

任意复杂流-固边界的格子 Boltzmann 处理方法*

史冬岩¹⁾ 王志凯¹⁾ 张阿漫^{2)†}

1) (哈尔滨工程大学机电工程学院, 哈尔滨 150001)

2) (哈尔滨工程大学船舶工程学院, 哈尔滨 150001)

(2013年10月17日收到; 2014年1月6日收到修改稿)

本文提出了一种适用于流固耦合领域中任意复杂边界条件的 lattice Boltzmann 处理方法. 该方法基于 half-way 反弹模型, 在流固耦合处构建了一层虚拟边界, 并结合有限差分的方法, 获取虚拟边界上的变量值. 改进后的方法确保了粒子反弹位置与宏观速度采集点的位置相同, 计入了实际物理边界与网格线不重合时, 偏移量对计算结果的准确影响, 而且其适用范围被扩展到了任意静止或运动、平直或弯曲的复杂边界. 文中研究了该方法在 Poiseuille 流、圆柱绕流和 Couette 流等经典条件下的边界处理能力, 结果表明该方法与理论值符合良好, 且当实际物理边界与网格线不重合时, 与已发表文献中的结果相比, 具有更高的精度.

关键词: 格子 Boltzmann 方法, 边界处理, 流固耦合, 虚拟边界

PACS: 47.11.Qr, 47.10.ad, 47.15.Rq

DOI: 10.7498/aps.63.074703

1 引言

在处理复杂流体动力学问题时格子 Boltzmann 方法 (LBM) 作为一种相对崭新的数值方法正得到迅速的发展^[1,2]. 相对于传统的数值方法, 起源于格子气自动机 (LGA) 和连续 Boltzmann 方程的 LBM, 采用自下而上的方式, 通过首先确定微观层面上粒子的分布, 然后积分运算获得宏观控制方程^[3-5]. 1992年, Qian 等提出了 BGK 模型, 通过多尺度展开, 获得了具有二阶精度的不可压流场的 Navier-Stokes 方程^[3], 拓展了 LBM 在计算流体力学领域中的应用.

LBM 在模拟复杂流场时具有三点比较明显的优势. 第一, 天然的可并行性; 第二, 易于理解和编程实现^[6]; 第三, 灵活的多相边界可处理性^[7]. 相对于有限体积法对于液固边界的处理, 边界元方法对于气液边界的处理^[8-11], LBM 能够从微观层面上, 对表面张力、黏度系数和滑移速度等物理参量进行灵活、有效的控制^[12-14]. 特别地, 它在多相流

领域中对气液边界、液液边界、液固边界处理上所表现出的优势, 已得到相关领域学者们的广泛关注^[15-17].

到目前为止, 已有多种基于 LBM 的边界处理模型^[18,19]. 从 LGA 一直被沿用到 LBM 的标准反弹模型, 虽然能够在保证质量守恒的情况下, 在边界处获得非滑移边界条件. 但 1995 年 Noble 等发现该模型只有一阶精度, 不满足原 lattice Boltzmann 方程在低 mach 数条件下, 时间和空间上的二阶精度要求^[20]. half-way 反弹模型是标准反弹模型的一种变形, 该模型在实际物理边界与其内侧第一层流体粒子之间的 1/2 处构造了一层虚拟边界. 流体粒子在运动了 $0.5\delta_t$ 后到达该虚拟边界, 然后发生反弹, 经过下一个 $0.5\delta_t$ 返回到原来的位置. 1997 年, He 等验证了 half-way 模型具有二阶精度^[21]. 修正反弹模型是标准反弹模型的另一种变形, 虽然同样具有二阶精度, 但不同于前两种模型不允许在边界格点上执行碰撞操作, 该模型在保证碰撞前指向流场内部的分布函数已知的前提下, 允许边界格点上的粒子进行碰撞. 以上三种边界处理只适用于

* 中组部青年拔尖人才支持计划, 新世纪优秀人才支持计划 (批准号: NCET100054) 和国防基础科研计划 (批准号: B2420133001) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: amanzhang@gmail.com

静止边界 [22]. 对于一般的运动边界, Ladd 等 [23] 提出了一种考虑了边界速度的反弹格式. 该方法使粒子在两两间链接的 1/2 处发生反弹, 但在其公式体系中却采用固壁边界而非虚拟边界上的速度值, 造成由于模型中粒子的反弹位置与宏观速度的采集点的位置不同而产生误差 [24]. 对于复杂的运动边界, 2002 年, Guo 等基于有限差分思想 [25] 提出了 lattice Boltzmann 边界处理的外推方法. 该方法与传统的 LBM 不同, 它将节点处的分布函数分为两部分: 平衡部分和非平衡部分进行分布求解, 计算过程中边界节点上的宏观变量采用邻近格点进行差分近似. Sterling [26] 和 Guo [25] 等工作, 成功的将有限差分方法与 LBM 结合到了一起, 为本文研究工作的展开奠定了基础.

建立在以对实际物理边界准确描述为目标的基础上, 本文对原 Ladd 的模型进行了优化、改进, 计入了对实际边界相对于网格线偏移量的考虑 [27]. 参照标准 half-way 反弹模型的虚拟边界思想, 本文在流体粒子与边界毗邻处建立了一层虚拟边界, 保证了粒子的反弹位置和宏观速度的采集点都在此边界上. 同时, 结合 Guo 等提出的内外插值的方法, 获取虚拟边界上反射点处的准确速度, 代入到 Ladd 的模型中进行修改. 在本文中, 首先对改进的边界处理模型进行了详细的介绍, 然后对静止平直边界 (Poiseuille 流)、静止曲面边界 (圆柱绕流)、运动平直边界 (平直 Couette 流) 和运动曲面边界 (旋转 Couette 流) 四组经典条件进行了数值模拟实验, 并将实验结果与理论值及已公开发表文献中的结果进行了对比分析, 结果表明该方法能够成功实现对任意复杂边界条件的准确处理. 最后, 本文给出了该方法在流固耦合领域研究中的适用性、正确性和有效性的总结.

2 格子 Boltzmann 边界处理方法

2.1 Ladd 的边界处理方法

相对于 LGA, LBM 是利用一个实数而非一个整型变量对节点上的粒子分布进行描述, 目前应用最广泛的是 Bhatnagar-Gross-Krook 模型 [28],

$$f_i(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \delta_t, t + \delta_t) = f_i(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\tau} (f_i^{\text{eq}}(\mathbf{r}, t) - f_i(\mathbf{r}, t)), \quad (1)$$

其中, \mathbf{e}_i 为格子上的离散速度, 受网格结构的影响. 本文采用的网格结构是 D2Q9 模型, 即二维、9 个离

散速度 ($i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$). 且由于文中单位采用格子单位制, 即 $\delta_l = 1, \delta_t = 1$, 相应的 \mathbf{e}_i 为

$$\mathbf{e}_i = \begin{cases} (0, 0), & i = 0, \\ [(1, 0); (0, 1); (-1, 0); (0, -1)], & i = 1; 2; 3; 4, \\ [(1, 1); (-1, 1); (-1, -1); (1, -1)], & i = 5; 6; 7; 8. \end{cases} \quad (2)$$

$f_i(\mathbf{r}, t)$ 表示 t 时刻, \mathbf{r} 位置处粒子分布密度, $f_i^{\text{eq}}(\mathbf{r}, t)$ 是达到平衡状态时, 满足 Maxwell 分布的平衡态粒子分布函数 [3] $f_i(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \delta_t, t + \delta_t)$ 是沿速度 \mathbf{e}_i 方向上的邻近节点在下一时刻的粒子分布密度, i 是离散速度方向.

也就是说, 每时刻每个局部节点上的粒子分布可通过上一时刻邻近节点的分布密度来确定. 但对于邻近固壁节点, 由于缺少固壁方向上粒子的分布情况, 所以需要特殊的处理方法. 在多种的边界处理方法中, Ladd 等 [23] 提出的方法以其能成功处理静止和运动的平直边界而得到广泛应用. 其具体的数学表达公式如下:

$$f_{\tilde{i}}(\mathbf{x}_f, t + \delta_t) = f_i^{\text{eq}}(\mathbf{x}_f, t) - \frac{2w_i \rho}{c_s^2} (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}_w). \quad (3)$$

式中, \tilde{i} 是 i 的反方向, 表示在迁移过程中, i 方向的粒子碰到边界时沿原路返回. \mathbf{u}_w 表示实际物理边界的速度. w_i 是与网格结构相关的权重系数 [3], c_s 是格子声速, $c_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \rho$ 为宏观密度, $\rho = \sum_{i=0}^8 f_i$, 其他参数保持与上文中定义的一致.

在 Ladd 的模型 [23] 中, 邻近边界的流体粒子在节点间距的 1/2 处发生反弹, 而宏观速度采用实际边界的速度, 这一点在 (3) 式中亦能体现出来. 这种格式在处理平直边界处于网格节点链接的 1/2 处时能够获得较好的计算结果, 而且当边界的速度为零时, 能够被还原到 half-way 模型. 但在处理曲面边界或其他复杂边界条件时, 由于无法保证物理边界与 lattice Boltzmann 网格线处处平直或恰好处于网格节点链接的 1/2 处, 导致碰撞的发生点与速度的采集点不同, 进而不可避免的会导致 Ladd 模型中产生计算误差 [24].

2.2 复杂边界的处理方法

本文中提出的边界处理方法是具有二阶精度的 half-way 反弹模型为基础, 在流固耦合处构建了一层虚拟边界, 并结合 Guo 等在 lattice Boltzmann 方法中提出的外推方法 [25] 获得虚拟边界上

准确的宏观速度. 在该方法中, 边界附近的流体粒子在虚拟边界上发生反弹, 且公式体系中所采用的速度不再是实际固体边界的速度, 而是虚拟边界的速度. 这样就保证了碰撞的发生点与速度的采集点在同一位置上.

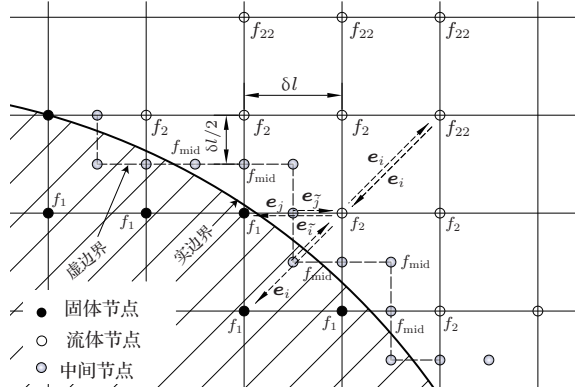


图1 边界条件的处理示意图

在本文模型中, 边界处流体粒子的具体迁移过程如图1所示. 图1中的粗实线表示实际的固体边界位置, f_1 表示最接近实际固体边界的一层固体粒子, f_2 和 f_{22} 分别表示最接近实际固体边界的第一、二层流体粒子. δl 表示粒子之间连接的长度. f_{mid} 表示在 f_1 与 f_2 之间连接的 $1/2$ 处构造的虚拟节点, 依次连接各个虚拟节点, 便构成了图1中的虚边界 (virtual boundary). 流体粒子 f_2 以速度 $e_i(e_j)$ 向邻近固体粒子 f_1 位置处迁移, 但在虚拟节点 f_{mid} 处发生反弹, 以速度 $e_i^-(e_j^-)$ 返回. 由于LBM可以被视作连续 Boltzmann 方程在离散网格上的特殊有限差分架构^[26], 虚拟节点处的速度 u_{mid} 可由固体边界速度 u_w 以及节点 f_1 和 f_2 处粒子的速度插值得到确定了虚拟边界的位置及其上虚拟节点的速度 u_{mid} 后, 便可将(3)式修改为

$$f_i^-(x_f, t + \delta t) = f_i^{eq}(x_f, t) - \frac{2w_i\rho}{c_s^2}(e_i \cdot u_{mid}). \quad (4)$$

为准确计算 u_{mid} , 首先定义了 f_1 和 f_2 之间的连接位于边界内 (固体区域) 的比重 $\Delta = |\mathbf{x}_{f_1} - \mathbf{x}_w|/|\mathbf{x}_{f_2} - \mathbf{x}_{f_1}|$. \mathbf{x}_w 表示固体边界与连接相交的位置, \mathbf{x}_{f_1} 和 \mathbf{x}_{f_2} 分别表示边界内侧固体粒子和外侧流体粒子的位置. 当 $\Delta \leq 0.5$ 时, 虚拟边界上交点位于 \mathbf{x}_w 和 \mathbf{x}_{f_2} 之间, u_{mid} 可由 \mathbf{x}_w 和 \mathbf{x}_{f_2} 处的速度内插值得到,

$$u_{mid}^l = (0.5u_w + (0.5 - \Delta)u_{f_2})/(1.0 - \Delta). \quad (5)$$

当 $\Delta > 0.5$ 时, u_{mid} 的值 (u_{mid}^2) 也可由(5)式得到. 但当 Δ 趋近于1的时候, (5)式的分母过小, 会导致数值计算的不稳定. 因此采用 $x_{f_{22}}$ 处的速度代替 x_{f_2} 处的速度, 经插值运算后, (5)式可转化为

$$u_{mid}^2 = \frac{1.5u_w - (\Delta - 0.5)u_{f_{22}}}{2.0 - \Delta}. \quad (6)$$

但由于节点 f_2 比 f_{22} 更接近实际物理边界, 通过(5)式计算的结果比(6)式计算的结果更精确^[26]. 在综合考虑了计算精度和数值稳定性之后, 当 $\Delta > 0.5$ 时, 本文采用 u_{mid}^1 和 u_{mid}^2 的线性组合来代替虚拟边界上的速度,

$$u_{mid} = \lambda\varpi u_{mid}^1 + (1.0 - \lambda\varpi)u_{mid}^2. \quad (7)$$

式中, ϖ 是与数值稳定性相关的参数, $\varpi = 1.0 - \Delta$. λ 与计算结果的准确性相关, $0 < \lambda < 1.0$. λ 越大, u_{mid}^1 占得比重越大, 结果越精确, 但同样会引起数值的不稳定性. 在本文中 λ 取 0.5.

研究发现, 当 $\Delta = 0.5$ 时, (5), (6), (7) 式都可得到 $u_{mid} = u_w$, 即还原到 Ladd 的模型^[23]. 而当边界速度为零时, 可获得满足二阶精度的 half-way 反弹模型.

3 验证与讨论

为验证新方法的正确性, 本文完成了四组经典条件的数值仿真实验. 首先是通过模拟 Poiseuille 流验证了该方法对于物理边界平行于网格线的静止边界条件的适用性. 接着, 模拟了不同 Re 数条件下的圆柱绕流, 验证了该方法对于不平行于网格线的曲面边界条件的适用性. 最后, 模拟了平直 Couette 流和旋转 Couette 流, 分别验证了该方法在处理运动的平直边界和曲面边界时的正确性.

3.1 静止边界的处理

3.1.1 与网格线平行的边界处理

平板间 Poiseuille 流具有模拟容易、解析可解的特点, 常被作为 LBM 新模型或新边界处理方法的经典验证条件. 假设两平板间的流体受到恒定的压力梯度 $\partial p/\partial y = -\rho G$, 当达到稳定时, 平板间纵向的流场速度的解析解形式为

$$u(x) = 4U_0(0.25 - x^2/D^2). \quad (8)$$

其中, 最大速度 $U_0 = 0.125GD^2/\nu$. D 为平板间的间隙距离, ν 为黏度系数, 取 $\nu = 0.5$. 模拟实验中

整个计算域的大小为宽6,长36.上下条件采用周期性边界条件,两侧的流固边界采用本文的边界处理方法.对平板间纵向上的7个节点的流场速度进行测量,并与(8)式计算得到的理论值进行对比,如图2所示.横坐标表示以平板间中心轴线为y轴,沿x轴方向的距离,纵坐标表示流体的速度.从图2中可以看出本文结果与理论值符合良好,在中心轴线上获得最大速度 $u_{\max} = 0.1125$.

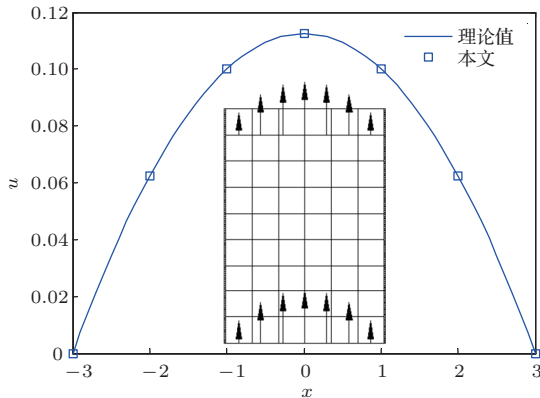


图2 恒定压力梯度条件下,平板间 Poiseuille 流速度值的理论值与实验值的对比(子图表示的是 Poiseuille 流物理模型示意图本文单位均为格子单位,即 $\delta_l = 1, \delta_t = 1$)

同时,为检验新方法的收敛性,定义了流场的平均速度和收敛条件如下:

$$u_{\text{ave}} = \sqrt{\left(\sum_{i,j} \mathbf{u}_{i,j}\right)^2 / N_{\text{total}}}, \quad (9)$$

$$\text{conver} = |(u_{\text{ave}}(t-1)/u_{\text{ave}}(t)) - 1|. \quad (10)$$

其中, $\sum_{i,j} \mathbf{u}_{i,j}$ 表示计算域内所有流体粒子的速度总和, N_{total} 表示计算域内所有流体粒子的总个数.关于 u_{ave} 和 conver 的历时变化曲线如图3所示.图中横坐标表示的迭代步数(时间),左侧纵坐标表示的速度平均值 u_{ave} ,右侧表示的是收敛条件 conver.从图3中可以观察到该方法能够迅速达到稳定,收敛特性表现良好.

与传统的方法^[23]相比,新方法的一个突出改进就是考虑了实际边界与网格线不重合对结果的影响.接下来,本文模拟了实际边界偏移网格线不同距离($\alpha = 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$)的 Poiseuille 流.由于 Poiseuille 流关于y轴对称,本文对邻近偏移边界一侧的节点速度进行了测量,并与理论值及传统方法的结果进行对比分析如图4所示.图4(a),(b)分别表示传统方法的结果和本文方法的结果.由于传

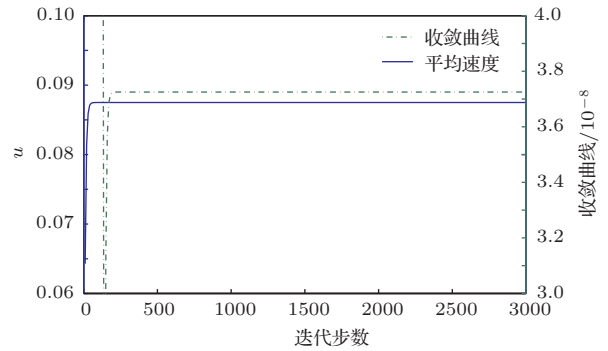


图3 流域内平均速度及收敛性测量值的历时变化曲线

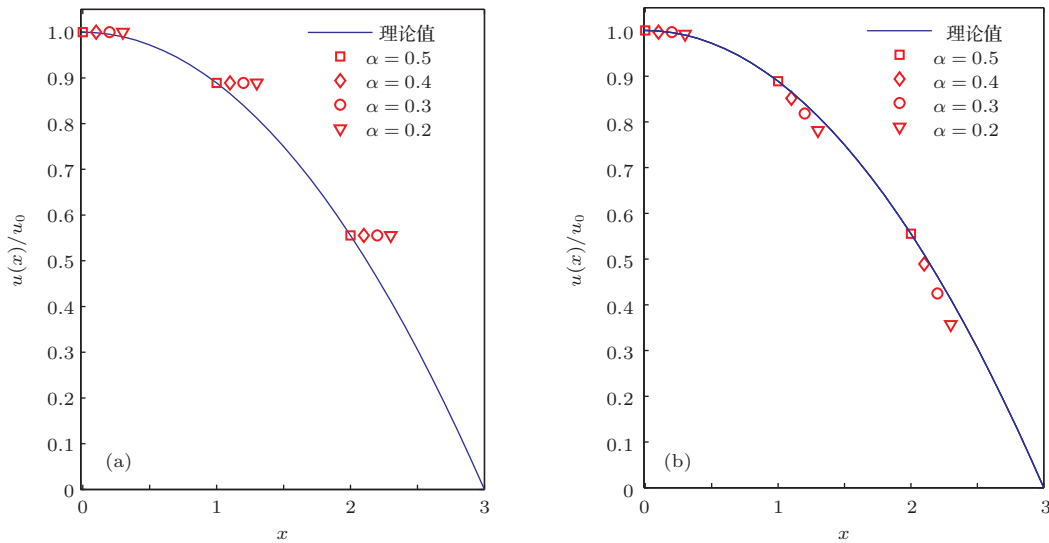


图4 平板间 Poiseuille 流,在偏移量 $\alpha = 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ 的条件下,邻近偏移边界一侧的节点速度对比分析 (a) Ladd 反弹模型的结果; (b) 本文模型的结果. (a), (b) 中的实线都表示 Poiseuille 流的理论解

统方法中未考虑偏移量对结果的影响, 所以从图 4(a) 中可以看出 α 取不同值时, 网格节点上的速度不变. 而从图 4(b) 中可观察到当偏移量 α 发生改变时, 新方法计算的结果也随之改变, 且基本与理论值相符. 由于为获得明显的抛物线型速度的对比, 文中采用的计算模型较小, 导致图 4(b) 中实验值与理论结果的相对误差的产生. 这部分误差可通过增大计算模型而减小. 对比图 4(a), (b) 还可以发现当 $\alpha = 0.5$ 时, 计算结果与理论值符合最好, 这正好与文中提到的当 $\alpha = 0.5$ 时, 该模型可还原到 half-way 模型相符. 通过新方法与传统方法及理论值的对比分析, 可以发现新方法具有更高的精度, 更能真实的反应实际物理边界条件.

3.1.2 与网格线不平行的边界处理

为检验新方法在实际物理边界与网格线不平行的表现, 本文对 $Re = 100, 150$ 条件下的平板间圆柱绕流进行了仿真模拟. 圆柱半径 $R = 20$, 阻塞率 $\kappa = 0.125$. 为消除进出口边界对于结果的干扰, 取平板长度 $L = 1600$, 圆柱距离入口边界的距离为 $L_{in} = 380$. 入口速度 $u_{in_x} = 0.1$, $u_{in_y} = 0$. 平板边界及圆柱周围的边界处理采用本文的边界处理方法.

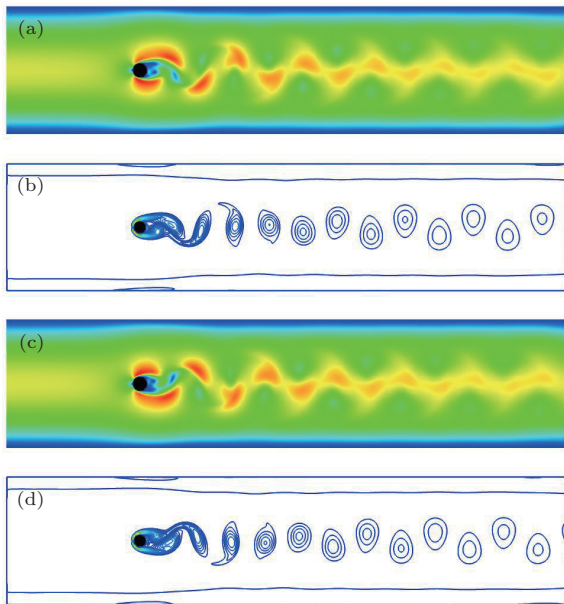


图 5 (网刊彩色) $Re = 150$ 条件下, 一个周期内圆柱周围的速度云图和涡量图 (a), (b) 表示前半周期内某时刻的速度云图和涡量图; (c), (d) 表示后半周期某时刻的速度云图和涡量图

在 $Re = 150$ 条件下, 当流场达到稳定状态后, 圆柱周围的速度及涡量在一个周期内的两个关键时刻的示意图如图 5 所示. 图 5(a), (b) 表示在上半周期内流场的速度云图和涡量图, 从 5(a) 可观察到

在圆柱的上下两侧面形成速度高压区, 在紧靠圆柱的后面形成低压区, 再往后形成波浪型的速度高低压区交替的尾流^[29,30]. 图 5(b) 中展现了典型的周期性脱落的漩涡. 图 5(c), (d) 是与 (a), (b) 相对应的下半周期某时刻的速度云图和涡量图. 圆柱所受的升力系数曲线如图 6 所示. 图 6 中横坐标表示迭代步数, 纵坐标表示升力系数 C_l 的值. 从图 6 中可观察到 C_l 对称性和周期性的变化规律, 在迭代步数大约为 5000 的时候, 周期性 C_l 的峰值趋于稳定, 大约在 0.45 左右, 与文献^[31]中获得的结果 (0.46) 相符.

经过图 5 和图 6 的定性分析之后, 本文对 $Re = 100, 150$ 条件下, 圆柱所受的阻力系数 C_d 以及漩涡脱落产生的 Strouhal 数 (Str) 进行了定量分析. 表 1、表 2 分别记录了新方法计算的阻力系数 C_d , Str 数与其他文献中的实验结果和数值结果的对比. 通过对比发现, 新方法能够很好的被应用于对流固耦合问题中曲面边界的处理.

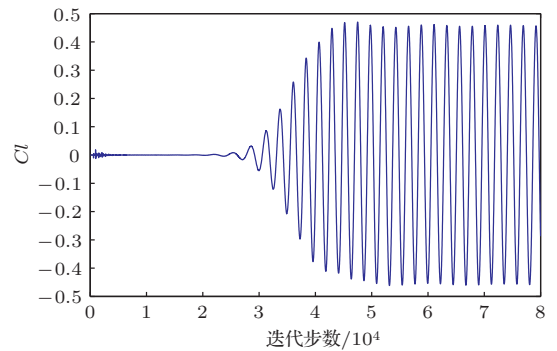


图 6 $Re = 150$ 时, 圆柱所受的升力系数 C_l 的历时曲线

表 1 新方法得到的阻力系数 C_d 与文献^[31—34]结果的对比

方法	$Re = 100$		$Re = 150$	
	C_d	ΔC_d	C_d	ΔC_d
Braza 等, 1986 ^[32]	1.280	-0.01		
Tritton 等, 1959 ^[33]	1.250	+0.02		
Liu, 1998 ^[34]			1.310	-0.0448
He, 1997 ^[31]			1.261	+0.0042
本文	1.270		1.2652	

表 2 新方法得到的 Strouhal 数与文献^[31, 35, 36]结果的对比

方法	$Re = 100$		$Re = 150$	
	Str	ΔStr	Str	ΔStr
Gerrard 等, 1978 ^[35]	0.160	-0.0023		
Hammache 等, 1989 ^[36]	0.159	-0.0013	0.176	+0.0006
He 等, 1997 ^[31]			0.179	-0.0024
本文	0.1577		0.1766	

3.2 运动边界的处理

3.2.1 平直管道内 Couette 流

上文中的研究主要是针对静止边界条件的正确性验证, 为了检测新方法对于运动边界的处理能力, 本文对两平板间不可压缩 Couette 流的形成过程进行了仿真模拟. 两平板的长度都为 $L = 240$, 间隙距离为 $D = 30$. 上层平板以恒等的速度 $u_x = 0.1, u_y = 0$ 平移, 左右两侧采用周期性边界条件. 雷诺数保持 $Re = 80$, 则流体的黏性系数可由 $\nu = u_x \cdot D / Re$ 获得. 该不可压缩 Couette 流沿纵向的速度分布的解析解可由 $u(y) = u_0 \cdot \frac{y}{D}$ 得到. 其中, u_0 即为平板的平移速度 $u_0 = u_x = 0.1$.

受流体黏性条件的影响, 上平板的匀速运动带动平板间 Couette 流的形成. 图 7 给出了 Couette 流沿纵向的速度分布, 以及速度在达到稳定状态前的变化过程. 模拟运行的最大步数设为 100000. 从图 7 中可以观察到在上平板运动的初期 ($t = 20000$), 平板间纵向节点上粒子的速度成凹型分布, 靠近上平板的粒子的加速较大一些. 随着时间的推进, 粒子的速度分布逐渐趋于线性分布, 在 $t = 90000$ 时, 本文结果与图中实线表示的理论值相符合. 整个流域的速度云图作为子图位于图 7 的右下方. 通过该条件的模拟实验, 验证了本文模型能够很好的实现对流固耦合作用过程中运动平直边界的处理.

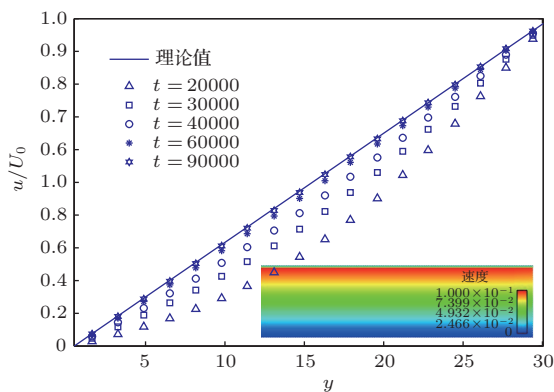


图 7 (网刊彩色) 平板间 Couette 流的纵向粒子随迭代步数 t 的速度变化曲线图 (子图表示平板间流场的速度云图)

3.2.2 旋转 Couette 流

作为一种适用于流固耦合研究中任意复杂边界的处理方法, 在实现了静止边界中的平直边界、曲面边界的模拟验证, 以及运动边界中的平直边界的模拟验证后, 还需要实现对运动曲面边界的验证才算完整. 最后, 本文通过对两个同轴曲面间旋转

Couette 流的模拟, 实现了对运动曲面边界的验证. 内圆柱的半径为 R_1 , 以恒定的角速度 ω 旋转, 外圆柱面的半径为 R_2 , 且保持静止. 该旋转 Couette 流沿径向的速度分布的解析解为 [25]

$$u(r) = \frac{\beta u_0}{r R_2 (\beta^2 - 1)} (r^2 - R_2^2). \quad (11)$$

其中, 内圆柱表面线速度 $u_0 = \omega \cdot R_1$, 半径比 $\beta = R_1 / R_2$.

模拟过程中两个圆柱面被一个大小为 100×100 的方形计算域所覆盖. 圆柱的中心与方形区域的中心相重合. 参照文献 [25] 中各参数的设定, 文中定义流场的雷诺数 $Re = (R_2 - R_1) u_0 / \nu$. 保持 $Re = 10, \tau = 0.6$ 不变, 在给出了 R_1 和 R_2 之后, 黏性系数 ν 及 u_0 的值可相继被确定.

图 8 给出了 $R_2 = 80, \beta = 0.8$ 条件下, 以圆柱中心为起点, 外圆柱面为终点, 固体粒子和流体粒子的速度值, 并与理论值进行了对比. 横坐标表示沿径向的距离, 并通过 R_2 进行无量纲处理. 纵坐标表示利用 u_0 进行无量纲处理后的粒子速度值. 从图 8 中, 可以看出对于测量中的固体粒子速度满足线性分布, 在内圆柱表面处粒子速度发生突变, 紧接着表现出 (11) 式所表达的流体速度属性. 明显的, 模拟实验值与理论值符合良好. 图 8 中左上方的子图是计算域内的速度云图, 箭头方向表示的是内圆柱的旋转方向.

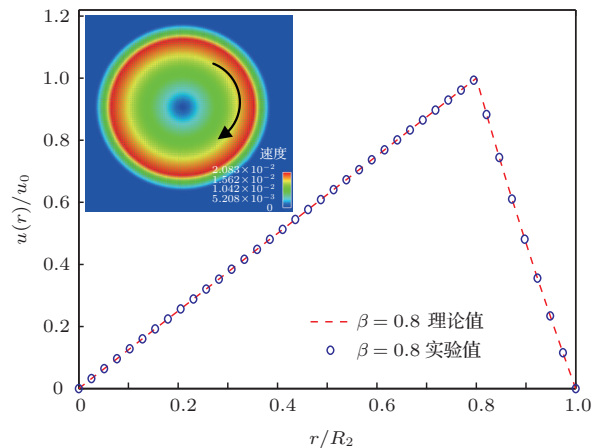


图 8 (网刊彩色) $R_2 = 80, \beta = 0.8$ 条件下, 以圆柱中心为起点, 径向方向上的粒子速度分布 (子图表示整个计算域内的速度云图)

图 9 给出了 $Re = 10, R_2 = 80, \beta = 0.1, 0.2, 0.4, 0.8$ 条件下, 两圆柱面间 Couette 流沿径向的速度分布. 横坐标表示无量纲化后的径向距离, 纵坐标表示无量纲后的速度值. 从图 9 中可明显的观察到新方法的计算结果与理论值符合良好, 充分证明

了新方法对于处理运动曲面边界的有效性

4 结 论

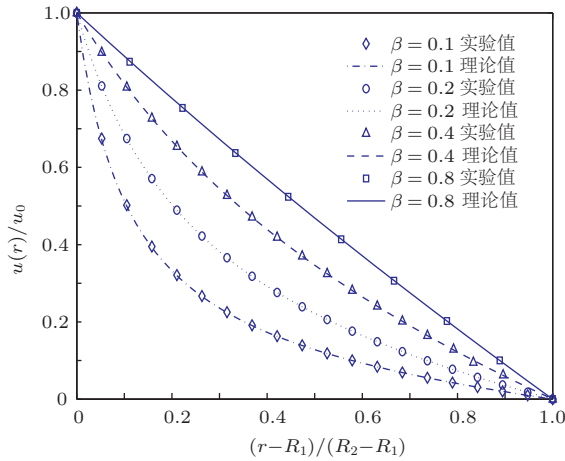


图9 $Re = 10$, $\beta = 0.1, 0.2, 0.4, 0.8$ 条件下, 径向方向上流体粒子的速度分布验证

表3 $Re = 5, 10$ 条件下, 本文计算结果的相对误差与文献 [24] 的对比

Re	内圆柱半径 r_1	相对误差 E_2		ΔE_2
		本文	文献 [24]	
5	8	0.006599	0.007414	-0.000815
	16	0.001378	0.001465	-0.000087
	32	0.0005883	0.0005939	-0.0000056
10	8	0.006292	0.006537	-0.000245
	16	0.001246	0.001323	-0.000077
	32	0.0002813	0.0003139	-0.0000326

为检测 LBM 的计算结果与理论值间的相对误差, 本文定义了如下的误差测量系数:

$$E_2 = \frac{\left\{ \int_{\Omega} [u_{LBM}(x, y) - u_{exact}(x, y)]^2 \right\}^{1/2}}{\left[\int_{\Omega} u_{exact}^2(x, y) \right]^{1/2}} \quad (12)$$

其中, Ω 代表整个流体区域, $u_{LBM}(x, y)$ 表示流体节点上 LBM 计算的速度值, $u_{exact}(x, y)$ 表示流体节点上速度的理论值. 表 3 列出了在保持 $Re = 5, 10$, 内圆柱半径分别取 8, 16, 32 条件下, 流动达到稳定时, 本文方法的计算结果与文献 [24] 中结果的对比. 从表 3 的最后一列可明显的观察到在多种条件下, 本文方法的精度都比文献 [24] 中的精度略有提高. 再一次验证了该方法在处理复杂边界条件时, 具有更高的精度, 可以被考虑作为流固耦合研究领域边界处理的一种替代方法.

本文提出了一种适用于流固耦合研究中, 任意复杂边界条件的 lattice Boltzmann 处理方法. 该方法基于 half-way 反弹模型中虚拟边界的思想, 采用内外插值的方法, 对 Ladd 等人提出的运动边界模型 [23] 进行了改进, 计入了实际物理边界与网格线不重合时, 存在的偏移量对于计算结果的准确影响.

1. 通过对平直板间 Poiseuille 流的仿真模拟, 发现实验结果与理论值符合良好, 验证了新方法在处理静止平直边界时的正确性. 且在考虑了物理边界与网格线的偏移量 $\alpha = 0.2, 0.3, 0.4, 0.5$ 条件下, 对比了该方法与 Ladd 等的方法及理论值的差异, 结果表明本文模型具有更高的精度, 更能准确的反应实际的物理边界情况. 当 $\alpha = 0.5$ 时, 本文模型可还原回 half-way 模型.

2. 实现了对平板间圆柱绕流的仿真模拟. 通过定性的分析 $Re = 150$ 条件下, 圆柱周围的速度云图、涡量图, 以及定量的分析 $Re = 100, 150$ 条件下, 绕流产生的阻力系数 Cl , Strouhal 数, 验证了本文方法能够很好地处理静止曲面边界.

3. 模拟了平板间不可压缩 Couette 流的形成过程, 当流动达到稳定时, 实验值与理论值符合良好, 验证了本文方法在处理移动平直边界时的正确性.

4. 在对两曲面间旋转 Couette 流的仿真模拟中, 通过与理论值及其他文献结果的对比分析, 验证了本文方法在处理运动曲面边界时具有更高的精度.

总的来说, 通过分别对静止和运动条件下, 平直及曲面边界的多组条件的仿真模拟, 验证了本文方法具有处理流固耦合问题中任意复杂边界条件的能力, 且具有较好的表现, 可以被考虑作为流固耦合研究领域边界处理的一种替代方法.

参考文献

- [1] Chen S Y, Doolen G D 1998 *Annu Rev Fluid Mech* **30** 329
- [2] Guo Y L, Xu H H, Shen S Q, Wei L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 144704 (in Chinese)[郭亚丽, 徐鹤函, 沈胜强, 魏兰 2013 物理学报 **62** 144704]
- [3] Qian Y H, Humières D D, Lallemand P 1992 *Europhys. Lett.* **17** 479
- [4] He X Y, Luo L S 1997 *Phys. Rev. E* **56** 6811
- [5] McNamara G R, Zanetti G 1988 *Phys. Rev. Lett.* **61** 2332
- [6] Chen S Y, Martinez D, Ren W M 1996 *Phys. Fluids* **8** 2527

- [7] Wen B H, Liu H Y, Zhang C Y, Wang Q 2009 *Chin. Phys. B* **18** 4353
- [8] Ni B Y, Zhang A M, Wang Q X, Wang B 2012 *Acta Mech. Sin.* **28** 1248
- [9] Zhang A M, Yao X L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 339 (in Chinese) [张阿漫, 姚熊亮 2008 物理学报 **57** 339]
- [10] Liu Y L, Zhang A M, Wang S P, Tian S L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 144703 (in Chinese) [刘云龙, 张阿漫, 王诗平, 田昭丽 2013 物理学报 **62** 144703]
- [11] Zhang A M, Yao X L 2008 *Chin. Phys. B* **17** 0927
- [12] Shan X W, Chen H D 1994 *Phys. Rev. E* **49** 2941
- [13] Zhang R Y, He X Y, Chen S Y 2000 *Comput. Phys. Commu.* **129** 121
- [14] Xie H Q, Zeng Z, Zhang L Q, Liang G Y, Hiroshi M, Yoshiyuki K 2012 *Chin. Phys. B* **21** 124703
- [15] Cheng M, Hua J S, Lou J 2010 *Comput. Fluids* **39** 260
- [16] Xu Y, Liu Y, Xia Y, Wu F 2008 *Phys. Rev. E* **78** 046314
- [17] Zeng J B, Li L J, Liao Q, Jiang F M 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 066401 (in Chinese)[曾建邦, 李隆键, 廖全, 蒋方明 2011 物理学报 **60** 066401]
- [18] Shu C, Wu J 2009 *Modern Phys. Lett. B* **23** 261
- [19] Mao W, Guo Z L, Wang L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 084703 (in Chinese) [毛威, 郭照立, 王亮 2013 物理学报 **62** 084703]
- [20] Noble D R, Chen S Y, Georgiadis J G, Buckius R O 1995 *Phys. Fluids* **7** 203
- [21] He X Y, Zou Q S, Luo LS, Dembo M 1997 *J. Stat. Phys.* **87** 115
- [22] Guo Z L, Zheng C G 2009 *Theory and Applications of Lattice Boltzmann Method* (Vol. 1)(Beijing: Academic Press of China) p62 (in Chinese)[郭照立, 郑楚光 2009 格子 Boltzmann 方法的原理及应用 (第一版) (北京: 科技出版社) 第 62 页]
- [23] Ladd A J C 1994 *J. Fluid Mech.* **271** 285
- [24] Yin X W, Zhang J F 2012 *J. Comput. Phys.* **231** 4295
- [25] Guo Z L, Zheng C G, Shi B C 2002 *Phys. Fluids* **14** 2007
- [26] Sterling J D, Chen S Y 1996 *J. Comput. Phys.* **123** 196
- [27] Bouzidi M, Firdaouss M, Lallemand P 2001 *Phys. Fluids* **13** 3452
- [28] Bhatnagar P L, Gross E P, Krook M 1954 *Phys. Rev.* **94** 511
- [29] Feng S D, Zhao Y, Gao X L, Ji Z Z 2002 *Chinese Phys. Lett.* **19** 814
- [30] Nishida H, Meichin Y 2012 *Seventh International Conference on Computational Fluid Dynamics* Big Island, Hawaii, July 9–13 1306
- [31] He X Y, Doolen G D 1997 *Phys. Rev. E* **56** 434
- [32] Braza M, Chassaing P, Minh H H 1986 *J. Fluid Mech.* **165** 79
- [33] Tritton D 1959 *J. Fluid Mech.* **6** 547
- [34] Liu C, Zheng X, Sung C H 1998 *J. Comput. Phys.* **139** 35
- [35] Gerrard J H 1978 *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* **288** 351
- [36] Hammache M, Gharib M 1989 *Phys. Fluids A: Fluid Dynamics* **1** 1611

A novel lattice Boltzmann method for dealing with arbitrarily complex fluid-solid boundaries*

Shi Dong-Yan¹⁾ Wang Zhi-Kai¹⁾ Zhang A-Man^{2)†}

1) (*College of Mechanical and Electrical Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

2) (*College of Shipbuilding Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

(Received 17 October 2013; revised manuscript received 6 January 2014)

Abstract

A suitable arbitrarily complex boundary condition treatment using the lattice Boltzmann scheme is developed in the fluid-solid coupling field. The new method is based on a half-way bounce back model. A virtual boundary layer is built with the fluid-solid coupling, and all the properties used on the virtual boundary are inter-/extrapolated from the surrounding nodes combining with the finite difference method. The improved method ensures that the particles bounce the same location as that of the macro-speed sampling point, and considers the offset effect on the accuracy of the calculated results when the actual physical borders and the grid lines do not coincide. And its scope is extended to any static or mobile, straight or curved boundary. The processing power of the method under the classic conditions, such as the Poiseuille flow, the flow around a circular cylinder, the Couette flow, etc. is studied. Results prove that the theoretically calculated values agree well with the experimental data. Compared with the results published in the literature, this method has a greater precision when the actual physical borders and gridlines do not coincide.

Keywords: lattice Boltzmann method, boundary treatment, fluid-solid coupling, virtual boundary

PACS: 47.11.Qr, 47.10.ad, 47.15.Rq

DOI: [10.7498/aps.63.074703](https://doi.org/10.7498/aps.63.074703)

* Project supported by the Department Youth Tip-top Talent Support Programme, the Program for New Century Excellent Talents in University of Ministry Education of China(Grant No. NCET100054), and the National Defense Basic Scientific Research program of China(Grant No. B2420133001).

† Corresponding author. E-mail: amanzhang@gmail.com