

一类Fermi气体在非线形扰动机制中 轨线的渐近表示*

石兰芳^{1)†} 陈贤峰²⁾ 韩祥临³⁾ 许永红⁴⁾ 莫嘉琪⁵⁾

1)(南京信息工程大学数学与统计学院, 南京 210044)

2)(上海交通大学数学系, 上海 200240)

3)(湖州师范学院数学系, 湖州 313000)

4)(蚌埠学院数理系, 蚌埠 233030)

5)(安徽师范大学数学系, 芜湖 241003)

(2013年10月30日收到; 2013年11月19日收到修改稿)

研究了一维Fermi气体的非线性扰动模型. 首先构造了相应的泛函, 其次选取Lagrange乘子, 再利用改进的广义变分迭代方法得到了此模型轨线的近似解析解. 列举了一个简单的例子, 指出利用改进的广义变分方法得到的轨线有较好的近似度. 主要研究目的是提供一种求解非线性物理问题的有效方法.

关键词: 非线性, 轨线, 近似解

PACS: 02.30.Sa

DOI: 10.7498/aps.63.060204

1 引言

激光冷却技术的发展使得玻色-爱因斯坦凝聚(BEC)得到实现^[1]. 此后, 无论在实验方面还是在理论方面, 国内外学者对它进行了很多有意义的研究. 近年来, 在冷原子研究中关于光晶格超流Fermi气体及其凝聚体动力学特性的研究开展较多, 包括量子相变、约瑟夫森效应、物质波的干涉和演化; 利用Feshbach共振技术控制光晶格特性, 调节原子间相互作用参数; 光晶格中Fermi气体Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS)凝聚—BEC渡越过程的稳定性和隧穿等性质; 布洛赫振荡; 超流-绝缘相变; 集体激发; 通过相平面分析以及周期调制研究BCS— μ 正性跨越区的一些现象^[2-15]. Landau-Zener隧穿效应是超流Fermi凝聚体中一个十分有意义的量子现象, 它描述了在外场驱动下一个系统相邻能级间的量子隧穿. 这种隧穿普遍地存在于各

类系统中, 并有广泛的应用. 双势阱为研究这种隧穿现象(如, 非线性振荡、自俘获现象、强耦合周期驱动、两阱间的Landau-Zener隧穿现象等^[11])提供了良好的模型.

近年来一些学者利用非线性动力学的解析理论研究一类Fermi气体光晶格扰动机制, 并求得了近似解析解. 这种方法的优点在于所得到的近似解析解的表达式能进行相关的解析运算, 从而可得到有关物理量的更广泛性态. 文献^[16-27]利用非线性近似解析方法研究一类非线性问题. 本文利用一个简单而有效的改进的广义变分迭代方法^[28]近似地求解一类Fermi气体在光晶格扰动机制中轨线的渐近表示.

2 Fermi气体光晶格扰动模型

考虑一维加速光晶格中凝聚的Fermi气体, 对于凝聚的大量Na原子, 库珀对尺度相对于光晶格

* 国家自然科学基金(批准号: 11202106, 11371248)、江苏省高等学校自然科学基金(批准号: 13KJB170016)、浙江省自然科学基金(批准号: LY13A010005)和安徽省高等学校自然科学基金(批准号: KJ2013B003)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: shilf108@163.com

尺度足够小, 当温度足够低时, Fermi 气体分子体系从BCS凝聚到么正性渡越过程的动力学行为可用如下非线性薛定谔方程描述^[12,13]:

$$i\hbar \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{1}{2M} \left(\hbar \frac{\partial}{\partial x} - iMa_1 t \right)^2 \phi + V_0 \cos(2k_L x) \phi + \mu \phi, \quad (1)$$

式中, $M = 2m$, m 为单个原子的质量; k_L 为激光的波数, $k_L = \frac{2}{\lambda}$ ($\lambda = 1064 \text{ nm}$); V_0 为一维光晶格强度; Ma_1 为光晶格中的惯性力; ϕ 为凝聚体的波函数; μ 为体系的化学势. 做代换, 令

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= 2k_L x, \\ \tilde{\phi} &= \frac{\phi}{\sqrt{n_0}}, \\ \tilde{v} &= \frac{mV_0}{4\hbar^2 k_L^2}, \\ \tilde{t} &= \frac{4\hbar^2 k_L^2 t}{M}, \\ \tilde{\alpha} &= \frac{M^2 a_1}{8\hbar^2 k_L^3}, \end{aligned}$$

式中 n_0 为Na原子平均粒子数密度, $n_0 = 3 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$. 超流Fermi气体体系从分子BCS凝聚渡越到么正性的过程中化学势 μ 可表示为^[14]

$$\mu(n, b_s) = \frac{2\hbar}{M} (6\pi^2 n)^{2/3} g((2n)^{1/3} b_s),$$

这里, b_s 为散射长度;

$$g(\tilde{x}) = 1 + \frac{\delta \tilde{x}}{1 - \kappa \tilde{x}},$$

其中, $\delta = 4\pi/(3\pi^2)^{2/3}$, $\kappa = \delta/0.56$. 当 $\tilde{x} > 1$ 时, 系统处于BCS凝聚区; 当 $\tilde{x} < 1$ 时, 系统处于么正性区.

再设

$$\phi = \xi_1 \exp\left(i\left(\theta_1 + \frac{\tilde{x}}{2}\right)\right) + \xi_2 \exp\left(i\left(\theta_2 - \frac{\tilde{x}}{2}\right)\right),$$

将其连同BCS凝聚区和么正性区的化学势分别代入(1)式, 可得到粒子数差 s 、相对相位 θ 所满足的系统^[11,15]

$$\frac{ds}{d\tilde{t}} = -\tilde{v}\sqrt{1-s^2} \sin \theta, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{d\tilde{t}} &= \frac{\tilde{v}s}{\sqrt{1-s^2}} \cos \theta + \frac{d_1}{4k_L^2} s \\ &+ \frac{d_2}{16k_L^2} s(1-s^2) - \gamma(s, \theta), \end{aligned} \quad (3)$$

式中, $s = \xi_2^2 - \xi_1^2$; $\theta = \theta_2 - \theta_1$; $\gamma(s, \theta)$ 为扰动函数, 设其为充分光滑函数; d_1, d_2 的大小取决于 n_0, b_s, k_L , 其表达式从略.

3 光晶格扰动系统在相平面的轨线

由(2)式可知, $d\tilde{t} = -\frac{ds}{\tilde{v}\sqrt{1-s^2} \sin \theta}$. 将其代入(3)式, 便可得到光晶格扰动系统在 s - θ 相平面上的轨线满足下列方程:

$$\begin{aligned} \frac{d \cos \theta}{ds} &= \frac{s}{1-s^2} \cos \theta + \frac{1}{\tilde{v}} \left(\frac{d_1}{4k_L^2} \frac{s}{\sqrt{1-s^2}} \right. \\ &\left. + \frac{d_2}{16k_L^2} s\sqrt{1-s^2} \right) - \frac{\gamma(s, \theta)}{\tilde{v}\sqrt{1-s^2}}. \end{aligned} \quad (4)$$

首先, 考虑Fermi气体在光晶格不加扰动的情形. 这时 $\gamma(s, \theta) = 0$. 于是有

$$\begin{aligned} \frac{d \cos \theta}{ds} &= \frac{s}{1-s^2} \cos \theta + \frac{1}{\tilde{v}} \left(\frac{d_1}{4k_L^2} \frac{s}{\sqrt{1-s^2}} \right. \\ &\left. + \frac{d_2}{16k_L^2} s\sqrt{1-s^2} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

由(5)式不难得到在光晶格无扰动情形下轨线的精确解析表达式, 即

$$\begin{aligned} \theta &= \pm \arccos \left[C(1-s^2)^{-1/2} - \frac{1}{64\tilde{v}k_L^2} \right. \\ &\left. \times (8d_1(1-s^2) + d_2(1-s^2)^2) \right], \end{aligned} \quad (6)$$

式中 C 为任意常数. 常数 C 的不同取值对应相平面上不同的闭轨线, 在微分方程定性理论中称为极限环, 它表明轨线函数具有周期性. 为了直观表述, 取无量纲参数 $d_1 = d_2 = \tilde{v} = k_L = 1$, 当常数 $C = 1.00, 0.75, 0.50, 0.25$ 时, 在相平面 s - θ ($-1 \leq s \leq 1$) 上的闭轨线如图1所示.

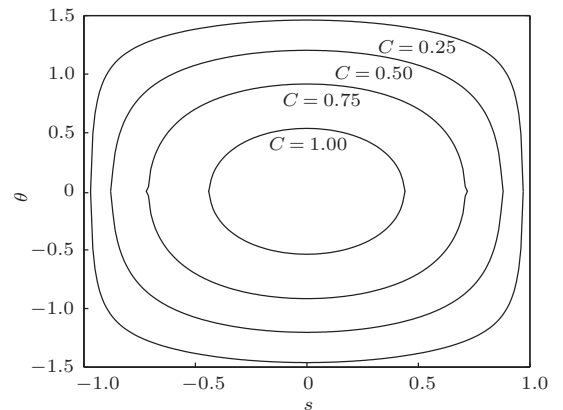


图1 在光晶格无扰动时 Fermi 气体的轨线

其次, 考虑Fermi气体在光晶格具有扰动的情形. 此时在 s - θ 相平面上轨线满足(4)式, 由于扰动函数 $\gamma(s, \theta) \neq 0$, 因此一般不能得到轨线初等函数的精确表达式. 为此, 我们用近似表达式去逼近它. 下面用改进的广义变分迭代方法求出轨线的近似表达式.

4 改进的广义变分迭代

首先对(4)式做变换, 令 $w = \cos \theta$, 得

$$\frac{dw}{ds} = \frac{s}{1-s^2}w + \frac{1}{\tilde{v}} \left(\frac{d_1}{4k_L^2} \frac{s}{\sqrt{1-s^2}} + \frac{d_2}{16k_L^2} s\sqrt{1-s^2} \right) - \frac{\gamma(s, \arccos w)}{\tilde{v}\sqrt{1-s^2}}. \quad (7)$$

利用改进的广义变分迭代方法, 引入泛函 $F(s, w) \in C^2(R)$,

$$F(s, w) = w - \int_{-1}^s \lambda \left[\frac{dw}{d\xi} - \frac{\xi}{1-\xi^2}w - \frac{d_1}{4\tilde{v}k_L^2} \frac{s}{\sqrt{1-s^2}} - \frac{d_2}{16\tilde{v}k_L^2} s\sqrt{1-s^2} + \bar{h}(\xi, w) \right] d\xi, \quad (8)$$

式中, ξ 为积分变量; λ 为 Lagrange 乘子; $\bar{h}(\xi, w)$ 为 $h(\xi, w)$ 的限制变量, 而 $h(\xi, w)$ 则为^[25]

$$h(\xi, w) = \frac{\gamma(\xi, w)}{\tilde{v}\sqrt{1-\xi^2}}.$$

将泛函(8)式进行变分运算 δF , 并令 $\delta F = 0$, 可得到系统的 Lagrange 乘子 λ 满足

$$\frac{d\lambda}{d\xi} + \frac{\xi}{1-\xi^2}\lambda = 0 \quad (\xi < s), \quad (9)$$

$$\lambda|_{\xi=s} = 1. \quad (10)$$

由(9)和(10)式不难得到

$$\lambda = \frac{1}{(1-s^2)^{1/2}}(1-\xi^2)^{1/2}.$$

于是, 由(7)和(8)式能构造(4)式关于函数 w 近似解的迭代式, 即

$$w_n = w_{n-1} - \frac{1}{(1-s^2)^{1/2}} \int_{-1}^s (1-\xi^2)^{1/2} \times \left[\frac{dw_{n-1}}{d\xi} - \frac{\xi}{1-\xi^2}w_{n-1} - \frac{1}{\tilde{v}} \left(\frac{d_1}{4k_L^2} \frac{s}{\sqrt{1-s^2}} + \frac{d_2}{16k_L^2} \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} - \frac{\gamma(\xi, \arccos w_{n-1})}{\sqrt{1-\xi^2}} \right) \right] d\xi \quad (n = 0, 1, \dots). \quad (11)$$

选取(4)式解 $w_0(s) = \cos \theta_0$ 作为初始近似, 其中 θ_0 为 Fermi 气体在光晶格无扰动情形下轨线的精确解析表达式, 即

$$\theta_0 = \pm \arccos \left[C(1-s^2)^{-1/2} - \frac{1}{64\tilde{v}k_L^2} \times (8d_1(1-s^2) + d_2(1-s^2)^2) \right]. \quad (12)$$

当 $n = 1$ 时, 由(12)式及迭代关系式(11)有

$$w_1 = w_0 - \frac{1}{(1-s^2)^{1/2}} \int_{-1}^s (1-\xi^2)^{1/2} \times \left[\frac{dw_0}{d\xi} - \frac{\xi}{1-\xi^2}w_0 - \frac{1}{\tilde{v}} \left(\frac{d_1}{4k_L^2} \frac{s}{\sqrt{1-s^2}} + \frac{d_2}{4k_L^2} \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} - \frac{\gamma(\xi, \arccos w_0)}{\sqrt{1-\xi^2}} \right) \right] d\xi = w_0 + \frac{1}{(1-s^2)^{1/2}} \int_{-1}^s \gamma(\xi, \arccos w_0) d\xi,$$

即

$$w_1 = w_0 + \frac{1}{(1-s^2)^{1/2}} \int_{-1}^s \gamma(\xi, w_0) d\xi. \quad (13)$$

当 $n = 2$ 时, 有

$$w_2 = w_1 - \frac{1}{(1-s^2)^{1/2}} \int_{-1}^s (1-\xi^2)^{1/2} \times \left[\frac{dw_1}{d\xi} - \frac{\xi}{1-\xi^2}w_1 - \frac{1}{\tilde{v}} \left(\frac{d_1}{4k_L^2} \frac{s}{\sqrt{1-s^2}} + \frac{d_2}{4k_L^2} \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} - \frac{\gamma(\xi, \arccos w_1)}{\sqrt{1-\xi^2}} \right) \right] d\xi. \quad (14)$$

利用同样的方法可依次得到序列 $\{w_n(s) \ (n = 0, 1, \dots)\}$.

可以证明, 当 $s \in [-1, 1]$ 时, 序列 $\{w_n\}$ 是一致收敛的. 设

$$w(s) = \lim_{n \rightarrow \infty} w_n(s).$$

不难证明, 由上式确定的极限函数 $w(s)$ 就是 Fermi 气体在光晶格具有扰动情形下轨线的精确解析表达式. 而 $w_n(s)$ 就是(7)式对应的 n 次近似解析解.

考虑到变换 $w = \cos \theta$, 我们可得到 Fermi 气体在光晶格具有扰动情形下轨线的 n 次近似解析表达式, 即

$$\theta_n(s) = \pm \arccos w_n(s).$$

5 举 例

为了简单表述, 我们考虑 Fermi 气体在光晶格具有微扰周期调制的情形, 微扰项 $\gamma(s, \theta) = r \cos \theta$, 其中 r 为小的正参数. 这时 Fermi 气体光晶格系统(2), (3)可表示为

$$\frac{ds}{d\tilde{t}} = -v\sqrt{1-s^2} \sin \theta, \quad (15)$$

$$\frac{d\theta}{d\tilde{t}} = \frac{\tilde{v}s}{\sqrt{1-s^2}} \cos \theta + \frac{d_1}{4k_L^2} s$$

$$+ \frac{d_2}{16k_L^2} s(1-s^2) - r \cos \theta. \quad (16)$$

对应的(7)式可表示为

$$\frac{dw}{ds} = \frac{s}{1-s^2} w + \frac{d_1}{4\tilde{v}k_L^2} \frac{s}{\sqrt{1-s^2}} + \frac{d_2}{16\tilde{v}k_L^2} s\sqrt{1-s^2} - \frac{rw}{\tilde{v}\sqrt{1-s^2}}. \quad (17)$$

当 $n = 1$ 时, 由广义变分迭代式(11)可得到 Fermi 气体光晶格系统(17)的一次近似解 $w_1(s)$ 为

$$w_1(s) = w_0 - \frac{1}{(1-s^2)^{1/2}} \int_{-1}^s (1-\xi^2)^{1/2} \times \left[\frac{dw_0}{d\xi} - \frac{\xi}{1-\xi^2} w_0 - \left(\frac{d_1}{4k_L^2} \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} + \frac{d_2}{16k_L^2} \xi\sqrt{1-\xi^2} \right) + \frac{rw_0}{\tilde{v}\sqrt{1-\xi^2}} \right] d\xi,$$

式中, $w_0 = \cos \theta_0$, θ_0 由(12)式表示. 于是

$$w_1(s) = \cos \theta_0 - \frac{e}{\tilde{v}(1-s^2)^{1/2}} \int_{-1}^s \cos \theta_0 d\xi,$$

即

$$w_1(s) = C(1-s^2)^{-1/2} - \frac{1}{64\tilde{v}k_L^2} (8d_1(1-s^2) + d_2(1-s^2)^2) + \frac{r}{(1-s^2)^{1/2}} \times \left[C \left(\arcsin s + \frac{\pi}{4} \right) + \frac{1}{64\tilde{v}k_L^2} \times \left(4d_1 + \frac{d_2}{2} \right) s^2 \left(\frac{s}{3} + \frac{s^2}{3} - \frac{s^3}{5} \right) \right]. \quad (18)$$

因此, 在 Fermi 气体光晶格具有周期微扰的系统(15), (16)情形下, $s-\theta$ 相平面中轨线的一次近似解析解 $\theta_1(s)$ 的表达式为

$$\theta_1(s) = \arccos \left[C(1-s^2)^{-1/2} - \frac{1}{64\tilde{v}k_L^2} \times (8d_1(1-s^2) + d_2(1-s^2)^2) + \frac{r}{(1-s^2)^{1/2}} \left[C \left(\arcsin s + \frac{\pi}{4} \right) + \frac{1}{64\tilde{v}k_L^2} \left(4d_1 + \frac{d_2}{2} \right) s^2 \times \left(\frac{s}{3} + \frac{s^2}{3} - \frac{s^3}{5} \right) \right] \right]. \quad (19)$$

选取无量纲参数为 $d_1 = d_2 = \tilde{v} = k_L = 1$, 在 Fermi 气体光晶格具有周期微扰的系统(15), (16)情形下, 当 $C = 1, 0.5$, 小参数 $r = 0.100, 0.075, 0.050$ 时, 在 $s-\theta$ 相平面中轨线的一次近似解析解 $\theta_1(s)$ 的曲线如图2和图3所示, 其中实线表示对应

情形下的精确轨线, 而虚线表示参数 r 取不同值时的近似轨线.

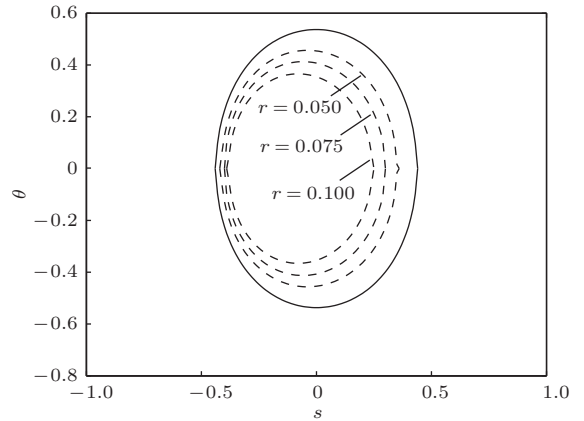


图2 当 $C = 1$ 时, 在周期扰动下 Fermi 气体光晶格系统的闭轨线

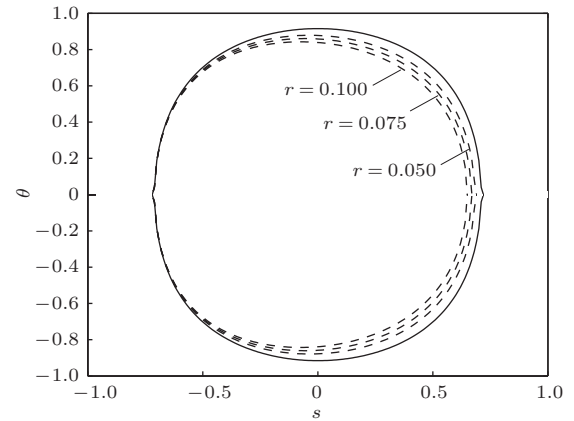


图3 当 $C = 0.5$ 时, 在周期扰动下 Fermi 气体光晶格系统的闭轨线

从图2和图3可以看出, Fermi 气体在光晶格具有周期微扰的系统(15), (16)情形下, $s-\theta$ 相平面中的近似轨线都为封闭曲线(极限环), 轨线函数均为周期函数, 而且参数 r 越小, 一次近似闭轨线越靠近系统的精确闭轨线.

Fermi 气体光晶格系统(17)的二次近似解 $w_2(s)$ 为

$$w_2(s) = w_1 - \frac{1}{(1-s^2)^{1/2}} \int_{-1}^s (1-\xi^2)^{1/2} \times \left[\frac{dw_1}{d\xi} - \frac{\xi}{1-\xi^2} w_1 - \frac{1}{\tilde{v}} \left(\frac{d_1}{4k_L^2} \frac{s}{\sqrt{1-s^2}} + \frac{d_2}{4k_L^2} \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} - \frac{rw_1}{\sqrt{1-\xi^2}} \right) \right] d\xi,$$

这里 $w_1(s)$ 由(18)式表示. 用同样的方法, 可依次得到 Fermi 气体光晶格系统(15), (16)的 n 次近似解 $w_n(s)$ ($n = 3, 4, \dots$). 于是在光晶格系统(15),

(16) 情形下, s - θ 相平面中轨线的 n 次近似解析解 $\theta_n(s)$ 的表达式为

$$\theta_n(s) = \pm \arccos w_n(s) \quad (n = 0, 1, \dots).$$

利用摄动理论可以证明, 在 Fermi 气体光晶格微扰周期调制系统 (15), (16) 情形下, s - θ 相平面中轨线的 n 次近似解析解 $\theta_n(s)$ 与其精确解 $\theta(s)$ 有如下的误差估计:

$$\theta(s) = \theta_n(s) + O(r^{n+1}) \quad (0 < r \ll 1).$$

6 结 论

Fermi 气体光晶格系统是一个复杂的自然现象, 因此我们需要把它简化为非线性的基本模式, 并且用近似方法求解. 改进的变分迭代方法就是一个简单而有效的方法. 这个方法是定义一组泛函, 通过求广义变分的过程得到对应的 Lagrange 乘子, 从而可构造广义变分迭代式. 适当地选取迭代式的初始近似, 从而从迭代式求出在相平面上系统轨线的近似解析解. 采用该广义变分迭代方法得到非线性的近似解时, 初始近似的选取是十分重要的, 本文选用在光晶格无扰动系统中相平面上的轨线函数作为零次近似. 进一步用逼近理论得到光晶格具有扰动情形下系统在相平面上相应的各次轨线函数的近似解析解. 从光晶格具有扰动情形下系统在相平面上近似轨线函数的解析表达式出发, 能够用解析运算得到相关物理量的性态. 如计算超流 Fermi 气体体系从分子 BCS 凝聚渡越到么正性的化学势, 分析散射长度及耦合系数对相图的影响及临界特征, 计算周期调制下从约瑟夫森振荡到自俘获的临界耦合系数, 并能得到临界耦合系数与散射长度的关系, 在外场驱动下系统相邻能级间的量子隧穿等.

参考文献

[1] Anderson M H, Ensher J R, Matthews M R, Wieman C E, Cornell E A 1995 *Science* **269** 198
 [2] Men F D, Liu H, Fan Z L, Zhu H Y 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2649
 [3] Mu Y, Fu L B, Yang Z A, Liu J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5623 (in Chinese)[马云, 傅立斌, 杨志安, 刘杰 2006 物理学报 **55** 5623]
 [4] Wen W, Shen S Q, Huang G X 2010 *Phys. Rev. B* **81** 014528
 [5] Zang X F, Li J P, Tan L 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 4348 (in Chinese)[臧小飞, 李菊萍, 谭磊 2007 物理学报 **56** 4348]

[6] Wang G F, Fu L B, Liu J 2006 *Phys. Rev. A* **73** 13619
 [7] Qi P T, Duan W S 2011 *Phys. Rev. A* **84** 033627
 [8] Adhikari S K, Malomed B A, Salasnich L, Toigo F 2010 *Phys. Rev. A* **81** 053630
 [9] Cheng Y S, Adhikari S K 2011 *Phys. Rev. A* **84** 023632
 [10] Qi R, Yu X L, Li Z B, Liu W M 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 185301
 [11] Wang W Y, Meng H J, Yang Y, Qi P T, Ma Y Y, Ma Y, Duan W S 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 087302 (in Chinese)[王文元, 蒙红娟, 杨阳, 祁鹏堂, 马云云, 马莹, 段文山 2012 物理学报 **61** 087302]
 [12] Huang F, Li H B 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 020303 (in Chinese)[黄芳, 李海彬 2011 物理学报 **60** 020303]
 [13] Modugno G, Roati G, Riboli F, Ferlaino F, Brecha R J, Inguscio M 2002 *Science* **297** 2240
 [14] Volz T, Dürr S, Ernst S, Marte A, Rempe G 2003 *Phys. Rev. A* **68** 010702
 [15] Gou X Q, Yan M, Ling W D, Zhao H Y, Duan W S 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 130308 (in Chinese)[苟学强, 闫明, 令伟栋, 赵红玉, 段文山 2013 物理学报 **62** 130308]
 [16] Mo J Q, Lin W T, Lin Y H 2011 *Chin. Phys. B* **20** 070205
 [17] Mo J Q 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 090203 (in Chinese)[莫嘉琪 2011 物理学报 **60** 090203]
 [18] Mo J Q, Cheng R J, Ge H X 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 050204 (in Chinese)[莫嘉琪, 程荣军, 葛红霞 2011 物理学报 **60** 050204]
 [19] Mo J Q 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 030203 (in Chinese)[莫嘉琪 2011 物理学报 **60** 030203]
 [20] Mo J Q 2011 *Commun. Theor. Phys.* **55** 387
 [21] Shi L F, Zhou X C, Mo J Q 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 110205 (in Chinese)[石兰芳, 周先春, 莫嘉琪 2011 物理学报 **60** 110205]
 [22] Shi L F, Lin W T, Lin Y H, Mo J Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 010201 (in Chinese)[石兰芳, 林万涛, 林一骅, 莫嘉琪 2013 物理学报 **62** 010201]
 [23] Shi L F, Mo J Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 040203 (in Chinese)[石兰芳, 莫嘉琪 2013 物理学报 **62** 040203]
 [24] Zhou X C, Lin W T, Lin Y H, Mo J Q 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 240202 (in Chinese)[周先春, 林万涛, 林一骅, 莫嘉琪 2012 物理学报 **61** 240202]
 [25] Zhou X C, Lin W T, Lin Y H, Yao J S, Mo J Q 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 110207 (in Chinese)[周先春, 林万涛, 林一骅, 姚静菀, 莫嘉琪 2011 物理学报 **60** 110207]
 [26] Han X L, Zhao Z J, Cheng R J, Mo J Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 040203 (in Chinese)[韩祥临, 赵振江, 程荣军, 莫嘉琪 2013 物理学报 **62** 040203]
 [27] Ouyang C, Yao J S, Wen Z H, Mo J Q 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 030202 (in Chinese)[欧阳成, 姚静菀, 温朝晖, 莫嘉琪 2012 物理学报 **61** 030202]
 [28] He J H 2002 *Approximate Analytical Methods in Engineering and Sciences* (Zhengzhou: Science and Technology Publisher) (in Chinese)[何吉欢 2002 工程与科学计算中的近似非线性分析方法 (郑州: 河南科学技术出版社)]

Asymptotic expressions of path curve for a class of Fermi gases in nonlinear disturbed mechanism*

Shi Lan-Fang^{1)†} Chen Xian-Feng²⁾ Han Xiang-Lin³⁾ Xu Yong-Hong⁴⁾ Mo Jia-Qi⁵⁾

1) (*College of Mathematics and Statistics, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China*)

2) (*Department of Mathematics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China*)

3) (*Department of Mathematics, Huzhou Teachers College, Huzhou 313000, China*)

4) (*Department of Mathematics and Physics, Bengbu College, Bengbu 233030, China*)

5) (*Department of Mathematics, Anhui Normal University, Wuhu 241003, China*)

(Received 30 October 2013; revised manuscript received 19 November 2013)

Abstract

The model of nonlinear disturbed mechanism for one-dimensional Fermi gas is investigated. Firstly, the corresponding functional is constructed; secondly, its Lagrange operator is selected; using the modified generalized variational iteration method, the approximate analytic solutions of corresponding path curves are obtained. A simple example is given, and the approximation accuracy obtained by using the modified generalized variational iteration method is shown to be better. The aim of this article is to provide a valid method of solving the nonlinear physical problems.

Keywords: nonlinear, path curve, approximate solution

PACS: 02.30.Sa

DOI: 10.7498/aps.63.060204

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11202106, 11371248), the Natural Science Foundation of Institutions of Higher Education of Jiangsu Province, China (Grant No. 13KJB170016), the Natural Science Foundation of Zhejiang Province, China (Grant No. LY13A010005), and the Natural Science Foundation of Institutions of Higher Education of Anhui Province, China (Grant No. KJ2013B003).

† Corresponding author. E-mail: shilf108@163.com