

# 基于变量解耦的俯冲加速段弹载SAR大场景 成像算法\*

江淮<sup>1)</sup> 赵惠昌<sup>1)†</sup> 汉敏<sup>2)</sup> 张淑宁<sup>2)</sup>

1)(南京理工大学, 电子工程与光电技术学院, 南京 210094)

2)(东南大学, 信息与工程学院, 南京 210094)

(2013年11月17日收到; 2014年1月1日收到修改稿)

俯冲加速阶段导弹运动状态复杂, 成像范围需求大, 回波处理困难的特点使得传统的成像算法难以运用. 针对这一问题, 本文首先建立了精确的斜距几何和回波模型, 并在分析二维频谱的基础上, 提出了一种基于变量解耦下的非线性变标算法, 有效的补偿了随场景纵向和横向的多普勒调频率, 改善了方位聚焦质量和位置的正确性, 提高成像质量的同时简化了后期图像几何校正操作. 多个散射点的仿真数据和结果表明了算法的有效性.

**关键词:** 弹载SAR, 非线性变标, 大场景, 俯冲加速

**PACS:** 84.40.Xb, 84.40.Ua, 07.07.Df

**DOI:** 10.7498/aps.63.078403

## 1 引言

弹载SAR成像将合成孔径技术与雷达导引头结合, 工作在主动状态, 能感知环境信息并利用成像结果实现制导精确打击, 有着全天时、全天候、作用距离远、能识别伪装目标等优点. 与一般的机载/星载SAR相比, 弹载SAR有着自身的特殊性: 导弹导引的主要目的是攻击目标, 因此不能采取普通SAR平台的匀速直线运动模式, 在制导飞行过程中, 大多是具有加速度的俯冲模式; 为了在攻击目标前调整转向, 其成像方式应在斜视条件下进行; 同时为了提高场景的匹配成功率, 弹载SAR应该获取尽量丰富的环境信息, 要求一定的大场景成像能力. 综上所述, 通常平稳平台的SAR成像算法已经不能满足弹载SAR成像需求, 国外对于弹载SAR成像算法研究起步虽早但公开的资料极少, 因此对俯冲加速下弹载SAR成像算法的研究很有意义.

时域成像算法<sup>[1]</sup>虽然有着成像精度高, 算法原理简单的优点, 但执行时间要多于频域算法, 不利于弹载SAR信号处理实时性的要求, 因此现阶段弹载SAR算法大多在频域上完成. 文献[2]在级数反演和驻留相位点解傅里叶积分的基础上推导了回波的二维频谱表达式, 从而在频域完成了各个分量的补偿, 但是其补偿范围只在场景中心点的一小块区域, 且只考虑了正侧视的情况. 文献[3]在文献[2]的基础上, 通过中心参考点的多普勒中心频率近似解出方位向参量进行多变量解耦, 一定程度上解决了场景区域小的问题, 但在距离向上的空变较大时, 其估算值将有较大误差, 不能运用于大场景成像; 文献[4]采用方位非线性变标实现对方位向的深度聚焦, 从而提高成像质量, 并改善了场景的方位向成像范围, 但在最终聚焦的方位点上采取了近似估算, 也没有解决方位二次压缩项随距离向空变的问题, 使成像区域受到限制. 文献[5]中的频域补偿成像算法, 其结果仍需进行进一步处理. 文献[6]中的算法建立模型是在恒定的速度上, 无法适用

\* 国家自然科学基金(批准号: 61171168, 60702016)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: zhaohch353@163.com

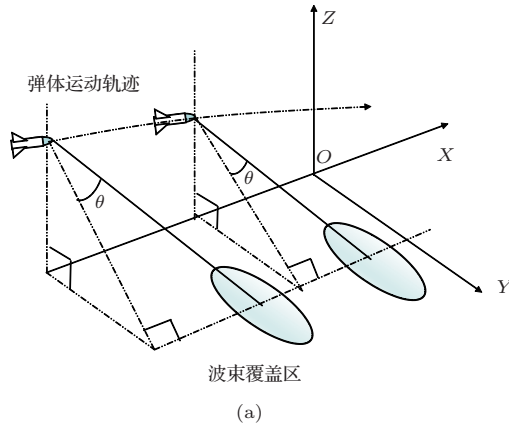
于带有加速度的情况, 算法的使用场合有一定的要求, 通用性不够好. 从目前的研究情况来看, 俯冲加速下弹载SAR还是缺乏有效的成像算法, 需要做进一步的研究和改进.

针对弹载SAR运动方式复杂, 成像场景需求大的特点, 文本在不忽视成像纵向距离变化的前提下, 建立了新的空间几何. 在二维频谱补偿的基础上, 巧妙的通过波束投影中心映射, 将频谱表达式中有关场景散射目标坐标参量转化成雷达录取数据慢时间和压缩距离参量, 完成了变量解耦, 通过NCSA<sup>[7,8]</sup> (nonlinear chirp scaling algorithm非线性频率变标法), 实现了对大场景区域的方位深度聚焦和校正, 最后通过坐标映射, 得到地面目标坐标系的SAR图像.

## 2 成像几何的斜距建模

弹载俯冲段SAR成像几何如图1(a)所示: 导弹在ZOX平面作匀加速曲线运动, 其波束指向为斜侧视状态, 定义波束中心与ZOY平面的夹角为斜视角 $\theta$ ; 在地面投影为X轴, Z轴为高度轴, X轴加速度为 $a_x$ , Z轴加速度为 $a_z$ ; 以 $t_r$ 表示快时间,  $t_a$ 表示慢时间.  $t_a = 0$ 时刻的几何关系如图1(b)所示, 弹体高度为 $H$ , 波束指向位于XOY平面中的成像场景中心 $(X_c, Y_c)$ , 为了讨论方便, 这里令 $X_c = 0$ ; 因波束中心与ZOY平面的夹角为其斜视角 $\theta$ , 可知弹体此时的位置可以表示为 $(-\tan\theta\sqrt{Y_c^2 + H^2}, 0, H)$ . 若 $t_a = 0$ 时刻, 弹体X轴方向速度 $V_x$ , Z轴方向速度 $V_z$ , 弹体在任意慢时刻 $t_a$ 时的位置可以写为 $(X_{\text{radar}}, Y_{\text{radar}}, H_{\text{radar}})$

$$X_{\text{radar}} = -\tan\theta\sqrt{Y_c^2 + H^2} + \Delta X,$$



$$\begin{aligned} \Delta X &= V_x t_a + \frac{1}{2} a_x t_a^2, \\ Y_{\text{radar}} &= 0, \\ H_{\text{radar}} &= H + \Delta H, \\ \Delta H &= V_z t_a + \frac{1}{2} a_z t_a^2. \end{aligned} \quad (1)$$

场景中任意散射点 $(X_n, Y_n)$ 和任意时刻雷达的斜距表达式为

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{(X_n - X_{\text{radar}})^2 + Y_n^2 + H_{\text{radar}}^2} \\ &= \sqrt{R_x^2 + u_1 t_a + u_2 t_a^2 + u_3 t_a^3 + u_4 t_a^4}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Delta Y &= Y_n - Y_c, \\ R_0 &= \sqrt{H^2 + Y_c^2} / \cos\theta, \\ R_x &= (X_n^2 + R_0^2 + 2R_0 X_n \sin\theta + 2\Delta Y Y_c + \Delta Y^2)^{1/2}, \\ u_1 &= -2V_x X_n - 2R_0 V_x \sin\theta + 2V_z H, \\ u_2 &= V_x^2 - R_0 a_x \sin\theta + V_z^2 - a_x X_n + H a_z, \\ u_3 &= V_x a_x + V_z a_z, \\ u_4 &= a_x^2/4 + a_z^2/4. \end{aligned} \quad (3)$$

不同于一般SAR成像中的斜距二阶近似, 弹载SAR的斜距通常需要四阶泰勒级数近似的精度,  $R$ 在 $t_a = 0$ 的泰勒展开式为

$$\begin{aligned} R &\approx R_x + b_1 t_a + b_2 t_a^2 + b_3 t_a^3 + b_4 t_a^4; \\ b_1 &= \frac{u_1}{2R_x}, \\ b_2 &= \frac{u_2}{2R_x} - \frac{u_1^2}{8R_x^3}, \\ b_3 &= \frac{u_3}{2R_x} - \frac{u_1 u_2}{4R_x^3} + \frac{u_1^3}{16R_x^5}, \\ b_4 &= \frac{u_4}{2R_x} - \frac{2u_1 u_3 + u_2^2}{8R_x^3} + \frac{3u_1^2 u_2}{16R_x^5} - \frac{5u_1^4}{128R_x^7}. \end{aligned} \quad (4)$$

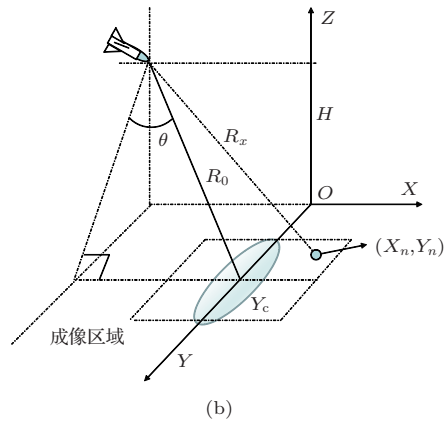


图1 弹载SAR几何建模 (a) 弹载SAR的波束照射; (b) 零时刻的几何关系

合成孔径可用场景中心点  $(0, Y_c)$  在  $t_a = 0$  时刻的斜距  $R_0$  近似, 即

$$L_{\text{sar}} = \frac{\lambda}{D} R_0, \quad (6)$$

其中  $\lambda$  为载波波长,  $D$  为天线实孔径, 相对应的, 其合成孔径时间为

$$T_{\text{sar}} = \frac{L_{\text{sar}}}{V_w}, \quad (7)$$

$V_w$  为相对应的波束在平面 XOY 的投影照射速度, 表达式和推导见 3.3.

### 3 二维频谱补偿分析

#### 3.1 多普勒中心校正

弹载 SAR 通常采用线性调频信号, 经过去载频的回波可以写成

$$S(t_r, t_a) = a_r \left( t_r - \frac{2R}{C} \right) a_a(t_a) \exp \left( -j \frac{4\pi R}{\lambda} \right) \times \exp \left[ j\pi k_r \left( t_r - \frac{4\pi R}{C} \right)^2 \right], \quad (8)$$

其中  $k_r$  为发射信号的调频率,  $a_a, a_r$  为距离向和方位向的包络,  $C$  为电磁波传播速度. 利用驻留相位法求上式对于距离向的 FFT (fast fourier transformation, 快速傅里叶变换), 其中  $f_r$  为快时间频率, 以下求 FFT 或 IFFT (inverse FFT, 快速傅里叶反变换) 时均忽略包络和幅度变化:

$$S(f_r, t_a) = \int S(t_r, t_a) \exp(-j2\pi f_r t_r) dt_r = a_r(f_r) a_a(t_a) \exp \left( -j \frac{\pi f_r}{k_r} \right) \times \exp \left[ -j4\pi \frac{(f_r + f_c)}{C} R \right]. \quad (9)$$

由  $R$  的展开式中  $t_a$  一次项可知对于慢时间的多普勒中心频率为

$$f_{\text{dc}} = - \frac{2}{\lambda} \frac{dR}{dt_a} \Big|_{t_a=0} = - \frac{2}{\lambda} \left( \frac{V_x X_n}{R_x} + \frac{V_z H - R_0 V_x \sin \theta}{R_x} \right), \quad (10)$$

上式中第二部分  $-\frac{2}{\lambda} \frac{V_z H - R_0 V_x \sin \theta}{R_x}$  只会使方位频率模糊并影响到后续信号处理, 在距离频域-方位时域无法同时对变量  $R_x, f_r$  进行调整, 故而只能以场景中心构造多普勒中心校正函数, 该函数可以写为

$$H_1 = \exp \left[ j4\pi \frac{(f_r + f_c)}{C} \left( \frac{V_z H}{R_0} \right. \right.$$

$$\left. \left. - \frac{R_0 V_x \sin \theta}{R_0} \right) t_a \right]. \quad (11)$$

将 (9) 式与 (11) 式相乘完成补偿. 在一些算法 [4,5] 中, 将补偿后的多普勒中心近似为  $-\frac{2}{\lambda} \frac{V_x X_n}{R_x}$ , 小场景情况下  $R_x R_0$  差距不大, 这样的近似是完全可以的; 然而在大场景成像中,  $R_x R_0$  相差较大,

$$\frac{V_z H}{R_x} - \frac{R_0 V_x \sin \theta}{R_x} \neq \frac{V_z H}{R_0} - \frac{R_0 V_x \sin \theta}{R_0},$$

较大多普勒中心的补偿误差 (图 7) 会引起方位向压缩距离的较大走动 (图 8 (a)), 因此推导中不能忽略此误差. 经过多普勒中心补偿后的结果为

$$S_1(f_r, t_a) = a_r(f_r) a_a(t_a) \exp \left( -j \frac{\pi f_r^2}{k_r} \right) \times \exp \left[ -j4\pi \frac{(f_r + f_c)}{C} \left( R_x + b_x t_a + b_2 t_a^2 + b_3 t_a^3 + b_4 t_a^4 \right) \right],$$

$$b_x = \frac{V_x X_n}{R_x} - \left( \frac{R_0 V_x \sin \theta}{R_x} - \frac{V_z H}{R_x} \right) + \left( \frac{R_0 V_x \sin \theta}{R_0} + \frac{V_z H}{R_0} \right). \quad (12)$$

由 (12) 式可知, 其对应的最大多普勒频率约为

$$f_{\text{d max}} = - \frac{2}{\lambda} \frac{dR}{dt_a} \Big|_{t_a=T_{\text{sar}}/2} \approx - \frac{2}{\lambda} (b_x + b_2 T_{\text{sar}}). \quad (13)$$

为了使方位采样不产生模糊, 必须满足:  $|f_{\text{d max}}| \leq \text{PRF}/2$ , 但是 PRF (pulse repetition frequency, 脉冲重复频率) 又要受到雷达最远探测距离的限制, 即

$$R_{\text{max}} < \left( \frac{1}{\text{PRF}} - T_p \right) \frac{C}{2}, \quad (14)$$

(14) 式中  $T_p$  为发射脉冲持续时间. 因此, 弹载 SAR 能够成像的区域受到载波, 弹体速度, PRF 的限制, 在满足方位采样不模糊的前提下, 根据级数反演法和驻留相位法, 对  $S_1(f_r, t_a)$  进行方位向傅里叶变换, 其中  $f_a$  为方位时间对应的频率 (这里只列出要分析的重点解析式, 详细推导和全部表达式可参考文献 [2])

$$S_2(f_r, f_a) = \int S(t_r, t_a) \exp(-j2\pi f_a t_a) dt_a = a_r(f_r) a_a(f_a) \exp \left( -j \frac{\pi f_r^2}{k_r} \right) \times \exp [j\varphi_0(f_a) + j\varphi_1(f_a) f_r + j\varphi_2(f_a) f_r^2 + j\varphi_3(f_a) f_r^3]$$

$$\begin{aligned}
 &= a_r(f_r) a_a(f_a) \exp\left(-j \frac{\pi f_r^2}{k_r}\right) \\
 &\quad \times \exp\left\{j[\varphi_{00} + \varphi_{01} f_a + \varphi_{02} f_a^2\right. \\
 &\quad + \varphi_{0\text{res}}(f_a)] + j\left[-\frac{2\pi R_{\text{cen}}}{C}\right. \\
 &\quad + \varphi_{1\text{res}}(f_a)] f_r + j\varphi_2(f_a) f_r^2 \\
 &\quad \left. + j\varphi_3(f_a) f_r^3\right\}, \quad (15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \varphi_0(f_a) &= \varphi_{00} + \varphi_{01} f_a + \varphi_{02} f_a^2 + \varphi_{0\text{res}}(f_a) \\
 &= \left(\frac{\pi k_1}{k_2} + \frac{3\pi k_1^2 k_3}{4k_2^3} + \frac{\pi 9k_3^2 k_1^3}{8k_2^5}\right. \\
 &\quad \left.- \frac{\pi 4k_2 k_4 k_1^3}{8k_2^5}\right) f_a + \left[\frac{27\pi C k_3^2 k_1^2}{16k_2^5 f_c}\right. \\
 &\quad \left.- \frac{12\pi C k_2 k_4 k_1^2}{16k_2^5 f_c} + \frac{\pi C}{2k_2 f_c} + \frac{3\pi C k_1 k_3}{4k_2^3 f_c}\right. \\
 &\quad \left. + \frac{\pi 3C(9k_3^2 - 4k_2 k_4) k_1^2}{16k_2^5 f_c}\right] f_a^2 \\
 &\quad + \varphi_{0\text{res}}(f_a) + \varphi_{00}, \quad (16)
 \end{aligned}$$

$$\varphi_1(f_a) = -\frac{2\pi R_{\text{cen}}}{C} + \varphi_{1\text{res}}(f_a), \quad (17)$$

$$k_1 = 2b_x, \quad k_2 = 2b_2, \quad k_3 = 2b_3, \quad k_4 = 2b_4,$$

$$R_{\text{cen}} = 2R_x. \quad (18)$$

(15) 式中的  $\varphi_0(f_a), \varphi_1(f_a), \varphi_2(f_a), \varphi_3(f_a)$  均是  $k_1 k_2 k_3 k_4 R_{\text{cen}}$  的函数。

### 3.2 二维频谱预处理

$S_2(f_r, f_a)$  中的相位中的各个项均含有  $k_1 k_2 k_3 k_4 R_{\text{cen}}$ , 而  $k_1 k_2 k_3 k_4 R_{\text{cen}}$  五个参量都和散射点的二维坐标  $(X_n, Y_n)$  有关, 因此是空变的. 然而, 其中方位频率和距离频率的耦合项  $\varphi_2(f_a) f_r^2, \varphi_3(f_a) f_r^3, \varphi_{1\text{res}}(f_a) f_r, \varphi_{0\text{res}}(f_a)$  即使在场景很大的情况下变化也可忽略不计, 完全可以由场景中心补偿<sup>[2,3]</sup>, 这一步等效完成了距离徙动校正(图7);  $\varphi_{00}$  是常数相位项, 对最后压缩的结果并不产生影响; 距离压缩  $-j\pi f_r^2/k_r$  项可以和二维去耦一并完成. 以场景中心为参考的二维去耦函数为

$$\begin{aligned}
 H_2 &= \exp\left[-j\varphi_{0\text{res}}(f_a) - j\varphi_{1\text{res}}(f_a) f_r - j\varphi_2(f_a) f_r^2\right. \\
 &\quad \left.- j\varphi_3(f_a) f_r^3\right] \exp\left(j \frac{\pi f_r^2}{k_r}\right). \quad (19)
 \end{aligned}$$

将(19)与(15)式相乘并进行距离向IFFT, 可获得补偿频谱后的距离-多普勒域的信号表达式为

$$S_3(t_r, f_a) = \int S_2 H_2 \exp(j2\pi f_r t_r) df_r$$

$$\begin{aligned}
 &= \int a_r(f_r) a_a(f_a) \exp\left[j(\varphi_{01} f_a + \varphi_{02} f_a^2)\right. \\
 &\quad \left.- j \frac{2\pi R_{\text{cen}}}{C} f_r\right] \exp(j2\pi f_r t_r) df_r \\
 &= p_r\left(t_r - \frac{2\pi R_{\text{cen}}}{C}\right) a_a(f_a) \\
 &\quad \times \exp\left[j\varphi_{01} f_a + j\varphi_{02} f_a^2\right]. \quad (20)
 \end{aligned}$$

### 3.3 变量解耦

(20) 式中已完成距离向的处理. 在  $S_3(t_r, f_a)$  的两个相位项中,  $\varphi_{01}$  决定最终方位压缩位置. 图5(a)画出了其随坐标系变化的情况. 在小场景成像条件小斜视情况下,  $\varphi_{01} \approx 2\pi k_1/2k_2 \approx 2\pi X_n/V_x$ , 可以近似看成与散射点横坐标  $X_n$  有比例关系; 但是在大场景条件下, 由于多普勒中心未能完全补偿, 导致  $b_x \neq V_x X_n/R_x$ . 即使补偿中心偏移, 方位向压缩也会出现偏移情况, 甚至导致场景边界处成像结果出现重叠而难以识别.  $\varphi_{02}$  是方位二次频率压缩项, 对应时域的调频率为  $k_a = -\pi^2/\varphi_{02}$ ,  $k_a$  沿二维坐标轴的空变均很剧烈(图6a). 如果用场景中心的  $\varphi_{02}$  近似压缩, 将使场景中心两侧的方位向聚焦深度变差, 方位分辨率降低(图10, 图11). 以上分析表明, 解决大场景成像的问题的关键就是对具有空变性的  $\varphi_{01}, \varphi_{02}$  进行调整. 而经过二维频谱去耦和距离压缩的雷达回波信号时域维度为慢时间  $t_a$  和距离向  $R_{\text{cen}}$  ((20) 式对  $f_a$  IFFT), 无法直接对散射点二维坐标  $(X_n, Y_n)$  的函数  $\varphi_{01} = \varphi_{01}(X_n, Y_n), \varphi_{02} = \varphi_{02}(X_n, Y_n)$  进行补偿, 这就给大场景成像带来了困难.

针对这些问题, 本文提出变量解耦的NCSA方法来解决. 首先, 建立一个慢时间和散射点坐标值  $X_n$  的联系.

图2画出了波束中心照射到与  $(X_n, Y_n)$  散射点相同横坐标的几何关系. 波束中心指向场景的坐标值可以写为

$$\begin{aligned}
 &(\tan \theta [Y_c^2 + (H - \Delta H)^2]^{1/2} \\
 &\quad - \tan \theta (Y_c^2 + H^2)^{1/2} + \Delta X, Y_c). \quad (21)
 \end{aligned}$$

设此刻的慢时间时刻为  $t_n$ , 代入(1)式中的  $\Delta X, \Delta H$ , 并对  $t_n$  在 0 处进行一阶泰勒展开近似, 坐标(21)式可以写成  $(V_w t_n + a_w t_n^2/2, Y_c)$ ,  $V_w$  为波束在地面上的投影初速度,  $a_w$  为对应的加速度:

$$V_w = \tan \theta \frac{H}{\sqrt{H^2 + Y_c^2}} V_z + V_x,$$

$$a_w = \tan \theta \frac{H}{\sqrt{H^2 + Y_c^2}} a_z + a_x. \quad (22)$$

若将散射点  $(X_n, Y_n)$  最终的方向向压缩时刻设置在  $t_n$  处, 不仅压缩时刻有明确的物理意义(波束中心照射在相同横坐标上), 也能建立  $X_n$  和慢时间的关系, 即

$$X_n = V_w t_n + a_w t_n^2 / 2. \quad (23)$$

$R_{cen}$  是散射点  $(X_n, Y_n)$  的函数. 如果将  $R_{cen}$  看成输入变量, 则  $Y_n$  也是  $R_{cen}$  和  $X_n$  的函数, 利用(2)式, 可以记  $Y_n$  为  $Y_n = Y_n(R_{cen}, X_n) = Y_n(R_{cen}, t_n)$ .

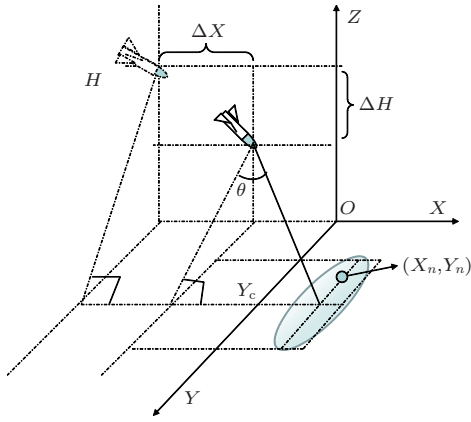


图2 波束中心和散射点几何关系

这样, 通过波束中心时刻关联的变量映射, 将场景散射点坐标变量转换成了雷达录取数据维度变量, 完成了变量的解耦. 且从解耦后的图5(b), 图6(b)可以看出, 变化趋势近似成线性关系, 可用一次泰勒展开来近似(仿真结果图15表明这2个参数的近似完全可以满足一般弹载SAR成像的需求, 若对成像质量有更严格的要求, 可对成像的结果做进一步的几何校正). 将处理困难的  $\varphi_{01}$ ,  $\varphi_{02}$  重新改写并在  $t_n = 0$  处一阶展开为

$$\begin{aligned} \varphi_{01} &= \varphi_{01}(X_n, Y_n) = \varphi_{01}(X_n(t_n), Y_n(R_{cen}, t_n)) \\ &= \varphi_{01}(t_n, R_{cen}) \approx \varphi_{01}(0, R_{cen}) \\ &\quad + \left[ \frac{\partial \varphi_{01}(t_n, R_{cen})}{\partial t_n} \Big|_{t_n=0} \right] t_n \\ &= -2\pi\beta - 2\pi\alpha t_n, \\ \varphi_{02} &= -\pi^2 / k_a(X_n, Y_n) \\ &= -\pi^2 / k_a(X_n(t_n), Y_n(R_{cen}, t_n)) \\ &= -\pi^2 / k_a(t_n, R_{cen}) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} &\approx \frac{-\pi^2}{k_a(0, R_{cen}) + \left[ \frac{\partial k_a(t_n, R_{cen})}{\partial t_n} \Big|_{t_n=0} \right] t_n} \\ &= \frac{-\pi^2}{\pi k_{a0} + \pi \delta_{k_a} t_n}. \end{aligned} \quad (25)$$

将(24), (25)代入(20)式, 并用驻相点法进行IFFT变换, 可得

$$\begin{aligned} S'_3(t_r, t_a) &= p_r \left( t_r - \frac{2\pi R_{cen}}{C} \right) a_a(t_a - \beta - \alpha t_n) \\ &\quad \times \exp[j\pi(k_{a0} + \delta_{k_a} t_n) \\ &\quad \times (t_a - \beta - \alpha t_n)^2]. \end{aligned} \quad (26)$$

对上式可以用NCSA消除  $\beta$ ,  $\alpha$ ,  $\delta_{k_a}$  因子的影响, 让最终的结果压缩在设计好的压缩时刻  $t_n$  上. 即  $p_r[t_r - (2\pi R_{cen}/C)] p_a(t_a - t_n)$ .

### 3.4 非线性变标处理

将(24), (25)式代入(20)式并乘以  $f_a$  的3次滤波函数  $H_3$ , 进行方位IFFT变换, 得  $S_4(t_r, t_a)$ , 其中  $Y_m$  与  $q_2$ ,  $q_3$  为待计算确定量:

$$\begin{aligned} H_3 &= \exp(j2\pi Y_m f_a^3), \\ S_4(t_r, t_a) &= \int S_3 H_3 \exp(j2\pi f_a t_a) df_a \\ &= p_r \left( t_r - \frac{2\pi R_{cen}}{C} \right) a_a(t_a - \beta - \alpha t_n) \\ &\quad \times \exp[j\pi(k_{a0} + \delta_{k_a} t_n)(t_a - \beta - \alpha t_n)^2 \\ &\quad + j2\pi Y_m (k_{a0} + \delta_{k_a} t_n)^3 \\ &\quad \times (t_a - \beta - \alpha t_n)^3]. \end{aligned} \quad (28)$$

构造非线性变标函数  $H_4$ , 与  $S_4(t_r, t_a)$  相乘后方位FFT, 得信号  $S_5(t_r, f_a)$

$$\begin{aligned} H_4 &= \exp(j2\pi q_2 t_a^2 + 2\pi q_3 t_a^3), \\ S_5(t_r, f_a) &= \int S_4 H_4 \exp(-j2\pi f_a t_a) dt_a \\ &= p_r \left( t_r - \frac{2\pi R_{cen}}{C} \right) a_a(f_a) \exp j2\pi(A + B\alpha t_n f_a \\ &\quad + Ct_n^2 f_a + Dt_n f_a^2 + E). \end{aligned} \quad (29)$$

通过对  $Y_m$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  的合理设置可以巧妙的消除  $S_5(t_r, f_a)$  中不需要的相位因子

$$\begin{aligned} Y_m &= \frac{\delta_{k_a}(\alpha - 0.5)}{3k_{a0}^3(\alpha - 1)}, \\ q_2 &= k_{a0}(\alpha - 1), \end{aligned}$$

$$q_3 = \frac{\delta_{k_a}(\alpha - 0.5)}{6}. \quad (31)$$

使得

$$B = -1/\alpha, C = D = 0. \quad (32)$$

忽略一些常数相位项, 此时  $S_5(t_r, f_a)$  可以表示为

$$\begin{aligned} S_5(t_r, f_a) &= p_r(t_r - \frac{2\pi R_{cen}}{C}) a_a(f_a) \\ &\times \exp(-jp_1 - jp_2 + jp_3 + jp_4), \quad (33) \\ p_1 &= 2\pi t_n f_a, \\ p_2 &= 2\pi\beta f_a, \\ p_3 &= -\frac{\pi f_a^2}{\alpha k_{a0}}, \\ p_4 &= \frac{2\pi(q_3 + Y_m k_{a0}^3) f_a^3}{3\alpha^3 k_{a0}^3}, \quad (34) \end{aligned}$$

式中的  $p_1$  项代表散射点的压缩时刻  $t_n$ ;  $p_2$  主要为多普勒中心未能完全补偿引起的方位向偏差 ((12) 式);  $p_3$  为二次方位压缩项;  $p_4$  为非线性 CS 操作引入的残余相位. 显然, 只要构造  $H_5$  补偿  $p_2, p_3, p_4$  并进行方位向 IFFT 就可以将目标压缩至正确的位置上.  $H_5$  函数为

$$H_5 = \exp(jp_2 - jp_3 - jp_4). \quad (35)$$

最终的压缩结果为

$$\begin{aligned} S_6(t_r, t_a) &= \int S_5(t_r, f_a) H_5 \exp(j2\pi f_a t_a) df_a \\ &= p_r(t_r - \frac{2\pi R_{cen}}{C}) p_a(t_a - t_n). \quad (36) \end{aligned}$$

再由 (23) 式可获得方位向  $X_n$ .

### 3.5 斜距校正

(36) 式中距离压缩的最后结果是斜距 (参考图 1(b) 中的  $R_x$ ), 还不是真实散射点的  $Y_n$  坐标, 因此还必须做进一步几何校正. 由于已经压缩到了方位向  $X_n$  上, 仅仅需要做一次纵向的校正就可以了: 在已知  $R_{cen}, X_n$  的情况下, 不难求出对应的  $Y_n$  为

$$\begin{aligned} Y_n &= [(R_{cen}/2)^2 + Y_c^2 - X_n^2 - R_0^2 \\ &\quad - 2R_0 X_n \sin \theta]^{1/2}. \quad (37) \end{aligned}$$

考虑到弹载算法的实时性, 实际操作时可以根据 (37) 式直接生成从矩阵  $[t_n, R_{cen}]$  到矩阵  $[t_n, Y_n]$  的映射表格直接量化  $Y_n$  来避免插值运算, 这完全

可以在录取数据前设置好. 这也体现了本文成像算法对于成像后处理的便利性.

## 4 算法运算量分析

整个算法流程示意图如图 3 所示.

由文献 [9] 知, 1 次  $N$  点 FFT 或 IFFT 所需的计算量为  $5N \log(N)$  次 FLOP, 一次复数相乘所需的计算量为 6 次 FLOP [5]. 相比一些典型的简单弹载 SAR 成像算法, 本文算法的增加主要由非线性变标操作引起, 这包括了 3 次复乘和 2 次 FFT 运算. 设距离向, 方位向的输入数据长度为  $N_r, N_a$ , 距离脉压后的有效数据长度为  $N_{rout}$ , 可知增加的运算量为

$$\Delta L = 2[5N_{rout}N_a \log(N_a)] + 3(6N_{rout}N_a). \quad (38)$$

然而, 由于考虑了方位向走动和调频率  $k_a$  的空变性, 本文算法使得散射点方位聚焦性能和方位压缩结果大为改善, 节约了小场景成像对分块边缘区域数据的重复运算和拼接操作. 例如, 在不考虑纵向空变的情况下, 对方位长度 800 m 的区域进行成像, 采用通常的近似  $w-k$  或者 R-D 距离算法, 至少要分成 4 段进行成像并进行三次拼图操作 [4]; 若设距离向数据长度为 1024, 方位数据长度为 2048, 近似  $w-k$  算法的运算量为  $2.13 \times 10^9$  次 FLOP, R-D 算法为  $2.07 \times 10^9$  次 FLOP. 而本文算法最多仅需 2 次成像和一次拼接操作, 运算量仅为  $1.47 \times 10^9$  次 FLOP. 如果考虑大场景中纵向空变分块成像的情况, 节省的运算量将会更多.

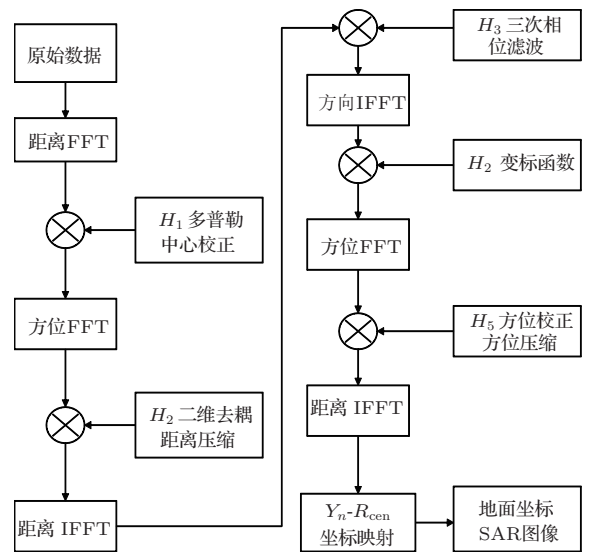


图 3 算法流程示意

以上分析表明, 在小场景成像处理上, 本文算法的实时性不如通常的近似  $w-k$  或者 R-D 距离算法, 但场景范围扩大时却能在整体上提高成像效率和质量, 并节约数据分块和拼接操作. 因此, 本文算法可以作为制导成像的一种有效的补充和辅助手段, 在前中期制导段提供给导引头更多的信息. 当处于末制导阶段或适时性要求更高时采用场景小但效率高的其他算法.

### 5 仿真结果与分析

仿真采用的参数如表 1 所示, 仿真散射点位置的矩阵点格如图 4 所示, 设置的矩阵点数为  $9 \times 13$

个, 覆盖面积  $400 \text{ m} \times 2000 \text{ m}$ , 其中点 1 和点 2 为距离徙动变化最剧烈的点.

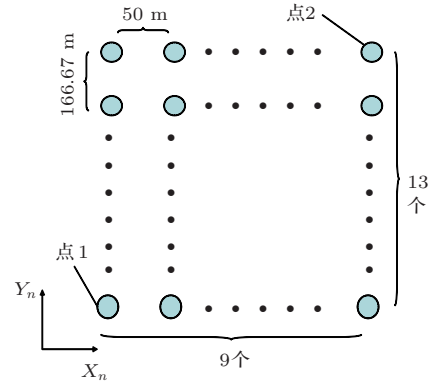


图 4 设置的散射点位置

表 1 弹载 SAR 仿真雷达参数

参数名	参数值	参数名	参数值
载波频率 $f_c$ /GHz	10	初始水平速度 $V_x$ /(m/s)	2000
信号带宽 $B_r$ /MHz	75	水平加速度 $a_x$ /(m/s <sup>2</sup> )	-50
脉冲时宽 $T_p$ /μs	4	初始垂直速度 $V_z$ /(m/s <sup>2</sup> )	-50
脉冲重复频率 PRF/KHz	8	垂直加速度 $a_z$ /(m/s <sup>2</sup> )	-9.8
采样频率 $f_s$ /MHz	90	斜视角 $\theta$ /(°)	30
场景中心坐标 $(X_c, Y_c)$ /m	(0, 4000)	成像面积 $2X_0 \times 2Y_0$ /m $\times$ m	$400 \times 2000$
弹体初始高度 $H$ /m	10000	天线孔径 $D$ /m	1.5

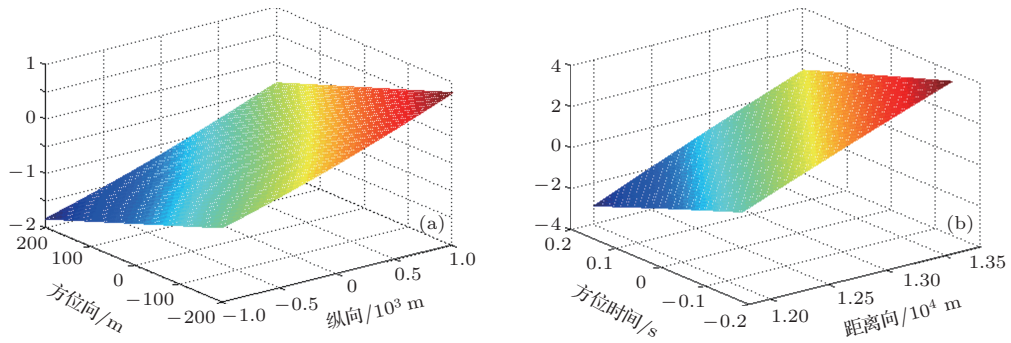


图 5 (网刊彩色)  $\varphi_{01}$  变化图 (a) 随  $(X_n, Y_n)$ ; (b) 随  $(t_n, R_{cen})$

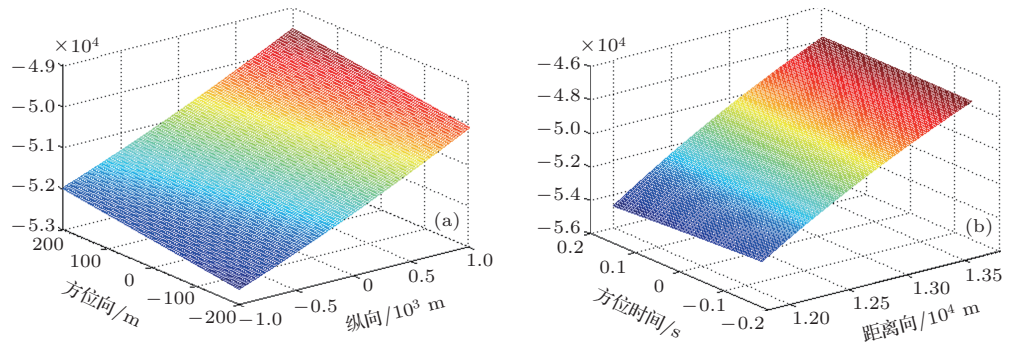


图 6 (网刊彩色)  $k_a$  变化图 (a) 随  $(X_n, Y_n)$ ; (b) 随  $(t_n, R_{cen})$

图5(a)图6(a)是 $\varphi_{01}$ ,  $k_a$ 随着 $(X_n, Y_n)$ 变化图, 图5(b)图6(b)是用参量 $(t_n, R_{cen})$ 解耦下的 $\varphi_{01}$ ,  $k_a$ . 由于波束中心在录取数据开始和结束时间照射的区域要大于成像场景, 故值域要更广一些.

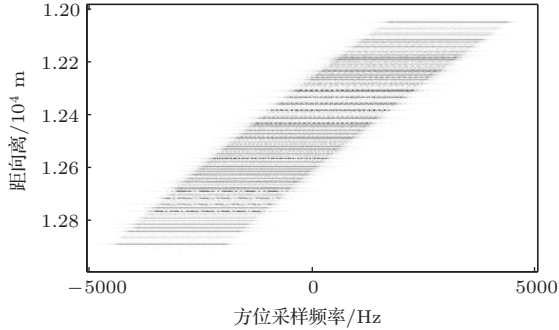


图7 距离多普勒压缩结果

图7是所有点目标的回波信号经过 $H_1$ ,  $H_2$ 函数及距离IFFT处理的距离-多普勒域结果((20)式). 点目标的多普勒中心均有很大的偏移, 仿真结果说明 $H_1$ 补偿误差的不可忽略性, 同时也说明10 kHz的PRF符合方位采样不模糊的要求.

图8(a)是采用通常算法即用场景中心参数构

造匹配函数的结果, 图8(b)是采用本文算法不补偿滤波器中的 $p_2$ 项直接方位IFFT的结果. 从场景中心点、图4中边界点1点2的成像结果等高线, 以及距离向、方位向的剖面图和表2可以看出, 算法对于方位向的聚焦深度的良好改善.

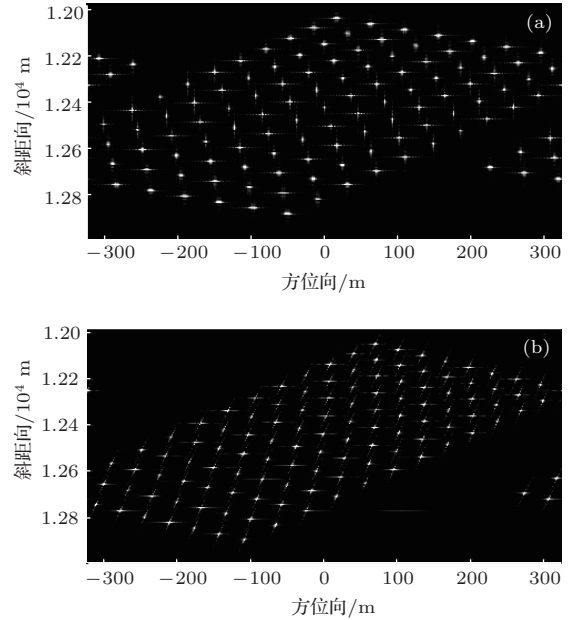


图8 初步成像结果 (a) 场景中心匹配; (b) 本文算法

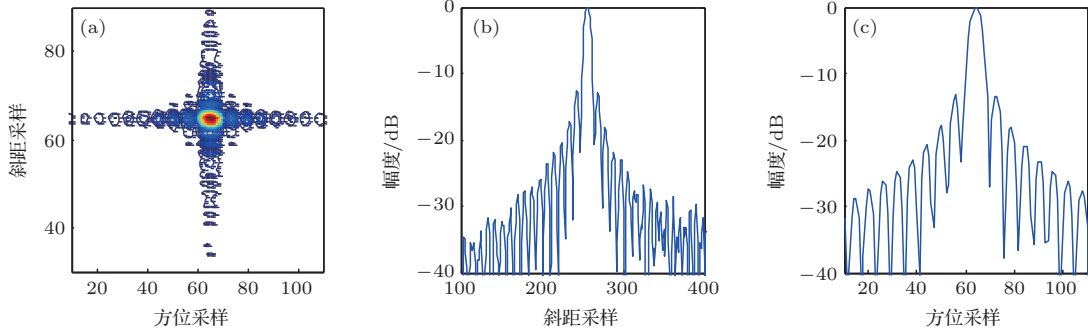


图9 (网刊彩色) 图8(a)中心点成像 (a) 等高线; (b) 距离向剖面; (c) 方位向剖面

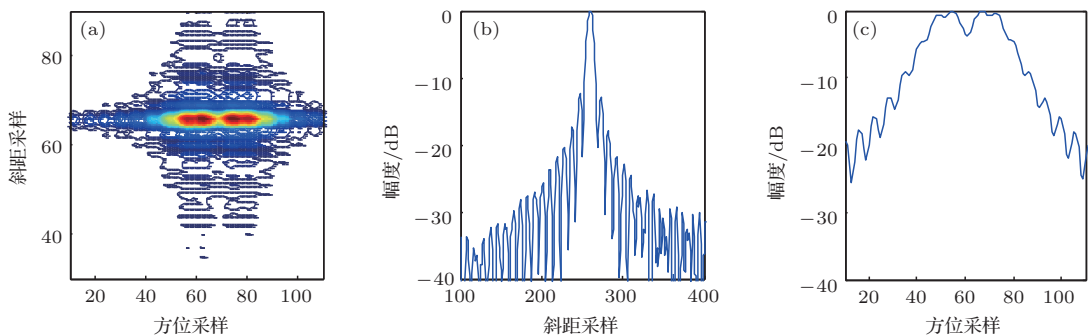


图10 (网刊彩色) 图8(a)边界点1成像 (a) 等高线; (b) 距离向剖面; (c) 方位向剖面



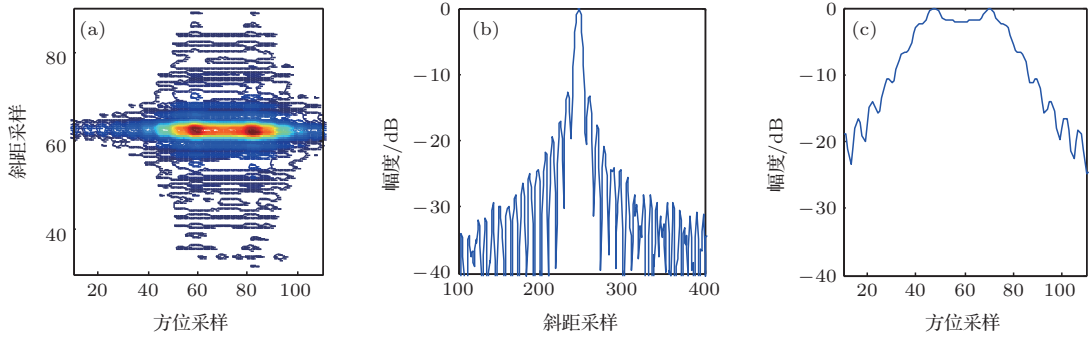


图 11 (网刊彩色) 图 8(a) 边界点 2 成像 (a) 等高线; (b) 距离向剖面; (c) 方位向剖面

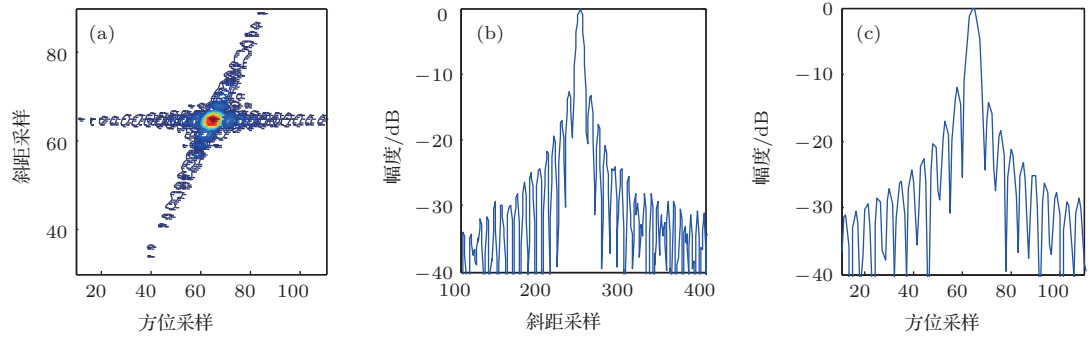


图 12 (网刊彩色) 图 8(b) 中心点成像 (a) 等高线; (b) 距离向剖面; (c) 方位向剖面

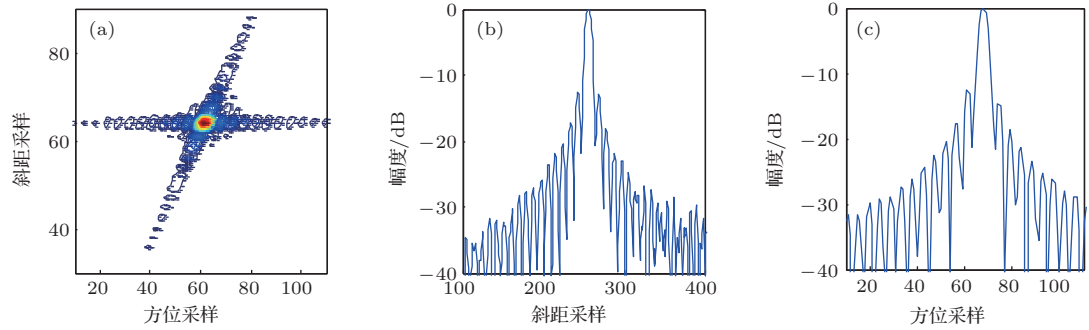


图 13 (网刊彩色) 图 8(b) 边界点 1 成像 (a) 等高线; (b) 距离向剖面; (c) 方位向剖面

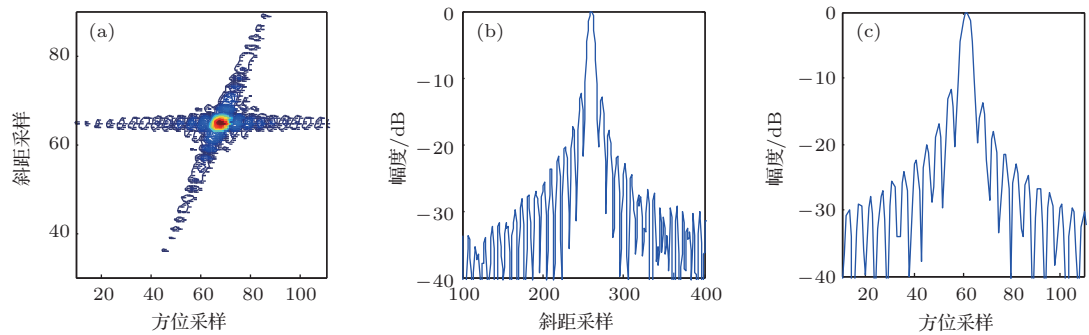


图 14 (网刊彩色) 图 8(b) 边界点 2 成像 (a) 等高线; (b) 距离向剖面; (c) 方位向剖面

表2 算法成像质量指标

性能指标	中心点	中距点	边界点1	边界点2
方位分辨率/m	0.75	0.75	0.77	0.78
PSLR/dB	-13.13	-13.15	-13.14	-13.12
ISLR/dB	-9.83	-9.81	-9.80	-9.80

图15(a)是图8(b)经过方位去斜校正的图像,图15(b)是在图15(a)的基础上以节3.5方法几何校正后的结果.从最终的成像结果上看,目标已经转换为相对于场景中心的地面坐标系,成像质量总体良好,说明了算法的可行性和有效性.

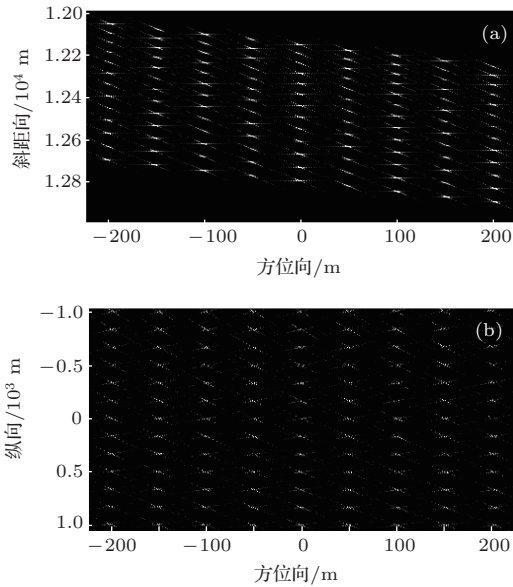


图15 几何校正结果 (a)方位去斜后;(b)斜距映射后

## 6 结 论

本文首先对SAR俯冲段斜视成像建立了正确的斜距几何和回波模型,深入分析了二维频谱表达式中各项关系,通过对变量进行解耦,使和散射点

坐标有关的频谱参量转变为雷达录取数据的二维参量,较好解决了方位向压缩的聚焦深度和准确度的问题.从大场景成像的整体上分析了算法的效率.最后多个散射点阵列仿真结果证明了该算法的有效性.但以现今的数据处理速度,NCS类算法的适时性仍然不高,从而限制了算法的实用性,这也是今后的研究中需要改进和完善的地方.对于弹载SAR而言,复杂运动模型下的大场景成像算法拥有更好的适应性,获得的信息量更丰富,更有利于提高场景匹配成功率,因此本文提出的算法有一定的参考价值和应用意义.

## 参考文献

- [1] Chen S, Zhao H C, Zhang S N, Chen Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 218406 (in Chinese)[陈思,赵惠昌,张淑宁,陈勇 2013 物理学报 **62** 218406]
- [2] Yi Y S 2009 *Ph. D. Dissertation*(Xi'an: XiDian University) (in Chinese) [易子生 2009 学位论文(西安:电子科技大学)]
- [3] Zhou P 2011 *Ph. D. Dissertation*(Xi'an: XiDian University) (in Chinese) [周鹏 2011 学位论文(西安:电子科技大学)]
- [4] Zhou S, Bao M, Zhou P, Xing M D, Bao Z 2011 *J. Electron. Inf. Tech.* **33** 1421(in Chinese) [周松,包敏,周鹏,邢孟道,保铮 2011 电子与信息学报 **33** 1421]
- [5] Wang Z, He X D, Tang B 2013 *J. Data Acquis. Process.* **28** 479 (in Chinese) [王珍,和小冬,唐斌 2013 数据采集与处理 **28** 479]
- [6] Xiao Z Y, Xu H P, Li C S 2013 *J. Electron. Inf. Tech.* **35** 1090 (in Chinese) [肖忠源,徐华平,李春升 2013 电子与信息学报 **35** 1090]
- [7] Wong F H, Cumming I G, Neo Y L 2008 *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **46** 2493
- [8] Davidson G W, Cumming I G 1996 *IEEE Trans. Aerosp. Electro. Syst.* **32** 121
- [9] Milman A S 1993 *Int. J. Remote Sens.* **14** 1965

# An imaging algorithm for missile-borne SAR with downward movement based on variable decoupling\*

Jiang Huai<sup>1)</sup> Zhao Hui-Chang<sup>1)†</sup> Han Min<sup>2)</sup> Zhang Shu-Ning<sup>2)</sup>

1) (*School of Electronic&Optical, Nanjing University of Science&Technology, Nanjing 210094, China*)

2) (*Institute of information, Southeast China University, Nanjing 210094, China*)

( Received 17 November 2013; revised manuscript received 1 January 2014 )

## Abstract

The ordinary SAR imaging algorithms are inapplicable to missile-borne SAR due to the high speed dive and high-squint of missile. Aiming at this problem, this paper firstly sets up the model of echo and analyses of two-dimensional spectrum. By using azimuth nonlinear chirp scaling (NLCS) based on variable decoupling, an imaging algorithm for missile-borne SAR is proposed. It can effectively compensate the scene with longitudinal and transverse Doppler shift and improve the focusing quality while it can also simplify the geometric image correction operation. Simulation results are provided to confirm the effectiveness of the proposed algorithm.

**Keywords:** missile-borne SAR, nonlinear chirp scaling, large-scale scene, diving acceleration

**PACS:** 84.40.Xb, 84.40.Ua, 07.07.Df

**DOI:** [10.7498/aps.63.078403](https://doi.org/10.7498/aps.63.078403)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61171168, 60702016).

† Corresponding author. E-mail: [zhaohch353@163.com](mailto:zhaohch353@163.com)