各向异性渗流条件下弹性波的传播特征*

王丁[1)2)†] 张美根[1)]

1) (中国科学院地质与地球物理研究所, 油气资源研究重点实验室, 北京 100029)

2) (中国科学院大学, 北京 100049)

(2013 年 8 月 21 日收到; 2013 年 12 月 16 日收到修改稿)

研究了弹性波在非均匀裂纹孔隙介质中的传播特性, 建立了各向异性喷射流模型. 当弹性波通过裂纹孔隙介质时, 由于波的扰动及裂纹和孔隙几何结构的不一致, 导致在裂纹内部及裂纹与周边孔隙之间同时存在着流体压力梯度. 此时的弹性波波动响应中包含着裂纹内连通性特征和背景孔隙渗透率信息. 流体的动态流动过程使得介质的等效弹性参数为复数 (非完全弹性), 并且具有频率依赖性. 当弹性波为低频和高频极限时, 介质为完全弹性; 当处于中间频段时, 波有衰减和频率依赖. 裂纹孔隙介质的各向异性连通性 (渗透率) 对应着各向异性特征频率 (当渗流长度等于非均匀尺度时的弹性波频率), 波的传播受到裂纹内连通性的影响. 在一定频段内, 随着裂纹厚度的增加, 将出现第二峰值, 峰值大小同时受到裂纹厚度和半径的影响.

关键词: 多孔介质, 孔隙弹性理论, 弹性波传播, 各向异性

PACS: 91.30.Cd, 91.60.Lj, 91.60.Qr, 91.65.My **DOI:** 10.7498/aps.63.069101

1 引 言

对声波或弹性波在孔隙介质中传播特性的研究在许多学科中有着重要的意义, 如应用声学、勘探地球物理学、水文地质学等[1,2]. 由于孔隙介质骨架和充填流体的可压缩性, 在弹性波的扰动下, 介质中流体压力将以波的形式发生传播. Biot[3−6] 理论是研究孔隙弹性理论的一种有效方法, 它成功地预测了第二种纵波 (慢纵波) 的存在, 该波具有低速性和高衰减性; 同时它在整个波动响应中起到重要的作用, 如波能量的转化和波型的转变等. 慢纵波的本质是流体中传播的压缩波, 但受到固体骨架的影响, 所以有别于一般流体中的声波.

当弹性波通过孔隙介质时, 流体会在各个尺度上发生流动, 这是波衰减的一个重要原因[7,8], 其中包括波长尺度上的宏观全局流 (Biot 流) 和裂纹及孔隙尺度上的中微观局部流 (喷射流). 由 Biot 理论得到的弹性波的衰减和频散值在某些频段远小于实验值, 而且衰减与流体黏性系数和介质渗透率的关系与实际情况相反[9]. 这是由于 Biot 理论成立的前提是假设介质为均匀完全饱和且充填单一流体, 它仅考虑在波扰动下的全局宏观流, 流体压力梯度具有波长尺度. 但真实介质中往往分布着裂缝、裂纹和多种流体同时存在等非均匀体[10,11], 在弹性波扰动下, 流体可以在这些具有不同物性参数或几何结构的孔隙之间发生中微观尺度上的运动. Biot-喷射流统一模型 (BISQ) 模型试图把宏观流和微观流统一考虑[12], 在某些频段得到了更符合实际数据的理论结果. 但该模型不能解释在低频时与 Gassmann 理论[13] 相违背的现象[14,15], 而且其慢纵波在低频时不符合实际[16,17]. 并且发现 BISQ 模型在求取介质孔隙压力时用到了零边界条件, 而且该模型未把介质作为一整体加以考虑 (裂纹周边的零压力孔隙视为研究对象之外的部分), 而且假设在介质的每一处都存在局部流现象, 这些假设显然不合理.

作为弹性波衰减的一个重要原因, 喷射流一直以来是人们研究波在孔隙介质中衰减的一个重要方向[18−21]. 对于裂纹孔隙介质而言, 我们假设弹

* 国家科技重大专项 (批准号: 2011ZX05035-002-003HZ) 和国家重大仪器设备开发专项 (批准号: ZDYZ2012-1-06) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: wdgeophysics@gmail.com

性波波长远大于非均匀体尺度. 在波应力的扰动下, 在裂纹和等径孔隙内产生不一致的流体压力变化值并构成压力梯度, 如果它们之间的孔隙通道具一定的流体渗流能力, 则在裂纹与周边背景介质间发生流体运动. 以往的模型仅仅考虑了在裂纹法线方向上裂缝与等径孔隙之间的流体运动情况[18,22,23], 但实际中由于裂纹本身的非均匀性或者裂纹边缘与等径孔隙相连, 则在波扰动下, 在平行于裂纹面方向上同样会发生流体的运动, 这样就构成一个各向异性渗流 (或喷射流) 系统. 由于平行和垂直裂纹面方向上具有不同的渗流能力和流体通过截面积, 所以在一定条件下, 在这两个方向上的流体"争夺"现象明显. 而且它们各自有不一样的流体压力平衡特征时间参数, 这对波动响应的频率依赖关系将产生影响. 此时裂纹连通性变成一个重要参数, 尤其在低背景孔隙渗透率条件下. 本文考虑沿着裂纹面流体运动效应对波动响应的影响. 先求取平行裂纹面方向上的裂纹内平均压力值, 然后作为一个流体动态分配过程, 把裂纹平均压力作为背景孔隙中压力弥散的一个边界值, 重新分析其扩散方程解, 获得与扩散系数相联系的函数. 并在已有裂纹孔隙等效介质理论模型基础上[24], 讨论在裂纹为高孔隙度和低厚度情况下的解析解形式, 把背景等效扩散系数代入解析解即可分析在各向异性渗流条件下的波动响应情况. 这对通过弹性波了解裂纹连通性情况有着重要的理论指导意义.

2 裂纹孔隙模型的建立

真实岩石介质中广泛分布着各种尺度的裂纹, 它们的存在导致介质的力学性质和流通性质都发生变化. 而且这些裂纹往往呈现出定向分布, 如图1 (a) 所示, 此时介质的等效弹性参数表现为各向异性. 本文只讨论弹性波垂直于裂纹面传播时的波动特征, 且假设裂纹为钱币型, 如图1 (b) 所示, 其厚度为h_c, 半径为R_c. 当弹性波通过裂纹孔隙介质时, 由于裂纹与周边孔隙相连, 且它们之间具有不同的波诱发流体压力变化值, 流体压力梯度同时存在于裂纹法线方向和平行于裂纹面方向. 本节主要讨论在弹性波扰动下, 单个裂纹内平行于裂纹面的流体运动情况.

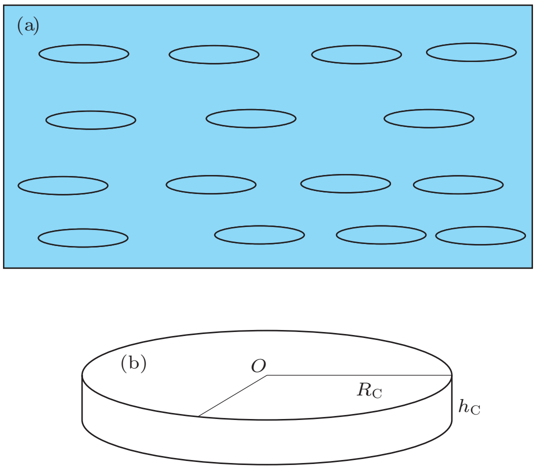

图1 (a) 孔隙裂纹等效介质模型 (裂纹定向排列, 且在裂纹法线方向以长度H等间距分布); (b) 单个钱币型裂纹模型 (裂纹厚度为h_c, 半径为R_c, 且裂纹四周与等径孔隙相连)

当弹性波穿过裂纹孔隙介质时, 由于波应力对裂纹的作用, 导致其内部压力值发生变化. 我们首先建立一柱坐标系, 以过裂纹中心点O的垂直线为中心轴, 裂纹面法线方向为z轴, 零点位于裂纹内中心点处. 流体从中心线向流体压力变化值较小的周边相连的等径孔隙发生流动. 在该柱坐标系中, 平行于裂纹面方向上, 流体运动满足Navier-Stokes方程:

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{\rm f}}\nabla P + \nu\nabla^2\boldsymbol{V} + \frac{1}{3}\nu\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{V}), \qquad (1)$$

本文假设流体压缩性趋于零, 当有小振幅入射弹性波扰动时, 上式中最后一项可省去; 其中$\boldsymbol{V}$为流体速度, $\rho_{\rm f}$为流体密度, $P = P_0(z,r)\,{\rm e}^{{\rm i}\omega t}$为裂纹内流体压力, ω为弹性波角频率, $\nu = \eta/\rho_{\rm f}$为流体运动黏性系数, η为流体黏性系数. 在半径方向上, 流体压力梯度$\nabla_r P = A\,{\rm e}^{{\rm i}\omega t}$, A为一常量. 流速在裂纹面上满足边界条件$\boldsymbol{V}_r|_{z=\pm h_c/2} = 0$, 由(1)式可得裂纹内沿半径方向上的流体速度场:

$$\boldsymbol{V}_r = -\frac{\partial P}{\partial r}\frac{\left\{1-\dfrac{\cosh\left[z\left(\dfrac{{\rm i}\omega\rho_{\rm f}}{\eta}\right)^{1/2}\right]}{\cosh\left[\dfrac{h_{\rm c}}{2}\left(\dfrac{{\rm i}\omega\rho_{\rm f}}{\eta}\right)^{1/2}\right]}\right\}}{{\rm i}\omega\rho_{\rm f}}, \qquad (2)$$

则关于裂纹厚度求取平均速度为

$$\overline{\boldsymbol{V}_r} = -\frac{\partial P}{\partial r}\frac{\left\{1-\dfrac{2}{h_{\rm c}}\left(\dfrac{\eta}{{\rm i}\omega\rho_{\rm f}}\right)^{1/2}\tanh\left[\dfrac{h_{\rm c}}{2}\left(\dfrac{{\rm i}\omega\rho_{\rm f}}{\eta}\right)^{1/2}\right]\right\}}{{\rm i}\omega\rho_{\rm f}}; \qquad (3)$$

又由动态达西定律[25]

$$\overline{\boldsymbol{V}} = -\nabla P \frac{\kappa_r(\omega)}{\eta}, \tag{4}$$

由 (3) 式和 (4) 式得沿着裂纹面的动态渗透率为

$$\kappa_r(\omega) = \frac{\eta\left\{1 - \dfrac{2}{h_c}\left(\dfrac{\eta}{\mathrm{i}\omega\rho_f}\right)^{1/2}\tanh\left[\dfrac{h_c}{2}\left(\dfrac{\mathrm{i}\omega\rho_f}{\eta}\right)^{1/2}\right]\right\}}{\mathrm{i}\omega\rho_f}, \tag{5}$$

当 $\omega \to 0$ 时, $\kappa(0) = h_c^2/12$, 符合两平行面内渗透率的立方定理[26]; 当 $\omega \to \infty$ 时, $\kappa(\infty) = 0$, 无流体定向流动, 扰动以声波速度形式传播. 同时流体满足连续性方程和本构方程

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_f \boldsymbol{V}), \tag{6}$$

$$\frac{1}{K^f} = \frac{1}{\rho_f}\frac{\partial \rho_f}{\partial P}, \tag{7}$$

其中 K^f 为流体体积模量, 在柱坐标系下, 由 (6) 式和 (7) 式可知

$$\rho_f\left(\frac{\partial \boldsymbol{V}_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \boldsymbol{V}_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \boldsymbol{V}_z}{\partial z} + \frac{\boldsymbol{V}_r}{r}\right) = \frac{-\rho_f}{K^f}\frac{\partial P}{\partial t}. \tag{8}$$

因为轴对称, 立即有 $\partial \boldsymbol{V}_\theta/\partial\theta = 0$, 再把 (2) 式代入 (8) 式得

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{\partial P}{\partial r}\right)\frac{\left\{1 - \dfrac{\cosh\left[z\left(\dfrac{\mathrm{i}\omega\rho_f}{\eta}\right)^{1/2}\right]}{\cosh\left[\dfrac{h_c}{2}\left(\dfrac{\mathrm{i}\omega\rho_f}{\eta}\right)^{1/2}\right]}\right\}}{\mathrm{i}\omega\rho_f} + \frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial z} = \frac{1}{K^f}\frac{\partial P}{\partial t}. \tag{9}$$

因为我们需求得裂纹内平均压力值对流体在背景介质中流体压力扩散的影响, 所以可在 z 轴方向上先对 (9) 式求平均得

$$\left(\frac{\partial^2 P_r}{\partial r^2} + \frac{\partial P_r}{\partial r}\right) \times \frac{\left\{1 - \dfrac{2}{h_c}\left(\dfrac{\eta}{\mathrm{i}\omega\rho_f}\right)^{1/2}\tanh\left[\dfrac{h_c}{2}\left(\dfrac{\mathrm{i}\omega\rho_f}{\eta}\right)^{1/2}\right]\right\}}{\mathrm{i}\omega\rho_f} + \frac{1}{h_c}\frac{\partial [U_z^s]}{\partial t} = \frac{1}{K^f}\frac{\partial P_r}{\partial t}, \tag{10}$$

上式中 $[U_z^s]$ 为裂纹面不连续位移, 并且 (10) 式有边界条件 $P|_{r=R_c} = P_p$, P_p 为裂纹周边处等径孔隙内流体压力, 解得

$$P_c = K_f\frac{[U_z^s]}{h_c}\left[1 - \frac{J_0(\lambda r)}{J_0(\lambda R)}\right] + P_p\frac{J_0(\lambda r)}{J_0(\lambda R)}, \tag{11}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{\mathrm{i}\omega\eta}{K^f\kappa(\omega)}}, \tag{12}$$

其中参数 λ 类似于 BISQ 模型[12] 中所定义的物理意义, 为裂纹内流体压力弥散波长. 区别在于本文中 $\varphi_c = 1$, 所以 BISQ 模型中参数 $M = K^f$, 而且 (12) 式中无低频限制, 为全频带动态 $\kappa(\omega)$. 由于 $P_p \neq 0$, 在低频时 (11) 式这比 BISQ 模型更切合实际. 现利用上式求取裂纹内在径向上的平均压力

$$\begin{aligned}\overline{P_c} &= \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R 2\pi r P_c \,\mathrm{d}r \\ &= K_f\frac{[U_z^s]}{h_c} + \frac{2J_1(\lambda R)}{\lambda R J_0(\lambda R)} \\ &\quad\times\left(P_p - K_f\frac{[U_z^s]}{h_c}\right),\end{aligned} \tag{13}$$

$K_f[U_z^s]/h_c = \overline{P_c^{\kappa_r=0}}$ 是裂纹内无径向流体运动是的压力值, 为一般裂缝法向方向上裂缝与孔隙之间喷射流时的裂纹内流体压力值.

分析可知, 由于裂纹内流体的运动将导致裂纹内平均压力的下降, 由于弹性波的扰动, 裂纹内压力变化值大于等径孔隙内压力变化值, 所以 $(P_p - K_f[U_z^s]/h_c) < 0$. 同时, 由于动态渗透率的参数实部 $\mathrm{Re}[2J_1(\lambda R)/kRJ_0(\lambda R)] \in (0,1)$, 所以流体平均压力值变小, $\overline{P_c} \leqslant \overline{P_c^{\kappa_r=0}}$. 下面重点介绍在动态边界条件下 (裂纹内平均压力), 重新分析只考虑垂直裂纹面流体运动时得到的等效弹性参数. 考虑裂纹内流体运动, 并运用背景介质中流体压力扩散方程, 求取动态边界条件下等效扩散系数.

3 各向异性喷射流模型

地下岩石介质中, 层状分布的孔隙介质或定向分布的裂缝是最常见的非均匀结构. 当弹性波穿过介质时, 将导致在相邻的孔隙结构中存在着压力梯度, 在弹性波周期内, 流体发生流动. 运用 Biot 孔

隙弹性理论[3–5], 得到其地层或裂缝法向方向上的压缩波等效弹性模量[24]:

$$C_{\text{eff}}^{-1} = \frac{h_{\text{b}}}{H}\frac{1}{K_{\text{b}}^{\text{sat}}+4/3\mu_{\text{b}}} + \frac{h_{\text{c}}}{H}\frac{1}{K_{\text{c}}^{\text{sat}}+4/3\mu_{\text{c}}} + \frac{2}{\mathrm{i}\omega H}(R_{\text{b}}-R_{\text{c}})^2 \times\left(Z_{\text{b}}\coth\frac{d_{\text{b}}}{2}+Z_{\text{c}}\coth\frac{d_{\text{c}}}{2}\right)^{-1}, \tag{14}$$

其中 H 为相邻裂纹在其法线方向上的垂直距离, 式中各参数的下标 b 和 c 分别代表背景孔隙介质和裂纹介质. 为了简便起见, 以下参数说明时下标省略, 所有参数均包含这两种情形. (14) 式中 μ 为骨架的剪切模量; 参数 $R=\alpha M/(K^{\text{sat}}+4/3\mu)$, K^{sat} 为饱和孔隙介质非排水条件下的体积模型, 可由 Gassmann 公式[15] 得到 $K^{\text{sat}}=K^{\text{dry}}+\alpha^2 M$, 其中 $M=[(\alpha-\phi)/K^{\text{s}}+\phi/K^{\text{f}}]^{-1}$ 为介质流体存储系数, $\alpha=1-K^{\text{dry}}/K^{\text{s}}$ 为 Biot 等效应力参数[3–5], ϕ 为介质孔隙度, K^{dry} 和 K^{s} 分别为介质干燥骨架和固体颗粒的体积模量; C_{eff} 为裂纹法向方向的压缩波的等效模量, 它考虑了裂纹与周边孔隙之间的流体流动效应.

(14) 式中另有

$$Z=\frac{\eta}{\kappa}\left(\frac{D}{\omega}\right)^{1/2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi/4}, \tag{15}$$

$$d=\left(\frac{\omega}{D}\right)^{1/2}h\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi/4}, \tag{16}$$

其中 $D=\kappa M(K^{\text{dry}}+4\mu/3)/\eta(K^{\text{sat}}+4\mu/3)$, 为介质压力扩散系数; κ 为介质的渗透率.

本文存在隐含条件 $\phi_{\text{c}}=1$, $K_{\text{c}}^{\text{dry}}=0$, $\mu_{\text{c}}=\mathrm{i}\omega\eta$, 从而得 $\alpha_{\text{c}}=1$, $M_{\text{c}}=K^{\text{f}}$, $K^{\text{sat}}=M$, $D_{\text{c}}=\kappa_{\text{c}}K^{\text{f}}/\eta$, $\kappa_{\text{c}}=R^2/8$ 是裂纹在轴线方向的渗透率. 同时考虑到沿着平行裂纹方向上的裂纹的不连续性, 则需定义一个裂纹面密度参数 F_{c} (单位面积上, 裂纹面积所占的比重). 且实际介质中裂纹厚度一般远小于裂纹间距, 所以可以由 (14) 式进一步得到

$$C_{\text{eff}}=(1-F_{\text{c}})(K_{\text{b}}^{\text{sat}}+4/3\mu_{\text{b}}) + F_{\text{c}}\left[\frac{1}{K_{\text{b}}^{\text{sat}}+4/3\mu_{\text{b}}}+\frac{2}{\mathrm{i}\omega H}(R_{\text{b}}-1)^2 \times\left(Z_{\text{b}}\coth\frac{d_{\text{b}}}{2}+\frac{K^{\text{f}}}{\omega}\frac{2}{h_{\text{c}}}\right)^{-1}\right]^{-1}, \tag{17}$$

则弹性波波速和衰减可以表示为 $V=\mathrm{Re}[(C_{\text{eff}}/\rho)^{1/2}]$, $1/Q=\mathrm{Im}(C_{\text{eff}})/\mathrm{Re}(C_{\text{eff}})$, 其中介质等效密度为 $\rho=\rho_{\text{s}}(1-\phi_{\text{b}})+\rho_{\text{f}}\phi_{\text{b}}$, ρ_{s} 为固体颗粒密度.

以上得到的参数仅考虑了裂纹与周边孔隙之间在裂纹法线方向上的流体运动效应, 它假设裂纹为均匀或裂纹边缘与等径孔隙隔绝或者裂纹被高度矿化, 流体运动能力较弱. 我们运用背景介质中在垂直于裂纹面方向上的流体压力一维扩散方程[27]

$$\nabla^2 P_{\text{b}}+\frac{\mathrm{i}\omega}{D_{\text{b}}}P_{\text{b}}=0, \tag{18}$$

其流体压力扩散有特征频率函数

$$\Omega_{\text{b}}=8\frac{D_{\text{b}}}{H_{\text{c}}^2}, \tag{19}$$

若考虑裂纹内无横向流体运动时, (18) 式有第一类边界条件 $P_{\text{b}}|_{z=H/2}=P_p$, $P_{\text{b}}|_{z\approx 0}=\overline{P_{\text{c}}^{\kappa_r=0}}$, 初始条件 $P_{\text{b}}|_{t=0}=P_p$. 现在我们考虑裂纹内流体运动对背景介质压力扩散的影响. 首先假设弹性波对介质的扰动具有瞬时性, 所以 (18) 式的边界条件 $P_{\text{b}}|_{z=H/2}=P_p$ 和初始条件不变, 而在裂纹面的上的边界条件变成具有动态性的 $P_{\text{b}}|_{z=0}=\overline{P_{\text{c}}}$. 这将导致流体在背景介质中的压力扩散过程发生变化. (13) 式为动态 (频率依赖) 边界条件. 运用一维扩散偏微分方程求解方法对 (18) 式进行分析得到裂纹和背景孔隙介质内压力值, 表达式如下:

$$P(\omega,z)=\begin{cases}P_{\text{c}}+A_1\,\mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\mathrm{i}\omega}{D_{\text{c}}}}z}+A_2\,\mathrm{e}^{-\sqrt{\frac{\mathrm{i}\omega}{D_{\text{c}}}}z} & -h_{\text{c}}/2\leqslant z\leqslant 0\\ P_p+B_1\,\mathrm{e}^{\sqrt{\frac{\mathrm{i}\omega}{D_{\text{b}}}}z}+B_2\,\mathrm{e}^{-\sqrt{\frac{\mathrm{i}\omega}{D_{\text{b}}}}z} & 0\leqslant z\leqslant h_{\text{b}}/2\end{cases}, \tag{20}$$

Z 轴零点位于裂纹表面; P_{c} 和 P_p 是裂纹中和背景孔隙中的初始值; A_1, A_2, B_1 和 B_2 为待求系数, 它们可以由裂纹面上 $z=0$ 处和裂纹厚度中轴线 $z=-h_{\text{c}}/2$ 和裂纹等间距中轴线 $z=h_{\text{b}}/2$ 上的边界条件求得. 分别是 $z=0$ 处流量和压力连续, 各个中轴线上流量为零; 当 $h_{\text{c}}\to 0$ 时, 因裂纹厚度远小于裂纹间距, 类似 (17) 式, 裂纹内在垂直于裂纹方向上的流动过程相对于背景孔隙介质可以忽略, 把 (13) 式作为边界应力连续条

件, 可得不同裂纹横向流动情况下的背景孔隙内压力解析解表达式:

$$\begin{cases} P_p + \left(\overline{P_{\mathrm{c}}^{\kappa_r=0}} - P_p\right)\left(\dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{\mathrm{i}\omega/D_{\mathrm{b}}}z}}{1+\mathrm{e}^{\sqrt{\mathrm{i}\omega/D_{\mathrm{b}}}h_{\mathrm{c}}}} + \dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{\mathrm{i}\omega/D_{\mathrm{b}}}h_{\mathrm{c}}}\,\mathrm{e}^{-\sqrt{\mathrm{i}\omega/D_{\mathrm{b}}}z}}{1+\mathrm{e}^{\sqrt{\mathrm{i}\omega/D_{\mathrm{b}}}h_{\mathrm{c}}}}\right) = P_{\mathrm{pore}}(\omega, z) & \overline{P_{\mathrm{c}}^{\kappa_r=0}}\text{条件下}, \\ P_p + \left(\overline{P_{\mathrm{c}}} - P_p\right)\left(\dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{\mathrm{i}\omega/D_{\mathrm{b}}}z}}{1+\mathrm{e}^{\sqrt{\mathrm{i}\omega/D_{\mathrm{b}}}h_{\mathrm{c}}}} + \dfrac{\mathrm{e}^{\sqrt{\mathrm{i}\omega/D_{\mathrm{b}}}h_{\mathrm{c}}}\,\mathrm{e}^{-\sqrt{\mathrm{i}\omega/D_{\mathrm{b}}}z}}{1+\mathrm{e}^{\sqrt{\mathrm{i}\omega/D_{\mathrm{b}}}h_{\mathrm{c}}}}\right) = P'_{\mathrm{pore}}(\omega, z) & \overline{P_{\mathrm{c}}}\text{条件下}, \end{cases} \tag{21b}$$

上式可进一步得到

$$\begin{cases} P_p + \left(\overline{P_{\mathrm{c}}^{\kappa_r=0}} - P_p\right)\cosh\left(\sqrt{\mathrm{i}\omega/D_{\mathrm{b}}}z\right) = P_{\mathrm{pore}}(\omega, z) & \overline{P_{\mathrm{c}}^{\kappa_r=0}}\text{条件下}, \\ P_p + (\overline{P_{\mathrm{c}}} - P_p)\cosh\left(\sqrt{\mathrm{i}\omega/D_{\mathrm{b}}}z\right) = P'_{\mathrm{pore}}(\omega, z) & \overline{P_{\mathrm{c}}}\text{条件下}, \end{cases} \tag{22b}$$

而 $\overline{P_{\mathrm{c}}}$ 和 $\overline{P_{\mathrm{c}}^{\kappa_r=0}}$ 满足 (13) 式, $K_{\mathrm{f}}\dfrac{[U_z^{\mathrm{s}}]}{h_{\mathrm{c}}}$ 其本质是在垂直于裂纹面方向上入射波扰动下, 在裂纹边界法向方向位移导致的流体压力变化值. 比较 (22b) 式及 (13) 式可得

$$D'_{\mathrm{b}} = \frac{\mathrm{i}\omega}{\operatorname{arcosh}^2\left[f\cosh\left(\sqrt{\dfrac{\mathrm{i}\omega}{D_{\mathrm{b}}}}\right)\right]}, \tag{23}$$

其中

$$f = \left[1 - \frac{2J_1(\lambda R)}{\lambda R J_0(\lambda R)}\right]. \tag{24}$$

在新动态边界条件下得到的背景孔隙压力解等效于在原边界条件下等效扩散系数为 D'_{b} 时得到的压力值, 把等效扩散系数代入等效模量公式便可得同时考虑两个方向渗流时裂纹孔隙介质的等效弹性参数.

4 数值计算与讨论

在对模型进行计算时用到的参数如下: $K^{\mathrm{s}} = 60.3$ GPa, $K^{\mathrm{f}} = 2.2$ GPa, $K_{\mathrm{b}}^{\mathrm{dry}} = 45.0$ GPa, $\varphi_{\mathrm{b}} = 0.20$, $\kappa_{\mathrm{b}} = 75\times10^{-15}$ m^2, $H = 0.3$ m, $\rho_{\mathrm{s}} = 3050.0$ kg/m^3, $\rho_{\mathrm{f}} = 990.0$ kg/m^3, $\eta = 0.003$ Pa·s, $F_{\mathrm{c}} = 0.7$.

图 2 描述了在不同裂纹厚度条件下 P 波的频散关系. 图中曲线说明随着裂纹厚度的增加, 频散朝低频方向微弱移动 (低频区域), 并且随着裂纹厚度的增加, 频散曲线变得平缓 (斜率变小), 说明衰减值在减小, 这对应于图 3 (a) 的衰减曲线中第一峰值随着裂纹的增加向低频微弱移动, 并且峰值在减小. 当裂纹厚度到达一定程度时, 将出现第二速度变化区间, 由裂纹内流体压力平衡特征频率控制, 对应于衰减曲线, 此时将出现第二衰减峰值. 此时, 裂纹内流体运动作用明显. 在低频极限和高频极限时各曲线的频散特征一致. 可以看出, 频散曲线和下面将要分析的衰减曲线在物理解释上能完全对应. 图中点画线为不考虑各向异性渗流条件下的频散曲线, 发现频散幅度更大, 且整体往低频段移动. 这是因为当只考虑裂纹垂线上的局部流时, 压力平衡方向单一, 流体都流向垂直于裂缝面方向上的周边孔隙中, 而在裂纹垂线方向上具有小的特征频率. 在低频段, 速度值明显变小, 因为此时频率更加接近垂向流体压力平衡特征频率, 流体流动的弱化介质刚度效应体现最为明显, 等效介质模量变小.

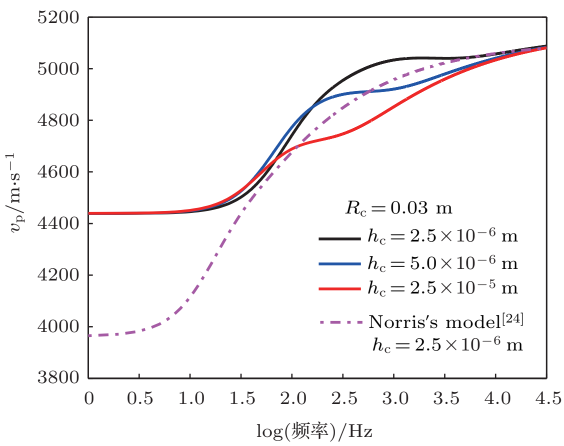

图 2 (网刊彩色) 同一裂纹半径不同厚度条件下弹性波的衰减频率依赖关系

图 3 (a) 表示在同一裂纹半径及不同厚度条件下, 弹性波衰减随频率变化的特征. 从图中可以看出, 在裂纹厚度比较小时, 波的衰减峰值较大, 衰减主要由流体在背景介质中的流动所致, 而且此时流体压力在弹性波扰动下在裂纹内和背景介质内对应的压力平衡时间相近, 两部分衰减变化曲线叠加部分较多. 随着裂纹厚度的增加, 衰减曲线顶端 (峰值附近) 变平缓, 两个峰值被拉开, 第一峰值微弱向低频移动, 同时导致第二峰值的出现, 并随厚度的增加而增加. 这是由于裂纹厚度的增加, 导致在裂

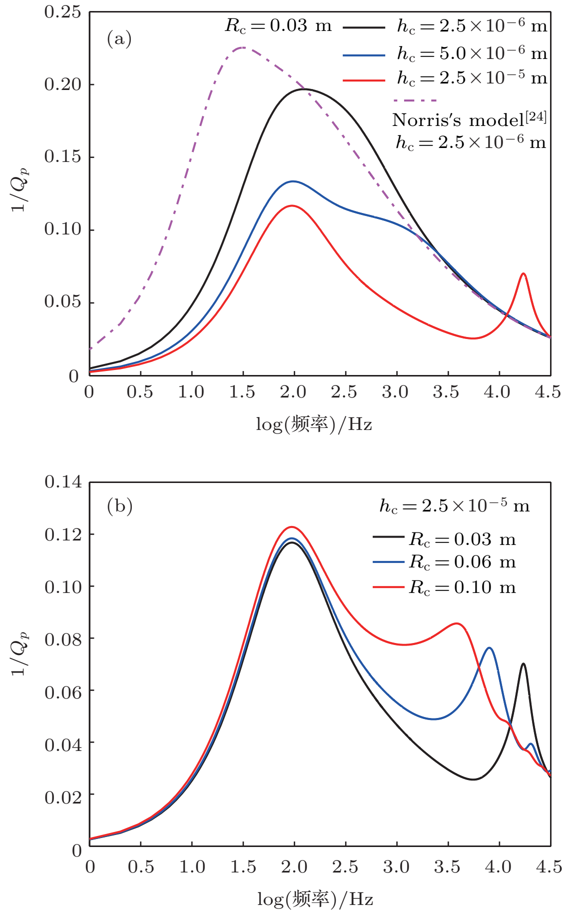

图3 (网刊彩色) (a) 同一裂纹半径不同厚度条件下弹性波的衰减频率依赖关系; (b) 同一裂纹厚度不同半径条件下弹性波的衰减频率依赖关系

纹内流体运动量增加, 相应的特征频率变高, 裂纹内衰减贡献值变大. 在弹性波周期内, 背景介质总流通量被裂纹"夺走", 导致第一衰减峰值变小. 图中点画线为不考虑各向异性渗流条件下的衰减曲线, 它完全对应于频散曲线, 原始单一方向渗流模型具有更大的衰减峰值, 而且频率往低频平移, 这和频散曲线原因一致. 可以发现, 峰值对应的特征频率可由(19)式很好地解释, 但由于该方向上的流体压力平衡过程是个耦合系统, 受到裂纹内垂向方向的具有更大特征频率流动响应的影响, 所以微小于(19)式的值. 各向异性渗流条件下, 由于流体流动的"重新分配", 各个部分具有不同的特征频率及流体流量(截面积), 各衰减背景被分散, 导致峰值的下降. 图3(b)表示在同一裂纹厚度及不同半径条件下, 弹性波衰减随频率变化的特征. 同样可以看出, 裂纹半径参数对波的衰减有影响. 在出现第二衰减峰值后, 随着裂纹半径的增加, 第二峰值变大, 而且往低频方向移动, 因为流体压力梯度在裂纹内所需的平衡时间随半径增加而增大, 同时裂纹半径的增加导致裂纹体积变大, 流体平衡时流体的通过量变大, 衰减值相应变大.

以上分析说明, 波的衰减同时受到裂纹半径和厚度的影响, 其本质是流体在裂纹内沿裂纹面运动的两个特征频率变化的作用结果: 其一, 为裂纹内的流体的趋附效应, 即(5)式动态渗透率的变化; 其二, 流体在半径方向上的压力平衡时间, 即(13)式中的参数λR的变化. 从衰减曲线中可以看出, 从裂纹特征频率角度分析, 裂纹厚度与半径有着相反的作用; 裂纹渗透率随裂纹厚度增加而增加, 导致裂纹内特征频率的升高; 而半径的增加使得特征频率下降, 这完全类似于(19)式所对应的介质渗透率和非均匀尺度的关系.

5 结 论

本文通过分析流体在裂纹内动态流动情况, 并基于等间距孔隙裂纹等效介质理论, 得到同时考虑两个相互正交方向上喷射流的裂纹孔隙模型. 当背景介质渗透率一定时, 在某一频段内, 裂纹的连通性情况(裂纹厚度)将改变波的衰减频率依赖关系, 随着裂纹厚度的增加, 衰减值明显减小, 且峰值往低频微弱移动. 同时衰减曲线在高频段出现第二峰值, 它由裂纹内流体运动导致. 随着半径的增加, 第二峰值变大, 且往低频移动. 所有曲线在低频和高频极限衰减变化完全一致, 介质此时表现为完全弹性. 在一定频段内, 当了解背景介质渗透率情况下, 可以用本理论有效地预测裂纹的连通性情况.

参考文献

[1] Quintal B 2012 *J. Appl. Geophys.* **82** 119
[2] Gurevich B, Osypov K, Ciz R, Makarynska D 2008 *Geophysics* **73** E115
[3] Biot M 1956 *J. Acoust. Soc. Am.* **28** 168
[4] Biot M 1956 *J. Acoust. Soc. Am.* **28** 179
[5] Biot M 1962 *J. Appl. Phys.* **33** 1482
[6] Zhao H B, Wang X M, Chen H 2006 *Chin. Phys.* **15** 2819
[7] Müller T M, Gurevich B, Lebedev M 2010 *Geophysics* **75** A147
[8] Picotti S, Carcione J M, Rubino J M, Santos J E 2007 *Geophysics* **72** N11
[9] Gurevich B 2002 *Geophysics* **67** 264
[10] White J E 1975 *Geophysics* **40** 224
[11] Crampin S 1984 *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.* **76** 135
[12] Dvorkin J, Nur A 1993 *Geophysics* **58** 524
[13] Gassmann F 1951 *Viertel. Naturforsch. Ges. Zürich.* **96** 1
[14] Chapman M 2001 *Ph. D. Dissertation* (Edinburgh: University of Edinburgh)

[15] Song Y J, Hu H S 2013 *Acta Mech. Sin.* **45** 395 (in Chinese)[宋永佳, 胡恒山 2013 力学学报 **45** 395]

[16] Cui Z W, Wang K X, Cao Z L, Hu H S 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3083 (in Chinese)[崔志文, 王克协, 曹正良, 胡恒山 2004 物理学报 **53** 3083]

[17] Tang X M 2011 *Sci. China D: Earth Sci.* **41** 784 (in Chinese)[唐晓明 2011 中国科学 **41** 784]

[18] Chapman M 2003 *Geophys. Prospect.* **51** 369

[19] Hudson J A, Liu E R, Crampin S 1996 *Geophys. J. Internat.* **124** 105

[20] Pride S R, Berryman J G 2003 *Phys. Rev. E* **68** 036603

[21] Pride S R, Berryman J G 2003 *Phys. Rev. E* **68** 036604

[22] Gurevich B, Brajanovski M, MüllerT M, Galvin R J, Stewart T J 2009 *Geophys. Prospect.* **57** 225

[23] Lambert G, Gurevich B, Brajanovski M 2006 *Geophysics* **71** N41

[24] Norris A N 1993 *J. Acoust. Soc. Am.* **94** 359

[25] Johnson D L, Koplik J, Dashen R 1987 *J. Fluid. Mech.* **176** 379

[26] Snow D T 1969 *Water. Resour. Res.* **5** 1273

[27] MüllerT M, Rothert E 2006 *Geophys. Res. Lett.* **33** L16305

Elastic wave propagation characteristics under anisotropic squirt-flow condition*

Wang Ding[1)2)†] Zhang Mei-Gen[1)]

1) (*Key Laboratory of Petroleum Resources Research, Institute of Geology and Geophysics, the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China*)

2) (*University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

(Received 21 August 2013; revised manuscript received 16 December 2013)

Abstract

A theoretical model of elastic wave propagation in a cracked porous medium is developed in this paper. When elastic wave propagates through the cracked porous medium, the different physical properties and geometries in different pores structures lead to the fluid pressure gradient in cracks and between cracks and pores. The squirt-flow will take place in two mutually-perpendicular directions, thus, it has anisotropic characteristic. The wave respond contains the crack and background medium permeability information simultaneously. Owing to the fluid dynamic flow process, the effective elastic modulus is complex and frequency-dependent. When the wave frequencies are in high and low limit, the porous medium is elastic. The wave attenuation is obvious and the attenuation is frequency-dependent in the middle frequency region. The anisotropic permeability corresponding to anisotropic characteristic times in the cracked porous medium causes the wave propagation to be affected by the crack connectivity. There appears a second attenuation peak for larger thickness value of crack, meanwhile, and the peak of attenuation is influenced by the thickness value and radius of crack.

Keywords: porous media, poroelasticity, wave propagation, anisotropy

PACS: 91.30.Cd, 91.60.Lj, 91.60.Qr, 91.65.My **DOI:** 10.7498/aps.63.069101

* Project supported by the National Science and Technology Major Project of the Ministry of Science and Technology of China (Grant No. 2011ZX05035-002-003HZ) and the National Special Fund for the Development of Major Research Equipment and Instruments of the National Natural Science Fundation of China (Grant No. ZDYZ2012-1-06).

† Corresponding author. E-mail: wdgeophysics@gmail.com