上浮气泡在壁面处的弹跳特性研究*

李帅 张阿漫†

(哈尔滨工程大学船舶工程学院, 哈尔滨 150001)

(2013 年 10 月 28 日收到; 2013 年 11 月 8 日收到修改稿)

本文针对毫米量级的上浮气泡在壁面处的弹跳现象进行数值研究. 基于势流方法求解气泡的运动, 同时考虑气泡的表面张力作用. 在伯努利方程中, 对气泡与壁面之间水膜中因黏性引起的压力梯度进行修正, 开发相应的计算程序, 计算值与实验值符合良好. 从气泡弹跳的基本现象入手, 研究了特征参数对气泡弹跳过程的动态特性以及最终平衡形态的影响. 发现随着泡在撞击壁面之前上浮距离增大, 气泡回弹距离和弹跳周期增加, 但是当上浮距离增加到一定程度后将不会影响气泡的弹跳特性; 表面张力是影响气泡弹跳特性的重要因素, 气泡的弹跳周期随其增大逐渐减小, 但回弹距离却呈现先增后减的规律; 最后, 影响气泡最终平衡形态的主要因素是气泡的浮力参数与韦伯数.

关键词: 气泡, 壁面, 弹跳, 边界积分法

PACS: 47.55.dd, 47.20.Dr, 02.70.Pt **DOI:** 10.7498/aps.63.054705

1 引 言

上浮气泡在自然界中广泛存在, 看似简单的气泡却有着复杂的运动特性, 比如碰撞、融合[1]、撕裂[2]等, 气泡动力学中仍然还有很多机理性问题没有被揭示. 例如气泡与壁面的相互作用, 当气泡在上浮过程中遇到水平壁面, 则气泡在撞上壁面后不是立刻静止, 而是向一个球一样在壁面处多次回弹, 由于能量耗散, 气泡每次回弹距离逐渐衰减, 最终趋于静止[3].

针对气泡在水平壁面处弹跳这一有趣的物理现象, 国内外已有一些学者在实验与数值上经做了相关研究. 在实验方面, Tsao 等人[3]针对半径 0.5—0.7 mm 的气泡在水中与水平以及倾斜刚性壁面的相互作用, 发现在黏性耗散完全之前, 流体的惯性与气泡的表面张力是导致气泡弹跳现象的主要原因. Malysa 等[4]研究了气泡在水平壁面下方弹跳现象, 并向流体中添加活性剂以改变表面张力系数, 同时对壁面粗糙度的影响也进行了相关探究, 发现气泡在壁面附近弹跳运动时的微幅脉动频率超过 1000 Hz, 随着表面张力的减小频率有所降低, 而且气泡在前几个弹跳周期内并没有真正接触壁面. Toshiyuki 等[5]的研究指出是弱黏性流体中影响气泡运动特性的主要因素是表面张力.

在数值模拟方面, Wang 等[6,7]采用 VOF 方法模拟了气泡在自由场中的上浮规律特性, 忽略流体的黏性和可压缩性, 并采用四个临界韦伯数将气泡的运动进行分类. Klaseboer 等[8]采用轴对称气泡模型, 采用边界积分法也对单个自由场气泡进行了数值模拟, 研究了气泡上浮速度和形状随气泡尺寸的变化规律. Shopov 等[9]采用有限元法求解 N-S 方程, 针对气泡撞击壁面或远离壁面这些物理过程, 但是因为气泡与壁面间距离太小等数值上处理的困难, 整个气泡回弹过程并没有被真正模拟出来. Canot 等[10]采用边界积分法, 并在伯努利方程中增加一个边界层黏性修正项, 模拟了二维气泡在壁面处的弹跳现象. 不过二维模型毕竟不能表达真实的物理过程, 所以其研究结果的直接应用价

* 中组部青年拔尖人才支持计划, 优秀青年科学基金 (批准号: 51222904) 和新世纪优秀人才支持计划 (批准号: NCET100054) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: zhangaman@hrbeu.edu.cn

值不大, 但是其数值方法有较大的借鉴意义. 张阿漫[11]、刘云龙等[12]采用边界积分法对水下爆炸气泡在近壁面附近的运动进行研究, 虽然水下爆炸气泡不是本文研究对象, 但他们的研究表明该方法能够精确的追踪气泡表面位置. 总之, 国际上目前在该领域的研究主要是采用实验手段, 数值方面进展较慢, 国内的相关研究与国外相距较大, 公开发表的相关文献十分罕见.

由于实验条件的限制, 对于释放气泡的大小以及表面张力系数的调节都较为困难, 所以数值手段是研究气泡在壁面弹跳特性的有效手段, 本文在 Canot 等[10]的研究基础上, 将二维气泡扩展到轴对称, 使模型更贴近实际情况. 在结合实验验证数值算法后, 研究了特征参数对气泡弹跳特性的影响, 以及气泡最终静止在壁面之下的平衡形态, 旨为气泡在水平壁面下的弹跳研究提供参考.

2 基本理论和数值方法

本文基于势流理论, 采用轴对称模型 (r,θ,z) 模拟气泡在壁面下的弹跳运动. 边界积分方法中, 只需要对流场边界进行离散求解, 而域内的值可以通过边界上的法向速度以及速度势来获得[13], 具有较高的计算精度和效率, 其控制方程为

$$\iint\limits_{S_\mathrm{b}+S_\mathrm{s}}\left(\frac{1}{|\boldsymbol{q}-\boldsymbol{p}|}\cdot\frac{\partial\varPhi(\boldsymbol{q},t)}{\partial n}-\varPhi(\boldsymbol{q},t)\frac{\partial}{\partial n}\Big(\frac{1}{|\boldsymbol{q}-\boldsymbol{p}|}\Big)\right)\times\mathrm{d}S(\boldsymbol{q})=\varepsilon(\boldsymbol{p},t)\cdot\varPhi(\boldsymbol{p},t), \tag{1}$$

式中, S_b 和 S_s 分别为气泡与壁面的边界, $\boldsymbol{p}$ 和 $\boldsymbol{q}$ 分别是边界上的控制点和积分点, $\varPhi$ 为边界上的速度势, 法线 $\boldsymbol{n}$ 指向流场外, $\varepsilon(\boldsymbol{p},t)$ 为控制点 $\boldsymbol{p}$ 处的立体角, 若 $\boldsymbol{p}$ 取在边界上, 则 $\varepsilon(\boldsymbol{p},t)=2\pi$. 将气泡和刚性壁面离散成 m 个节点, m' 个单元, 其中单元为线性的, 即所有物理量在单元上线性变化. 因此, 单元上的物理量可以通过节点插值获得. (1) 式就被离散成一个线性方程组

$$H\cdot\boldsymbol{\varPhi}=G\cdot\boldsymbol{X}. \tag{2}$$

在计算过程中已知气泡表面速度势 $\boldsymbol{\varPhi}$ 和壁面处的法向速度 $\boldsymbol{X}$, (2) 式不能被直接求解, 为此将上式改为如下形式:

$$\begin{bmatrix}H_\mathrm{bb} & -G_\mathrm{bs}\\ H_\mathrm{sb} & -G_\mathrm{ss}\end{bmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\varPhi_\mathrm{b}\\ X_\mathrm{s}\end{pmatrix}=\begin{bmatrix}G_\mathrm{bb} & -H_\mathrm{bs}\\ G_\mathrm{sb} & -H_\mathrm{ss}\end{bmatrix}\cdot\begin{pmatrix}X_\mathrm{b}\\ \varPhi_\mathrm{s}\end{pmatrix}, \tag{3}$$

上式中未知量与已知量分别被移到了方程两端, 便于求解. 影响系数 H 和 G 的具体数值计算方法可参见文献[14].

气泡的运动学边界条件为

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\nabla\varPhi. \tag{4}$$

在计算过程中, 采用上式对气泡位置进行更新.

在刚性壁面处满足不可穿透条件

$$\frac{\partial\varPhi}{\partial n}=0. \tag{5}$$

考虑到气体与水在密度上的巨大差异, 忽略气体运动对气体压力的影响, 假设气泡内的压力分布均匀. Best[15]将气泡内部气体分为可冷凝的水蒸气和不可冷凝的其他气体组成, 同时假设不可冷凝气体满足绝热方程, 则气体压力只与气泡初始状态以及体积有关, 考虑表面张力后, 气泡外表面的流场压力为

$$P_\mathrm{out}=P_\mathrm{c}+P_0\Big(\frac{V_0}{V}\Big)^\chi-\sigma\cdot k, \tag{6}$$

式中, P_c 为可凝气体的饱和蒸汽压, P_out 为气泡外表面压力, P_0 和 V_0 为气泡初始压力和体积, χ 为气体的比热率, 对于常压上浮气泡而言, 假设气泡内部气体为理想气体, χ 取值 1.4. σ 为表面张力系数, k 为气泡表面局部曲率, 其数值求解表达式[8]为

$$k=-n_r\frac{\partial n_z}{\partial s}+\frac{n_z\partial n_r}{\partial s}+\frac{n_r}{r}. \tag{7}$$

考虑气泡与壁面间水膜中的黏性所引起的压力梯度, 并在伯努利方程中引入该黏性修正项后为[10]

$$\frac{\mathrm{d}\varPhi}{\mathrm{d}t}=\frac{(\nabla\varPhi)^2}{2}+\frac{P_\mathrm{ref}}{\rho}-\frac{P_\mathrm{out}}{\rho}-gz+P_\mathrm{drainage}. \tag{8}$$

上式即为气泡表面的动力学边界条件, 其中, P_ref 为气泡初始时刻所处水平高度的无穷远处压力, 黏性修正项 P_drainage 为[10]

$$P_\mathrm{drainage}=\int_L^M 3\pi\mu\frac{\bar{U}}{e(r)^2}\mathrm{d}l. \tag{9}$$

上式中, μ 为动力黏性系数. 如图 1 所示, 点 L 为气泡水平方向最远端点, 在其之上的气泡节点的黏性修正压力由 (9) 式获得, 该力来源于气泡与壁面之间水膜中由于黏性所引起的压力差, 可以类比于管

道流中的压力差. $\bar{U}$ 表示节点 M 之上的水膜截面内的平均流速, e 为水膜厚度.

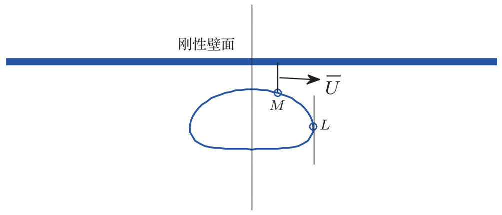

图 1 气泡上浮至水平壁面附近

文中的数值模拟中, 初始时刻, 球形气泡从静止状态开始运动, 所有节点速度为0, 则可设定所有节点上的速度势等于0. 气泡的初始内压取

$$P_0 = P_{\text{ref}} + \sigma \cdot \frac{2}{R_0}, \tag{10}$$

式中, R_0 为气泡初始半径.

为了保持时域向前推进计算中的稳定性, 需要严格控制时间步长 [11]

$$\Delta t = \frac{0.02}{\max\left|1 + 0.5(\nabla\Phi)^2 - \frac{P_0}{P_{\text{ref}}}(\frac{V_0}{V})^\chi - gz\right|}. \tag{11}$$

计算过程中采用龙格库塔法时域向前推进能保持较好的精度与稳定性.

采用气泡初始半径 R_0, P_{ref}, $R_0\sqrt{P_{\text{ref}}/\rho}$ 和 $\sqrt{P_{\text{ref}}/\rho}$ 分别作为长度、压力、时间和速度的特征量将所有的物理量进行无量纲化, 另外定义几个无量纲特征参数: 韦伯数 $We = \dfrac{P_{\text{ref}}R_0}{\sigma}$; 距离参数 $\gamma_{\text{f}} = h/R_0$, 其中 h 为气泡初始释放位置与壁面间的距离; 浮力参数 $\delta = \sqrt{\rho g R_0/P_{\text{ref}}}$. 文中的数值模拟中, 初始时刻释放气泡均为球形, 从静止状态开始上浮.

3 结果与讨论

小尺度气泡 (半径小于 2 mm) 在自由场中上浮时, 气泡基本上会达到一个稳定的形态和上浮速度 [1,8]. 当气泡上浮到刚性壁面之下时, 气泡形状变化较明显, 竖直方向上的运动方向也不断改变, 所以为了方便研究气泡在壁面处弹跳运动的动态特性, 首先定义几个参数如下.

如图 2 所示, 曲线的第一个波峰与第一个波谷之间的高度差称为“第一次回弹距离”, 用 H_{b1} 表示. 曲线的第二个波峰与第二个波谷之间的高度差称为“第二次回弹距离”, 用 H_{b2} 表示. 曲线的第一个波峰与第二个波峰之间的时间差称为“弹跳周期”, 用 T_{p} 表示. 气泡最终静止在刚性壁面之下时, 如图 3 所示, 气泡竖直方向上的高度 A_{b} 与气泡水平方向上的宽度 W_{b} 之比称为气泡的“形状系数”, 用 S_{b} 表示.

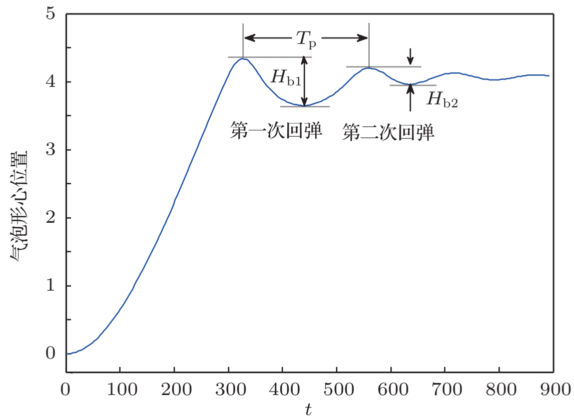

图 2 气泡形心位置曲线标注

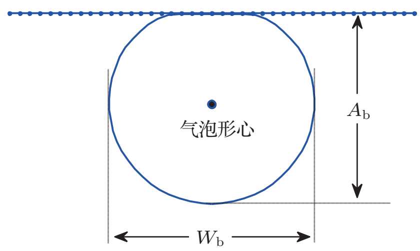

图 3 最终气泡形态标注

3.1 实验与数值对比分析

本文实验设备包括高速运动分析系统、气泡发生器、光源和水箱等. 高速摄像机为Phantom V12.1, 最高拍摄速率为650000 f/s. 水箱为500 mm × 500 mm × 500 mm的方形透明水箱, 采用玻璃充当刚性壁面, 玻璃的尺寸为200 mm × 200 mm ×3 mm.

如图 4 所示为气泡在水平壁面处弹跳的几个典型时刻的实验与数值结果对比图. 实验中, 气泡等效半径为1.15 mm. 图 4 (a) 表示气泡撞击壁面前的时刻, 气泡在上浮过程中不完全是球状, 而是被微微压扁; 图 4 (b) 表示气泡正在撞击壁面, 气泡上表面扁平, 气泡高度 A_{b} 逐渐减小; 图 4 (c) 表示气泡 A_{b} 达到最小时刻, 气泡形心位置达到最高点; 图 4 (d) 表示气泡正在向下回弹运动; 图 4 (e) 表示气泡再次撞击壁面; 图 4 (f) 表示气泡最终趋于静止

状态时的形态. 由以上对比图可以发现实验现象与数值结果符合良好. 为了更好的对比实验与数值结果的, 现给出气泡中心高度的时历曲线对比图, 如图5所示.

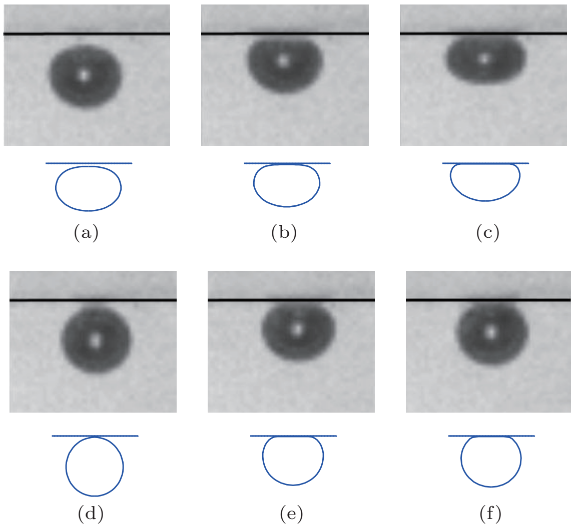

图4　实验与数值结果对比图

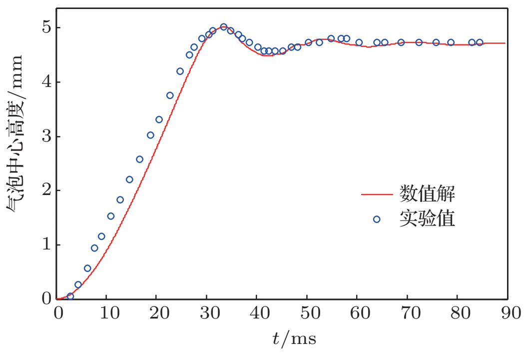

图5　气泡中心位置的实验值与数值解对比曲线

由图5可见, 气泡中心高度的实验值与数值结果符合良好, 尤其是气泡弹跳阶段, 曲线变化趋势和幅值基本一致. 最终, 气泡将静止在水平壁面之下, 气泡竖直方向上的高度A_{b}的实验值为2.07 mm, 数值解为2.02 mm, 相对误差为2.4%; 气泡水平方向上的宽度W_{b}的实验值为2.45 mm, 数值解为2.41 mm, 相对误差为1.6%. 综上所述, 本文的气泡在水平壁面处的弹跳数值模型合理有效.

3.2　特征参数对气泡弹跳特性的影响

不同初始条件和外界环境下, 气泡在与壁面碰撞前能够达到的速度与形态不一样, 导致之后气泡的弹跳特性也不会相同. 为了研究特征参数对气泡在壁面弹跳特性的影响, 下面针对韦伯数We从500变化到6000时, 距离参数γ_{f}数取2, 4和6三种不同情况, 另外浮力参数取$\delta = 0.0098$进行计算, 取得的结果如图6至图9所示.

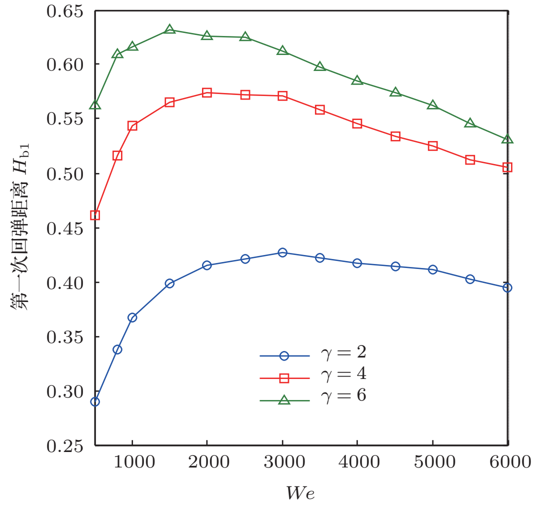

图6　We对第一次回弹距离的影响

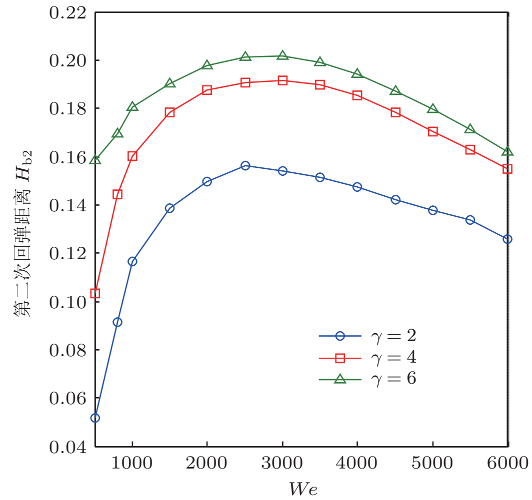

图7　We对第二次回弹距离的影响

如图6所示, 随着距离参数γ_{f}的增大, 气泡第一次回弹距离H_{b1}与第二次回弹距离H_{b2}均逐渐增大, 这是由于距离参数γ_{f}越大意味着气泡加速过程更长更充分, 具有的动能更大, 就像皮球在地面上反弹一样, 入射速度越大, 则反弹越高. 但是从图6中三组曲线还可以看出, 随着γ_{f}进一步增加, 曲线有收敛的趋势, 也就意味着气泡反弹距离增长趋势变缓, 并趋近于一个常值, 这是因为气泡在上浮过程中会达到一个平衡速度[1,8], 当上浮距离够大时, 气泡就会达到这个平衡速度, 导致最后撞击

时刻的气泡形态与速度基本一致, 反弹距离也就趋于一个恒定值.

随着 We 逐渐增大, 气泡的两次回弹距离并不是纯粹的单调递增或者单调递减, 而是先增后减的一个变化过程. 现解释如下: 由于韦伯数 We 代表惯性力与表面张力量级的比值, 其值越小, 则表面张力越大, 气泡越不容易被压扁. 当 We 较小时, 气泡就类似于钢球一样撞向壁面, 气泡被压缩的程度不大, 所以导致反弹距离并不是太大, 反而当 We 增大一些时, 气泡撞向壁面后被压缩程度增大, 存储能量较大, 反弹距离增加; 但是当 We 超过一定范围后再继续增大时, 表面张力太小, 虽然气泡被压缩程度增大, 但是气泡弹力变小, 存储的势能减小, 能够反弹距离也就减小, 可以类比于一个充气不足的皮球弹不高的原因. 与 H_{b1} 最大值对应的 $We_{\max\_H}$ 在 1000—3000 之间, 具体数值与距离参数 γ_f 有关, 由图 6 可以发现 γ_f 越大, 则对应 $We_{\max\_H}$ 的越小.

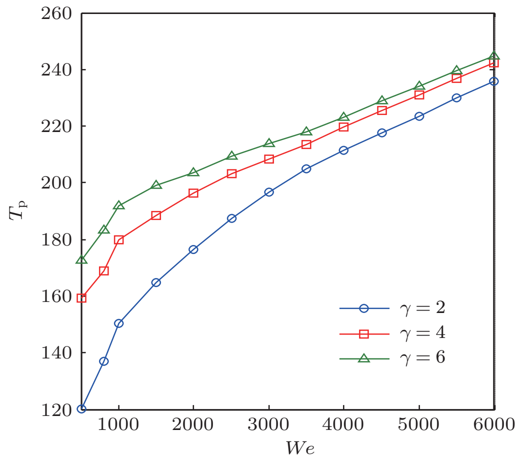

图 8　We 对弹跳周期的影响

如图 8 所示, We 的增大会导致弹跳周期的增大, 表面张力越小, 气泡越软, 回弹运动愈加缓慢, 使得弹跳周期增长, 频率变小, 在 We 超过 3000 时, T_p 基本呈线性增长规律. 随着距离参数的增大, 弹跳周期也同样逐渐收敛, 这一规律与文献 [4] 中的结论是一致的. 如图 9 所示为 $We = 5000$ 时三种不同距离参数条件下气泡的形状系数的时历曲线, 可以发现气泡初始为球状, 气泡的形状系数 S_b 为 1, 随着气泡逐渐上浮, 气泡形状逐渐变扁, S_b 逐渐下降, 可见的距离参数 γ 的增大会导致气泡形状系数能够达到的最小值越小, 但经过几次弹跳后, 气泡趋于静止, 三种不同距离参数条件下气泡的 S_b 都趋于一个恒定的值, 也就是说气泡最终静止状态的形状与气泡的距离参数无关.

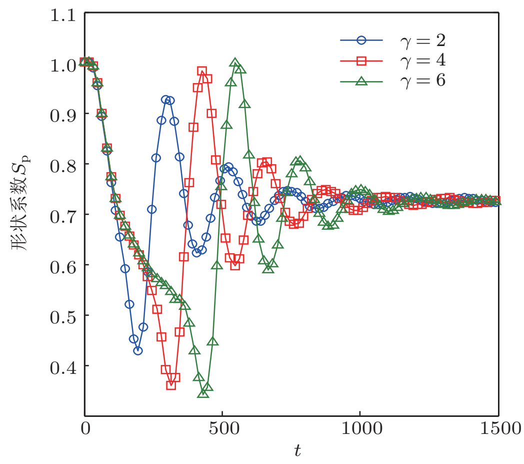

图 9　$We = 5000$ 形状系数 S_b 的时历曲线

下面将讨论影响气泡最终形态的因素, 韦伯数 We 取值从 500 变化到 6000, 距离参数 γ_f 数取 1.2, 另外浮力参数 δ 分别取 0.008, 0.010 和 0.012 三种情况进行计算, 取得结果如图 10 所示.

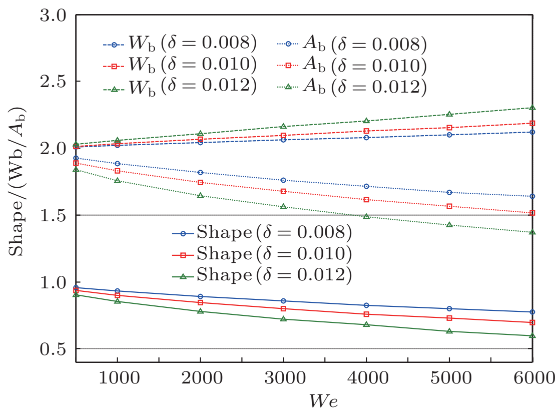

图 10　We 对气泡形状参数的影响

如图 10 所示为不同浮力参数下, We 对气泡形状参数的影响. 气泡形状系数 Shape 随 We 增大逐渐减小, 这一点很容易理解, 表面张力越小, 气泡越难保持球状. 另外浮力参数 δ 越大, 则 Shape 越小. 这是由于气泡处于平衡状态时, 浮力对气泡上下表面压力差的作用, 所以浮力越大, 气泡被压得越扁, Shape 也就越小. 对应的可以分析气泡宽度 W_b 与气泡高度 A_b 的变化规律, 这里不再赘述. 如图 11 所示, 给出了浮力参数 $\delta = 0.01$ 时, 三种不同韦伯数情况下的气泡最终形态示意图.

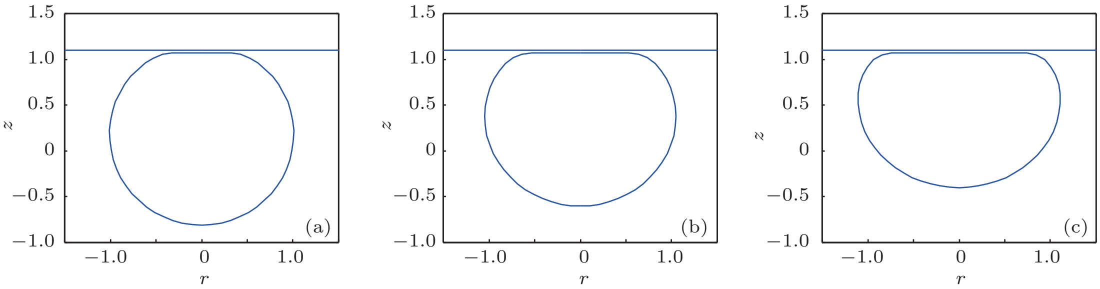

图 11 不同 We 数情况下气泡最终平衡形态示意图 (a) $We = 500$; (b) $We = 3000$; (c) $We = 6000$

4 结 论

本文基于势流理论, 建立了气泡在水平刚性壁面下弹跳运动的数值模型, 考虑气泡表面张力的作用以及气泡与壁面间由于黏性产生的压力梯度, 并将该项引入到伯努利方程中, 计算结果与实验现象符合良好, 气泡最终平衡形态的数值相对误差在3% 以内, 数值模型可行有效. 运用程序模拟不同条件下气泡在水平壁面下的弹跳过程以及最终的气泡平衡形态, 得到以下主要结论:

1. 气泡的弹跳周期 T_{p} 随韦伯数 We 增大逐渐递增, 在 We 超过3000时, T_{p} 基本呈线性增长规律, 但是回弹距离 H_{b1} 和 H_{b2} 随韦伯数增大呈现先增后减的变化规律, 与 H_{b1} 最大值对应的 We_{max_H} 还与距离参数 γ_{f} 有关, γ_{f} 越大, 对应 We_{max_H} 的越小.

2. γ_{f} 的增加会导致 T_{p} 的增大, 但是随距离参数增大, 气泡撞击壁面前的速度与形态趋于一致, 导致 γ_{f} 影响程度逐渐降低.

3. 韦伯数 We 和浮力参数 δ 是两个影响气泡最终平衡形态的主要因素, We 越小, 气泡越容易保持球状, 形状系数 Shape 越大; δ 增大则会使 Shape 变小.

参考文献

[1] Duineveld P C 1998 *Appl. Sci. Res.* **58** 409

[2] Zhang A M, Ni B Y, Song B Y 2010 *Appl. Math. and Mech.* **31** 449

[3] Tsao H K, Koch D 1997 *Phys. Fluids* **9** 44

[4] Malysa K, Krasowska M, Krzan M 2005 *Adv. Colloid. Interface. Sci.* **114-115** 205

[5] Toshiyuki S, Masao W, Tohru F 2005 *Chem. Eng. Sci.* **60** 5372

[6] Wang H, Zhang Z Y, Yang Y M 2008 *Chin. Phys. B* **17** 3847

[7] Wang H, Zhang Z Y, Yang Y M 2010 *Chin. Phys. B* **19** 026801

[8] Klaseboer E, Manic R, Khoo B C, Chan D Y C 2011 *Eng. Anal. Bound. Elem.* **35** 489

[9] Shopov P J, Minev P D, Bazhlekov I B, Zapryanov Z D 1990 *J. Fluid Mech.* **219** 241

[10] Canot E, Davoust L, Hammoumi M E, Lachkar D 2003 *Theoret. Comput. Fluid Dynamics* **17** 51

[11] Zhang A M, Yao X L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1662 (in Chinese)[张阿漫, 姚熊亮 2008 物理学报 **57** 1662]

[12] Liu Y L, Wang Y, Zhang A M 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 214703 (in Chinese)[刘云龙, 汪玉, 张阿漫 2013 物理学报 **62** 214703]

[13] Newman J N 1977 *Marine Hydrodynamics* (1st Ed.) (London: MIT Press) p131

[14] Wang Q X, Teo K S, Khoo B C 1996 *Theoret. Comput. Fluid Dynamics* **8** 73

[15] Best J P 1993 *J. Fluid Mech.* **251** 79

Study on a rising bubble bouncing near a rigid boundary*

Li Shuai Zhang A-Man†

(*School of Shipbuilding Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

(Received 28 October 2013; revised manuscript received 8 November 2013)

Abstract

Some numerical studies were carried out on micrometer-sized rising bubble bouncing near a rigid boundary. Taking surface tension into consideration, the bubble motion could be solved using the potential flow theory. A correction should be made in Bernoulli equation because the pressure gradient was caused by the viscosity between the bubble and the wall. The numerical result agree well with the experimental data. Based on the fundamental phenomenon, we have studied the influence of characteristic parameter on bubble bouncing behavior, and the balanced shape due to the action of the wall. With the increase of the rising distance of the bubble, the distance of the bubble bouncing downward and the period of bouncing would increase. However, they would not change obviously when the rising distance is large enough. Surface tension has great effect on the dynamic behavior of the bubble. The bouncing period decreases when surface tension becomes large, but the bouncing distance will have an increase before it gradually decreases. Finally, the balanced shape of the bubble due to the wall effect can be mainly controlled by buoyance parameter and the Weber number.

Keywords: bubble, wall, bouncing, boundary integral method

PACS: 47.55.dd, 47.20.Dr, 02.70.Pt **DOI:** 10.7498/aps.63.054705

* Project supported by the Program for the Top Young and Middle-aged Innovative Talents of the Organization Department of the Central Committee of the CPC, Excellent Young Scientists Fund (Grant No.51222904), and the Program for the New Century Excellent Talents in University of Ministry of Education, China (Grant No. NCET100054).

† Corresponding author. E-mail: zhangaman@hrbeu.edu.cn