $d$  随着距离  $x$  呈线性增加, 在  $0-r$  距离范围内, 水深由  $d_1$  增加到  $d_2$ . 海水声速为等声速. 在距离  $x$  处, 水深可以表示为

$$d(x) = d_1 + \frac{d_2 - d_1}{r} x. \quad (9)$$

为表示方便, 令

$$F = \frac{(2m-1)c}{4f},$$

此时 (8) 式可以表示为

$$t = \int_0^r \frac{dx}{c\sqrt{1 - F^2/d^2(x)}}$$

$$= \frac{r}{(d_2 - d_1)c} \int_{d_1}^{d_2} \frac{y}{\sqrt{y^2 - F^2}} dy, \quad (10)$$

积分后可得

$$t = \frac{r}{(d_2 - d_1)c} (\sqrt{d_2^2 - F^2} - \sqrt{d_1^2 - F^2}). \quad (11)$$

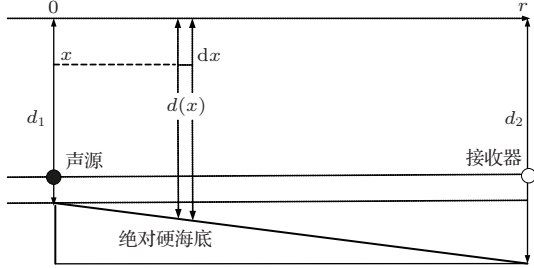


图1 斜坡海底波导

令  $T(t) = at$ , 其中  $a = \frac{(d_2 - d_1)c}{r}$ , (11) 式等价于

$$T = \sqrt{d_2^2 - F^2} - \sqrt{d_1^2 - F^2}. \quad (12)$$

对于实际的水下声波导,  $F > 0$ , 因此, 由公式(12)解得

$$F = \frac{\sqrt{-T^4 + 2T^2(d_1^2 + d_2^2) - (d_1^2 - d_2^2)^2}}{2T}. \quad (13)$$

将  $F = \frac{(2m-1)c}{4f_{ms}}$  和  $T = at$  代入(13)式, 可得第  $m$  阶模态的瞬时频率为

$$f_{ms}(t) = \frac{(2m-1)cat}{2\sqrt{-a^4t^4 + 2a^2t^2(d_1^2 + d_2^2) - (d_1^2 - d_2^2)^2}}. \quad (14)$$

公式(14)是波导水深随距离线性变化情况下模态的时频表达式. 对于斜坡海底, 在声源与接收器距离固定的情况下, 模态时频的变化关系只与声源和接收器所处的水深有关.

令  $b = d_1^2 + d_2^2$ ,  $e = (d_1^2 - d_2^2)^2$ , 根据公式(14), 瞬时相位  $\phi_m(t)$  可以表示为

$$\begin{aligned} \phi_m(t) &= 2\pi \int_{t_r}^t f_{ms}(u) du \\ &= 2\pi \frac{(2m-1)c}{4a} \left( \arcsin \left( \frac{a^2t^2 - b}{\sqrt{b^2 - e}} \right) \right. \\ &\quad \left. - \arcsin \left( \frac{a^2t_r^2 - b}{\sqrt{b^2 - e}} \right) \right). \end{aligned} \quad (15)$$

将  $a, b$  和  $e$  的表达式代入(15)式, 得

$$\begin{aligned} \phi_m(t) &= \pi \frac{(2m-1)r}{2(d_2 - d_1)} \\ &\quad \times \left( \arcsin \left( \frac{(d_2 - d_1)^2 t^2 / t_r^2 - (d_1^2 + d_2^2)}{2d_1 d_2} \right) \right. \end{aligned}$$

$$\left. + \arcsin 1 \right). \quad (16)$$

令

$$\chi = \frac{(d_2 - d_1)^2 t^2 / t_r^2 - (d_1^2 + d_2^2)}{2d_1 d_2},$$

$\phi_m(t)$  可表示为

$$\phi_m(t) = \pi \frac{(2m-1)r}{2(d_2 - d_1)} (\arcsin \chi + \arcsin 1). \quad (17)$$

当声源与接收器之间的距离较大时, 与  $t_r$  相比, 接收信号的时间扩展长度  $\tau$  比较小. 此时卷绕变换有效的重采样时间  $t$  满足  $t_r \leq t \leq t_r + \tau$ , 且有  $\tau \ll t_r$ . 因此  $\chi$  满足  $\chi \geq -1 + \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  为一远小于1的正数.  $t$  越接近  $t_r$ ,  $\chi$  越趋近于  $-1$ . 根据反正弦函数的特性, 反正弦的和差可以合并成一个反正弦来表达, 即

$$\arcsin \chi + \arcsin 1 = \arcsin(\sqrt{1 - \chi^2}). \quad (18)$$

下面按照  $\chi \approx -1$  对上面的相位  $\phi_m(t)$  做进一步简化. 此时公式(18)可近似为

$$\begin{aligned} \arcsin(\sqrt{1 - \chi^2}) &\approx \sqrt{1 - \chi^2} \\ &= \sqrt{1 - \chi} \sqrt{1 + \chi} \\ &\approx \sqrt{2} \sqrt{1 + \chi}. \end{aligned} \quad (19)$$

将  $\chi$  表达式代入(19)式得

$$\arcsin(\sqrt{1 - \chi^2}) \approx \frac{(d_2 - d_1)\sqrt{t^2 - t_r^2}}{t_r \sqrt{d_1 d_2}}. \quad (20)$$

因此, 第  $m$  阶模态的瞬时相位  $\phi_m(t)$  最终可以表示为

$$\begin{aligned} \phi_m(t) &\approx 2\pi \frac{(2m-1)c}{4\sqrt{d_1 d_2}} \sqrt{t^2 - t_r^2} \\ &= 2\pi \hat{v}_m \sqrt{t^2 - t_r^2}, \end{aligned} \quad (21)$$

其中  $\hat{v}_m$  为第  $m$  阶模态的特征频率,

$$\hat{v}_m = \frac{(2m-1)c}{4\sqrt{d_1 d_2}}. \quad (22)$$

对比  $\hat{v}_m$  和水平不变声波导中的特征频率  $v_m$  可知, 对于水深随着水平距离线性变化的绝对硬海底波导情况, 时域卷绕变换依然适用, 变换后每个模态信号变为频率为  $\hat{v}_m$  的单频信号.

类似地, 接收信号自相关函数经过卷绕变换后的频谱峰值所对应的频率为<sup>[10]</sup>

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_l &= \sqrt{\hat{v}_m^2 - \hat{v}_n^2} \\ &= \frac{c}{4\sqrt{d_1 d_2}} \sqrt{(2m-1)^2 - (2n-1)^2}, \end{aligned} \quad (23)$$

其中,  $l = 1, 2, \dots, L$ ,  $L = C_N^2$  为自相关函数中  $N$  个模态进行组合的个数;  $n = 1, 2, \dots, N$ . 从公式

(22) 和 (23) 可知, 对于斜坡海底波导, 特征频率  $\hat{\nu}_m$  和  $\hat{\mu}_l$  与声源和接收器处的水深有关, 不同收发距离的接收信号特征频率不同. 对于距离  $r_1$  和  $r_2$  处的接收信号, 其特征频率之比为

$$\frac{\hat{\nu}_m(r_1)}{\hat{\nu}_m(r_2)} = \frac{\hat{\mu}_l(r_1)}{\hat{\mu}_l(r_2)} = \frac{\sqrt{d(r_2)}}{\sqrt{d(r_1)}}. \quad (24)$$

因此, 水平不变波导中的特征频率不变性在水平变化波导中不再适用.

为了验证上述理论推导的正确性, 下面给出仿真算例. 仿真波导环境与图 1 所示的斜坡海底波导相同, 海水声速为等声速 1500 m/s, 海底为绝对

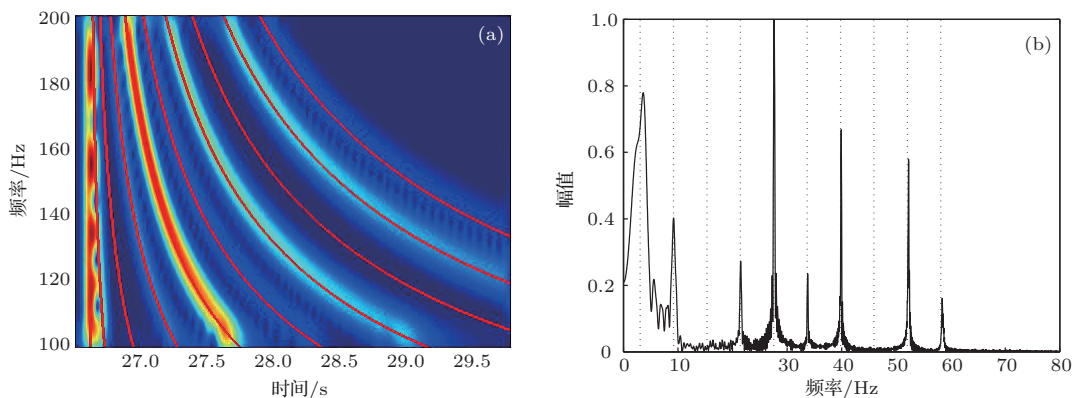


图 2 绝对硬斜坡海底理想波导中 40 km 处接收信号时频图及卷绕变换后的频谱 (a) 接收信号时频图; (b) 接收信号经过卷绕变换后的频谱

为了分析模态特征频率与收发距离的关系, 图 3 给出了不同收发距离的接收信号及其自相关函数经过卷绕变换后频谱随距离变化的瀑布图. 图 3(a) 为接收信号经过卷绕变换后的频谱, 图中红色虚线为由公式 (22) 计算得到的前 10 阶模态在不同距离处的特征频率. 从图 3(a) 可以发现, 由于波导水深的变化, 不同距离处模态本征函数不同, 当接收器深度固定时, 同一模态激发的强度不同. 同时, 不同距离处模态的特征频率也不同. 对于低阶模态, 公式 (22) 计算得到的模态特征频率与仿真结果符合较好; 对于近距离处的高阶模态, 两者存在较小的误差, 这是因为与低阶模态相比, 高阶模态的时间扩展长度较大, 不能严格满足公式 (19) 近似所需的  $\chi \approx -1$  的条件. 图 3(b) 为接收信号自相关函数经过卷绕变换后的频谱, 图中红色虚线为由公式 (23) 计算得到不同距离处的特征频率, 可见特征频率与声源和接收器处水深的关系满足公式 (23).

上述理论推导和仿真的波导环境均为绝对硬海底, 并且水体声速为等声速. 对于更为复杂的波导, 尽管不能得到模态特征频率的解析表达式, 但

硬海底. 波导在 0 km 处的水深为 100 m, 在 40 km 处的水深变为 150 m. 声源位于 0 km 处, 声源带宽为 100—200 Hz. 声源与接收器深度均为 80 m. 声场由 COUPLE07 模型 [19,20] 进行计算, 本算例只计算了前 10 阶模态. 图 2(a) 为 40 km 处的接收信号进行短时傅里叶变换后的时频图, 图中红色实线为按照公式 (14) 计算得到的前 10 阶模态时频变化关系. 图 2(b) 为接收信号经过卷绕变换后的频谱, 虚线为由公式 (22) 计算得到的模态特征频率. 从图 2 可以发现, 仿真数据处理结果与本文的理论分析一致.

是公式 (24) 给出的特征频率与距离的关系依然成立. 图 4 给出了温跃层、实际斜坡海底波导中不同距离的接收信号及其自相关函数经过卷绕变换后的频谱随距离变化的瀑布图. 波导在 30—40 m 存在温跃层, 声速由 1500 m/s 减到 1488 m/s; 海底声速为 1600 m/s, 海底密度为 1.6 g/cm<sup>3</sup>, 海底吸声系数为 0.1 dB/λ. 首先对收发距离为 27 km 的接收信号进行卷绕变换(参考声速为整个水深上的声速平均值), 得到该距离处的模态特征频率, 再根据公式 (24) 计算得到的其他距离处的模态特征频率, 结果如图 4(a) 红色虚线所示. 图 4(b) 与图 4(a) 的处理方法相同, 红色虚线由公式 (24) 计算得到. 由图 4 可以看出, 对于较为复杂的斜坡波导, 公式 (24) 依然能够正确描述特征频率与收发距离的关系.

## 2.2 波导水深随距离呈非线性变化

当波导水深  $d$  与距离  $x$  的关系比较复杂时, 公式 (8) 中的积分项得不到解析表达式. 为了得到模态瞬时频率  $f_{ms}(t)$  的解析解, 下面对公式 (8) 中的积分进行近似.



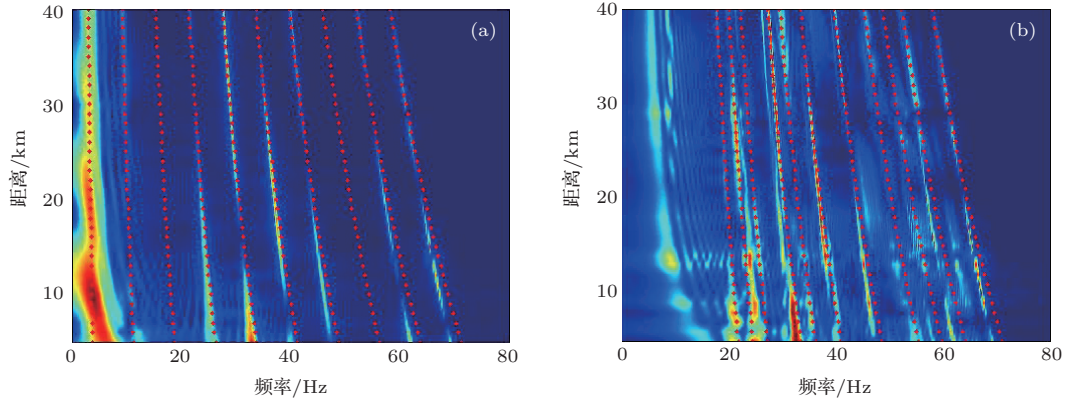


图3 绝对硬斜坡海底理想波导接收信号及其自相关函数经过卷绕变换后频谱随距离变化的瀑布图 (a) 接收信号; (b) 接收信号自相关函数

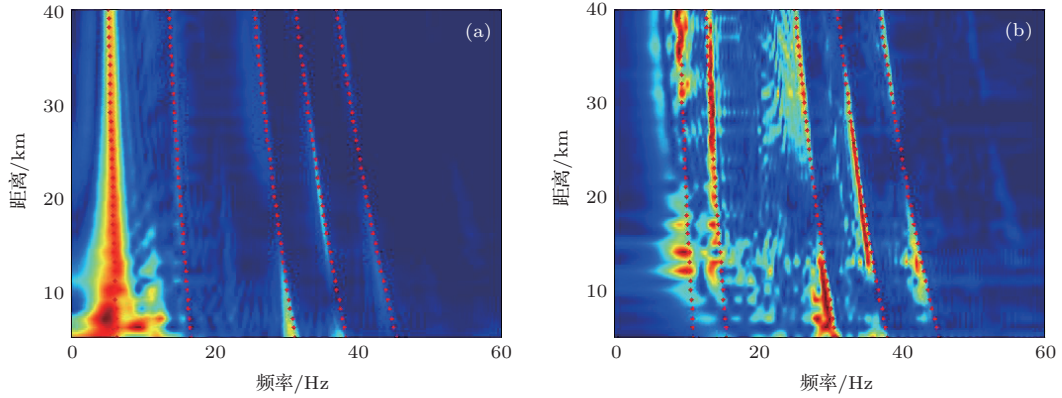


图4 温跃层及实际斜坡海底波导中不同距离接收信号及其自相关函数经过卷绕变换后频谱随距离变化的瀑布图 (a) 接收信号; (b) 接收信号自相关函数

对于低阶模态,  $v_m^2(x)/f^2 \ll 1$ , 忽略高阶小项并通过泰勒展开后, 公式(8)可以近似为

$$t \approx \int_0^r \frac{1}{c} \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{v_m^2(x)}{f} \right)^2 \right) dx$$

$$= \frac{r}{c} \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{(2m-1)c}{4f} \right)^2 \int_0^r \frac{dx}{d^2(x)} \right). \quad (25)$$

令

$$\hat{d}(r) = \sqrt{r / \int_0^r \frac{1}{d^2(x)} dx}, \quad (26)$$

$$\hat{v}_m(r) = \frac{(2m-1)c}{4\hat{d}}, \quad (27)$$

其中,  $\hat{d}(r)$  为波导有效深度. 公式(25)可以简化为

$$t = t_r \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\hat{v}_m^2}{f^2} \right)$$

$$\approx \frac{t_r}{\sqrt{1 - \hat{v}_m^2/f^2}} = \frac{t_r f}{\sqrt{f^2 - \hat{v}_m^2}}. \quad (28)$$

进一步可得

$$f_{ms}(t) = \frac{\hat{v}_m t}{\sqrt{t^2 - t_r^2}}. \quad (29)$$

因此, 第  $m$  阶模态的瞬时相位  $\phi_m(t)$  可以表示为

$$\phi_m(t) = 2\pi \int_{t_r}^t f_{ms}(u) du$$

$$= 2\pi \hat{v}_m \sqrt{t^2 - t_r^2}. \quad (30)$$

由公式(30)可知, 对于水深随着水平距离非线性变化的波导, 时域卷绕变换依然适用, 变换后每个模态变为频率为  $\hat{v}_m$  的单频信号. 同理, 对于接收信号的自相关函数, 经过卷绕变换后其频谱峰值所对应的频率为

$$\hat{\mu}_l(r) = \frac{c}{4\sqrt{r / \int_0^r \frac{dx}{d^2(x)}}}$$

$$\times \sqrt{(2m-1)^2 - (2n-1)^2}. \quad (31)$$

因此, 特征频率  $\hat{v}_m$  和  $\hat{\mu}_l$  与整个传播路径上的水深有关, 不同收发距离接收信号的特征频率不同. 对

于距离  $r_1$  和  $r_2$  处的接收信号, 其特征频率之比为

$$\frac{\hat{v}_m(r_1)}{\hat{v}_m(r_2)} = \frac{\hat{\mu}_l(r_1)}{\hat{\mu}_l(r_2)} = \frac{\sqrt{r_2 / \int_0^{r_2} \frac{1}{d^2(x)} dx}}{\sqrt{r_1 / \int_0^{r_1} \frac{1}{d^2(x)} dx}}. \quad (32)$$

### 3 声源距离被动估计的修正方法

利用水平不变波导的“特征频率不变性”, 文献 [10] 提出了基于接收信号自相关函数卷绕变换输出频谱的声源距离被动估计方法. 该方法首先由  $r_0$  处的引导源得到波导的特征谱 (即将  $r_0$  处接收信号自相关函数经过卷绕变换后的频谱作为特征谱), 然后以不同的假设距离  $r$  对  $r_1$  处目标声源的接收信号自相关函数进行卷绕变换, 当得到的频谱与波导的特征谱相同时, 此时的假设距离  $r$  即为目标声源估计距离. 对于海深水平缓变波导, 由于特征频率随着信号收发距离的变化而变化, 当采用该方法进行声源距离估计时, 必须对距离估计结果进行修正.

同样以  $r_0$  处的声源作为引导源, 此时假设波导是水平不变的, 水深为  $r_0$  处的有效深度. 首先采用文献 [10] 的方法, 得到声源距离估计初值  $\tilde{r}$ . 声源距离估计初值  $\tilde{r}$ 、声源实际距离  $r_1$  和引导源距离  $r_0$  满足关系式 [10]

$$\sqrt{\frac{r_1}{\tilde{r}}} \hat{\mu}_l(r_1) = \hat{\mu}_l(r_0). \quad (33)$$

解 (33) 式得估计初值为

$$\tilde{r} = \left( \frac{\hat{u}_l(r_1)}{\hat{u}_l(r_0)} \right)^2 r_1 = \left( \frac{\hat{d}(r_0)}{\hat{d}(r_1)} \right)^2 r_1. \quad (34)$$

因此, 当  $\hat{d}(r_1) > \hat{d}(r_0)$  时, 声源距离估计初值  $\tilde{r}$  要小于实际距离  $r_1$ ; 当  $\hat{d}(r_1) < \hat{d}(r_0)$ , 声源距离估计初值  $\tilde{r}$  要大于实际距离  $r_1$ . 利用波导水深随距离变化的关系, 可以由距离估计初值  $\tilde{r}$  得到声源实际距离  $r_1$ . 将波导有效深度的表达式代入公式 (34) 后

$$\tilde{r} = r_0 \left( \frac{\int_0^{r_1} \frac{1}{d^2(x)} dx}{\int_0^{r_0} \frac{1}{d^2(x)} dx} \right). \quad (35)$$

当  $d(x)$  比较复杂时, (35) 式中的积分项不能由解析式给出, 因此不能由此式直接解方程得到  $r_1$ . 但是

通过文献 [10] 的方法确定距离估计初值  $\tilde{r}$  后, 可以以  $\tilde{r}$  为中心搜索得到实际声源距离, 即将不同的假设声源距离  $r$  取代公式 (35) 中的  $r_1$ , 若公式 (35) 等号左右两端相等, 此时的假设声源距离  $r$  等于声源实际距离  $r_1$ .

当可以用解析式来表达波导水深与距离的关系且波导有效深度经过积分后可以由解析式给出时, 通过解方程就可以直接得到声源实际距离  $r_1$ . 下面以斜坡海底波导为例, 对声源距离估计方法进行修正. 假设斜坡角度为  $\theta$ , 接收器位于 0 km 处, 水深为  $d_0$ , 则  $r$  处的水深为

$$d(r) = d_0 + r \tan \theta. \quad (36)$$

由公式 (26) 可得  $r$  处的有效水深为

$$\hat{d}_s(r) = \sqrt{d_0(d_0 + r \tan \theta)}, \quad (37)$$

将引导声源处的有效水深  $\hat{d}_s(r_0)$  和目标声源处的有效水深  $\hat{d}_s(r_1)$  代入公式 (34) 可得

$$\tilde{r} = \frac{d_0 + r_0 \tan \theta}{d_0 + r_1 \tan \theta} r_1. \quad (38)$$

解方程得到声源实际距离为

$$r_1 = \frac{\tilde{r} d_0}{d_0 + r_0 \tan \theta - \tilde{r} \tan \theta}. \quad (39)$$

### 4 实验数据处理结果

为了验证上述理论推导的正确性, 下面给出实验数据处理结果. 实验数据取自于 2013 年 3 月在我国南海浅水海域进行的一次海底垂直衰减测量实验. 声源为水炮脉冲声源, 爆炸深度约为 0.5 m, 接收器位于海底. 接收器位置和爆炸声源位置由手持式全球定位系统标示并由此获得两者间的实际距离. 实验海域水深变化和声速剖面见图 5.

图 6 为不同收发距离处接收信号及其自相关函数经过卷绕变换后频谱随距离变化的瀑布图. 从图 6 (a) 可以看出, 对于较近距离的接收信号, 包含 3 个模态, 随着距离的增加, 第 3 阶模态衰减很快. 首先对收发距离为 428 m 的接收信号进行卷绕变换, 得到该距离处的特征频率, 再根据公式 (32) 计算得到其他距离处的模态特征频率, 结果如图 6 (a) 中红色虚线所示. 图 6 (b) 与图 6 (a) 的处理方法相同, 红色虚线由公式 (32) 计算得到. 从图 6 可以看出, 公式 (32) 可以比较准确地描述模态特征频率与距离的关系.

采用  $r = 688$  m 处的爆炸声源作为引导源, 按照文献 [10] 的距离估计方法得到的声源距离估

计结果如图 7(a) 所示. 从图 7(a) 可以看出, 对于 200—688 m 范围内的声源, 声源处的波导有效深度小于引导源处的波导有效深度, 估计距离大于实际距离; 反之, 对于 688—1200 m 范围内的声源, 估计

距离小于实际距离. 按照上述方法, 对测距结果进行修正后得到的声源估计距离如图 7(b) 所示. 从图 7 可以发现, 距离估计精度得到了修正, 与实际距离相符.

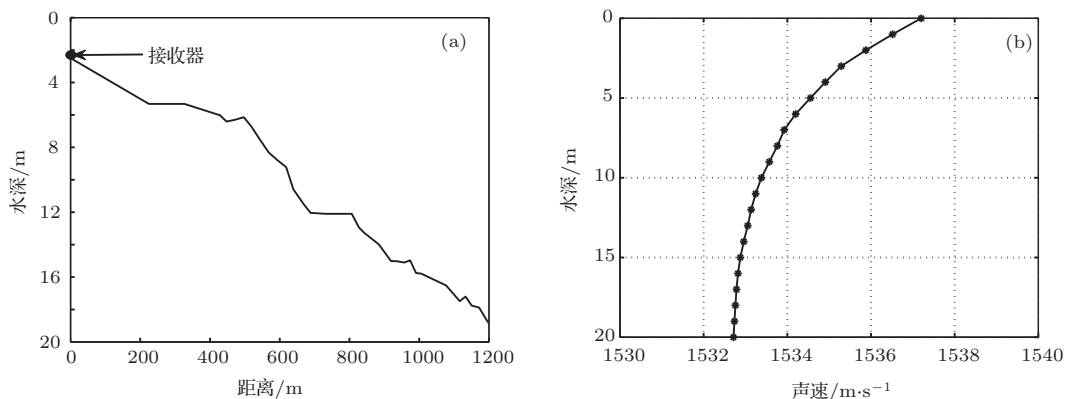


图 5 实验海域水深随距离的变化和声速剖面 (a) 水深变化; (b) 声速剖面

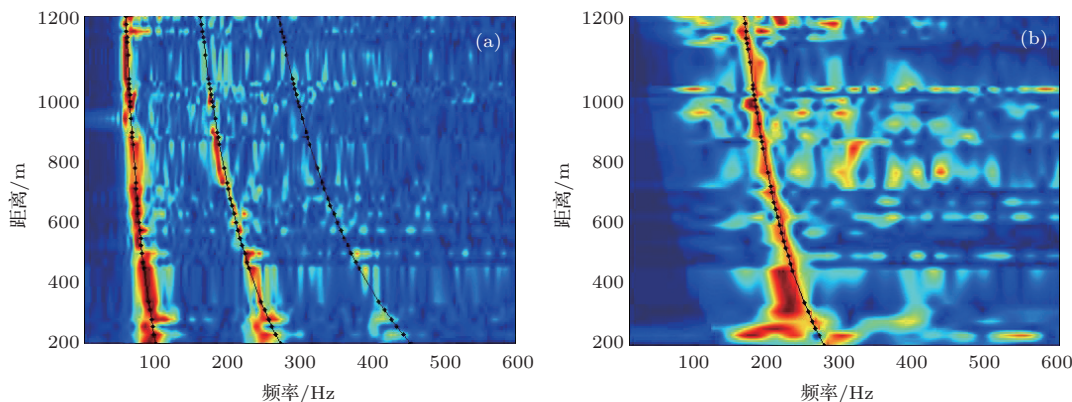


图 6 不同距离处接收信号及其自相关函数经过卷绕变换后频谱随距离变化的瀑布图 (a) 接收信号情况; (b) 接收信号自相关函数情况

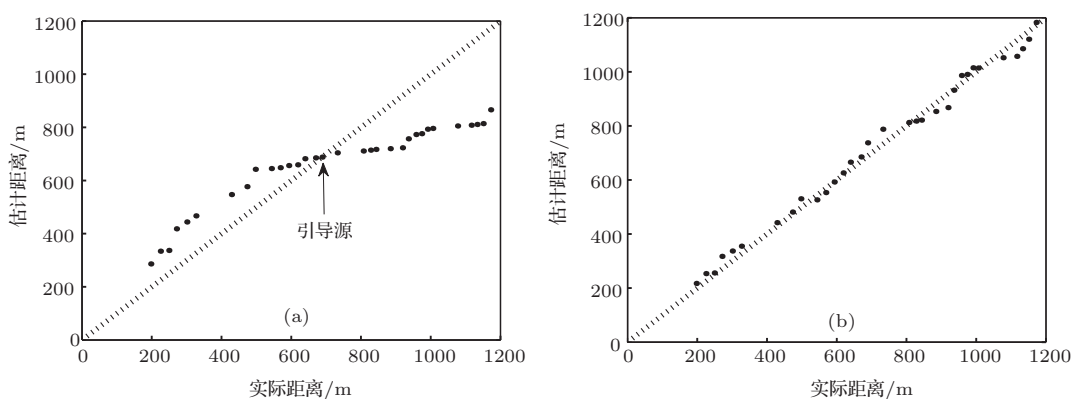


图 7 声源距离估计结果 (a) 修正前; (b) 修正后

### 5 结 论

与水平不变波导类似, 水平变化波导中宽带脉冲声源接收信号的瞬时相位可以近似表示成

$\phi_m(t) = 2\pi\hat{v}_m\sqrt{t^2 - t_r^2}$  的形式, 依然可以用卷绕变换来分离接收信号的各个模态. 当波导水深随距离变化时, 模态特征频率  $\hat{v}_m$  与传播路径上的水深有关. 接收信号自相关函数的特征频率满足

$\hat{\mu}_l = \sqrt{\hat{v}_m^2 - \hat{v}_n^2}$ , 其同样与传播路径上的水深有关. 由于海深水平变化波导中特征频率会随着收发距离的改变而变化, 因此利用水平不变波导中特征频率不变性进行声源距离被动估计时, 需要对距离估计结果进行修正. 仿真和实验数据验证了理论与方法的正确性.

## 参考文献

- [1] Bucker H P 1976 *J. Acoust. Soc. Am.* **59** 368
- [2] Baggeroer A B, Kuperman W A, Mikhalevsky P N 1993 *IEEE J. Ocean. Eng.* **18** 401
- [3] Preisig J C 1994 *IEEE Trans. Signal Proces.* **42** 1305
- [4] Thode A M, Kuperman W A, D'Spain G L, Hodgkiss W S 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **107** 278
- [5] Thode A M 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **108** 1582
- [6] Ren S L, Guo L H, Jin Y L 2013 *Appl. Acoust.* **32** 312 (in Chinese)[任岁玲, 郭良浩, 金燕利 2013 *应用声学* **32** 312]
- [7] Zhao Z D, Wang N, Gao D Z, Wang H Z 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 110
- [8] Lee S, Makris N C 2006 *J. Acoust. Soc. Am.* **119** 336
- [9] Zhou S H, Qi Y B, Ren Y 2013 *Proceeding of 1st International Conference and Exhibition on Underwater Acoustics* Corfu, Greece, June 23–28, 2013 p501
- [10] Zhou S H, Qi Y B, Ren Y 2014 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **57** 225
- [11] Baraniuk R G, Jones D L 1995 *IEEE Trans. Signal Proc.* **43** 2269
- [12] Touze G L, Nicolas B, Mars J I, Lacoume J 2009 *IEEE Trans. Signal Proc.* **57** 1783
- [13] Lopatka M, Touzé G L, Nicolas B, Cristol X, Mars J I, Fattaccioli D 2010 *J. Adv. Signal Proc.* **2010** 304103
- [14] Bonnel J, Nicolas B, Mars J I, Walker S C 2010 *J. Acoust. Soc. Am.* **128** 719
- [15] Bonnel J, Chapman N R 2011 *J. Acoust. Soc. Am.* **130** 101
- [16] Zhou S H, Niu H Q, Ren Y, He L 2013 *Sci. Sin. Phys. Mech. Astron.* **43** 68 (in Chinese) [周士弘, 牛海强, 任云, 何利 2013 *中国科学: 物理学、力学、天文学* **43** 68]
- [17] Jensen F B, Kuperman W A, Porter M B, Schmidt H 2011 *Computational Ocean Acoustics* (2nd Ed.) (New York: Springer) p408
- [18] Bender C M, Orszag S A 1978 *Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers* (New York: McGraw-Hill) pp276–280
- [19] Evans R 1983 *J. Acoust. Soc. Am.* **74** 188
- [20] Evans R, Gilbert K 1985 *J. Acoust. Soc. Am.* **77** 983



# Modal characteristic frequency in a range-dependent shallow-water waveguide and its application to passive source range estimation\*

Qi Yu-Bo<sup>1)2)</sup> Zhou Shi-Hong<sup>1)†</sup> Zhang Ren-He<sup>1)</sup> Zhang Bo<sup>1)2)</sup> Ren Yun<sup>1)</sup>

1) (State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

2) (College of Physics, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

( Received 6 September 2013; revised manuscript received 8 November 2013 )

## Abstract

In order to implement robust passive source ranging in a range-dependent shallow-water waveguide, the modal characteristic frequencies are theoretically analyzed based on warping transform. Formulae of the modal spatiotemporal arrival structure and instantaneous phase are derived in the waveguide with an absolute hard bottom. The relationship between the characteristic frequency and the source-receiver range is developed. With the relationship, a modified passive source-range estimation approach is presented in a range-dependent shallow-water waveguide. Simulation and experiment verify the theory and the approach.

**Keywords:** range-dependent shallow-water waveguide, modal characteristic frequency, warping transform, passive source range estimation

**PACS:** 43.30.Bp, 43.60.Jn, 43.30.Wi

**DOI:** [10.7498/aps.63.044303](https://doi.org/10.7498/aps.63.044303)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11174312, 10974218, 11125420).

† Corresponding author. E-mail: [shih\\_zhou@mail.ioa.ac.cn](mailto:shih_zhou@mail.ioa.ac.cn)