# 传感器网络基于特征值分解的信号被动定位技术\*

郝本建 李赞 万鹏武 司江勃

(西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室,西安 710071)
(西安电子科技大学通信工程学院,西安 710071)
(2013年10月15日收到;2013年11月11日收到修改稿)

基于传感器网络的信号被动定位技术在电磁学、声学、声呐系统以及传热学等领域具有广泛的应用前景, 当传感器网络节点所接收噪声强度不同或传输信道存在阴影衰落效应时,给出了目标信号到达距离比定位关 联度量的估计方法与基于信号到达距离比的被动定位算法.将特征值分解技术引入到信号到达距离比定位关 联度量估计中,通过接收信号协方差矩阵特征值分解技术估计各节点所接收噪声强度,并通过网络参考节点 轮换与特征值分解方法消除阴影衰落效应所引入的定位误差,最后给出该算法的最小二乘定位解.该方法可 较好的消除由于节点接收噪声强度不同以及阴影衰落效应等因素所带来的定位性能恶化.

关键词: 传感器网络, 信号到达距离比, 特征值分解, 被动定位 PACS: 43.60.Jn, 43.30.Wi, 41.20.Jb, 43.60.Pt DOI: 10.7498/aps.63.054304

## 1引言

随着现代科技的飞速发展,信号定位技术在 电磁学<sup>[1-8]</sup>、声学<sup>[9-12]</sup>、声呐系统<sup>[13-16]</sup>、红外线热 源[17-19]等众多领域得到了广泛关注,在很多实际 应用中,需要确切可知信号源的具体位置,被定位 信号可以是用于无线电通信或雷达对抗的电磁波 信号,电磁波信号定位可广泛服务于MIMO 雷达 系统 [13]、通信干扰源查找、非法电台定位取缔、无线 电报警呼救人员定位抢救<sup>[20]</sup>等:被定位目标也可 以是位于麦克风阵列中的人类话音等声学信号,通 过麦克风阵列实现有用声学信号的跟踪增强[21] 或 噪声干扰源的定位锁定等; 被定位目标还可以是位 于深水下的敌方舰艇声呐信号,利用水面浮标定位 系统被动接收敌方声呐信号,可实现敌方水下舰艇 的入侵预警或定位打击;此外,被定位目标还可以 是喷气式飞机或导弹等飞行器尾翼处的热红外信 号,通过地面或空中红外定位阵列,可实现飞行器

尾焰热红外的被动定位以支持目标的跟踪与打击. 因此,实现信号源的定位与跟踪对军事与民用都具 有巨大的现实意义.

最近几十年出现了众多面向信号源定位的研 究成果,其中基于传感器网络的信号源定位技术更 是国内外的研究热点,这是因为传感器网络作为继 互联网之后对人类社会生产和生活方式产生重大 影响的一项重要技术,具有自组织性强、环境适应 性强、低功耗、低成本等优势,为信息感知、促进人 与自然直接交流提供了有效的途径<sup>[22]</sup>,与互联网 比较, 传感器网络技术更侧重于人对现实世界的感 知,可将逻辑上的信息世界与现实物理世界融合在 一起,实现人与物的直接感知.信号源定位技术可 分为主动式定位与被动式定位两种, 被动式定位与 主动式定位的主要区别在于定位系统对于被定位 信号无法控制并且没有任何先验知识,只能通过对 信号的被动监测、接收与处理来估计信号源位置, 本文研究重点便是基于传感器网络的信号源被动 定位技术.

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 61072070)、教育部高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:20110203110011)、教育部基础科研业务费(批准号: 72124338)、高等学校学科创新引智计划(批准号: B08038)和陕西省自然基金重点项目(批准号: 2012JZ8002)资助的课题.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: bjhao@xidian.edu.cn

<sup>© 2014</sup> 中国物理学会 Chinese Physical Society

研究国内外现状发现,基于传感器网络的信号 被动定位技术拥有众多实现方法,例如信号到达时 间差(TDOA)<sup>[23]</sup>、信号到达增益比(GROA)<sup>[23]</sup>、信 号到达频率差(FDOA)<sup>[1]</sup>、信号到达角度(AOA)<sup>[24]</sup> 以及接收信号强度指示(RSSI)<sup>[7]</sup>等,其中RSSI定 位技术对传感器节点的硬件要求不高,不需要节点 间满足高精度同步条件,且不需要配备昂贵的测向 设备等,因此容易实现,成为传感器网络节点定位 中使用最广泛的测距技术. 在基于RSSI的测距定 位方法中[7],当已知幅度的信号从信号源发出后, 感知节点计算接收信号强度, 然后利用路径损耗模 型计算感知节点与信号源之间的距离,如文献[25] 所述,单个距离估计值仅仅将信号源位置限制在 了某圆周的边上,因此在二维定位空间内,仅需要 M = 3 个感知节点可估计得到没有模糊的信号源 位置.

RSSI方法的优势是其简单并且不需要额外的 硬件支持,但最近文献 [26] 提出,大多数基于 RSSI 的定位方法在实际应用中的定位性能均比仿真验 证差得多,这是因为在基于传感器网络的信号被动 定位中,无论是电磁波信号、声音信号、声呐信号还 是红外线信号,它们传播所经过的无线信道通常是 一种时变信道,信号通过无线信道时会受到环境因 素的影响,使得RSSI定位时信号传输距离与接收 信号强度之间函数关系的估计精度急剧恶化,具体 而言,造成影响的信道因素一方面是从目标源到达 接收节点的传播距离所引起的自由空间路径损耗, 其次是由传输环境中的地形起伏、建筑物和其他障 碍物对信号的阻塞或遮蔽而引起的信道阴影衰落 效应<sup>[27]</sup>.再就是复杂应用环境中多径传输而引起 的多径衰落效应,最后是被定位信号在被定位时刻 存在其他信号源信号的干扰<sup>[28]</sup>,如何在上述复杂 应用环境下实现信号的精确定位是需要迫切解决 的问题. 针对此问题, 出现了很多围绕着路径损耗 参数进行实际估计的RSSI算法<sup>[26,29-31]</sup>, 文献[29] 将路径损耗参数故意松弛以提升对信道衰落以及 阴影效应的鲁棒性, 文献 [29] 提出了一种基于未知 信道衰落模型的RSSI 定位方法, 文献 [30] 提出另 一种基于指纹算法的RSSI 定位方法,该方法采用 了大量实际测量数据以构成每个感知节点所接收 信号强度的集合,这样可克服与RSSI 相关的信道 问题,但是该方法运算复杂度较高且对环境变化 敏感.

上述方法的研究主要面向信号传输信道的参数估计或优化,没有从接收信号处理的角度进行

RSSI的合理估计算法进行研究,具有一定的狭隘 性. 例如当WSNs中节点布设范围较广,相互之间 距离较大会使得各节点之间具有噪声强度不同的 背景环境,即各节点接收信号中会因为噪声强度的 不同而造成RSSI之间的差异,若此噪声强度差异 性不消除,即便参数化信道模型估计的再准确,也 无法避免噪声差异性引入的测距误差;再例如在存 在阴影慢衰落效应的复杂应用环境下, WSNs中各 节点受障碍物等遮挡情况不同, 使得接收信号的阴 影慢衰落效应也各不相同,这就需要研究一种算法 利用阵列接收信号将各节点的阴影衰落效应进行 消除,以提升定位精度.本文主要针对噪声强度不 同的自由空间路径损耗信道模型,以及存在阴影慢 衰落效应的路径损耗信道模型进行 RSSI 定位算法 研究,将特征值分解技术巧妙引入到接收信号自相 关矩阵处理过程,以准确估计各阵列阵子所接收噪 声强度并以消除,并通过传感器网络中参考节点的 轮换,结合特征值分解消除了信道的阴影衰落效应 给定位带来的误差影响.

## 2 系统模型

本文采用图1所示的三维空间大孔径阵列信 号源到N个感知节点的信号传输几何模型, 阵列孔 径相对信号源的距离以及信号波长较大, 因此阵列 信号处理理论中所常规采用的信号波形平面传播 方式将不再有效, 在此考虑信号波形的球面传播信 道模型.

阵列中某固定信号源 $u = [x_u, y_u, z_u]^T$ 发射未 知信号s(t), u位于相对阵列参考点O方位角为 $\theta$ 、 波达方向角为 $\phi$ 、距离为 $\rho$ 的位置, 如图**1**所示.



图 1 三维空间大孔径阵列信号源到 N 个感知节点的信 号传输几何模型

首先给出信号源与感知节点相对阵列参考点 O的几何关系,信号源 u 距离第 i 个感知节点 s<sub>i</sub>的 距离 d<sub>i</sub> 可表示为感知节点位置 s<sub>i</sub> 以及信号源位置 u 的函数

$$d_i^2 = \rho^2 + ||s_i||^2 - 2\rho ||s_i|| \cos(\varphi_i)$$
  
=  $\rho^2 + ||s_i||^2 - 2s_i^{\mathrm{T}} u.$  (1)

信号源位置u可用极化坐标表示为距离 $\rho$ 与角度 $(\theta, \phi)$ 的函数

$$u = \frac{\rho c}{2\pi F_{\rm c}} \boldsymbol{k}(\theta, \phi), \qquad (2)$$

其 $k(\theta,\phi)$ 为指向方向 $(\theta,\phi)$ 的波束矢量,定义为

$$\boldsymbol{k}(\theta,\phi) = \frac{2\pi F_{c}}{c} \begin{bmatrix} \cos(\theta)\cos(\phi)\\\sin(\theta)\cos(\phi)\\\sin(\phi) \end{bmatrix}.$$
 (3)

因此, (1) 式变为

$$d_{i}^{2} = \rho^{2} + ||s_{i}||^{2} - \frac{\rho c}{\pi F_{c}} s_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{k}(\theta, \phi).$$
(4)

(4)式在信号波形的球面传播模型下,将信号 源距离每个阵列节点的距离 d<sub>i</sub>与信号源相对阵列 参考点的未知待估计参数,即方向(θ,φ)以及距离 ρ之间建立起联系.



图 3 存在阴影衰落效应的路径损耗模型

在野外平原等平坦无遮挡环境下,无线电信号 传播遵循自由空间路径损耗信道模型的特性,假设 此时不存在阴影衰落效应及多径衰落效应,信号从 目标源发出后沿直视路径(LOS)到达接收机被接 收,其信道模型可简单建模如图2所示.众所周知, 无线电波信号在传输过程中会受信道中地形起伏、 建筑物和其他障碍物的影响,对电波产生阻塞或遮 蔽而引起阴影衰落效应,同时也会受到其他物体 反射形成多径效应,在此我们暂不考虑多径效应,研究存在阴影衰落效应的路径损耗信道模型,如图3所示.

信号源被动定位中,系统无法获得信号源发射 原始信号 s(t),在此假设图1中阵列参考点O所接 收信号为 m(t),则在时刻 t 感知节点 s<sub>i</sub>所接收信号 x<sub>i</sub>(t)可建模为

$$x_i(t) = A_i \cdot B_i \cdot m(t - \tau_i) + \xi_i(t),$$
  
$$i = 1, 2, \cdots, M,$$
 (5)

其中 A<sub>i</sub> 为信号衰落系数, 它与目标源天线高度、节 点 s<sub>i</sub> 接收天线高度、信号频率以及信道阴影慢衰 落效应等因素相关, 在图2所示自由空间路径损耗 信道模型下对于不同的感知节点 A<sub>i</sub> 取值相同, 在 图3所示存在阴影衰落效应的路径损耗信道模型 下, 对于不同的感知节点 A<sub>i</sub> 取值不同, 对于两种信 道模型, A<sub>i</sub> 取值均未知.

(5) 式中 $m(t - \tau_i)$ 表示阵列中节点 $s_i$ 所接收 到的相对延迟为 $\tau_i$ 的信号, $\tau_i = (d_i - \rho)/c$ ,其 中 $d_i$ 表示信号源u到达阵列节点 $s_i$ 的距离, $\rho$ 表 示信号源u到达阵列参考点O的距离.此外,(5) 式中 $\xi_i$ 表示节点 $s_i$ 所接收噪声,假设所有节点 接收噪声均为零均值加性白噪声,其协方差为  $R_i = \sigma_i^2 I, \sigma_i^2$ 为节点 $s_i$ 所接收噪声功率.本文研究 中,将噪声背景分为各节点接收噪声功率相同,即  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots = \sigma_M^2 = \sigma_n^2$ ,以及各节点接收噪声功 率不同,即 $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \neq \cdots \neq \sigma_M^2$ 两种情况.

由 (5) 式可得 WSNs 所有阵列节点所接收信号 矢量 **x**(t) 可建模为

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{A} \odot \boldsymbol{B} \odot \boldsymbol{m}(t - \boldsymbol{\tau}) + \boldsymbol{\xi}(t) \in \mathbb{C}^{M \times 1}, \quad (6)$$

其中

$$\boldsymbol{A} = [A_1, A_2, \cdots, A_M]^{\mathrm{T}},$$
  
$$\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_M]^{\mathrm{T}},$$
  
$$\boldsymbol{\xi}(t) = [\xi_1(t), \xi_2(t), \cdots, \xi_M(t)]^{\mathrm{T}},$$
  
$$\boldsymbol{B} = [B_1, B_2, \cdots, B_M]^{\mathrm{T}} \triangleq \boldsymbol{B}(\rho, s, F_{\mathrm{c}})$$

表示球面波形阵列流形矢量(阵列响应矢量),其中

$$s = [s_1, s_2, \cdots, s_N]^{\mathrm{T}} = [s_x, s_y, s_z]$$

表示已知的阵列节点几何分布矢量, *F*c 表示被定位 信号载波频率, 假设阵列中所有节点均为全向天线 感知节点, 则球面波形流形矢量可表示为

$$\boldsymbol{B} = \rho^{\alpha} \cdot \boldsymbol{d}^{-\alpha} \odot \exp\left(-j\frac{2\pi F_{c}}{c}(\rho \cdot \boldsymbol{1}_{M} - \boldsymbol{d})\right), \quad (7)$$

其中 $\alpha$ 为己知的信道路径损耗系数,  $d = [d_1, d_2, \cdots, d_N]^T$ 表示信号源距离各感知节点的未知距离矢量.

## 3 自由空间路径损耗信道RROA 估计

基于传感器网络的信号源被动定位技术的主要执行过程包括"定位关联矩阵估计"以及"关联矩阵融合定位"两步,所谓"定位关联矩阵估计"指的是,传感网数据融合中心利用各感知节点所接收定位原始数据估计出信号源与各感知节点之间的空间几何关联矩阵的过程,而"关联矩阵融合定位"指的是传感网数据融合中心利用第一步所估计空间几何关联矩阵,结合各感知节点已知位置信息,利用合理的定位算法得到信号源位置的过程.本节在此研究自由空间路径损耗信道模型中定位关联矩阵的估计问题,所研究的空间几何关联矩阵为被定位信号源到达各感知节点*s<sub>i</sub>*的距离*d<sub>i</sub>*相对于到达参考节点*s<sub>j</sub>*的距离*d<sub>j</sub>*的比值矩阵,在此我们将其定义为信号到达距离比(RROA)矩阵.

(7)式所示 B中, B<sub>i</sub>表示目标源到达接收节 点 s<sub>i</sub>的传播距离 d<sub>i</sub>所引起的大尺度自由空间路径 损耗

$$B_i = \rho^{\alpha} \cdot d_i^{-\alpha} \cdot \exp\left(-j\frac{2\pi F_c}{c}(\rho - d_i)\right).$$
(8)

对(5)式所示接收信号进行数字化采样得到

$$x_{i}(k) = A_{i} \cdot B_{i} \cdot m(k - \tau_{i}) + \xi_{i}(k),$$
  

$$i = 1, 2, \cdots, M, \quad k = 1, 2, \cdots, L.$$
(9)

采样率为 $f_s$ ,则采样间隔 $T_s = 1/f_s$ , L为每次快拍数, 令 $x_i = [x_i(1), x_i(2), \cdots, x_i(L)]^{\mathrm{T}}$ ,则

$$\boldsymbol{x}_i = \boldsymbol{A}_i \cdot \boldsymbol{B}_i \cdot \boldsymbol{m}_i + \boldsymbol{\xi}_i, \quad (10)$$

其中,

$$\boldsymbol{m}_{i} = [m(1 - \tau_{i}), m(2 - \tau_{i}), \cdots, m(L - \tau_{i})]^{\mathrm{T}},$$
  
$$\boldsymbol{\xi}_{i} = [\xi_{i}(1), \xi_{i}(2), \cdots, \xi_{i}(L)]^{\mathrm{T}}.$$

由 (10) 式可得节点  $s_i$  采样信号  $x_i(t)$  功率为

$$\gamma_i = \frac{1}{L} x_i^{\mathrm{H}} x_i \cong A_i^2 B_i^{\mathrm{H}} B_i \cdot \lambda_i + \sigma_i^2, \quad (11)$$

其中 $\lambda_i = \left(m_i^{\mathrm{H}} m_i\right) / L,$ 则

$$B_i^{\rm H} B_i = \frac{\gamma_i - \sigma_i^2}{A_i^2 \lambda_i}.$$
 (12)

由(8)式可知,

$$B_i^{\rm H}B_i = \rho^{2\alpha} \cdot d_i^{-2\alpha}. \tag{13}$$

因此

$$\frac{l_i^{-2\alpha}}{l_j^{-2\alpha}} = \frac{\gamma_i - \sigma_i^2}{A_i^2 \lambda_i} \cdot \frac{A_j^2 \lambda_j}{\gamma_j - \sigma_j^2}.$$
 (14)

在自由空间路径损耗信道模型基于节点阵列 的目标源定位系统中, 传感器阵列节点常拥有相 同的硬件系统配置, 即接收机接收天线高度、增益 等参数配置相同, 且不存在阴影衰落效应, 因此  $A_1 = A_2 = \cdots = A_M$ ; (14) 式中 $\lambda_i$  表示阵列参考 点O 所接收信号m(t) 的信号功率, 对于窄带信号  $m_i \cong m_j, \lambda_i \cong \lambda_j$ , 对于宽带信号, 当信号快拍数  $L 足够大时, \lambda_i \cong \lambda_j$ . 在此我们仅考虑 $\lambda_i \cong \lambda_j$ 的 情况, 则(14) 式变为

$$\frac{d_i^{-2\alpha}}{d_j^{-2\alpha}} = \frac{\gamma_i - \sigma_i^2}{\gamma_j - \sigma_j^2}.$$
(15)

下面我们要估计(15)式中节点 $s_i = s_j$ 的接收 信号总强度 $\gamma_i = \gamma_j$ ,同时还要估计各节点的接收信 号中噪声强度 $\sigma_i^2 = \sigma_j^2$ ,以得到 $d_i^{-2\alpha}/d_j^{-2\alpha}$ .

在此我们通过接收信号自相关矩阵的特征 值分解方法得到上述所需估计信息. 接收信号  $\boldsymbol{x}_i = [x_i(1), x_i(2), \cdots, x_i(L)]^T$ 的自相关矩阵, 可通 过下式所示的信号前向矩阵估计得到

$$\boldsymbol{z}_{i} = \begin{bmatrix} x_{i}(1) & x_{i}(2) & \cdots & x_{i}(L-K+1) \\ x_{i}(2) & x_{i}(3) & \cdots & x_{i}(L-K+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{i}(K) & x_{i}(K+1) & \cdots & x_{i}(L) \end{bmatrix}^{1},$$
(16)

则 xi 的自相关矩阵

$$\hat{R}_{i} = \frac{1}{L - K + 1} z_{i}^{\mathrm{H}} z_{i}.$$
(17)

对 $\hat{R}_i$ 进行特征值分解,可得到D个大特征值 与K - D个小特征值,D为接收信号 $x_i$ 中除噪声  $\xi_i$ 外的信号个数,在此D = 1. $\hat{R}_i$ 的特征值结构为

$$\gamma_i \geqslant \underbrace{\sigma_i^2 = \sigma_i^2 \cdots = \sigma_i^2}_{K-1}.$$
 (18)

由接收信号协方差矩阵特征值分解特性可知, (18)式中接收信号*x<sub>i</sub>*功率*γ<sub>i</sub>*取值为

$$\gamma_i = \max\left[\operatorname{eig}\left(\hat{R}_i\right)\right]. \tag{19}$$

接收信号中噪声 $\xi_i$ 功率 $\sigma_i^2$ 取值为

$$\sigma_i^2 = \min\left[\operatorname{eig}\left(\hat{R}_i\right)\right]. \tag{20}$$

054304-4

(22)

噪声功率 $\xi_i$ 的另一种估计方法,将(18)式中 *K*-1个最小特征值取均值

在此我们定义κ<sub>ii</sub>为被定位信号的到达距离比 (RROA), 基于 RROA 的定位方法与基于 RSSI 的 定位方法的主要区别在于,进行信号到达感知节点 距离的关联估计时, 消除了各感知节点接收噪声引 入的估计误差,同时也消除了由于各节点接收噪 声强度差异性造成的估计误差,具有更高的定位 精度.

当该定位系统以节点 r1 为参考节点,则可构造 用于定位的 RROA 关联度量矩阵为

$$\boldsymbol{K} \triangleq [\kappa_{12}, \kappa_{13}, \cdots, \kappa_{1M}]^{\mathrm{T}} = \left[ \left[ \frac{\gamma_2 - \sigma_2^2}{\gamma_1 - \sigma_1^2}, \frac{\gamma_3 - \sigma_3^2}{\gamma_1 - \sigma_1^2}, \cdots, \frac{\gamma_M - \sigma_M^2}{\gamma_1 - \sigma_1^2} \right]^{\mathrm{T}} \right]^{-1/2\alpha}.$$
(23)

## 4 阴影慢衰落损耗信道 RROA 估计

上一节给出了自由空间路径损耗信道模型下 的定位关联度量矩阵 RROA 的估计方法,在此给出 带有阴影衰落效应的路径损耗模型的RROA估计 方法.

(5) 式将阵列原点O作为阵列参考点,不失一 般性,我们考虑将阵列参考点更改为阵列中的第i 个节点位置 $s_i$ ,则此时信号源位于相对新的坐标系 参考点距离为 $\rho = d_i$ , 方向为 $(\theta, \phi) = (\theta_i, \phi_i)$ 的位 置, 阵列流形矢量标记为 $B_i$ , 在时刻t感知阵列所 接收信号矢量*x*<sub>i</sub>可建模为

$$\boldsymbol{x}_{i}(t) = \boldsymbol{A} \odot \boldsymbol{B}_{i} \odot \boldsymbol{m}_{i}(t-\boldsymbol{\tau}) + \boldsymbol{\xi}(t) \in \mathbb{C}^{M \times 1},$$
(24)

其中 $m_i(t)$ 为阵列参考点 $s_i$ 接收信号,下面给出  $m_i(t)$ 与阵列原点O接收信号m(t)之间的关系.

当阵列原点O接收信号为m(t)时,未知的信 号源同步发射信号为

$$s(t) = a_0^{-1} \rho^{\alpha} \exp\left(-j\frac{2\pi F_c}{c}\rho\right) m\left(t + \frac{\rho}{c}\right), \quad (25)$$

其中a<sub>0</sub>为信号源到达阵列原点O的阴影衰落效应, 由(25)式可得阵列参考点s;接收信号为

$$\boldsymbol{m}_{i}(t) = a_{i} \cdot d_{i}^{-\alpha} \exp\left(j\frac{2\pi F_{c}}{c}d_{i}\right) s\left(t - \frac{d_{i}}{c}\right)$$
$$= a_{i}a_{0}^{-1}d_{i}^{-\alpha}\rho^{\alpha} \exp\left(-j\frac{2\pi F_{c}}{c}(\rho - d_{i})\right)$$
$$\times m\left(t - \frac{d_{i} - \rho}{c}\right), \qquad (26)$$

其中a<sub>i</sub>为信号源到达节点s<sub>i</sub>的阴影衰落效应.

另一方面,当阵列参考点从阵列原点O变为 $s_i$ 后, (24) 式中 **B**<sub>i</sub> 变为

$$\boldsymbol{B}_{i} = d_{i}^{\alpha} \boldsymbol{d}^{-\alpha} \odot \exp\left(-j\frac{2\pi F_{c}}{c}(d_{i}\cdot\boldsymbol{1}_{M}-\boldsymbol{d})\right).$$
(27)

由 (24), (26), (27) 式可得  

$$\boldsymbol{x}_{i}(t) = [x_{1,i}(t), x_{2,i}(t), \cdots, x_{M,i}(t)]^{\mathrm{T}}$$

$$= \frac{a_{i}}{a_{0}} \boldsymbol{A} \odot \left(\frac{\rho}{d}\right)^{\alpha} \odot \exp\left(-j\frac{2\pi F_{c}}{c}(\rho \cdot 1_{M} - d)\right)$$

$$\odot m\left(t - \frac{d_{i} - \rho}{c} - \tau\right) + \boldsymbol{\xi}(t).$$
(28)

$$\boldsymbol{A}_i = a_i a_0^{-1} \boldsymbol{A}, \tag{29}$$

$$\mathbf{B}'_{i} = \rho^{\alpha} d^{-\alpha} \odot \exp\left(-j\frac{2\pi\Gamma_{c}}{c}(\rho \cdot 1_{M} - d)\right). \quad (30)$$
则 (28) 式可表示为
$$\mathbf{x}_{i}(t) = \mathbf{A}_{i} \odot \mathbf{B}'_{i} \odot \mathbf{m} \left(t - \frac{d_{i} - \rho}{c} - \tau\right)$$

$$+ \mathbf{\xi}(t) \in \mathbb{C}^{M \times 1}. \quad (31)$$

由 (30) 式可知,  $B'_1 = B'_2 = \cdots = B'_N$ , 即通过 更换阵列的参考节点为阵列中各个不同的感知节 点时,所得到的阵列流形矢量相同.

下面我们将基于阵列所接收的阵列信号矢 量 $x_i$ ,  $i = 1, 2, \cdots, M$ , 对定位信息关联度量进行 估计.

当阵列参考点为阵列节点s<sub>i</sub>时,阵列接收信号 xi的协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}_{i} = E\left\{\boldsymbol{x}_{i}(t)\boldsymbol{x}_{i}(t)^{\mathrm{H}}\right\} \in \mathbb{C}^{M \times M}.$$
 (32)

在实际应用中,使用统计协方差矩阵

$$\boldsymbol{R}_{i} = \frac{1}{L} \boldsymbol{X}_{i} \boldsymbol{X}_{i}^{\mathrm{H}} \in \mathbb{C}^{M \times M}, \qquad (33)$$

其中 $X_i = [x_i(t_1), x_i(t_2), \cdots, x_i(t_M)] \in \mathbb{C}^{M \times L}$ , 在 此X<sub>i</sub>表示由M个节点构成的大孔径阵列所接收 的快拍数为L的数据,通过依次更换阵列参考节点 可构造 M个(33)式所示的协方差矩阵,当参考节 点为 s<sub>i</sub>时协方差矩阵具有以下理论结构

$$\boldsymbol{R}_{i} = \frac{1}{L} \boldsymbol{X}_{i} \boldsymbol{X}_{i}^{\mathrm{H}} = \left(\boldsymbol{B}_{i}^{\prime} \boldsymbol{B}_{i}^{\prime \mathrm{H}}\right) \odot \boldsymbol{R}_{mm} \odot \left(\boldsymbol{A}_{i} \boldsymbol{A}_{i}^{\mathrm{H}}\right) + \operatorname{diag}\left(\sigma_{1}^{2}, \sigma_{2}^{2}, \cdots, \sigma_{M}^{2}\right), \qquad (34)$$

其中 $\sigma_i^2$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ 分别为各节点接收噪声功率; 对(34)式所示参考节点为 $s_i$ 时协方差矩阵进行特征值分解处理得到

$$\boldsymbol{R}_{i} = \boldsymbol{E}_{i} \underbrace{\left(\boldsymbol{\Lambda}_{i} + \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{\sigma}_{1}^{2}, \boldsymbol{\sigma}_{2}^{2}, \cdots, \boldsymbol{\sigma}_{M}^{2}\right)\right)}_{\triangleq \boldsymbol{\Gamma}_{i}} \boldsymbol{E}_{i}^{\mathrm{H}}, \quad (35)$$

其中 $E_i$ 为 $R_i$ 的特征向量, $\Gamma_i$ 为 $R_i$ 的特征值对角 矩阵,其对角元素对应 $R_i$ 的特征值,特征值定义为

$$\gamma_i = \left[\gamma_{i1}, \gamma_{i2}, \cdots, \gamma_{iM}\right]^{\mathrm{T}},$$

其中 $\gamma_{ik}$ 为参考节点为 $s_i$ 时 $R_i$ 的第k个特征值; (35) 式中 $\Lambda_i$ 是对角元素为被定位信号特征值的 对角矩阵,定义为

$$\boldsymbol{\lambda}_i = [\lambda_{i1}, \lambda_{i2}, \cdots, \lambda_{iM}]^{\mathrm{T}},$$

其中 $\lambda_{ik}$ 为参考节点为 $s_i$ 时被定位信号的第k个特征值,因此由(35)式可得

$$\gamma_{ik} = \lambda_{ik} + \sigma_k^2. \tag{36}$$

(34) 式中, B' 定义如 (30) 式所示, 因此

$$\boldsymbol{B}_{i}^{\prime}\boldsymbol{B}_{i}^{\prime\mathrm{H}} = \rho^{2\alpha} \begin{bmatrix} d_{1}^{2} & d_{1}d_{2} & \cdots & d_{1}d_{M} \\ d_{1}d_{2} & d_{2}^{2} & \cdots & d_{2}d_{M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{1}d_{M} & d_{2}d_{M} & \cdots & d_{M}^{2} \end{bmatrix}^{-\alpha} . \quad (37)$$

 $A_i$ 的定义如(33)式所示,因此

$$\boldsymbol{A}_{i}\boldsymbol{A}_{i}^{\mathrm{H}} = \frac{a_{i}^{2}}{a_{0}^{2}} \begin{bmatrix} a_{1}^{2} & a_{1}a_{2} & \cdots & a_{1}a_{M} \\ a_{1}a_{2} & a_{2}^{2} & \cdots & a_{2}a_{M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1}a_{M} & a_{2}a_{M} & \cdots & a_{M}^{2} \end{bmatrix}, \quad (38)$$

其中 $a_k$ 为A的第k个元素.

(34) 式中 **R**<sub>mm</sub> 为所接收信号 **m**(t - τ) 的功率, 定义为

$$\boldsymbol{R}_{mm} = E\left[\boldsymbol{m}(t-\boldsymbol{\tau})\boldsymbol{m}(t-\boldsymbol{\tau})^{\mathrm{H}}\right],$$

其中

$$\boldsymbol{m}(t-\boldsymbol{\tau}) = [m(t-\tau_1), m(t-\tau_2), \cdots, \\ m(t-\tau_M)]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_M]^{\mathrm{T}},$$

 $m(t - \tau_i)$ 表示阵列中节点 $s_i$ 所接收到的相对延迟为 $\tau_i$ 的信号,当所发射信号为宽带信号时, $m(t - \tau_1) \neq m(t - \tau_2) \neq \cdots \neq m(t - \tau_M)$ ,则

$$\boldsymbol{R}_{mm} = \begin{bmatrix} P_1 & * & * & * \\ * & P_2 & * & * \\ * & * & \ddots & * \\ * & * & * & P_M \end{bmatrix}, \quad (39)$$

式中 $P_1 \neq P_2 \neq \cdots \neq P_N$ , 非对角线元素不影响后续运算, 不做详细介绍.

(37), (38), (39) 式结合(34) 式可知, 阵列参考 节点位于 s<sub>i</sub> 时被定位信号的特征值矩阵 Λ<sub>i</sub> 的迹为

$$\operatorname{trace}(\Lambda_i) = \rho^{2\alpha} \cdot \frac{a_i^2}{a_0^2} \cdot \sum_{k=1}^M P_k \frac{a_k^2}{d_k^{2\alpha}}.$$
 (40)

由 (40) 式可知, 当选择节点 s<sub>1</sub> 为定位所用主 参考节点时

$$\frac{\operatorname{trace}(\Lambda_i)}{\operatorname{trace}(\Lambda_1)} = \frac{a_i^2}{a_1^2}, \quad i = 2, 3, \cdots, M.$$
(41)

当所发射信号为慢时变信号 (例如窄带信号) 时,  $m(t-\tau_1) \approx m(t-\tau_2) \approx \cdots \approx m(t-\tau_M)$ , 这时 矢量  $m(t-\tau)$  可简化为  $m(t-\tau) = m(t-\tau)1_M \triangleq$  $m(t)1_M$ , 则此时 (39) 式中  $P_1 = P_2 = \cdots = P_N$ , 通 过 (40) 式仍可得到 (41) 式.

由 (41) 式可知, 无论是针对宽带定位信号, 还 是针对窄带信号, 通过依次更换阵列参考点为阵列 中监测节点 $s_i$ ,  $i = 1, 2, \cdots, M$ , 可构建M个阵列 接收信号的协方差矩阵 $R_i$ . 采用特征值分解方法, 可构建信号两个特征值矩阵迹的比值与信道阴影 衰落效应比值之间的函数关系, 但是未给出与信号 到达不同感知节点的传输距离比之间的函数关系, 而后者才是用于信号源被动定位的信息.

如前所述, 当O点为阵列参考节点, 并且所接 收信号为m(t)时, 阵列所有节点所接收信号矢量 x(t)可建模如(6)所示, 将x(t)进行L次快拍得到  $X = [x(1), x(2), \cdots, x(L)] \in \mathbb{C}^{M \times L}$ , 定义X(i, :)表示节点 $s_i$ ,  $i = 1, 2, \cdots, M$ 所接收长度为L的 数据. 同第3节所述, 通过对每个节点接收信号 X(i, :)自相关矩阵z(i)的构建, 利用特征值分解方 法估计各节点接收噪声功率 $\sigma_i^2$ , 以及构建(41)式 中被定位信号特征值矩阵迹的比值与信号到达不 同感知节点的传输比之间的函数关系.

**X**(*i*,:)自相关矩阵 **R***<sup><i>i*</sup> 的构建与(17)式的构建 方法相同.同样通过特征值分解方法可估计得到接 收信号 $x_i$ 的总功率 $\gamma_i$ ,如(19)式所示.噪声 $\xi_i$ 功率  $\sigma_i^2$ 如(20)式或(21)式所示,则被定位信号功率为  $\lambda_i = \gamma_i - \sigma_i^2$ ,因此

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_1} = \frac{\gamma_i - \sigma_i^2}{\gamma_1 - \sigma_1^2}.$$
(42)

另一方面,当O点为阵列参考点时,由(5)式可 知节点s<sub>i</sub>所接收信号为

$$x_i(t) = a_i \cdot \boldsymbol{B}_i \cdot m(t - \tau_i) + \xi(t), \qquad (43)$$

其中

$$\boldsymbol{B}_{i} = \rho^{\alpha} \cdot d_{i}^{-\alpha} \cdot \exp\left(-j\frac{2\pi F_{c}}{c}(\rho - d_{i})\right). \quad (44)$$

则节点 $s_i$ 所接收被定位信号功率 $\lambda_i$ 为

$$\lambda_i = a_i^2 \cdot \rho^{2\alpha} \cdot d_i^{-2\alpha} \cdot P_i. \tag{45}$$

对于窄带信号,或对于宽带信号当信号采样长度 M 较大时,  $P_1 \simeq P_2 \simeq \cdots \simeq P_M$ ,则结合 (45)式可得

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_1} = \frac{a_i^2}{a_1^2} \cdot \frac{d_i^{-2\alpha}}{d_1^{-2\alpha}}.$$
(46)

结合(42)式可得

$$\frac{d_i^{-2\alpha}}{d_1^{-2\alpha}} = \frac{a_1^2}{a_i^2} \cdot \frac{\gamma_i - \sigma_i^2}{\gamma_1 - \sigma_1^2}.$$
 (47)

(47)式结合(41)式可得

$$\kappa_{1i} = \frac{d_i}{d_1} = \left(\frac{\operatorname{trace}(\Lambda_i)}{\operatorname{trace}(\Lambda_1)} \cdot \frac{\gamma_1 - \sigma_1^2}{\gamma_i - \sigma_i^2}\right)^{\frac{1}{2\alpha}}.$$
 (48)

由(48)式可知,通过本文上述算法可消除信 道的阴影衰落效应矢量 A 给定位带来的误差影响. 将阵列参考节点在 M 个感知节点之间轮换,可估 计得到 M – 1个如(48)式所示的距离比关系式,组 合得到信号到达距离比(RROA)关联度量矩阵

$$\boldsymbol{K} \triangleq \begin{bmatrix} \kappa_{12}, \kappa_{13}, \cdots, \kappa_{1M} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\ = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \operatorname{trace}(\Lambda_2) \\ \operatorname{trace}(\Lambda_1) \end{bmatrix} \cdot \frac{\gamma_1 - \sigma_1^2}{\gamma_2 - \sigma_2^2}, \\ \operatorname{trace}(\Lambda_1) \\ \operatorname{trace}(\Lambda_1) \end{bmatrix} \cdot \frac{\gamma_1 - \sigma_1^2}{\gamma_M - \sigma_M^2} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} 1/2\alpha \\ \cdot \cdot \cdot \\ \cdot \cdot \cdot \\ \cdot \cdot \cdot \end{bmatrix}^{1/2\alpha}$$
(49)

## 5 基于RROA的信息融合定位

#### 5.1 信息融合定位算法

第3节与第4节中我们实现了距离比关联度量 矩阵 **K**的估计,通过 κ<sub>1i</sub> 可构成定位方程矩阵,求 解得到被定位目标.  $\kappa_{1i} 中 d_i$ 为信号源 $u = [x_u, y_u, z_u]^{\mathrm{T}}$ 到达节点  $s_i = [x_i, y_i, z_i]^{\mathrm{T}}, i = 1, 2, \cdots, M$ 的欧氏距离,因此

$$\kappa_{1i}^2 = \frac{d_i^2}{d_1^2} = \frac{||u - s_i||^2}{||u - s_1||^2}.$$
(50)

将(50)式展开整理得到

$$||u||^{2} (1 - \kappa_{1i}^{2}) - 2u^{\mathrm{T}} (s_{i} - \kappa_{1i}^{2} s_{1})$$
  
=  $\kappa_{1i}^{2} ||s_{1}||^{2} - ||s_{i}||^{2}.$  (51)

结合 $d_1^2 = ||u - s_1||^2 = ||u||^2 - 2u^T s_1 + ||s_1||^2$ , 可得

$$d_1^2 \left(1 - \kappa_{1i}^2\right) + 2u^{\mathrm{T}}(s_1 - s_i) = ||s_1||^2 - ||s_i||^2.$$
(52)

因此 M-1个上述方程构成定位矩阵

$$\begin{bmatrix}
d_1^2 (1 - \kappa_{12}^2) + 2u^{\mathrm{T}}(s_1 - s_2) \\
d_1^2 (1 - \kappa_{13}^2) + 2u^{\mathrm{T}}(s_1 - s_3) \\
\vdots \\
d_1^2 (1 - \kappa_{1M}^2) + 2u^{\mathrm{T}}(s_1 - s_M)
\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}
||s_1||^2 - ||s_2||^2 \\
||s_1||^2 - ||s_3||^2 \\
\vdots \\
||s_1||^2 - ||s_M||^2
\end{bmatrix}.$$
(53)

定义 $u' = \left[u^{\mathrm{T}}, d_{1}^{2}\right]^{\mathrm{T}}$ 作为方程求解目标函数, 其中 $d_{1}^{2}$ 为求解附属变量,则(53)式可表示为

$$\boldsymbol{G} \cdot \boldsymbol{u}' = \boldsymbol{b}, \tag{54}$$

其中

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} 2(s_1 - s_2)^{\mathrm{T}} & (1 - \kappa_{12}^2) \\ 2(s_1 - s_3)^{\mathrm{T}} & (1 - \kappa_{13}^2) \\ \vdots & \vdots \\ 2(s_1 - s_M)^{\mathrm{T}} & (1 - \kappa_{1M}^2) \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} ||s_1||^2 - ||s_2||^2 \\ ||s_1||^2 - ||s_3||^2 \\ \vdots \\ ||s_1||^2 - ||s_M||^2 \end{bmatrix},$$
(55)

则(55)式的最小二乘解为

$$u' = \left(\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G}\right)^{-1} \cdot \boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{b}, \qquad (56)$$

则u = u'[1:3].

综上所述,在自由路径损耗信道模型中,本文 所提算法的执行过程可总结如下: 1) 阵列中各感知节点采集被定位信号x<sub>i</sub>;

2) 由 (17) 式计算每个接收信号 *x<sub>i</sub>* 所对应的协 方差矩阵 **Â**<sub>*i*</sub>;

3) 对每个协方差矩阵  $\hat{\mathbf{R}}_i$  进行特征值分解得到 特征值序列  $\gamma_i \ge \sigma_i^2 = \sigma_i^2 \cdots = \sigma_i^2$ ;

4) 由(22)式构造定位的距离信息矢量 K 如(23)式所示;

5) 由 *K* 及阵列几何分布信息,求解(54)式所 示定位线性方程,得到定位结果如(56)式所示.

另一方面,存在阴影慢衰落效应的路径损耗信 道模型中,所提算法的执行过程可总结如下:

1) 当*M*个感知节点构成的大孔径阵列的参考 点为*s<sub>i</sub>*时,从阵列中采集被定位信号的*L*次快拍数 据构成矩阵

$$X_i = [x_i(t_1), x_i(t_2), \cdots, x_i(t_L)];$$

2) 依次更换阵列参考节点为 $s_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, M, j \neq i$ ,执行步骤1)共得到M个矩阵

$$\boldsymbol{X}_i = [x_i(t_1), x_i(t_2), \cdots, x_i(t_L)],$$
$$i = 1, 2, \cdots, M;$$

3) 以阵列原点O为参考点, 采集被定位信号的 L次快拍数据构成 $X = [x(1), x(2), \dots, x(L)]$ , 定 义 $X(i, :), i = 1, 2, \dots, M$ 表示节点 $s_i$ 所接收长度 为L的数据矢量;

4) 由 (17) 式得到  $M \uparrow X(i,:)$  的统计自相关矩 阵  $\hat{R}_i$ , 对  $\hat{R}_i$  进行特征值分解,由 (20) 式或 (21) 式 得到  $N \uparrow$ 节点  $s_i$  所接收噪声的功率  $\sigma_i^2$ ;

5) 由步骤 2) 所得 **X**<sub>i</sub> 构造 M 个统计协方差矩 阵 **R**<sub>i</sub>, 对 **R**<sub>i</sub>进行特征值分解得到 **R**<sub>i</sub> 的特征值对 角矩阵 **Γ**<sub>i</sub>;

6) 由 (36) 式可得被定位信号特征值矩阵Λ<sub>i</sub>,
 由 (41) 式得到特征值矩阵迹的比值与信道阴影衰
 落效应比值之间的函数关系;

7) 通过步骤 4) 特征值分解, 得到节点  $s_i$  所接 收被定位信号功率  $\lambda_i$ , 并由 (42) 得到信号功率比例 关系;

8)由(47)式估计得到信号传输距离比关系,
(47)式结合(41)式得到定位所用信号传输距离比
关联度量 K 如(49)式所示;

9) 利用关联度量 *K* 及阵列几何分布信息, 构造定位方程组如(54)式所示, 由(56)式估计出定位结果.

### 5.2 RROA 定位原理分析

如前所述,本文给出了基于信号达到距离比 (RROA)定位机理的定位关联度量矩阵估计方法, 以及基于定位关联度量矩阵的最小二乘信号源定 位算法.在此对定位关联度量矩阵*K*中达到距离 比(RROA)的物理意义进行解释.

如前所述, RROA的数学表达含义为 $\kappa_{1i} = d_i/d_1$ ,因此

$$\kappa_{1i}^{2} = \frac{d_{i}^{2}}{d_{1}^{2}} = \frac{||u - s_{i}||^{2}}{||u - s_{1}||^{2}}.$$

$$\Re \bot \vec{x} \in \mathcal{R} \neq \mathfrak{M}$$

$$||u||^{2} - \frac{2u^{T} \left(s_{i} - \kappa_{1i}^{2} s_{1}\right)}{1 - \kappa_{1i}^{2}}$$

$$= \frac{\kappa_{1i}^{2} ||s_{1}||^{2} - ||s_{i}||^{2}}{1 - \kappa_{1i}^{2}}.$$
(57)

在(57)式两侧添加

$$\left\|s_{i}-\kappa_{1i}^{2}s_{1}\right\|^{2}/(1-\kappa_{1i}^{2})^{2}$$

可得

$$\left\| u - \frac{s_i - \kappa_{1i}^2 s_1}{1 - \kappa_{1i}^2} \right\|^2 = \frac{\kappa_{1i}^2 ||s_1 - s_i||^2}{\left(1 - \kappa_{1i}^2\right)^2}.$$
 (58)

因此

$$\left\| u - \left( \frac{1}{1 - \kappa_{1i}^2} \cdot s_i - \frac{\kappa_{1i}^2}{1 - \kappa_{1i}^2} \cdot s_1 \right) \right\|^2$$
  
=  $\left( \frac{\kappa_{1i}}{1 - \kappa_{1i}^2} ||s_1 - s_i|| \right)^2.$  (59)

由 (59) 式可知, 当定位环境为二维定位时, 被 定位信号源位于某圆周上, 为三维定位时, 被定位 信号源位于某球面上, 以二维定位为例, 该圆周的 圆心为

$$r_{ci} = \frac{1}{1 - \kappa_{1i}^2} \cdot s_i - \frac{\kappa_{1i}^2}{1 - \kappa_{1i}^2} \cdot s_1.$$
(60)

该圆周半径为

$$R_{ci} = \frac{\kappa_{1i}}{1 - \kappa_{1i}^2} ||s_1 - s_i||.$$
(61)

因此 (23) 式与 (49) 式所示定位关联度量中的 每个元素, 均定义了一个以 (60) 式为圆心, 以 (61) 式为半径的圆周. 被定位信号源位于该圆周某处, 几个圆周的相交点即为被定位结果. 图4给出了 在二维平面中, 参考节点为 $s_1 = [1,0,0]^{\text{T}}$ , 对照节 点为 $s_i = [-1,0,0]^{\text{T}}$ , 当几何关联信息 $\kappa_{1i}$ 取值为 [0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 1, 2, 3, 4, 5] 时, 各自对应的定位结 果圆周.



图 4 RROA 定位物理原理示例

6 计算机仿真和分析

本节对本文上述内容所提出的基于特征值分 解的 RROA 定位方法进行计算机仿真与验证.需 要在此指出的是,感知节点阵列节点位置的配置不 同,定位精度也会不同.在此仿真中验证在相同的 节点配置下不同定位算法的定位性能,参与比较的 算法包括:本文所提出基于特征值分解所得到的 信号到达距离比 (RROA)定位方法,信号到达强度 (RSS)定位方法,信号源与感知节点阵列时间严格 同步基础上的信号到达时间 (TOA)定位方法,感 知节点阵列时间严格同步基础上的信号到达时间 差 (TDOA)定位方法,其中 RROA 定位方法,感 知节点阵列时间严格同步基础上的信号到达时间 差 (TDOA)定位方法,其中 RROA 定位方法中噪 声强度估计采用 (20)式所示的最小特征值估计方 法 (称为 Eig1),或采用 (21)式所示 K – 1 个最小特 征值取均值方法 (称为 Eig2).

设置仿真运行次数NOI = 1000次, 衡量定位 精度的定位偏差采用定位结果与真实值之间的均 方误差,

$$\text{RMSE}(u) = \sum_{l=1}^{\text{NOI}} \left\| \left( u^{(l)} - u \right) \right\| / \text{NOI} \quad \text{m},$$

其中 $u^{(l)}$ 表示第l次仿真所得到的结果. (16)式所 示用来构造接收信号自相关矩阵的信号接收矩阵 行数K = 6;在仿真中考虑节点阵列中各节点接 收噪声强度相同以及不同两种情况,考虑各感知 节点噪声强度不同时,以参考节点 $s_1$ 所接收噪声 强度 $\sigma_1^2$ 为基准,其他节点接收噪声强度为 $\sigma_1^2$ 乘 以在 [0.7, 1.3]之间均匀分布的随机系数 Coef<sub>i</sub>,即  $\sigma_i^2 = \text{Coef}_i \cdot \sigma_1;$  被定位信号的参数如表 1 所示.

表1 被定位信号参数

调制方式	信号带宽/MHz	载波频率/MHz	采样频率/MHz
QPSK	1	70	150

## 6.1 自由空间路径损耗信道 RROA 定位仿 真与分析

本文在此对第3节所提出的在自由空间路径 损耗信道模型下,基于特征值分解算法的RROA估 计方法,结合第5.1节给出的基于RROA信息融合 最小二乘定位算法进行计算机仿真与验证分析.在 此考虑采用由N = 6个感知节点所构成的阵列化 无线传感器网络系统进行定位目标的三维定位,被 定位目标位置为 $u = [31, 28, -10]^{T}$ ,感知节点阵列 的节点位置信息如表2所示.

表 2 节点阵列位置分布表 1, 单位: m

节点号码 i	$x_{s,i}$	$y_{s,i}$	$z_{s,i}$
1	30	20	15
2	-10	15	10
3	30	50	-20
4	35	-10	-10
5	-10	20	-10
6	20	-10	20

众所周知, 在自由空间路径损耗信道环境下, 信号源定位精度主要受接收信号信噪比 SNR、信号 采样长度 *L* 以及感知节点阵列几何分布等因素的 影响.在此考虑在感知节点阵列几何分布固定的 情况下, 定位精度 RMSE(*u*)随着信噪比 SNR 的变 化情况以及 RMSE(*u*)随着采样点数 *L* 的变化情况, 仿真中自由空间路径损耗信道衰落系数  $\alpha = 2$ .

#### 6.1.1 接收信噪比SNR对定位精度的影响

由于不同感知节点与信号源的距离不同,造成 不同感知节点所接收被定位信号强度有所不同,因 此同一时刻不同感知节点所接收信号信噪比不同. 在此仿真中以参考节点 $s_1$ 接收信号信噪比SNR<sub>1</sub> 为基准,验证在信号采样长度L = 400 Samples(采 样点)不变情况下, SNR<sub>1</sub>  $\in$  [-16,20] dB时不同算 法定位精度的变化情况.根据表2所示感知节点阵 列配置情况,以及信号源 $u = [31,28,-10]^{T}$ 位置信 息,可计算得到当SNR<sub>1</sub> = 0 dB并且各感知节点 接收噪声强度相同时,其他节点接收信号信噪比如 表3所示.

	表3	$SNR_1 = 0 dB$ 不同感知节点接收信噪比,单位: dB	
--	----	-----------------------------------	--

$SNR_2$	$SNR_3$	$SNR_4$	$SNR_5$	$\mathrm{SNR}_6$
-7.38	4.53	-2.31	-3.37	-3.11

当各节点接收噪声强度相同, 即 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 =$  $\cdots \sigma_{e}^{2}$ 时,本文所提出基于特征值分解的RROA 方法Eig1与Eig2的定位性能,随s1接收信噪比 SNR<sub>1</sub>的变化情况如图5所示.为便于比较,图 中同时给出了接收信号强度(RSS)方法、TOA方 法以及TDOA方法的性能曲线. 由图5可知, 当  $SNR_1 \in [-16, 20]$  dB 时 Eig1 与 Eig2 均具有相同的 定位性能,说明特征值分解后(20)式与(21)式具 有相同的噪声强度 $\sigma_1^2$ 估计性能;对比RSS方法, 当SNR<sub>1</sub> ∈ [-8, 20] dB 时本文算法性能明显提 升. 这是因为本文方法从含有噪声的接收信号 强度中将噪声强度进行了剔除,可更精确的估计 出被定位信号接收强度,从而降低定位误差;而 当 SNR<sub>1</sub>  $\leq -10$  dB时,接收信号中起决定性作用 的是噪声,本文算法与RSS 一样,均已无法正确 估计被定位信号强度. 当 $SNR_1 \leq -4$  dB时TOA 方法的定位性能急剧恶化, 当 $SNR_1 \leq -10$  dB时 TDOA方法的定位性也开始恶化,这是因为这两 种基于时间的方法均采用广义互相关(GCC)计 算TOA或TDOA,两种方法分别在SNR为-4dB 与-10 dB时达到GCC计算精度陡降的信噪比门 限,造成GCC估计精度的恶化;与TOA定位方法 对比,本文方法在 $SNR_1 \leq 8$  dB 时定位性能差于 TOA方法, SNR<sub>1</sub> > 8 dB时开始超越TOA方法, 这是因为TOA方法利用GCC方法计算信号到达 时间时,充分利用了信号之间的相关性,特别是在 低信噪比时具有更好的抗噪性,但随着信噪比的增 加,对TOA定位误差起决定作用的已不是噪声,而 是信号离散化采样误差. 本文算法不受信号离散 化采样误差的影响, 信噪比越高具有越优于 TOA 的定位性能;与TDOA定位方法对比,本文算法在 SNR<sub>1</sub>  $\in$  [-16, 20] dB 时均优于 TDOA 方法, 这是 因为TDOA定位进行信号到达时间差估计时,由 于节点 s2 距离信号源过远造成其接收信号信噪比 过低(如表3中SNR2所示),造成信号到达s2相对 到达s1的时间差估计值误差过大,从而造成了整个 定位系统的恶化. 在实际 TDOA 定位应用中, 需要 采取合理措施剔除类似大误差TDOA估计值,以 提升TDOA 定位稳定性. 而本文算法基于特征值 分解进行 RROA 定位时, 即使某节点接收信噪比较 低, 通过特征值分解技术较好的剔除噪声的影响, 并且随着信噪比的提高算法性能提升越来越明显. 这是因为该条件下, 本文算法可精确估计得到(23) 式所示的基于距离的定位信息矢量 *K*, 从而利用 (56) 式得到精度的信号源位置信息.



图 5 噪声强度相同时不同算法随信噪比变化性能



图6 噪声强度不同时不同算法随信噪比变化性能

另一方面,在各感知节点接收噪声强度不同时,令 $\sigma_i^2$  = Coef<sub>i</sub> ·  $\sigma_1^2$ ,四种不同算法定位结果如图6所示.图6对比图5,本文算法对比RSS方法、TOA方法、TDOA方法均具备类似图5所示的性能优势;但各感知节点接收噪声强度不同时,本文算法比RSS方法优势更加明显,对比图5所示,RSS方法在各感知节点接收噪声强度不同时定位性能更加恶化,这是因为不同节点接收的不同噪声强度,节点间接收噪声的差异性更加恶化了被定位信号接收强度的估计精度,噪声强度之间的差异直接反应在接收信号强度中,从而造成被定位信号由于

空中传输衰减而造成的信号强度变化的误差,因此 在各感知节点接收噪声强度不同时,本文算法对比 RSS方法具有更优的抗噪性.

#### 6.1.2 有限采样长度L对定位精度的影响

本文在此验证感知节点 s1 接收信噪比固定 为 $SNR_1 = 4$  dB, 信号采样长度  $L \in [300, 2900]$ Samples 时,四种不同算法定位精度随信号采样长 度的变化情况. 当各节点接收噪声强度相同, 即  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots, \sigma_6^2$ 时,四种不同算法定位结果如下 图7所示. 当SNR<sub>1</sub> = -4 dB时,本文RROA 定位 方法Eig1与Eig2具有类似的定位性能;本文两种 方法定位性能均随着信号采样长度L的增大而提 升,这是因为更长的采样信号,基于(17)式的特征 值分解算法,可更好的估计得到被定位信号与接收 噪声的强度信息; RSS 方法随着采样长度 L 的增 大而定位性能提升,但其定位精度远远差于本文 算法, 这是因为采样长度的增大并不能消除噪声 所引入的RSS定位误差;由图7与图5可知,虽然 低信噪比 SNR<sub>1</sub> = -4 dB, 较短采样长度 L = 400 Samples时本文算法定位性能不如TOA,但随着采 样长度L的增大,本文算法越来越接近TOA 方法, 并且随着采样长度L的增大,本文算法相对TDOA 方法的优势越来越明显.



图 7 噪声强度相同时不同算法随采样长度变化性能

另一方面, 当各节点接收噪声强度各不相同,  $\phi \sigma_i^2 = \text{Coef}_i \cdot \sigma_1^2$ , 四种不同算法定位结果如图 8 所 示. 由图8所示, 在各感知节点接收噪声强度不同 时,图8对比图7,本文算法对比RSS方法、TOA方 法、TDOA方法均具备类似图7所示的性能优势: 在各感知节点接收噪声强度不同时, RSS 方法定位 性能并没有随着采样长度的增大而提升,这是因为 RSS方法没有消除噪声对于被定位信号由于空中

传输衰减而造成的信号强度变化的误差影响,在低 信噪比时处于完全失效状态,而本文算法可估计出 不同感知节点所接收到的不同噪声强度,进而消除 了由于空中传输衰减而造成的信号强度变化的误 差影响.



图 8 噪声强度不同时不同算法随采样长度变化性能

#### 阴影慢衰落路径损耗信道 RROA 定位 6.2仿真与分析

本节在此对第4节所提出的, 阴影慢衰落路径 损耗信道模型下基于特征值分解算法的RROA估 计方法,结合第5.1节给出的基于RROA信息融合 最小二乘定位算法,进行计算机仿真与验证分析. 在此采用的定位系统几何分布与第6.1节有所变 化,在此采用定位尺度更大的球面传输信道模型, 被定位目标位置为 $u = [300, 150, -100]^{\mathrm{T}}$ ,感知节 点阵列的节点位置信息如表4所示.

表4	节点阵列位置分布表2,单位:m		
节点号码 i	$x_{s,i}$	$y_{s,i}$	$z_{s,i}$
1	300	100	150
2	-100	150	100
3	300	500	-200
4	350	-100	-100
5	-100	200	-100
6	200	-100	200

被定位信号传输采用含有阴影衰落效应的路 径损耗信道模型,信道的阴影衰落效应A未知,在 此建模时令A的幅度服从均值为0dB,标准方差 为FADE = [1,3,5,8] dB的对数正态分布函数, A 的相位服从[0,2π]之间的均匀分布函数.

#### 6.2.1 接收信噪比SNR对定位精度的影响

由于信号源与不同节点的距离以及阴影慢衰 落效应不同,各节点所接收被定位信号强度有所不 同,造成阵列中各节点所接收信号信噪比具有很大 差异,第6.1节中以节点*s*<sub>1</sub>接收信噪比为参考信噪 比进行仿真验证,本节在此令阵列参考原点*O*不存 在阴影慢衰落效应时的接收信号强度为0 dBm,仿 真验证参考原点*O*接收噪声强度在[-15 dBm, 21 dBm]之间变化时,不同算法定位精度 RMSE(*u*)的 变化情况.

当信号快拍数L = 4000 Samples,信道的阴 影慢衰落效应A的幅度标准差为FADE = 1 dB 与FADE = 8 dB 时,本文RROA定位方法、常规 RSS方法、TOA方法以及TDOA 方法的定位精度 RMSE(u),随阵列参考原点O的接收信号信噪比 的变化情况分别如图9,图10,图11与图12 所示, 幅度标准差的每种情况均在各节点接收噪声强度 相同与接收噪声强度不同两种情况执行.



图 9 FADE = 1 dB、噪声强度相同时不同算法随信噪比 变化性能

对比图 9 与图 10 可知, 当 FADE = 1 dB时, 传 感器网络节点各自接收噪声强度不同时对比接收 噪声强度相同时,本文所提出 RROA 法对比另外 三种方法都具有类似的定位性能优势;在上述定 义的信噪比条件下, RSSI 方法无论各节点接收噪 声强度相同与否,均达到了定位误差上限,因此两 种情况下性能相同,因为 RSSI 方法无法消除噪声 带来的影响,定位性能最差;TOA 与 TDOA 两种基 于时间的定位方法,无论各节点接收噪声强度相 同与否也具有各自相同的定位性能,这是因为两 种方法采用 GCC 方法进行 TOA 或 TDOA 估计时, 采用的信号快拍数 L = 4000 Samples 足够长,可消 除由于接收噪声强度的差异造成的定位误差的差 别;本文RROA定位方法无论各节点接收噪声强 度相同与否也具有相同的定位性能,这是因为通过 特征值分解方法可较好的估计出各节点的接收噪 声强度,并进行合理消除,因此无论各节点噪声强 度相同与否,都不会给定位性能带来差异.此外,当 SNR > 3 dB时, RROA方法已经超越TOA方法的 定位精度,这是因为RROA方法不受离散化采样误 差的影响,信噪比越高,定位性能越好.



图 10 FADE = 1 dB、噪声强度不同时不同算法随信噪 比变化性能



图 11 FADE = 8 dB、噪声强度相同时不同算法随信噪 比变化性能

由图 11 与图 12 可知, 当信道阴影慢衰落效应 **A**的幅度标准差由 FADE = 1 dB增大到 FADE = 8 dB时, TOA 与TDOA两种方法的定位性能均 严重恶化, 两种方法在整个信噪比范围内均已失 效; RSSI 方法在 FADE = 1 dB 己到达定位误差上 限, 当 FADE = 8 dB或更差时, 定位误差仍为固定 上限; 本文 RROA 方法的定位性能, 虽然随着 **A**幅 度标准差的升高而恶化, 但无论各节点接收噪声强 度相同与否也具有各自相同的定位性能, 随着信噪 比的升高仍保持性能的提升趋势; 各节点接收噪声 强度不同、SNR = 21 dB, FADE = 8 dB 时, RROA 方法的 RMSE(*u*) = 30.2 m,仍然可将定位目标限制在某片可信区域内.因此,在存在严重阴影衰落效应的信道环境下,TOA/TDOA等基于时间的定位方法很可能会失效,而文本所提出的基于特征值分解的 RROA 定位方法可相对较好的克服阴影衰落效应带来的影响,在信噪比较高情况下仍具有一定的可用性.



图 12 FADE = 8 dB、噪声强度不同时不同算法随信噪 比变化性能

6.2.2 定位数据快拍数L对定位精度的影响

前面我们仿真分析了RSS法、TOA法、TDOA 法与本文提出RROA法四种定位方法当信号快拍 数L = 4000 Samples,在不同信噪比条件下的定位 性能.在此我们仿真分析当阵列参考原点*O*接收信 噪比SNR = 18 dB固定不变,在不同的信号快拍 数条件下的定位性能,在此信号快拍数取值范围为  $L \in [1000, 5000]$  Samples,图13,图14分别给出了 在不同信噪比条件下当信道阴影慢衰落效应*A*的 幅度标准差分别为FADE = 1 dB, FADE = 8 dB 时的仿真结果示意图.



图 13 FADE = 1 dB 时不同算法随采样长度变化性能

由图13与图14可知,随着A的幅度标准差的 增大,四种定位方法的性能均逐渐变差,说明信道 阴影慢衰落效应对定位性能有明显恶化作用;当信 道阴影慢衰落效应较弱, FADE = 1 dB 时, TOA 法、TDOA 法以及本文提出RROA法的定位误差 均随着信号快拍数L的增大而变小,但当信道阴影 慢衰落效应增大到FADE = 8 dB时,各种方法的 定位性能不再随着信号快拍数L的增大而提升,这 是因为此时信道阴影慢衰落效应过大,通过增大 信号快拍数已无法抵消阴影衰落效应带来的定位 性能恶化. 特别是TOA与TDOA定位方法, 随着 信号快拍数L的增大定位性能反而恶化,这是因为 通过GCC方法进行TOA或TDOA估计时,更大 的快拍数会引入更大的估计误差;分析不同阴影 衰落效应强度下的RROA 定位性能发现, 虽然随 着FADE的增大本文所提出的基于特征值分解的 RROA方法定位性能逐渐恶化,但是即便在较高的 FADE情况下,本文算法仍可将定位目标限制在误 差RMSE(u)  $\approx$  35 m的区域内,仍具有一定的实用 性,而此时基于时间的定位方法已经完全失效.



图 14 FADE = 8 dB 时不同算法随采样长度变化性能

## 7 结 论

本文主要针对阵列各节点接收噪声强度不同、 存在阴影慢衰落效应等复杂无线传输信道环境下 的信号源被动定位问题进行了研究与分析.主要将 特征值分解技术引入到信号到达距离比RROA的 估计中来,通过信号接收协方差矩阵的特征值分解 得到各节点所接收信号中各自不同的噪声强度,并 通过传感器网络中参考节点的轮换,结合特征值分 解方法消除了信道的阴影衰落效应给定位带来的 误差影响,从而实现了RROA定位信息关联度量 的可靠估计,然后给出了基于RROA定位信息关 联度量以及传感网阵列节点位置信息的最小二乘 定位算法,在后续仿真中验证了所提算法的优越性 能,仿真结果表明本文所提算法可较好的消除由于 不同节点接收噪声强度、阴影慢衰落效应等因素所 带来的定位性能恶化.

感谢西安电子科技大学李赞教授对本文研究所给出的 指导性意见,感谢西安电子科技大学万鹏武博士讨论以及 对全文排版所作出的工作.

#### 参考文献

- Ho K C, Lu X, Kovavisaruch L 2007 IEEE Trans. Signal Process. 55 684
- [2] Blatt D, Hero A D 2006 IEEE Trans. Signal Process. 54 3614
- [3] Weiss A J 2011 IEEE Trans. Signal Process. 59 2513
- [4] Dogancay K 2006 IEEE Trans. Signal Process. 54 59
- [5] Hao B J, Li Z, Qi P H, Guan L 2013 Sci. China Inform. Sci. 56 072307
- [6] Liu X L, Liao G S 2011 Acta Electron. Sin. 39 596 (in Chinese)[刘晓莉, 廖桂生 2011 电子学报 39 596]
- [7] Wang F F, Zhang Y R 2012 Acta Phys. Sin. 61 084101 (in Chinese)[王芳芳, 张业荣 2012 物理学报 61 084101]
- [8] Wang M, Hu S X, Fang X 2009 Acta Phys. Sin. 58 5091 (in Chinese)[王敏, 胡顺星, 方欣 2009 物理学报 58 5091]
- [9] Huang Y T 2001 Ph. D. Dissertation (Georgia: Georgia Institute of Technology)
- [10] Morelli C, Nicoli M, Rampa V 2006 Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Toulouse, France, May 14–19 2006 p957
- [11] Chen Z M, Zhu H C, Mao R F 2011 Acta Phys. Sin. 60
   104304 (in Chinese)[陈志敏, 朱海潮, 毛荣富 2011 物理学 报 60 104304]
- [12] Zhang H B, Jiang W K, Wan Q 2008 Acta Phys. Sin.
  57 313 (in Chinese)[张海滨, 蒋伟康, 万泉 2008 物理学报
  57 313]
- [13] Bekkerman, Tabrikian J 2006 IEEE Trans. Signal Process. 54 3873

- [14] Zhang L, Huang J, Jin Y 2010 J. Syst. Eng. and Electron. 21 186
- [15] Li K, Fang S L, An L 2013 Acta Phys. Sin. 62 094303 (in Chinese)]李焜, 方世良, 安良 2013 物理学报 62 094303]
- [16] Wang Z F, Hu Y M, Meng Z 2009 Acta Phys. Sin. 58
   7034 (in Chinese)[王泽锋, 胡永明, 孟洲 2009 物理学报 58
   7034]
- [17] Altet J, Salhi M A, Dilhaire S 2004 Electron. Lett. 40 241
- [18] Altet J, Salhi M A, Dilhaire S 2003 Electron. Lett. 39 1440
- [19] Wang X, Zhao M Y, Wan X P 2005 J. Northwestern Polytechnical University 23 388 (in Chinese) [王欣, 赵美 英, 万小鹏 2005 西北工业大学学报 23 388]
- [20] Sayed, Tarighat A, Khajehnouri N 2005 IEEE Signal Process. Mag. 22 24
- [21] Ren M, Zou Y X 2012 IEEE Signal Process. Lett. 19 83
- [22] Sun L M, Li J Z, Chen Y 2005 Wireless Sensor Networks (Beijing: Tsinghua University Press) p36 (in Chinese)
  [孙利民,李建中,陈渝 2005 无线传感器网络(北京:清华大 学出版社)第36页]
- [23] Hao B J, Li Z, Si J B 2012 Proceedings of IEEE International Conference on Communications, Ottawa, Canada, Jun. 10–15 2012 p47
- [24] Liu C F, Yang J, Wang F S 2013 J. Syst. Eng. and Electron. 24 183
- [25] Rappaport T, Reed J, Woerner B 1996 IEEE Commun. Mag. 34 33
- [26] Parameswaran A T, Husain M I, Upadhyaya S 2009 Proceedings of Field Failure Data Analysis Workshop, Niagara Falls, USA, September 2009 p1
- [27] Whitehouse, Karlof C, Culler D 2007 ACM Mobile Comput. Commun. Rev. 11 41
- [28] Zhang H, Cao L N 2009 Modern Communication Principles and Technologies (Xian: Xidian University Press) p39 (in Chinese) [张辉, 曹丽娜 2009 现代通信原理与技术 (西安:西安电子科技大学出版社) 第 39 页]
- [29] Li X 2006 IEEE Trans. Wireless Commun. 5 3626
- [30] Lorincz, Welsh M 2005 Proceedings of International Workshop Location Context-Awareness at Pervasive, Munich, Germany, May 12–13 2005 p1
- [31] Tarrio P, Bernardos A M, Casar J R 2007 Proceedings of IEEE International Conference on Sensor Technologies and Applications, Valencia, Spain, Oct. 14–20 2007 p265

## Passive source localization using RROA based on eigenvalue decomposition algorithm in WSNs<sup>\*</sup>

Hao Ben-Jian<sup>†</sup> Li Zan Wan Peng-Wu Si Jiang-Bo

(State Key Laboratory of Integrated Services Networks, Xidian University, Xi'an 710071, China) (School of Telecommunications Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

( Received 15 October 2013; revised manuscript received 11 November 2013 )

#### Abstract

When in WSNs sensors receive different noise intensities or the wireless transmission channel has the shadow fading effect, the association metrics estimation method for range ratios of arrival (RROA) and the passive source localization algorithm based on RROA are studied. Firstly, the eigenvector decomposition (EVD) approach is used to estimate the RROA association metrics. The noise intensity received by each sensor can be estimated by performing EVD on the covariance matrix of the received signal. Secondly, by rotating the array reference point at each of the array sensors, a number of covariance matrices are constructed and the EVD approach can be used to cancel the shadow fading effect. Thus RROA association metrics can be estimated reliably. Finally, the weighted-least-squares (WLS) algorithm based on the RROA association metrics is proposed. The proposed approach is robust to channel shadow fading effect and different noise intensities received.

Keywords: wireless sensor networks, range ratio of arrival, eigenvalue decomposition, passive source localization

PACS: 43.60.Jn, 43.30.Wi, 41.20.Jb, 43.60.Pt

**DOI:** 10.7498/aps.63.054304

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61072070), the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20110203110011), the Fundamental Research Funds of the Ministry of Education, China (Grant No. 72124338), the 111 Project (Grant No. B08038), and the Key Programs for Natural Science Foundation of Shaanxi Province, China (Grant No. 2012JZ8002).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: bjhao@xidian.edu.cn