

基于双重傅里叶级数的混沌SPWM 频谱量化分析*

刘永迪¹⁾ 李虹^{1)†} 张波²⁾ 郑琼林¹⁾ 游小杰¹⁾

1) (北京交通大学电气工程学院, 北京 100044)

2) (华南理工大学电力学院, 广州 510640)

(2013年11月28日收到; 2013年12月18日收到修改稿)

混沌SPWM控制因其可以有效地降低变换器的电磁干扰而得到越来越多的关注, 目前对于电磁干扰效果的分析主要以仿真和实验为主, 缺乏一种量化的分析方法. 本文利用双重傅里叶级数的方法, 首先给出了多周期及准随机SPWM的频谱量化表达式, 并且针对多周期SPWM进行了频谱计算与仿真的对比验证, 然后本文将此计算方法拓展应用到混沌SPWM中, 并分析了混沌频谱计算的可行性. 为了验证不同映射及不同载波周期波动范围对频谱的影响, 文中选择了常用的Tent和Chebyshev映射分别进行了对比实验, 实验结果表明, 载波周期波动范围对扩频效果具有较大的影响, 而且从长期看, 混沌序列的分布概率密度会影响扩频的效果, 从短期来看, 序列的初始值选取也会对扩频效果有较大影响. 本文的频谱分析方法对混沌SPWM抑制电磁干扰原理提供了一定的理论基础, 而且可以为其工程实践提供设计参考.

关键词: 准随机SPWM, 双重傅里叶级数, 混沌SPWM, 频谱量化

PACS: 05.45.Gg, 05.45.Tp

DOI: 10.7498/aps.63.070503

1 引言

脉宽调制(PWM)技术是现代电力电子变换器应用最广的调制技术, 它兼具调频、调压、动态响应速度快、消除低次谐波等优点^[1]. 但是, PWM模式下, 开关器件的高频动作所带来的高频谐波也越来越引起人们的关注, 并且进行了大量的频谱计算来分析此模式下的谐波分布情况^[2]. 为了满足PWM模式下系统的电磁兼容要求, 近年来研究人员提出了多种解决方案, 如消除固定谐波的PWM、随机PWM、软开关技术等方法^[3-5]. 混沌PWM也是基于抑制变换器电磁干扰而提出的一种新的调制方式, 由于其在电磁干扰抑制方面具有显著效果, 并且具有方便易实现、不会增加额外成本等优点, 因

此, 在近几年混沌PWM得到越来越多的研究和应用^[6-10].

混沌PWM实质上是一种扩频技术, 它从改变谐波的频谱分布入手, 使谐波均匀的分布在较宽的频带范围内, 谐波峰值就能被有效地抑制, 从而达到抑制噪声和提高电磁兼容性的目的, 虽然大量的实验和仿真已经证明了混沌PWM对变换器高频谐波的抑制作用^[11,12], 但是对于混沌PWM的理论分析特别是混沌频谱的量化计算还很缺乏. 近年来, 很多学者也通过傅里叶变换、小波分析、统计学理论等方法对混沌PWM波形进行了一些分析, 并且取得了一些成果^[13-15], 例如在文献^[13]中, 通过小波变换理论对混沌PWM驱动脉冲的时频能量分布及其边缘特性给出了定性分析和验证; 文献^[15]基于统计学的原理对混沌PWM的概率密度函

* 国家自然科学基金青年科学基金(批准号: 51007004)、国家自然科学基金重点项目(批准号: 50937001)、中央高校基本科研业务费(批准号: 2012JBM096)、北京高等学校青年英才计划项目(批准号: YETP0569)和北京市自然科学基金(批准号: 3142015)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: lihongqyb@hotmail.com

数和功率谱密度进行了分析, 宏观上得出了一些混沌 PWM 抑制 EMI 的特性. 但是, 由于混沌信号的复杂性, 对于采用混沌 PWM 调制时具体的谐波频谱分布计算方法尚无提及, 尤其是能对其低频及高频段频谱均能做出准确量化的频谱计算方法尚无报道. 文献中给出的频谱分析结果仍然是基于软件仿真工具, 缺乏具体、可行的频谱计算方法, 这也阻碍了混沌 PWM 方法在工程实践中进一步推广应用.

本文根据目前的研究现状, 基于双重傅里叶级数为混沌 SPWM 的频谱提出了一种新的量化方法, 来准确计算和量化短期的混沌频谱特性, 并进一步为混沌 SPWM 的长期频谱特性给出预测, 这种量化分析方法对于不同映射及不同载波周期波动范围等变量对混沌频谱影响都可以给出具体的频谱特征分析结果. 本文运用双重傅里叶分析方法首先对多周期、准随机 SPWM 进行了频谱量化计算, 并通过仿真验证了本文的计算方法可以对准随机 SPWM 提供精确的频谱分析. 进而将这种方法推广到对混沌 SPWM 频谱的分析, 并且进行了相应的实验验证. 为了进一步研究混沌 SPWM 的频谱特性, 本文选用具有不同特征的 Chebyshev 映射和 Tent 映射进行了相应频谱的对比分析, 频谱计算结果与实验结果具有较好的一致性, 这将对混沌 SPWM 的实际应用具有一定的参考价值.

2 多周期及准随机 SPWM 频谱量化分析

2.1 双重傅里叶级数基础^[16]

双重傅里叶级数是 SPWM 频谱分析的传统方法, 文献^[16]给出了固定载波 SPWM 的频谱表达式, 它精确量化了输出脉冲的频谱特点. 在准随机 SPWM 中, 由于载波仍然是一个周期信号, 所以依然可以用双重傅里叶级数的方法分析.

按照双重傅里叶级数的原理, SPWM 输出波形 $U_o(t)$ 是关于如下两个周期时间变量的函数,

$$x(t) = \omega_c t + \theta_c, \quad (1)$$

$$y(t) = \omega_o t + \theta_o, \quad (2)$$

其中, ω_c 是载波的角频率, θ_c 是载波的初相角, ω_o 是基波 (正弦波) 的角频率, θ_o 是基波的初相角, 那

么 $U_o(x, y)$ 可以分解为

$$U_o(x, y) = \frac{A_{00}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \{A_{0n} \cos ny + B_{0n} \sin ny\} + \sum_{m=1}^{\infty} \{A_{m0} \cos mx + B_{m0} \sin mx\} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n \neq 0)}}^{\infty} \{A_{mn} \cos(mx + ny) + B_{mn} \sin(mx + ny)\} \quad (3)$$

所示傅里叶级数的形式, 式中各系数可以由

$$A_{mn} + jB_{mn} = \frac{1}{2\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x, y) e^{j(mx+ny)} dx dy \quad (4)$$

计算积分得到.

(3) 式中, 第一项表示直流偏置分量, 第二项为基带谐波分量 ($n = 1$ 时为基波分量), 第三项为载波谐波分量, 第四项表示边带谐波分量.

2.2 多周期及准随机 SPWM 的频谱计算

为简化建模计算过程, 本文以锯齿载波双极性 SPWM 作为研究分析的对象. 在 SPWM 控制中, 当载波为多周期信号或是准随机信号时, 如图 1(a) 所示, 假设每一个锯齿载波的周期为 T_i , 其中 $i = 1, 2, 3, \dots, p$, 则整个载波的大周期 $T_c = \sum_{i=1}^p T_i$, 故此时 (1) 式中 $\omega_c = 2\pi/T_c$. 以 $x = \omega_c t$ 为横坐标, 则载波的周期转化为 2π , 如图 1(b) 所示. 由载波 u_c 和正弦波 u_o 的比较可以得到, 双极性 SPWM 输出波形 $U_o(t)$ 的数学表达为

$$U_o(t) = \begin{cases} +E_d, & u_o > u_c, \\ -E_d, & u_o < u_c, \end{cases} \quad (5)$$

其中, E_d 表示输出脉冲的幅值. 在傅里叶分解过程中, 将输出 SPWM 波形向上平移 E_d 得到 $U'_o(t)$, 如图 1(c), 这样可以大大简化傅里叶系数积分计算过程, 而只是在最后结果中引入了直流偏置 E_d .

为了对脉冲波形进行傅里叶分解, 本文按照如下步骤进行了建模计算^[17]:

(i) 建立载波和正弦波的数学表达

1) 正弦波的数学表达式为

$$f_o(t) = M \cos(\omega_o t + \theta_o) = M \cos y, \quad (6)$$

其中, M 为调制比.

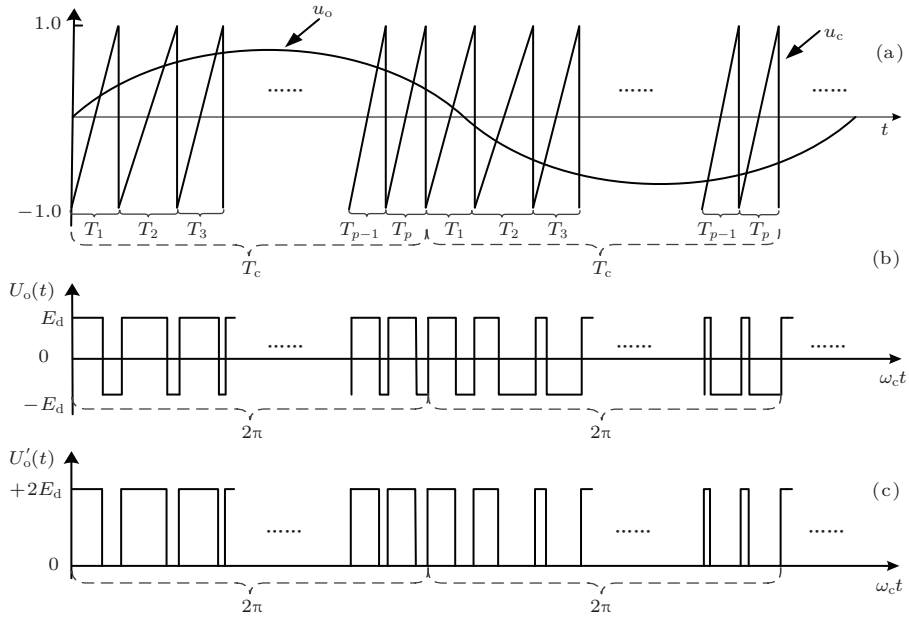


图1 多周期及准随机 SPWM 调制波形

2) 第 k 个锯齿载波 (在载波大周期 T_c 内) 的表达式为

$$y = \frac{2}{T_k} \left(t - \sum_{j=1}^{k-1} T_j - \frac{T_k}{2} \right) = \frac{1}{\pi \lambda_k} x - \frac{2}{\lambda_k} \sum_{j=1}^{k-1} \lambda_j - 1. \quad (7)$$

(ii) 开关时刻求解

根据上述载波和调制波的表达式, 可以确定在 T_c 内器件的第 k 次开关的时刻可以被如下定义:

1) $U'_o(t)$ 从 0 变到 $2E_d$:

$$x_{kon} = 2\pi \sum_{j=1}^{k-1} \lambda_j, \quad k = 1, 2, 3, \dots, p. \quad (8)$$

2) $U'_o(t)$ 从 $2E_d$ 变到 0:

$$\frac{1}{\pi \lambda_k} x - \frac{2}{\lambda_k} \sum_{j=1}^{k-1} \lambda_j - 1 = M \cos y \Rightarrow x_{koff} = \pi \lambda_k \left(M \cos y + 1 + \frac{2}{\lambda_k} \sum_{j=1}^{k-1} \lambda_j \right), \quad k = 1, 2, 3, \dots, p. \quad (9)$$

(iii) 傅里叶系数求解

由傅里叶级数系数的求解 (4) 式, 可以求得如下结果:

1) 直流分量

$$A_{00}(p) + jB_{00}(p)$$

$$= \frac{1}{2\pi^2} \sum_{k=1}^p \int_{-\pi}^{\pi} \int_{x_{kon}}^{x_{koff}} 2E_d dx dy = 2E_d. \quad (10)$$

2) 基波 ($n = 1$ 时) 及基带谐波分量

$$A_{0n}(p) + jB_{0n}(p) = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{k=1}^p \int_{-\pi}^{\pi} \int_{x_{kon}}^{x_{koff}} 2E_d e^{jn y} dx dy = \frac{E_d}{\pi} \left\{ \left[\int_{-\pi}^{\pi} M \cos y (\cos n y + j \sin n y) dy \right] + \left(\frac{e^{jn\pi} - e^{-jn\pi}}{jn} \right) \right\}, \quad (11)$$

上式中, 根据三角函数性质可知, 当 $n \geq 2$ 时, 大括号里面的积分项为零; 同时, 根据欧拉公式可知, 对于所有 $n, n = 1, 2, 3, \dots$, 大括号中第二项均为零, 因此可得

$$A_{01}(p) + jB_{01}(p) = E_d M, \quad A_{0n}(p) + jB_{0n}(p) = 0, \quad n \geq 2. \quad (12)$$

3) 载波谐波分量

$$A_{m0}(p) + jB_{m0}(p) = \frac{1}{2\pi^2} \sum_{k=1}^p \int_{-\pi}^{\pi} \int_{x_{kon}}^{x_{koff}} 2E_d e^{jm x} dx dy, \quad (13)$$

进一步简化可以得到

$$A_{m0}(p) = \frac{A}{m} \sum_{k=1}^p \{ -(\sin m\pi \Delta_{k-1}) \}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sin[m\pi(\lambda_k + \Delta_{k-1})]J_0(m\pi M\lambda_k)\}, \\
 & B_{m0}(p) \\
 = & \frac{A}{m} \sum_{k=1}^p \{ \cos m\pi\Delta_{k-1} \\
 & - \cos[m\pi(\lambda_k + \Delta_{k-1})]J_0(m\pi M\lambda_k)\}. \quad (14)
 \end{aligned}$$

4) 边带谐波分量

$$\begin{aligned}
 & A_{mn}(p) + jB_{mn}(p) \\
 = & \frac{1}{2\pi^2} \sum_{k=1}^p \int_{-\pi}^{\pi} \int_{x_{kon}}^{x_{koff}} 2E_d e^{j(mx+ny)} dx dy, \quad (15)
 \end{aligned}$$

进一步简化可得

$$\begin{aligned}
 & A_{mn}(p) \\
 = & \frac{A}{m} \left\{ \left[\sum_{k=1}^p \cos m\pi(\lambda_k + \Delta_{k-1}) J_n(m\pi\lambda_k M) \right] \right. \\
 & \times \sin n\frac{\pi}{2} + \left[\sum_{k=1}^p \sin m\pi(\lambda_k + \Delta_{k-1}) \right. \\
 & \left. \left. \times J_n(m\pi\lambda_k M) \right] \cos n\frac{\pi}{2} \right\}, \\
 & B_{mn}(p) \\
 = & \frac{A}{m} \left\{ \left[\sum_{k=1}^p \sin m\pi(\lambda_k + \Delta_{k-1}) J_n(m\pi\lambda_k M) \right] \right. \\
 & \times \sin n\frac{\pi}{2} - \left[\sum_{k=1}^p \cos m\pi(\lambda_k + \Delta_{k-1}) \right. \\
 & \left. \left. \times J_n(m\pi\lambda_k M) \right] \cos n\frac{\pi}{2} \right\}. \quad (16)
 \end{aligned}$$

上述求解过程的表达式中, $\lambda_i = T_i/T_c$, $A = 2E_d/\pi$, $\Delta_{k-1} = 2\sum_{j=0}^{k-1} \lambda_j$, $\lambda_0 = 0$.

(iv) 写出傅里叶级数

将计算结果(10), (12), (14), (16)式代入傅里叶级数表达式(3)即可得到 $U_o(t)$ 的傅里叶级数形式, 相应 $U_o(t)$ 的傅里叶级数形式略掉直流分量即可.

2.3 仿真实验

为验证本文对多周期SPWM频谱计算的正确性, 文中以全桥逆变电路为例, 主电路如图2所示, 并按照表1所示参数进行了相应的Simulink仿真和基于本文提出方法的频谱量化结果对比.

图3所示为固定载波周期SPWM输出波形基于Simulink的频谱仿真结果和基于本文计算方法的频谱计算结果, 其中横坐标为频率, 纵坐标为各分量相对于基波的百分比. 图3表明, 计算与仿真分析结果完全对应, 谐波主要集中在开关频率1000 Hz($f_c = 1/0.001$)及其整数倍附近, 这与参考文献的分析结果是一致的[1,2].

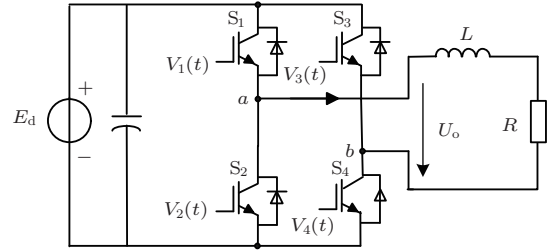


图2 全桥逆变主电路

表1 仿真电路主要参数

参数	T_i/s	T_c/s	E_d/V	M
$p = 1$	0.001	0.001	100	0.8
$p = 2$	0.008, 0.0012	0.002	100	0.8
$p = 7$	0.0007, 0.0008, 0.0009, 0.001, 0.0011, 0.0012, 0.0013	0.007	100	0.8

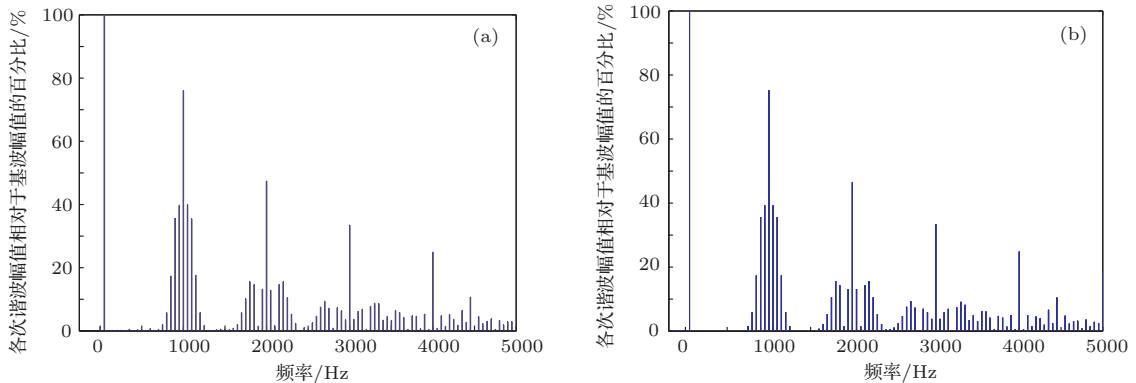


图3 常规SPWM频谱仿真结果与计算结果 (a) 输出 $U_o(t)$ 频谱仿真结果($p = 1$); (b) 输出 $U_o(t)$ 频谱计算结果($p = 1$)

图4所示为2周期扩频SPWM输出波形的频谱分析结果,其中图4(a)所示仿真结果与图4(b)所示计算结果十分符合,并且与固定载波周期SPWM模式下的频谱相比,多周期SPWM有明显的扩频效果,谐波分布在载波大周期 T_c 所确定的频率500 Hz($f_c = 1/0.002$)及其整数倍附近处。

从上述举例来看,在这两种情况下,本文提出的计算方法可以和软件仿真得到相同的结果,这证明了本文计算方法的正确性和有效性。但是随着载波周期变化的多样化,仿真软件的准确性却在降低,因为仿真FFT分析是基于离散采样进行傅里叶分析的,存在频率分辨率的限制,在有限采样周

期下,很难得到准确的分析结果。而本文提出的频谱计算方法是通过对数学建模得到的解析表达式,故不存在频率分辨率的问题,可以得到准确的频谱分布结果。

图5(a)—(c)为Simulink仿真频谱分析中取不同数据窗口长度时得到的不同结果,从中可以看出此时仿真分析结果随数据窗口的变化而变化,不能得到一个确定的结果,只能大体反应频谱特点,原因是此时7周期SPWM的载波频率为1000/7 Hz,而仿真不能达到这个频率分辨率。图5(d)展示了由本文计算方法得到的精确的频谱分析结果。

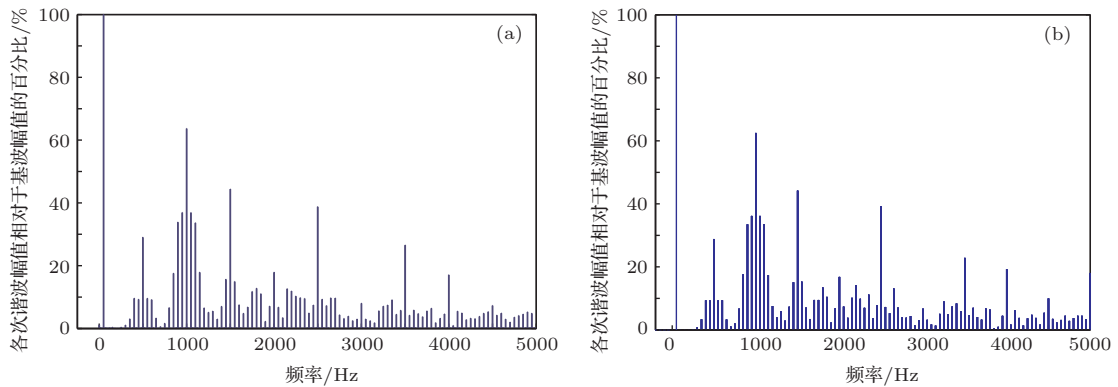


图4 2周期SPWM频谱仿真结果与计算结果 (a) 输出 $U_o(t)$ 频谱仿真结果($p = 2$); (b) 输出 $U_o(t)$ 频谱计算结果($p = 2$)

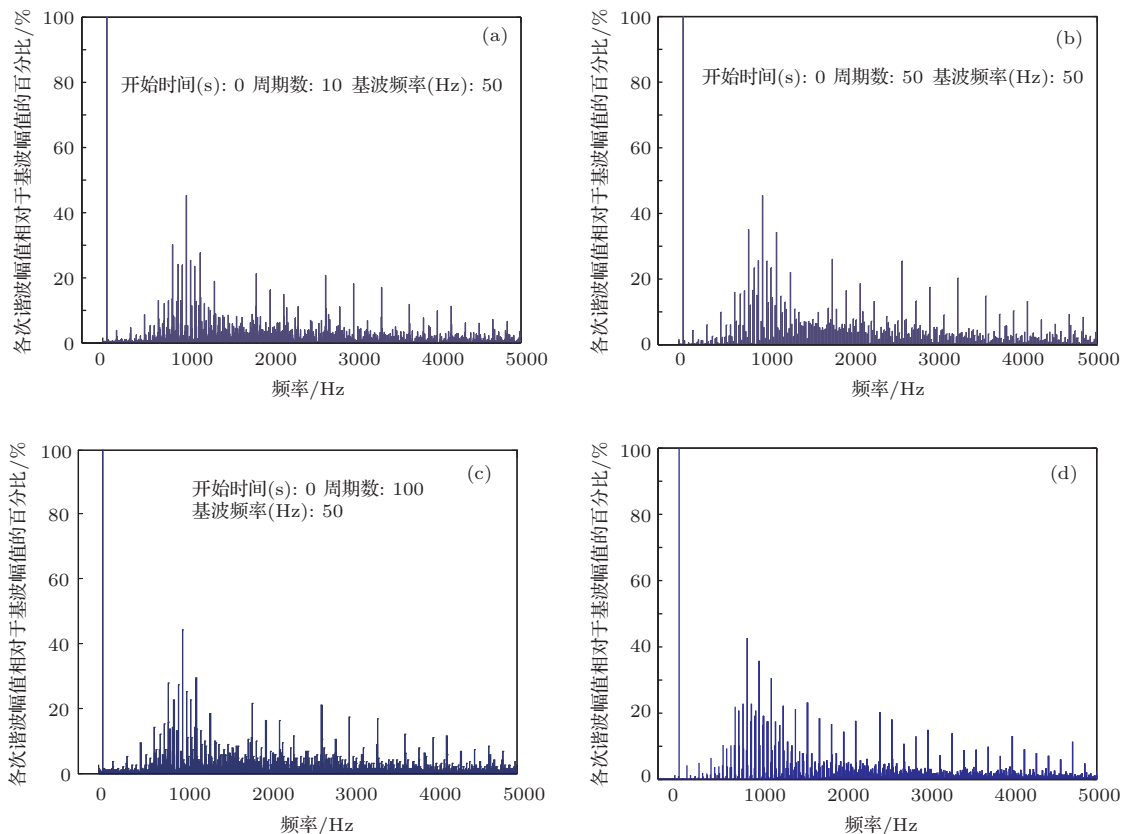


图5 7周期SPWM频谱仿真结果与计算结果 (a) 输出 $U_o(t)$ 频谱仿真结果($p = 7, 10$ cycle); (b) 输出 $U_o(t)$ 频谱仿真结果($p = 7, 50$ cycle); (c) 输出 $U_o(t)$ 频谱仿真结果($p = 7, 100$ cycle); (d) 输出 $U_o(t)$ 频谱计算结果($p = 7$)

从上面所示三组准随机SPWM的频谱分析结果可以看出, 本文所推导的傅里叶级数表达式可以准确的描述多周期及准随机SPWM的输出波形频谱, 而且从频谱分布特点可以看出多周期及准随机SPWM下的频谱分布与载波大周期 T_c 有密切的关联.

在混沌SPWM控制中, 从短期来看, 载波周期是基于混沌序列的准随机信号, 因此可以将本文的计算方法拓展应用到混沌SPWM 频谱分析中.

3 混沌SPWM频谱分析

3.1 混沌SPWM的实现

混沌SPWM模下载波周期的变化表达式为

$$T_i = T_r + \Delta T \cdot x(i), \quad i = 1, 2, 3, \dots, \infty, \quad (17)$$

其中 T_i 是第 i 个载波的周期, T_r 是载波基准开关周期, ΔT 是载波周期波动范围, $x(i)$ 是混沌序列, $x(i) \in [-1, 1]$, 即在基准开关周期的基础上叠加一个混沌扰动, 这样就实现了载波周期在一定范围内混沌变化^[18].

表2 仿真电路主要参数

参数	T_r/s	ΔT	T_c/s	E_d/V	M
$p = 400$	0.001	$0.05T_r$	0.4	100	0.8
$p = 400$	0.001	$0.05T_r$	0.4	100	0.8

由于混沌信号具有一定的随机性和初值敏感性等特殊性质, 要在无限长时间窗内对其有一个精确的频谱分析是相当困难的, 而且电磁干扰分析也是重点关注于频谱的实时特性^[14]. 本文将准随机SPWM的频谱计算方法应用于混沌SPWM的频谱计算中就是将载波周期看作基于混沌序列的准随机信号来分析的, 即(17)式中载波的周期变化个数 i 不是无穷尽的而是一个有限数值 p , 在下面基于

混沌SPWM的频谱分析中假设 $p = 400$. 同时, 为了验证载波周期波动范围 ΔT 及不同映射对混沌SPWM的频谱影响进行了如下两组对比试验. 其中主要参数的设置如表2所示.

3.2 基于Tent映射的混沌SPWM频谱分析

Tent映射是常用的一种混沌映射, 它是分段线性的一维映射, 且具有均匀的不变分布密度, 表达式为

$$x(i+1) = \mu[1 - 2|x(i) - 0.5|], \quad i = 1, 2, 3, \dots, \quad x(i) \in (0, 1), \quad (18)$$

其中, $\mu < 0.5$ 时Tent映射是非混沌的, 当 $\mu > 0.5$ 时, 映射具有正的Lyapunov指数, 开始进入混沌态, 图6所示为Tent映射的分岔图, 描绘了其由周期分岔到混沌的过程^[19].

当 $\mu = 1$ 时Tent映射在 $(0, 1)$ 范围内为满映射, 具有遍历性, 从图6(b)所示映射的概率密度图可以看出, Tent映射概率密度在各处相等, 在个点具有相同的出现概率. Tent序列中取 $\mu = 0.999$, $x(1) = 0.3$.

(i) $\Delta T = 0.05T_r$

图7所示为 $\Delta T = 0.05T_r$ 时, 基于Tent映射的混沌SPWM控制输出波形的频谱分析结果, 图7(a)为按照本文计算方法得到的 $U_o(t)$ 的傅里叶分析结果, (b)为实验中驱动脉冲 $V_1(t)$ 的FFT分析结果, 对于双极性SPWM来说, $V_1(t)$ 与 $U_o(t)$ 具有形同的谐波分布, 只是幅值大小不同, 实验中用示波器观测的FFT分析, 纵坐标为线性均方根值. 从图7可以看出, 此条件下本文的计算结果与实验能较好的对应, 且相比于实验中通过波形采样FFT

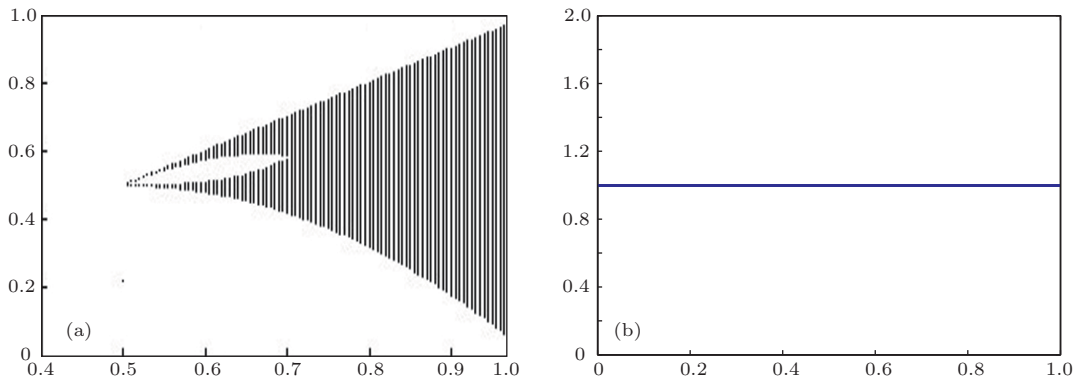


图6 Tent映射分岔图及概率密度曲线 (a) 分岔图; (b) 概率密度曲线

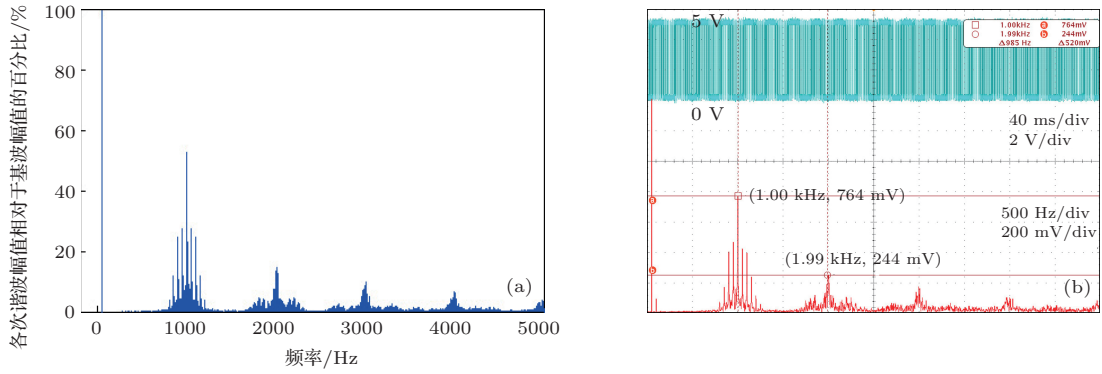


图7 基于 Tent 映射的混沌 SPWM 频谱分析 ($\Delta T = 0.05T_r$) (a) 输出波形 $U_o(t)$ 频谱计算分析结果; (b) 驱动波形 $V_1(t)$ 实验频谱分析结果

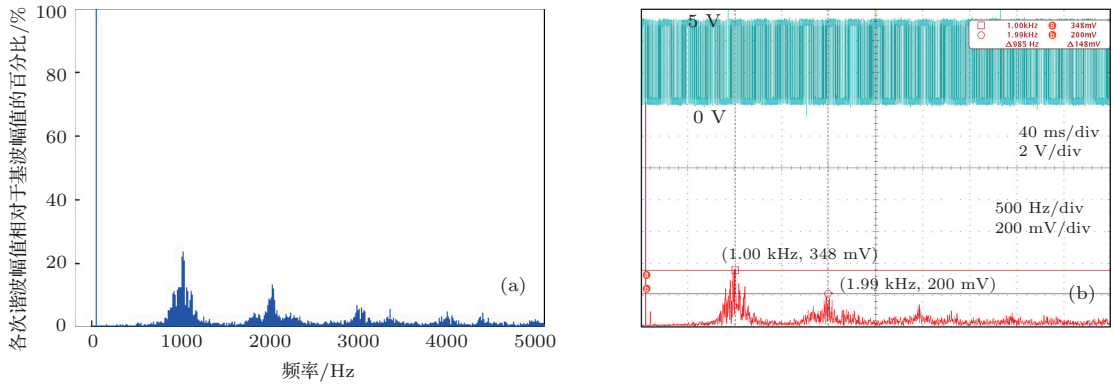


图8 基于 Tent 映射的混沌 SPWM 频谱分析 ($\Delta T = 0.1T_r$) (a) 输出波形 $U_o(t)$ 频谱计算分析结果; (b) 驱动波形 $V_1(t)$ 实验频谱分析结果

分析, 本文的计算能更精确地描述此时的频谱特性, 不存在频谱泄露、受分析窗口限制等影响. 同时, 从频谱分布特点来看, 谐波峰值主要出现在以基准开关周期所确定的开关频率及其整数倍处, 但与图 3 所示常规 PWM 相比峰值有很大的降低.

(ii) $\Delta T = 0.1T_r$

增大混沌载波的周期波动范围, 图 8 所示为当 $\Delta T = 0.1T_r$ 时输出波形的频谱分析结果, 其中 (a) 为 $U_o(t)$ 频谱计算结果, (b) 为实验驱动脉冲 $V_1(t)$ 的 FFT 分析结果, 对应性较好, 且与图 7 相比, 随着混沌载波的周期波动范围的增加, 混沌 SPWM 扩频效果增强, 谐波峰值进一步降低.

3.3 基于 Chebyshev 映射的混沌 SPWM 频谱分析

Chebyshev 映射的表达式为

$$x(i+1) = \cos[w \cdot \arccos x(i)], \quad (19)$$

其中, $i = 1, 2, 3, \dots$, $x(i) \in (-1, 1)$, w 为 Chebyshev 映射的阶数, 当 w 不小于 2 时, 映射具有正的 Lyapunov 指数, 系统进入混沌状态, 图 9 (a) 展示了 Chebyshev 映射的分岔图, 从图中可以看出映射处

于混沌状态时 $x(i) \in (-1, 1)$, 且从图 9 (b) 可以看出, Chebyshev 映射的概率密度分布函数 $\rho(x)$ 是关于 $x = 0$ 呈偶对称, 且在两端概率密度增大 [20].

将 Chebyshev 序列代入 (17) 式所定义的载波周期表达式, 并取 $w = 2$, $x(1) = 0.3$, 其余参数与表 2 中所示相同.

(i) $\Delta T = 0.05T_r$

图 10 所示为 $\Delta T = 0.05T_r$ 时, 基于 Chebyshev 映射的混沌 SPWM 控制输出波形的频谱分析结果, 其中 (a) 为 $U_o(t)$ 频谱计算结果, (b) 为实验驱动脉冲 $V_1(t)$ 的频谱分析结果, 与图 8 相比, 在相同的载波周期波动范围条件下, 基于 Chebyshev 映射的混沌 SPWM 的扩频效果要优越于基于 Tent 映射的混沌 SPWM 的扩频效果, 基准开关频率及其倍数处的谐波峰值有更多的降低.

(ii) $\Delta T = 0.1T_r$

在相同的条件下, 增大载波周期波动范围至 $\Delta T = 0.1T_r$ 时输出波形的频谱分析结果如图 11, 计算与实验的结果比较吻合. 同时, 与同参数条件下的图 10 相比, 基于 Chebyshev 映射的混沌 SPWM 的扩频效果比基于 Tent 映射下的效果要好.

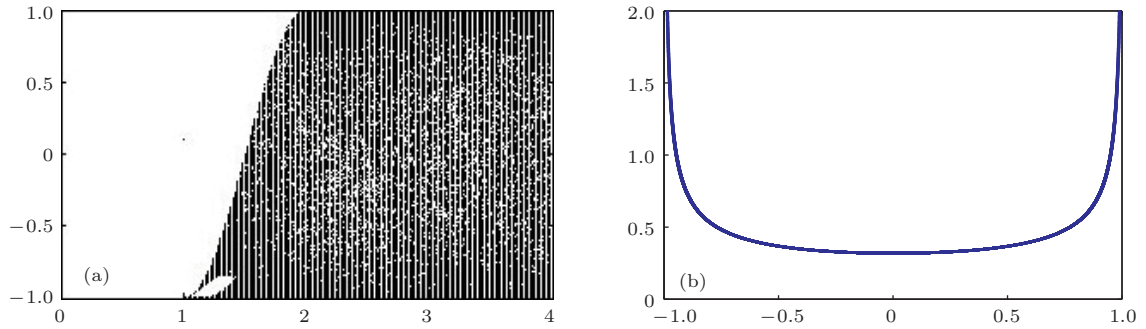


图9 Chebyshev映射分岔图及概率密度曲线 (a) 分岔图; (b) 概率密度曲线

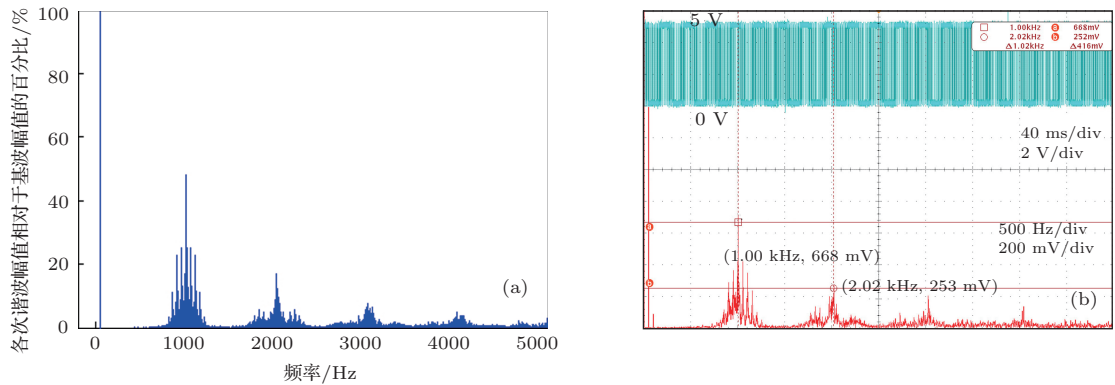


图10 基于Chebyshev映射的混沌SPWM频谱分析 ($\Delta T = 0.05T_r$) (a) 输出波形 $U_o(t)$ 频谱计算分析结果; (b) 驱动波形 $V_1(t)$ 实验频谱分析结果

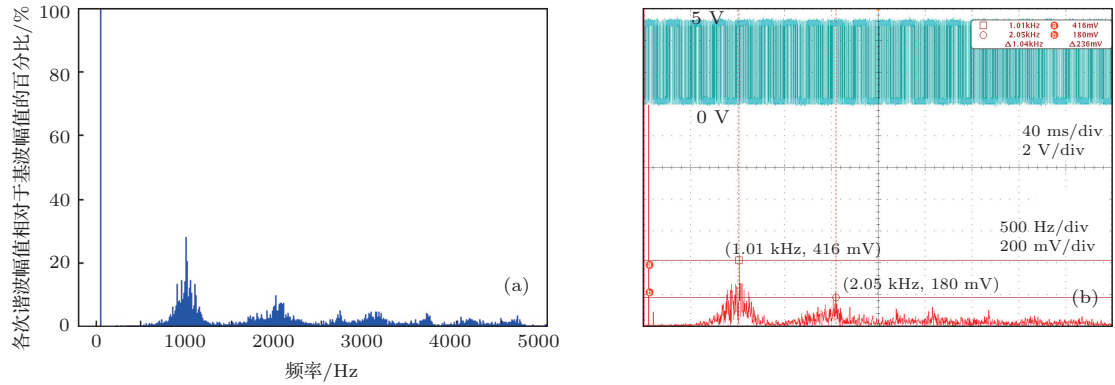


图11 基于Chebyshev映射的混沌SPWM频谱分析 ($\Delta T = 0.1T_r$) (a) 输出波形 $U_o(t)$ 频谱计算分析结果; (b) 驱动波形 $V_1(t)$ 实验频谱分析结果

3.4 小 结

图12所示为采集5种不同模式下基波和基准开关频率及其整数倍处谐波峰值的对比图,可以看出混沌SPWM控制对谐波峰值有明显的抑制效果,且在本文参数条件下采用Chebyshev映射的效果要比采用Tent映射效果好。

通过以上两组基于不同映射的混沌SPWM的频谱分析,本文给出了混沌SPWM的频谱量化分析方法,证明了在相同的电路参数条件下,不同映

射的扩频效果是有所差异的.一方面由于不同的映射具有不同的概率密度函数,从长期效果来看势必会影响扩频效果,如图13(a)和(b)所示Chebyshev映射分布在两端的点较多而Tent映射基本均匀分布,混沌映射的概率密度分布也决定着混沌频谱的分布;另一方面,对于这种类似准随机的混沌SPWM控制,由于混沌映射对初值具有敏感性,从短期来说选择初值不同,扩频效果也会有所不同,图13(b)和(c)展示了Tent映射不同初值下的散点分布情况,表3所示为对应初值下混沌频谱谐波峰

值相对于基波百分比的对比表,可以看出初值的不同对频谱分布也是有影响的.因此,在工程实践中应该综合考虑这些情况,确定最优的设计方案,已达到预期抑制电磁干扰的目的.

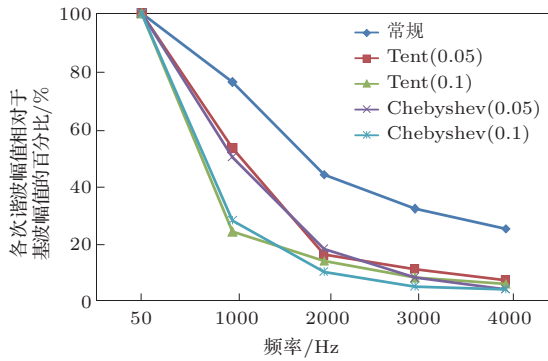


图12 谐波峰值对比图

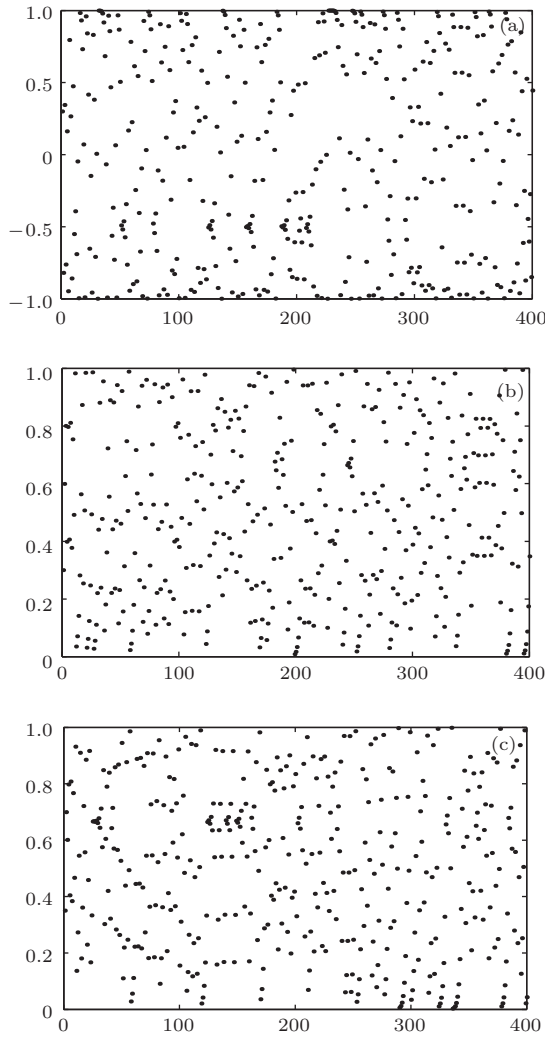


图13 Chebyshev和Tent映射不同参数下的散点图 (a) Chebyshev映射($w = 2, x(1) = 0.3$); (b) Tent映射($u = 0.999, x(1) = 0.3$); (c) Tent映射($u = 0.999, x(1) = 0.35$)

表3 基于Tent映射不同初值下的频谱谐波峰值对比

初值条件	相对于基波(50 Hz)的百分比/%			
	1 kHz	2 kHz	3 kHz	4 kHz
$x(1) = 0.3, \Delta T = 0.05T_r$	53	16	11	7
$x(1) = 0.35, \Delta T = 0.05T_r$	47	17	10	6.5
$x(1) = 0.3, \Delta T = 0.1T_r$	24	14	8	6
$x(1) = 0.35, \Delta T = 0.1T_r$	28	12	8.5	6

4 结 论

本文利用双重傅里叶级数的方法,首先给出了准随机SPWM的频谱量化表达式,然后将此计算方法拓展应用到混沌SPWM的频谱分析中.通过对混沌SPWM频谱的分析,证明了在相同的参数条件下,载波周期波动范围越大扩频效果越好,同时通过采用Tent和Chebyshev映射进行分析,表明了不同映射也会对频谱造成一定的影响,并且分析了混沌序列的长期和短期特性对扩频效果的影响.同时,仿真和实验结果证明了本文提出的混沌SPWM频谱量化分析方法的正确性,这对混沌SPWM在工程实践中的应用具有一定的参考价值.

参考文献

- [1] Chen G C 2007 *PWM Inverter Technology and Application* (BeiJing: China Power Press) pp18–33 (in Chinese) [陈国呈 2007 PWM 逆变技术及应用 (北京: 中国出版社) 第18—33页]
- [2] Grahame Holmes D, Lipo T A 2003 *Pulse width modulation for power converters: principles and practice* (Piscataway: IEEE Press) pp105–118
- [3] Hossein G, Amir H, Azita A 2013 *Chin. Phys. B* **22** 010503
- [4] Hua G C, Lee F C 1995 *IEEE Trans. Ind. Electro.* **42** 595
- [5] Trzynadlowski A M, Blaabjerg F, Pedersen J K 1994 *IEEE Trans. Ind. Appl.* **30** 1166
- [6] Li H, Li Z, Zhang B, Tang W K S, Halang W A 2009 *IEEE IEEE Circ. Syst. Mag.* **9** 10
- [7] Jia M M, Zhang G S, Niu H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 130503 (in Chinese) [贾美美, 张国山, 牛弘 2013 物理学报 **62** 130503]
- [8] Li H, Li Z, Zhang B, Wang F L, Tan N L, Halang W A 2010 *IEEE Trans. Electro. Compat.* **52** 1001
- [9] Zhao H, Ma Y J, Liu S J, Gao S G, Zhong D 2011 *Chin. Phys. B* **20** 120501
- [10] Li G L, Li C Y, Chen X Y, Zhang X W 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 210505 (in Chinese) [李冠林, 李春阳, 陈希有, 张效伟 2013 物理学报 **62** 210505]
- [11] Li H, Li Z, Zhang B, Zheng T Q, Halang W A 2011 *Int. J. Circ. Theor. Appl.* **39** 451

- [12] Yang R, Zhang B, Qiu D Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 1389 (in Chinese)[杨汝, 张波 2008 物理学报 **57** 1389]
- [13] Yang R, Zhang B 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5667 (in Chinese)[杨汝, 张波 2006 物理学报 **55** 5667]
- [14] Li H, Lin F, Li Z, You X J, Zheng T Q, Zhang B 2013 *Int. J. Comput. Math. Electr. Electron. Eng.* **32** 750
- [15] Yang L, Zhang B, Qiu D Y 2007 *Diangong Jishu Xuebao/Transact* **22** 110 (in Chinese) [杨汝, 张波, 丘东元 2007 电工技术学报 **22** 110]
- [16] Bowes S R, Bird B M 1975 *Proc. Inst. Electr. Eng.* **122** 507
- [17] Li H, Liu Y D, Lv J H, Zheng T Q, Yu X H *IEEE Trans. Ind. Electron.* submitted
- [18] Li H, Li Z, Lin F, Zhang B 2012 *Int. J. Circ. Theor. Appl.* Published online in Wiley Online Library
- [19] Zhang H, Zhang T N, Shen J H, Li Y 2008 *Control and Decision* **23** 857 (in Chinese) [张浩, 张铁男, 沈继红, 李阳 2008 控制与决策 **23** 857]
- [20] Shi J 2008 *Modern Electronics Technology* **23** 93 (in Chinese) [石军 2008 现代电力电子技术 **23** 93]

Spectrum calculation of chaotic SPWM signals based on double fourier series*

Liu Yong-Di¹⁾ Li Hong^{1)†} Zhang Bo²⁾ Zheng Qiong-Lin¹⁾ You Xiao-Jie¹⁾

1) (School of Electrical Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

2) (School of Electric Power, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

(Received 28 November 2013; revised manuscript received 18 December 2013)

Abstract

Chaotic SPWM control has attracted much interests due to its effectiveness for EMI suppression in power converters. However, most researches focus on the simulation and experiment of power converter under chaotic SPWM control, which is lacking a quantitative method. Based on double Fourier series this paper provides a spectrum calculation method for multi-period SPWM or quasi-random SPWM signals firstly, and the related spectrum calculation and simulation for multi-period SPWM are given to verify the accuracy of the spectrum calculation method; then the calculation method is extended to the spectral analysis of chaotic SPWM signals. To observe the impact on the spectrum of chaotic SPWM signals generated by different mappings and in different variation ranges of carrier period, a spectrum comparison between the Tent and Chebyshev mappings is conducted, in which results indicate that the variation range of the carrier period and the selection of mappings have a great influence on spectrum distribution; in the long term, probability density distribution of chaotic mapping will certainly affect the spectrum, and in the short term the initial value of the mapping will also affect the spread spectrum distribution. In summary, the proposed spectrum calculation method in this paper provides a theoretical foundation for the spread spectrum principle of chaotic SPWM control and for the design reference in practical engineering application.

Keywords: quasi-random SPWM, double Fourier series, chaotic SPWM, spectrum calculation

PACS: 05.45.Gg, 05.45.Tp

DOI: 10.7498/aps.63.070503

* Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51007004), the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50937001), the Fundamental Research Funds for the Central Universities of China (Grant No. 2012JBM096), the Beijing Higher Education Young Elite Teacher (Grant No. YETP0569), and the Beijing Natural Science Foundation (Grant No. 314205).

† Corresponding author. E-mail: lihongqyb@hotmail.com