

基于相继故障信息的网络节点重要度演化机理分析*

段东立[†] 战仁军

(武警工程大学装备工程学院, 西安 710008)

(2013年11月05日收到; 2013年11月27日收到修改稿)

分析了过载机制下节点重要度的演化机理. 首先, 在可调负载重分配级联失效模型基础上, 根据节点失效后其分配范围内节点的负载振荡程度, 提出了考虑级联失效局域信息的复杂网络节点重要度指标. 该指标具有两个特点: 一是值的大小可以清晰地指出节点的失效后果; 二是可以依据网络负载分配范围、负载分配均匀性、节点容量系数及网络结构特征分析节点重要度的演化情况. 然后, 给出该指标的仿真算法, 并推导了最近邻择优分配和全局择优分配规则下随机网络和无标度网络节点重要度的解析表达式. 最后, 实验验证了该指标的有效性和可行性, 并深入分析了网络中节点重要度的演化机理, 即非关键节点如何演化成影响网络级联失效行为的关键节点.

关键词: 复杂网络, 级联失效, 重要度, 抗毁性

PACS: 89.75.Fb, 89.75.Hc

DOI: 10.7498/aps.63.068902

1 引言

作为复杂网络的一个重要研究方向, 近年来复杂网络的容错抗毁性越来越受到关注. 研究表明, 在随机打击下无标度网络比随机网络具有更强的容错性, 但在选择性打击下无标度网络却又显得异常脆弱^[1,2]. 所谓选择性打击就是先攻击网络中的“关键节点”, 那么首要的任务就是如何辨识网络的关键节点. 例如, 在电力网络中, 哪些节点的过载会触发连锁故障? 病毒和疾病免疫控制过程中, 哪些节点的感染会对整个网络造成巨大威胁? 在打击恐怖主义组织时, 哪个关键人物的影响最大?

目前, 关于节点重要度的评估方法大致可分为两类^[3]. 第一类方法的基本思想是“重要性等价于显著性”, 一般通过节点的中心性指标衡量节点重要度, 常用的指标有度中心性^[4]、介数中心性^[5-8]、子图中心性^[9,10]、紧密中心性^[11]等, 这类方法对网络重要节点的辨识以不破坏网络的整体性为基础,

从不同角度刻画单个节点在网络中的重要程度. 第二类方法的基本思想是“重要性等价于该节点(集)被删除后对网络的破坏性”^[3,12], 一般采用节点删除法^[13,14]、节点收缩法^[15]等, 通过比较删除节点前后源点到汇点最短路径、生成树数目、网络效率^[16]的变化评估节点重要度. 文献^[17]详细综述了国内外节点重要性排序方法研究的概况, 提出节点重要排序不仅由网络结构决定, 还受网络行为传播机制及节点自身特性的影响^[18-23].

现实世界的网络系统不仅在不断地演化增长, 而且要承载一定形式的物质、能量、信息或数据. 本文将这些由网络拓扑结构承载的网络流定义为网络的负载, 其具有一定的动力学行为, 一个重要特征就是存在网络流过载机制的相继故障效应, 这可能正是网络系统频频发生灾难性事故的一个本质原因^[24], 例如北美电网大崩溃事故、因特网阻塞以及本世纪初的欧洲金融危机等, 都可以从某种程度上认为是由微小事件触发连锁故障所导致的灾

* 国家自然科学基金(批准号: 70771111, 71031007)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: mineduan@163.com

难^[25-30]. 所以, 辨识网络关键节点不仅仅要考虑网络的拓扑结构, 还应考虑网络耦合机制下级联失效行为的影响. Motter 和 Lai^[31] 的研究表明介数分布越同质的网络其鲁棒性越好, 并指明对于介数异质分布的网络, 防御连锁故障的有效措施是对网络中介数较大或度较大的节点进行重点保护, 或使网络上的负载分布得比较均匀. 文献^[32-37] 基于级联失效模型对网络上的脆弱点进行识别, 其结论是度大或介数大的重要节点(边)故障更易于引发连锁故障. 这种基于介数概念的连锁故障关键节点的识别存在一个基本假设, 即所有节点掌握全局信息, 负载的分配属于全局分配. 而在最近邻分配负载的假设下, 文献^[38, 39] 研究复杂网络边袭击策略时发现, 当初始负载强度参数不同时网络上度(介数)最小的节点比度(介数)最大的节点更易引发相继故障. 在现实世界网络中, 节点并不一定都能掌握全局信息, 也不一定只掌握最近邻信息, 其负载的分配可能介于全局分配和最近邻分配之间. 在考虑网络上负载的分布及其分配规则时, 关键节点也可能由非关键节点演化而来. 这为探索现实世界中屡屡发生的灾难事故的形成机理提供了一定的思路.

本文研究的出发点是探索过载机制下节点重要度的演化情况, 即非关键节点如何演化成影响网络级联失效行为的关键节点. 首先在过载机制的级联失效模型基础上^[40], 提出了考虑级联失效的复杂负载网络节点重要度指标, 并给出了最近邻择优分配和全局择优分配规则下随机网络和无标度网络节点重要度的解析表达式. 实验验证了该指标的有效性和可行性, 并利用该指标深入分析了节点重要度的演化机理. 本文实验研究中, 随机网络采用 Erdős 和 Rényi 提出的随机网络模型(简称为 ER 网络), 无标度网络采用 Barabási 和 Albert^[41] 提出的网络模型(简称为 BA 网络).

2 级联失效模型和节点重要度指标

2.1 复杂网络的级联失效模型

在现实世界网络中, 例如因特网中大量的信息流需要核心路由器来路由. 假设网络节点 i 的初始负载 F_i 与节点的度数 k_i 相关, 将初始负载定义为

$$F_i = \rho k_i^\tau, \quad (1)$$

式中, ρ 和 τ 为控制节点初始负载强度的参数. 在难以确定网络上实际物理负载的情况下, 用这种无量纲的“结构负载”来研究复杂网络的抗毁性及节点重要度评估是合理有效的.

在实际网络中, 每个节点处理负载的能力通常受到技术因素和经济因素的影响. 在确定节点的负载容量时都是“按需定容”, 所以认为节点的负载容量 C_i 与其初始负载成正比,

$$C_i = (1 + \alpha)F_i, \quad (2)$$

式中 α 为网络的容量系数, 表示节点处理额外负载的能力.

假设失效节点的负载以一定的规则分配给网络中的部分或全部完好节点, 这些局部事件会导致网络中完好节点负载发生一次更新,

$$F_j \rightarrow F'_j = F_j + \Delta F_j. \quad (3)$$

假设完好节点分配的负载增量与失效节点的负载成正比, 负载增量 ΔF_j 为

$$\Delta F_j = F_i \cdot F(l_{ij}, \theta, k_j, \beta), \quad (4)$$

式中, l_{ij} 为失效节点 i 与节点 j 的距离; θ 和 β 为重分配策略参数, 控制崩溃节点负载的分配范围和均匀性. 节点 i 失效后, 完好节点 j 在分担其负载时权重 η_{ij} 为 l_{ij} 与 k_j 的函数, $\eta_{ij} = cl_{ij}^{-\theta} k_j^\beta$. 由此可知, 失效节点 i 的负载分配到完好节点 j 的比例为

$$\begin{aligned} F(l_{ij}, \theta, k_j, \beta) &= \frac{cl_{ij}^{-\theta} k_j^\beta}{\sum_{m \in \Omega_i} cl_{im}^{-\theta} k_m^\beta} \\ &= \frac{l_{ij}^{-\theta} k_j^\beta}{\sum_{m \in \Omega_i} l_{im}^{-\theta} k_m^\beta}, \end{aligned} \quad (5)$$

式中, Ω_i 为在节点 i 的负载分配范围内的节点集合, $\theta \in [0, \infty)$, $\beta \in [0, \infty)$. $\theta \rightarrow 0$ 时, 该重分配规则为全局择优重分配规则, $\beta = 0$ 时为全局均匀共享负载; $\theta \rightarrow \infty$ 时, 该重分配规则为最近邻择优重分配规则, $\beta = 0$ 时为最近邻均匀共享负载^[40].

2.2 节点重要度指标

根据上述网络的级联失效过程, 可以用节点 i 失效后在其负载分配范围内引起的负载平均振荡程度来衡量节点 i 是否会触发连锁故障的重要程度. 根据崩溃节点负载的重新分配规则及节点能力的限制, 为避免连锁故障的发生, 应满足下列条件:

$$\frac{\Delta F_j}{F_j} < \alpha \Rightarrow \frac{l_{ij}^{-\theta} k_j^{\beta-\tau} k_i^\tau}{\sum_{m \in \Omega_i} l_{im}^{-\theta} k_m^\beta} < \alpha. \quad (6)$$

用 $\frac{l_{ij}^{-\theta} k_j^{\beta-\tau} k_i^\tau}{\alpha \sum_{m \in \Omega_i} l_{im}^{-\theta} k_m^\beta}$ 表示节点 i 失效后节点 j 的负载振荡程度, 若其大于 1 则节点 j 过载, 若其小于 1 则节点 j 不过载. 定义节点 i 的重要度 $I(i)$ 为分配范围内所有节点的平均振荡程度,

$$I(i) = \frac{\sum_{j \in \Omega_i} l_{ij}^{-\theta} k_j^{\beta-\tau} k_i^\tau}{|\Omega_i| \alpha \sum_{m \in \Omega_i} l_{im}^{-\theta} k_m^\beta}, \quad (7)$$

式中 $|\Omega_i|$ 为集合 Ω_i 中的节点数. 该指标值的大小可以清晰地指出节点的失效后果: 当 $I(i) \geq 1$ 时, 节点 i 失效后一定会引起节点相继过载; 当 $I(i) < 1/|\Omega_i|$ 时, 节点 i 失效后不会触发相继过载; 当 $1/|\Omega_i| \leq I(i) < 1$ 时, 节点 i 失效可能会触发相继过载也可能不会触发相继过载.

2.3 节点重要度指标仿真算法

在考虑网络过载机制及不同负载分配规则时, 如果节点是一个“关键节点”, 那么该节点的失效会引起网络中部分完好节点的振荡, 从而导致网络发生连锁效应. 所以, 可以认为节点移除后其负载分配范围内的负载振荡程度越大, 该节点越重要. 在计算节点负载振荡程度时, 相当于同时考虑了网络的拓扑结构和网络流的级联失效动力学行为. 下面给出节点重要度的算法步骤.

步骤 1 输入网络邻接矩阵 $\mathbf{A} = (a_{ij})_{n \times n}$, 初始负载强度参数 τ , 网络容量系数 α , 负载分配策略参数 θ 和 β ;

步骤 2 根据 (1) 和 (2) 式计算所有节点的初始负载 F 和容量 C ;

步骤 3 根据 θ 值确定负载的分配范围:

若 $\theta \geq M_1$, 负载分配规则为最近邻分配负载, 实验中 M_1 取为 10000;

若 $\theta \leq M_2$, 负载分配规则为全局分配负载, 实验中 M_2 取为 0.01;

若 $M_2 < \theta < M_1$, 负载分配规则介于最近邻分配与全局分配之间, 需采用 Floyd 算法确定最短距离矩阵 \mathbf{D} ;

步骤 4 根据步骤 3) 确定的负载分配范围及 (7) 式计算每个节点的重要度;

步骤 5 输出网络节点重要度.

由此可知, 节点重要度评估算法的复杂度主要取决于网络的负载分配范围. 若全局分配负载, 则算法的复杂度为 $O(n^2)$; 若最近邻分配负载, 则算法的复杂度为 $O(\langle k \rangle n)$; 若介于全局分配与最近邻

分配之间, 则算法的复杂度主要依赖于 Floyd 算法的复杂度, 为 $O(n^3)$.

3 节点重要度的解析求解

3.1 最近邻择优分配负载规则

最近邻择优分配负载, 即 $\theta \rightarrow +\infty$, 此时 $|\Omega_i| = k_i$, 因此 (7) 式可简化为

$$I(i)_{\text{loc}} = \frac{k_i^{\tau-1} \sum_{j \in \Gamma_i} k_j^{\beta-\tau}}{\alpha \sum_{m \in \Gamma_i} k_m^\beta}, \quad (8)$$

式中 Γ_i 为崩溃节点 i 的邻居节点集合.

依据条件概率公式可知, 度 $\sum_{m \in \Gamma_i} k_m^\beta = \sum_{k'=k_{\min}}^{k_{\max}} k_i p(k'|k_i) k'^\beta$, $p(k'|k_i)$ 表示度为 k_i 的节点其邻居节点度为 k' 的条件概率, 在度度无关的网络中, $p(k'|k_i) = k' p(k') / \langle k \rangle$, 所以,

$$\begin{aligned} \sum_{m \in \Gamma_i} k_m^\beta &= \frac{k_i}{\langle k \rangle} \sum_{k'=k_{\min}}^{k_{\max}} p(k') k'^{\beta+1} \\ &= \frac{k_i \langle k^{\beta+1} \rangle}{\langle k \rangle}. \end{aligned} \quad (9)$$

同理, $\sum_{j \in \Gamma_i} k_j^{\beta-\tau} = \frac{k_i \langle k^{\beta-\tau+1} \rangle}{\langle k \rangle}$, 将其代入 (8) 式可得

$$I(i)_{\text{loc}} = \frac{k_i^{\tau-1} \langle k^{\beta-\tau+1} \rangle}{\alpha \langle k^{\beta+1} \rangle}. \quad (10)$$

依据无标度网络模型的度分布,

$$\begin{aligned} \langle k^m \rangle &= (\gamma - 1) k_{\min}^{\gamma-1} \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} k^{m-\gamma} dk \\ &= \frac{(\gamma - 1)}{(m - \gamma + 1)} k_{\min}^{\gamma-1} [k^{m-\gamma+1}]_{k_{\min}}^{k_{\max}}, \end{aligned} \quad (11)$$

式中 γ 为无标度网络的幂指数, 根据无标度网络中 $k_{\max} = k_{\min} N^{\frac{1}{\gamma-1}}$ 和 $\langle k \rangle = 2k_{\min}$, 无标度网络最近邻规则下节点重要度可解析表示为

$$\begin{aligned} I(i)_{\text{loc}}^{SF} &= \frac{k_i^{\tau-1} (\beta - \gamma + 2) 2^\tau \left(N^{\frac{\beta-\tau-\gamma+2}{\gamma-1}} - 1 \right)}{\alpha (\beta - \tau - \gamma + 2) \langle k \rangle^\tau \left(N^{\frac{\beta-\gamma+2}{\gamma-1}} - 1 \right)}. \end{aligned} \quad (12)$$

ER 随机网络的度分布为 $P(k) = e^{-\langle k \rangle} \frac{\langle k \rangle^k}{k!}$, 因此

$$\begin{aligned} \langle k^m \rangle &= \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} k^m e^{-\langle k \rangle} \frac{\langle k \rangle^k}{k!} \\ &= \langle k \rangle \sum_{j=0}^{m-1} \binom{m-1}{j} \langle k^j \rangle. \end{aligned} \quad (13)$$

将 $\langle k^{\beta-\tau+1} \rangle$ 与 $\langle k^{\beta+1} \rangle$ 代入 (10) 式, ER 网络最近邻分配规则下节点重要度为

$$I(i)_{\text{loc}}^{\text{ER}} = \begin{cases} \frac{k_i^{\tau-1} \sum_{j=0}^{\beta-\tau} \binom{\beta-\tau}{j} \langle k^j \rangle}{\alpha \sum_{j=0}^{\beta} \binom{\beta}{j} \langle k^j \rangle} & (\beta \neq \tau), \\ \frac{k_i^{\beta-1}}{\alpha \sum_{j=0}^{\beta} \binom{\beta}{j} \langle k^j \rangle} & (\beta = \tau). \end{cases} \quad (14)$$

(14) 式需要迭代计算 $\langle k^m \rangle$, 较为复杂, 依据 ER 网络度分布的同质性, 可近似认为 $\langle k^m \rangle \approx \langle k \rangle^m$, 则 ER 网络节点 i 的重要度可近似为

$$I(i)_{\text{loc}}^{\text{ER}} \approx \frac{k_i^{\tau-1}}{\alpha \langle k \rangle^{\tau}}. \quad (15)$$

由 (12) 和 (15) 式可知, 无论是无标度网络还是随机网络, 在最近邻分配负载规则下, 初始负载强度参数 $\tau > 1$ 时, 从触发连锁故障的角度出发, 度数最大的节点是网络中最关键的节点, 而 $\tau < 1$ 时度数较小的节点却更容易触发连锁故障.

3.2 全局择优分配负载规则

重分配规则为全局分配 ($\theta \rightarrow 0$) 时, $|\Omega_i| = N - 1$, 即网络中除节点 i 以外剩余 $N - 1$ 个节点承担失效节点的负载, 在全局分配规则下节点重要度 $I(i)_{\text{glo}}$ 可表示为

$$I(i)_{\text{glo}} = \frac{k_i^{\tau} \sum_{j \in \Omega_i} k_j^{\beta-\tau}}{(N-1)\alpha \sum_{m \in \Omega_i} k_m^{\beta}}. \quad (16)$$

依据网络的度及条件概率公式可知,

$$\begin{aligned} \sum_{m \in \Omega_i} k_m^{\beta} &= \frac{N-1}{\langle k \rangle} \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} p(k') k'^{\beta+1} \\ &= \frac{(N-1)\langle k^{\beta+1} \rangle}{\langle k \rangle}. \end{aligned} \quad (17)$$

同理,

$$\sum_{m \in \Omega_i} k_m^{\beta-\tau} = \frac{(N-1)\langle k^{\beta-\tau+1} \rangle}{\langle k \rangle},$$

将其代入 (16) 式可得

$$I(i)_{\text{glo}} = \frac{k_i^{\tau} \langle k^{\beta-\tau+1} \rangle}{(N-1)\alpha \langle k^{\beta+1} \rangle}. \quad (18)$$

采用与最近邻择优分配规则相同的分析方法, 无标度网络全局分配负载时节点 i 的重要度为

$$I(i)_{\text{glo}}^{\text{SF}}$$

$$= \frac{k_i^{\tau} (\beta - \gamma + 2) 2^{\tau} \left(N^{\frac{\beta-\tau-\gamma+2}{\gamma-1}} - 1 \right)}{(N-1)\alpha (\beta - \tau - \gamma + 2) \langle k \rangle^{\tau} \left(N^{\frac{\beta-\gamma+2}{\gamma-1}} - 1 \right)}. \quad (19)$$

同理, ER 网络节点 i 的重要度可近似为

$$I(i)_{\text{glo}}^{\text{ER}} \approx \frac{k_i^{\tau}}{(N-1)\alpha \langle k \rangle^{\tau}}. \quad (20)$$

由 (19) 和 (20) 式可知, 无论是无标度网络还是随机网络, 在全局分配失效节点负载规则下, 度数最大的节点是网络中最关键的节点. 结合最近邻负载分配规则下节点重要度的解析结果, 可以判断分配范围对节点重要度的演化具有一定的影响.

4 实验与结果分析

下面将对所提出的算法进行综合评价. 实验分为以下三部分: 第一部分采用一个较简单的网络, 通过与其他文献采用的方法比较来验证本文方法的有效性, 在随机产生不同节点数量的网络中进行节点重要度评估, 比较本文方法与其他几种主要方法的计算速度; 第二部分分析节点重要度的实际意义, 并定义了三个容量系数临界值, 揭示重要度指标与这三个临界值的关系; 第三部分生成典型的无标度网络和 ER 随机网络, 将重要度指标的数值算法与解析算法进行比较, 并分析容量系数、负载强度参数、负载分配参数等对节点重要度的影响.

4.1 重要度指标的有效性

为了说明本文方法的有效性, 首先对美国 ARPA (Advanced Research Project Agency) 网络拓扑^[16] 进行分析, 该网络是目前分析网络节点重要性时普遍使用的干线网络拓扑, 由 21 个节点 23 条边组成, 网络的平均度为 2.48.

图 1 给出了采用本文方法、文献 [14—16] 方法对该网络节点重要度的评估结果. 考虑级联失效对节点重要度的评估结果有显著影响. 本文算法参数的取值为 $\beta = \tau = \theta = 1$, $\alpha = 0.1$. 本文算法的评估结果与其他算法的评估结果一致, 节点 3 和节点 14 是网络中最关键的节点, 这些节点的失效最有可能触发网络的连锁故障. 几种算法的区别主要体现在非关键节点上. 基于网络拓扑结构的假设, 节点删除法^[14] 和节点收缩法^[15] 认为节点 7—节点 11 具有同样的重要程度; 因为考虑了节点对网络效率的影响, 重要度矩阵法^[16] 认为在提高网络效率

方面节点7和节点11比节点8—节点10重要; 本文的算法认为在触发连锁故障方面, 节点9的重要度要高于其他节点的重要度. 图2给出了节点重要度随分配范围的演化情况($\alpha = 0.5, \beta = \tau = 1$), 随着 θ 的增大, 网络中某些相对不重要的节点(节点8—节点10)会演变成极易触发连锁故障的潜在关键节点.

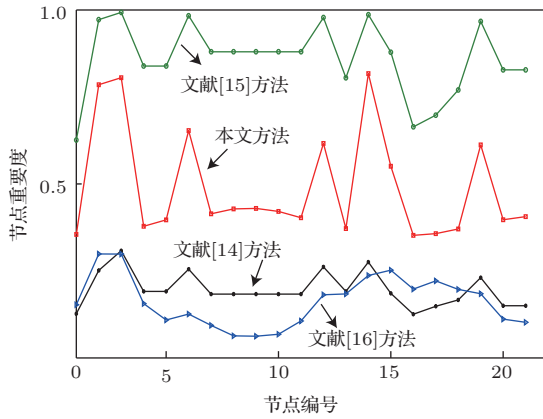


图1 采用本文方法、文献[14—16]方法对 ARPA 网络节点重要度的评估结果

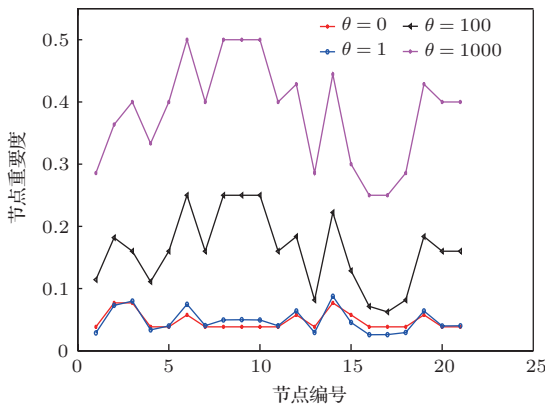


图2 ARPA 网络节点重要度随分配范围的演化

运用本文算法、节点收缩算法、节点删除法在联想启天 M4350-N000 2.66GHz 计算机上运行 Matlab 程序对不同规模的 BA 无标度网络进行节点重要度评估, 运行时间如图3所示. 在最近邻分配规则和全局分配规则下, 本文方法计算效率最高, 而且还考虑了网络上节点的网络流动力学行为, 反映的信息更加全面.

4.2 指标的实际物理意义分析

根据(7)式, 定义 $I(i)$ 的安全阈值为 $1/|\Omega_i|$, $I(i) < 1/|\Omega_i|$ 时该节点的故障不会触发其他节点

的过载; 定义 $I(i) = 1$ 为节点的危险阈值, $I(i) \geq 1$ 时, 节点 i 失效后一定引起节点相继过载. 仍以 ARPA 网络为例, 在最近邻分配规则和全局分配规则下, 该网络中各个节点重要度与安全阈值和危险阈值的关系如图4所示. 从图4(a)可以看出, 在最近邻分配负载规则下, 某些结构上的非关键节点演化成了网络中影响级联失效最重要的节点, 如节点8—节点10. 从图4(b)可以看出, 在全局分配负载规则下, 最重要的节点基本上与其结构上最重要的节点相对应.

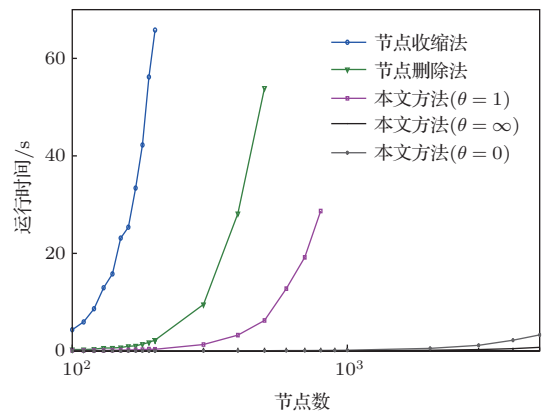


图3 采用不同算法对不同规模的 BA 无标度网络进行节点重要度评估的运行时间

当网络所有节点的重要度小于其安全阈值时, 网络对所有节点的故障都具有免疫能力, 不会触发连锁故障; 当网络中最关键节点的重要度大于其危险阈值时, 其受到攻击时必然会导致其他节点的过载; 当网络中最不重要节点的重要度大于其危险阈值时, 任一节点受到攻击必然导致网络的全面崩溃. 将该三类情形对应的网络容量系数分别称为第一类容量系数临界值、第二类容量系数临界值和第三类容量系数临界值. 图5给出了在最近邻分配规则和全局分配规则下实例网络的三类容量系数临界值.

图5中, 第一类容量系数临界值以上的部分是网络连锁故障的免疫区域, 所有节点的重要度都小于安全阈值; 第二类容量系数临界值与第一类容量系数临界值之间属于随机失效区域, 所有节点的重要度介于安全阈值与危险阈值之间; 第二类容量系数临界值与第三类容量系数临界值之间属于部分节点触发连锁故障区域, 网络中部分节点的重要度大于危险阈值; 第三类容量系数临界值以下的部分属于完全连锁故障区域, 任一节点的故障都会导致网络的完全崩溃. 从图5可以看出, 最近邻分配负

载规则和全局分配负载规则下三类容量系数临界值具有不同的增长趋势和衰减趋势. 这为网络上

联失效行为的控制和管理提供了一定的决策依据, 将在后续工作中对此进行深入研究.

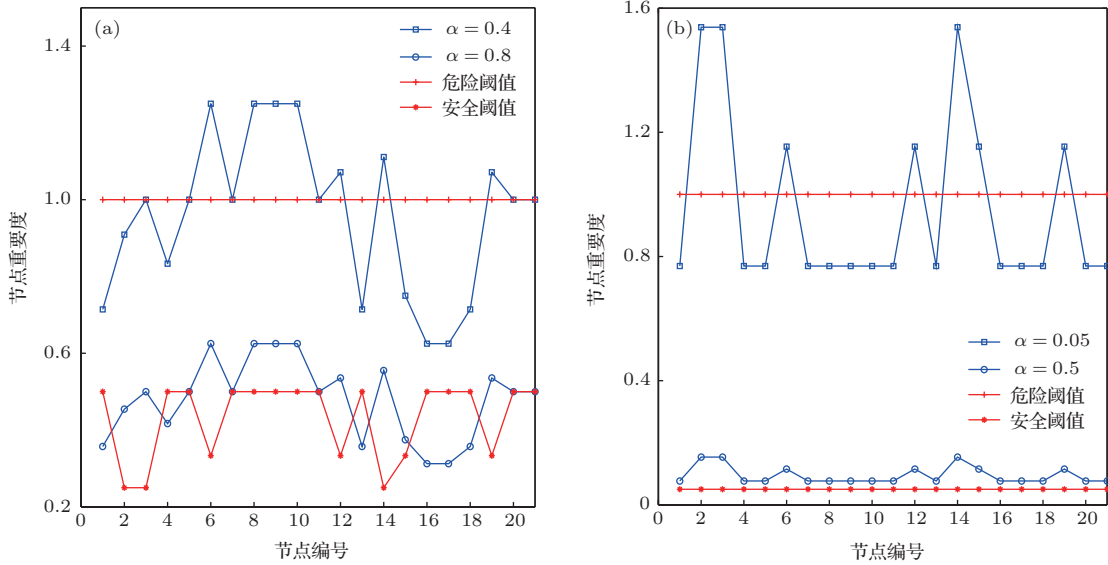


图4 在最近邻分配规则和全局分配规则下, ARPA网络中各个节点重要度与安全阈值和危险阈值的关系 ($\beta = \tau = 1$) (a) 最近邻分配规则; (b) 全局分配规则

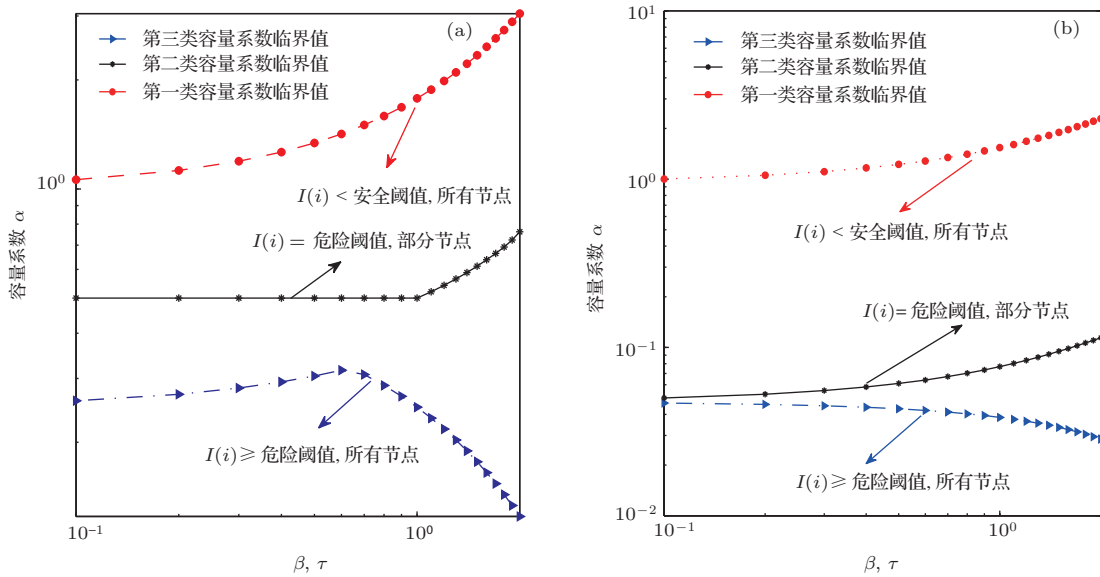


图5 在最近邻分配规则和全局分配规则下, 实际网络的三类容量系数临界值 (a) 最近邻分配规则; (b) 全局分配规则

4.3 BA网络、ER网络的解析结果与仿真结果的比较

首先, 研究BA网络节点重要度指标的分布情况, 结果如图6所示. BA网络参数值分别为 $N = 1000, m = 3(\langle k \rangle = 6), m_0 = 2$, 并且每一个节点重要度值都是相同度数节点重要度的平均值.

从图6(a)和(d)可以看出, 在最近邻分配规则和全局分配规则下, 如果令容量系数 α 足够大, 网

络中任何节点的失效都不会触发级联失效, 此时节点重要度评估结果将只反映节点结构上的重要程度, 且其重要度的分布表现出明显的与度数相关的幂律特性. 从图6(b)和(e)可以看出: 节点重要度分布的幂指数与节点初始负载强度参数相关, 且在最近邻分配规则下, $\tau > 1$ 时该幂指数为正值(度数越大的节点表现出越重要的特征), $\tau < 1$ 时该幂指数为负值(度数小的节点是潜在的关键节点); 全局分配规则下该幂指数为正值, 且随着 τ 的增大重要

度的分布会更加不均匀. 从图6(c)和(f)可以看出, 在最近邻分配规则和全局分配规则下, 负载分配越不均匀(度数较大的节点承载更多的负载), 节点触发连锁故障的可能性就越小.

接着研究ER网络节点重要度指标的分布情况, 结果如图7所示. ER网络参数值分别为 $N = 1000$, $p = 0.006$. 由(15)和(20)式可知, 影响

ER网络节点重要度的因素主要包括初始负载强度参数、容量系数和网络的拓扑结构等, 且容量系数和负载强度参数对ER网络和BA网络的影响方式基本一致. 我们更关心的是非关键节点如何演化为影响级联失效行为的关键节点, 通过仿真发现负载分布参数 τ 和负载分配范围参数 θ 是网络中节点重要度演化的两个重要因素.

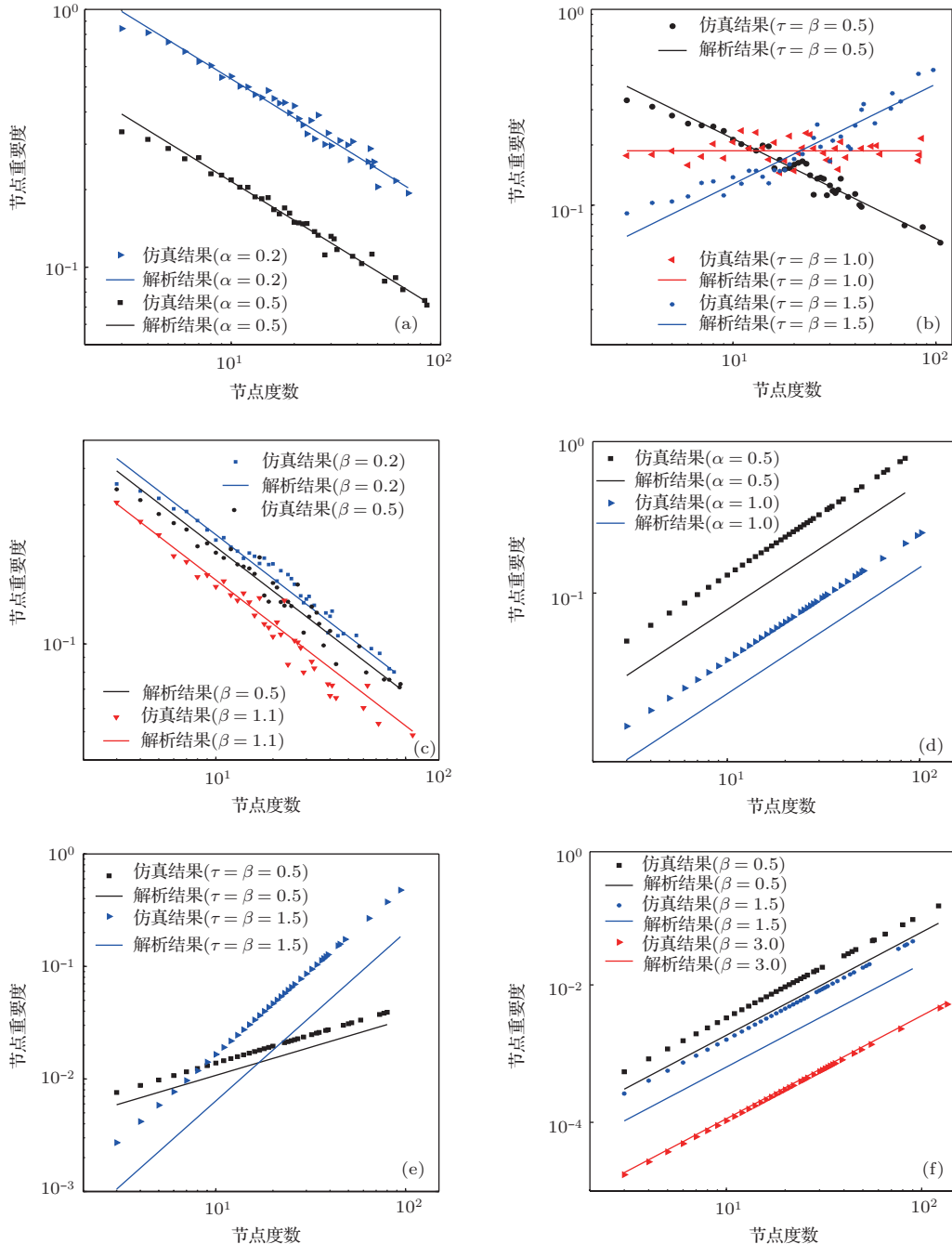


图6 BA网络节点重要度与节点度数的关系 (a) 最近邻分配规则下容量系数 α 对节点重要度分布的影响, $\tau = \beta = 0.5$; (b) 最近邻分配规则下初始负载强度参数对节点重要度分布的影响, $\alpha = 0.5$; (c) 最近邻分配规则下负载分配均匀性参数对节点重要度分布的影响, $\tau = \alpha = 0.5$; (d) 全局分配规则下容量系数 α 对节点重要度分布的影响, $\tau = \beta = 1.5$; (e) 全局分配规则下初始负载强度参数对节点重要度分布的影响, $\alpha = 0.1$; (f) 全局分配规则下负载分配均匀性参数对节点重要度分布的影响, $\tau = 1.5$, $\alpha = 1$

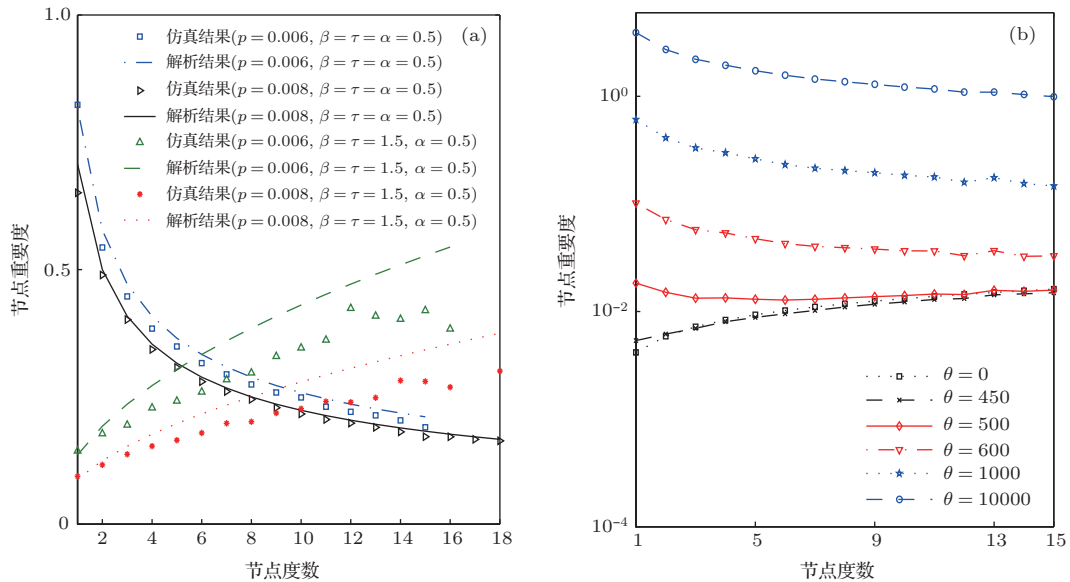


图7 ER网络节点重要度的演化 (a) 最近邻分配规则下负载分布的影响; (b) 负载分配范围的影响

从图7(a)可以看出: 网络连接密度的增大利于网络抵御连锁故障; 节点重要度分布的幂律特征也存在于ER网络中; 在最近邻分配规则下, $\tau > 1$ 时该幂指数为正值(度数越大的节点表现出越重要的特征), $\tau < 1$ 时该幂指数为负值(度数越小的节点是潜在的关键节点). 图7(b)中 $\beta = \tau = 0.5$, $\alpha = 0.1$, 即 $\tau < 1$, 当 θ 增大到一定值时, 网络中原本重要度最小的节点变成了网络中最重要节点, 因此随着负载分配范围从全局分配缩小到最近邻分配时, 重要度的分布幂指数由正值逐渐变为负值.

5 结 论

本文研究了过载机制下节点重要度的演化情况, 根据实际网络中负载的动力学特征, 建立了一个可调负载重分配级联失效模型, 并基于节点失效后其分配范围内节点的负载振荡程度, 提出了考虑级联失效局域信息的复杂网络节点重要度指标. 利用仿真算法和解析方法分析了网络负载分配范围、负载分配均匀性、节点容量系数及网络结构特征对节点重要度演化过程的影响. 结果表明, 影响网络级联失效的关键节点不总是结构上最重要的节点, 在考虑网络流的动力学行为时, 初始负载的分布和负载的分配规则是造成某些潜在关键节点难以辨识的基本原因. 本文研究有助于更深入探索过载机制下级联失效行为的物理机制.

参考文献

- [1] Albert R, Jeong H, Barabási A L 2000 *Nature* **406** 378
- [2] Wu J, Li Y, Zou A Q 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 068901
- [3] Yu H, Liu Z, Li Y J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 020204 (in Chinese)[于会, 刘尊, 李勇军 2013 物理学报 **62** 020204]
- [4] Albert R, Jeong H, Barabási A L 1999 *Nature* **401** 130
- [5] Freeman L C 1977 *Sociometry* **40** 35
- [6] Newman M E J, Girvan M 2004 *Phys. Rev. E* **69** 026113
- [7] Comellas F, Gago S 2007 *Linear Algebra Appl.* **423** 74
- [8] Mantrach A, Yen L, Callut J, Francoise K, Shimbo M, Saerens M 2010 *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* **32** 1112
- [9] Estrada E, Rodríguez-Velázquez J A 2005 *Phys. Rev. E* **71** 056103
- [10] Stevanovi D 2013 *Phys. Rev. E* **88** 026801
- [11] Sabidussi G 1966 *Psychometrika* **31** 581
- [12] An S H, Du Y B, Qu J L 2006 *Chin. J. Manage. Sci.* **14** 106 (in Chinese) [安世虎, 都艺兵, 曲吉林 2006 中国管理科学 **14** 106]
- [13] Corley H W, Sha D Y 1982 *Oper. Res. Lett.* **1** 157
- [14] Nardelli E, Proietti G, Widmayer P 2001 *Inform. Process. Lett.* **79** 81
- [15] Tan Y J, Wu J, Deng H Z 2006 *Syst. Eng. Theory Pract.* **26** 79 (in Chinese)[谭跃进, 吴俊, 邓宏钟 2006 系统工程理论与实践 **26** 79]
- [16] Zhou X, Zhang F M, Li K W, Hui X B, Wu H S 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 050201 (in Chinese)[周漩, 张凤鸣, 李克武, 惠晓滨, 吴虎胜 2012 物理学报 **61** 050201]
- [17] Liu J G, Ren Z M, Guo Q, Wang B H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 178901 (in Chinese)[刘建国, 任卓明, 郭强, 汪秉宏 2013 物理学报 **62** 178901]
- [18] Yan G, Zhou T, Wang J, Fu Z Q, Wang B H 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 510
- [19] Borge-Holthoefer J, Rivero A, Moreno Y 2012 *Phys. Rev. E* **85** 066123
- [20] Borge-Holthoefer J, Moreno Y 2012 *Phys. Rev. E* **85** 026116

- [21] Klemm K, Serrano M A, Eguíluz V M, San Miguel M 2012 *Sci. Rep.* **2** 292
- [22] Aral S, Walker D 2012 *Science* **337** 337
- [23] Liu J G, Wu Z X, Wang F 2007 *Int. J. Mod. Phys. C* **18** 1087
- [24] Sergey V B, Roni P, Gerald P, Eugene S H, Shlomo H 2010 *Nature* **464** 1025
- [25] Chen S M, Pang S P, Zou X Q 2013 *Chin. Phys. B* **22** 058901
- [26] Hu K, Hu T, Tang Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 080206
- [27] Zheng J F, Gao Z Y, Fu B B, Li F 2009 *Chin. Phys. B* **18** 4754
- [28] Wang J W, Rong L L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3714 (in Chinese)[王建伟, 荣莉莉 2009 物理学报 **58** 3714]
- [29] Wu Z H, Fang H J 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 3822
- [30] Wang J W, Rong L L 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 3826
- [31] Motter A E, Lai Y C 2002 *Phys. Rev. E* **66** 065102
- [32] Xia Y X, Fan J, Hill D 2010 *Physica A* **389** 1281
- [33] Crucitti P, Latora V, Marchiori M 2004 *Phys. Rev. E* **69** 045104
- [34] Kinney R, Crucitti P, Albert R, Latora V 2005 *Eur. Phys. J. B* **46** 101
- [35] Albert R, Albert I, Nakarado G L 2004 *Phys. Rev. E* **69** 025103
- [36] Wu J J, Gao Z Y, Sun H J 2007 *Physica A* **378** 505
- [37] Bao Z J, Cao Y J, Ding L J, Wang G Z 2009 *Physica A* **388** 4491
- [38] Wang J W, Rong L L 2009 *Safety Sci.* **47** 1332
- [39] Wang J W, Rong L L 2009 *Physica A* **388** 1289
- [40] Duan D L, Wu J, Deng H Z, Sha F, Wu X Y, Tan Y J 2013 *Syst. Eng. Theory Pract.* **33** 203 (in Chinese)[段东立, 吴俊, 邓宏钟, 沙飞, 武小悦, 谭跃进 2013 系统工程理论与实践 **33** 203]
- [41] Barabási A L, Albert R 1999 *Science* **286** 509

Evolution mechanism of node importance based on the information about cascading failures in complex networks*

Duan Dong-Li[†] Zhan Ren-Jun

(College of Equipment Engineering, Engineering University of Armed Police Force, Xi'an 710008, China)

(Received 05 November 2013; revised manuscript received 27 November 2013)

Abstract

This paper mainly focuses on the evolution mechanism of node importance based on the information about cascading failures. Firstly, a novel node importance indicator is proposed according to the load turbulence of each node in the redistribution range based on a tunable load redistribution model. The indicator has two characteristics: one is that the failure consequence of the considered node can be clearly pointed out by its value, and the other is that the evolution mechanism of node importance can be analyzed with the factors of load redistribution rule, node capacity, and structural characteristics of the network. Then, an evaluation algorithm is presented. The indicator analytic formulas of Erdős-Rényi networks and Barabási-Albert networks are also presented respectively with the neighbor preferential and global preferential allocation rules. The experiments demonstrate the effectiveness and feasibility of the indicators and its algorithm, with which we also analyze the node importance evolution mechanism in-depth, namely how the not-so-great nodes in structure turns into the critical nodes to trigger cascading failure in complex networks.

Keywords: complex network, cascading failure, importance, robustness

PACS: 89.75.Fb, 89.75.Hc

DOI: 10.7498/aps.63.068902

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 70771111, 71031007).

† Corresponding author. E-mail: mineduan@163.com