

变曲率弯路车辆换道虚拟轨迹模型*

任殿波[†] 张京明 王聪

(哈尔滨工业大学汽车工程学院, 威海 264209)

(2013年9月1日收到; 2013年12月26日收到修改稿)

研究自动化公路系统车辆换道虚拟轨迹规划方法, 建立基于奇次多项式的变曲率弯路换道轨迹模型. 假设车辆起始车道和目标车道具有相同的瞬时中心, 把车辆在弯曲路段换道时的运动分解为向道路瞬心的直线运动和绕道路瞬心的圆周转动. 假设向心运动位移和转动角位移满足奇次多项式约束, 由换道时间、位置要求以及车辆在换道开始时刻和结束时刻的期望状态确定两种运动满足的边界条件, 利用边界条件确定多项式系数. 根据向心运动位移和转动角位移多项式模型, 建立换道虚拟轨迹数学模型. 与现有弯路换道轨迹规划方法相比, 取消道路曲率为常数的假定, 得到的换道轨迹模型更具一般性. 仿真结果验证了文中提出的变曲率弯路换道虚拟轨迹规划方法的可行性.

关键词: 车辆换道, 轨迹规划, 变曲率弯路, 奇次多项式

PACS: 89.40.-a, 07.05.Dz

DOI: 10.7498/aps.63.078902

1 引言

自动化公路系统^[1](automated highway systems, AHS)是智能交通系统的重要分支, 是指采用先进的信息、控制技术装备公路和车辆, 通过车路通信和车间通信, 达到自动调节车辆行驶方向、速度以及车间距离, 实现智能车辆在智能公路上的无人驾驶, 可简单概括为智能车-智能路. 实现车辆无人驾驶的关键是对车辆自动控制系统的研究、设计和开发. 按控制目的可把车辆自动控制分为纵向控制和横向控制.

车辆换道^[2,3]属于车辆横向控制的研究内容, 指车辆从一条车道沿期望换道轨迹进入另一条车道的过程. 文献^[4]把换道方式分为磁钉导航方式和自由换道方式. 磁钉导航方式是指通过控制车辆沿铺设磁钉的路径行驶来实现换道行为, 如文献^[5]; 自由换道方式是按照换道需求首先在两车道之间规划虚拟期望换道轨迹, 然后通过控制车辆沿虚拟换道轨迹行驶, 从而实现换道, 参见文献^[6]. 自由换道方式车辆跟踪的是虚拟换道路径, 与采用现

实路径的磁钉导航方式相比有更大灵活性. 本文讨论的换道属于后一种方式. 虚拟换道轨迹的规划方法有多种, 如假设换道轨迹满足圆弧或余弦约束, 把侧向加速度设定为大小相等的正反梯形等^[7], 另外还可基于贝赛尔曲线规划换道轨迹^[8], 但采用该方法, 在有障碍物路况下曲线控制点难于选取; 文献^[9]研究一种基于多项式的快速车辆换道轨迹规划算法, 提高了轨迹规划的实时性. 由于实际的车辆间纵横向运动相互干扰^[10], 文献^[11]设计考虑实施过程的换道模型, 并对不同车道数的道路交通流进行模拟; 文献^[12]考虑驾驶员对匝口位置敏感程度, 设计了随行驶目的、位置变化的换道规则和换道概率; 文献^[13]建立多车道元胞自动机模型, 考虑在应急车辆存在情况下修改换道规则; 文献^[14]研究车辆换道过程对交通流稳定性的影响.

上述文献研究的车辆换道行为, 假定车辆在直线道路上行驶. 在直路上, 起始车道和目的车道曲率都为0, 而在弯路上, 内外侧两条车道曲率均不为0, 且不相等. 关于弯路上的车辆换道, 现有研究文献还很少. 文献^[15]在确定车辆换道期望横摆角和横摆角速度时考虑了道路的曲率, 但假定车辆在

* 山东省自然科学基金(批准号: ZR2010FM008)和哈尔滨工业大学科研创新基金(批准号: HIT.NSRIF.2011117)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: r_dianbo@163.com

换道过程中, 车辆质心到道路瞬心的距离不变, 即起始车道和目的车道的曲率相同. 当道路曲率半径较小, 而起始车道和目的车道之间距离较大时, 采用文献 [15] 的方法得到的换道轨迹会有较大偏差, 车辆通过跟踪该轨迹实现换道, 换道结束时, 车辆质心不会在目的车道上, 所以这种不考虑内外侧车道曲率差别的弯路车辆换道研究结果只是一种近似和简化, 控制系统存在误差不可避免. 为此, 文献 [16, 17] 专门对弯路车辆换道进行了研究, 考虑内外侧车道曲率差别, 提出了一种弯路车辆换道轨迹规划方法, 得到的期望换道轨迹是没有偏差的. 但文献 [16, 17] 只是把关于直线路段上的车辆自动换道研究成果推广到圆弧形路段, 即从假定道路曲率为 0 推广到不为 0 的常数, 而实际上, 弯路的曲率往往是连续变化的 [18], 一般不会从 0 突变为某一常数, 把道路曲率假定为常数不具有一般性. 本文在文献 [15—17] 的基础上继续研究弯路换道轨迹规划, 考虑道路曲率变化, 增加路段长度约束, 建立基于多项式约束的变曲率路段车辆换道轨迹模型.

2 路段模型

公路主要有三类路段类型, 即直线路段、圆弧路段和变曲率弯曲路段, 道路中心线分别对应三种线型, 即直线、圆弧和变曲率曲线. 变曲率路段, 也称为缓和曲线路段, 一般铺设在直线路段和圆弧路段之间.

2.1 直线路段

图 1 显示一段包含两个车道的直线路段. 其中 l_0 为两个车道分界线, 也是道路中心线; l_1 和 l_2 分别表示车道 1 和车道 2 的中心线, 车道中心线间距为 d ; 路段横向起始边界与 l_1 , l_0 和 l_2 交点为 S , S' 和 S'' ; 路段横向结束边界与 l_2 , l_0 和 l_1 交点为 F , F' 和 F'' ; 线段 SF'' , $S'F'$ 和 $S''F$ 长度相同, 都等于路段长度 L .

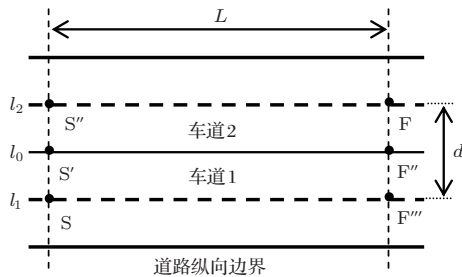


图 1 直线路段模型

2.2 弯曲路段

图 2 显示一段包含两个车道的变曲率路段模型. 圆弧路段可视为变曲率路段特例, 其曲率中心为固定的, 而变曲率路段的曲率中心为变化的.

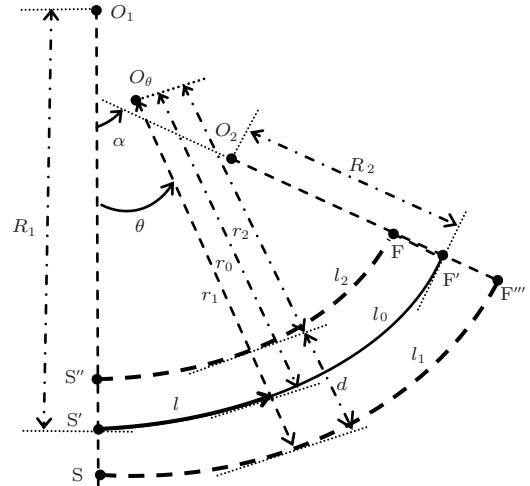


图 2 变曲率路段模型

图 2 中, 路段及其两个车道中心线 l_0 , l_1 和 l_2 都为曲线. O_1 为 l_0 , l_1 和 l_2 分别在 S' , S 和 S'' 点的曲率中心, l_0 在 S' 点曲率半径为 R_1 ; O_2 为 l_0 , l_1 和 l_2 分别在 F' , F'' 和 F 点的曲率中心, l_0 在 F' 点曲率半径为 R_2 . 路段结束边界线与起始边界线交角为 α ; 路段长度定义为点 S' 和 F' 之间弧线长, 仍为 L . 设从路段开始到结束, l_0 , l_1 和 l_2 瞬时曲率中心始终相同, 记为 O_θ , 曲率半径分别为 r_0 , r_1 和 r_2 , 与起始边界线交角为 θ , $\theta \in [0, \alpha]$; 对应 l_0 上弧线长为 l , $l \in [0, L]$. 车道间距等于 r_1 与 r_2 之差, 仍为 d .

设 $r_0 = f(\theta)$, 则 $f(\theta) = dl/d\theta$, $f(\theta)$ 应连续、光滑, 且满足

$$\begin{aligned} f(0) &= R_1, \\ f(\alpha) &= R_2, \\ \int_0^\alpha f(\theta) d\theta &= L. \end{aligned} \quad (1)$$

设 $r_1 = f_1(\theta)$, $r_2 = f_2(\theta)$, 则有 $f_1(\theta) - f(\theta) = d/2$, $f(\theta) - f_2(\theta) = d/2$. 因此, 路段外侧车道, 即点 S 和 F'' 之间弧线长为

$$\int_0^\alpha f_1(\theta) d\theta = \int_0^\alpha (f(\theta) + d/2) d\theta = L + \frac{d}{2}\alpha;$$

路段内侧车道, 即点 S' 和 F 之间弧线长为

$$\int_0^\alpha f_2(\theta) d\theta = \int_0^\alpha (f(\theta) - d/2) d\theta = L - \frac{d}{2}\alpha.$$

若设 $r_0 = g(l)$, 则 $g(l) = dl/d\theta$, 于是有

$$\begin{aligned} g(0) &= R_1, \\ g(L) &= R_2, \\ \int_0^L \frac{dl}{g(l)} &= \alpha. \end{aligned} \quad (2)$$

设 $r_1 = g_1(l)$, $r_2 = g_2(l)$, 相应地, 得到 $g_1(l) - g(l) = d/2$, $g(l) - g_2(l) = d/2$.

3 换道轨迹

3.1 约束条件

规划换道轨迹要考虑时间要求、路段位置、车道间距、开始时刻和结束时刻车辆状态等因素. 假设换道开始时刻车辆位置在 S 点, 结束时刻车辆位置在 F 点.

时间约束: 开始时刻 t_{on} , 结束时刻 t_{off} , 换道时间 $T = t_{off} - t_{on}$.

位置约束: 路段长度 L 、车道间距 d .

状态约束: 开始时刻纵向速度 v_{xon} 、加速度 a_{xon} , 侧向速度 v_{yon} 、加速度 a_{yon} ; 结束时刻纵向速度 v_{xoff} 、加速度 a_{xoff} , 侧向速度 v_{yoff} 、加速度 a_{yoff} .

3.2 直线路换道

假设车辆在直线道路行驶过程中, 由车道 1 驶入车道 2. 基于图 1, 以 S 点为原点建立坐标系 XOY , X 轴与 l_1 重合, 以车辆行驶方向为正方向; Y 轴与 X 轴垂直, 以车道 1 指向车道 2 的方向为正方向, 见图 3. 图中 $X_d(t)$ 为车辆质心 C 沿 X 轴方向位移, $Y_d(t)$ 为沿 Y 轴方向位移, $t \in [t_{on}, t_{off}]$.

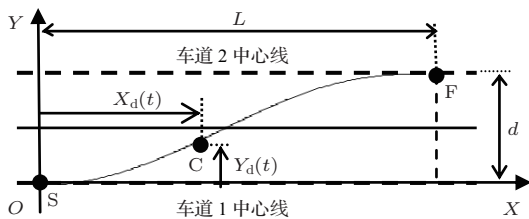


图 3 直线路段换道轨迹规划示意图

根据图 3, 车辆在开始时刻和结束时刻位置坐标应满足

$$\begin{aligned} X_d(t_{on}) &= 0, \\ Y_d(t_{on}) &= 0, \\ X_d(t_{off}) &= L, \end{aligned}$$

$$Y_d(t_{off}) = d. \quad (3)$$

根据文献 [9], 基于 5 次多项式的期望换道轨迹模型可表示为

$$\begin{aligned} X_d(t) &= a_5 t^5 + a_4 t^4 + a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0, \\ Y_d(t) &= b_5 t^5 + b_4 t^4 + b_3 t^3 + b_2 t^2 + b_1 t + b_0, \end{aligned} \quad (4)$$

其中, a_i 和 b_i 为待定系数, $i = 0, 1, \dots, 5$. 记 $A = [a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]^T$, $B = [b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5]^T$. 由 (4) 式得到车辆期望速度和加速度

$$\begin{aligned} \dot{X}_d(t) &= 5a_5 t^4 + 4a_4 t^3 + 3a_3 t^2 + 2a_2 t + a_1, \\ \ddot{X}_d(t) &= 20a_5 t^3 + 12a_4 t^2 + 6a_3 t^2 + 2a_2, \\ \dot{Y}_d(t) &= 5b_5 t^4 + 4b_4 t^3 + 3b_3 t^2 + 2b_2 t + b_1, \\ \ddot{Y}_d(t) &= 20b_5 t^3 + 12b_4 t^2 + 6b_3 t + 2b_2. \end{aligned} \quad (5)$$

根据车辆在开始时刻和结束时刻位置、速度和加速度的边界条件. 通过解线性方程组

$$\begin{aligned} [0, v_{xon}, a_{xon}, L, v_{xoff}, a_{xoff}]^T &= TA, \\ [0, v_{yon}, a_{yon}, d, v_{yoff}, a_{yoff}]^T &= TB, \end{aligned} \quad (6)$$

可得到轨迹模型 (4) 中的待定系数. 其中

$$T = \begin{bmatrix} t_{on}^5 & t_{on}^4 & t_{on}^3 & t_{on}^2 & t_{on} & 1 \\ 5t_{on}^4 & 4t_{on}^3 & 3t_{on}^2 & 2t_{on} & 1 & 0 \\ 20t_{on}^3 & 12t_{on}^2 & 6t_{on} & 2 & 0 & 0 \\ t_{off}^5 & t_{off}^4 & t_{off}^3 & t_{off}^2 & t_{off} & 1 \\ 5t_{off}^4 & 4t_{off}^3 & 3t_{off}^2 & 2t_{off} & 1 & 0 \\ 20t_{off}^3 & 12t_{off}^2 & 6t_{off} & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

车辆换道时, 车辆纵向速度方向应与换道轨迹切线方向保持一致, 所以车辆期望横摆角 ψ_d 应等于轨迹切线方向与车道方向夹角, 即

$$\psi_d(t) = \text{atan} \frac{\dot{Y}_d(t)}{\dot{X}_d(t)}. \quad (7)$$

车辆期望速度 v_d 应等于轨迹沿切线方向的变化率, 即

$$v_d(t) = \sqrt{\dot{X}_d^2(t) + \dot{Y}_d^2(t)}. \quad (8)$$

3.3 弯路换道

3.3.1 边界条件

假设车辆在弯路行驶过程中, 由外侧车道驶入内侧车道. 基于图 2, 以 S 点为原点建立坐标系, X 轴沿圆弧 l_1 在 S 点切线方向, Y 轴指向道路瞬心, 见图 4.

图 4 中, $X_c(t)$ 为 t 时刻车辆质心 C 沿 X 轴方向位移, $Y_c(t)$ 为沿 Y 轴方向位移. 车辆在弯路

换道, 车辆质心 C 的运动可分解为从 S 点向瞬心 O_θ 的直线运动和围绕 O_θ 的圆弧转动, $v_y(t)$ 表示 t 时刻向心速度, $v_x(t)$ 表示沿轨迹切线方向速度, $y(t)$ 表示向心运动位移, $r(t)$ 和 $\theta(t)$ 分别表示换道轨迹瞬时半径和车辆绕道路瞬心转动角位移. $v_{O_\theta}(t)$ 表示瞬心 O_θ 沿瞬时半径 $r(t)$ 的离心速度, $d_X(t)$ 和 $d_Y(t)$ 分别表示 O_θ 沿 X 轴和 Y 轴方向位移. 设 t 时刻 O_θ 坐标为 $X_{O_\theta}(t)$ 和 $Y_{O_\theta}(t)$, 根据图 4, 车辆由外侧车道驶入内侧时, $X_{O_\theta}(t) = d_X(t)$, $Y_{O_\theta}(t) = R_1 + d/2 - d_Y(t)$.

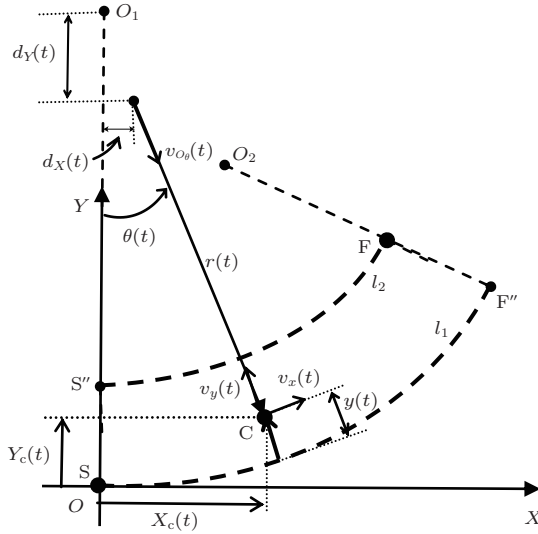


图 4 弯曲路段换道轨迹规划示意图

文中采用的弯曲路段模型, 道路瞬时半径变化可反映道路瞬心移动情况, 由 $r_1(t) = f(\theta(t)) + d/2$, 得到 $v_{O_\theta}(t) = -\dot{r}_1(t) = -\dot{f}(\theta)\dot{\theta}(t)$, 所以有

$$\begin{aligned} d_X(t) &= \int_{t_{\text{on}}}^t v_{O_\theta}(\tau) \sin \theta(t) d\tau \\ &= - \int_0^\theta \dot{f}(\sigma) \sin \sigma d\sigma, \\ d_Y(t) &= \int_{t_{\text{on}}}^t v_{O_\theta}(\tau) \cos \theta(t) d\tau \\ &= - \int_0^\theta \dot{f}(\sigma) \cos \sigma d\sigma. \end{aligned}$$

因此, 在换道开始时刻道路瞬心 O_θ 坐标为 $(0, R_1 + d/2)$; 在换道结束时刻, O_θ 坐标为

$$\left(- \int_0^\alpha \dot{f}(\theta) \sin \theta d\theta, R_1 + \frac{d}{2} + \int_0^\alpha \dot{f}(\theta) \cos \theta d\theta \right).$$

根据换道约束条件, 可确定换道开始时刻和结束时刻车辆在图 4 坐标系位移、速度和加速度边界

条件为

$$\begin{aligned} X_c(t_{\text{on}}) &= 0, \\ Y_c(t_{\text{on}}) &= 0, \\ X_c(t_{\text{off}}) &= (R_2 - d/2) \sin \alpha - \int_0^\alpha \dot{f}(\theta) \sin \theta d\theta, \\ Y_c(t_{\text{off}}) &= R_1 + d/2 - (R_2 - d/2) \cos \alpha \\ &\quad + \int_0^\alpha \dot{f}(\theta) \cos \theta d\theta; \quad (9) \\ \dot{X}_c(t_{\text{on}}) &= v_{x\text{on}}, \\ \dot{Y}_c(t_{\text{on}}) &= v_{y\text{on}}, \\ \dot{X}_c(t_{\text{off}}) &= v_{x\text{off}} \cos \alpha - v_{y\text{off}} \sin \alpha, \\ \dot{Y}_c(t_{\text{off}}) &= v_{x\text{off}} \sin \alpha + v_{y\text{off}} \cos \alpha; \quad (10) \\ \ddot{X}_c(t_{\text{on}}) &= a_{x\text{on}}, \\ \ddot{Y}_c(t_{\text{on}}) &= a_{y\text{on}} + v_{x\text{on}}^2 / (R_1 + d/2), \\ \ddot{X}_c(t_{\text{off}}) &= a_{x\text{off}} \cos \alpha - [a_{y\text{off}} \\ &\quad + v_{x\text{off}}^2 / (R_2 - d/2)] \sin \alpha, \\ \ddot{Y}_c(t_{\text{off}}) &= a_{x\text{off}} \sin \alpha + [a_{y\text{off}} \\ &\quad + v_{x\text{off}}^2 / (R_2 - d/2)] \cos \alpha. \quad (11) \end{aligned}$$

(11) 式中, $v_{x\text{on}}^2 / (R_1 + d/2)$ 和 $v_{x\text{off}}^2 / (R_2 - d/2)$ 分别表示车辆在换道开始时刻和结束时刻沿换道轨迹切线方向期望速度对应的向心加速度.

3.3.2 轨迹模型

定义道路瞬心 O_θ 离心运动距离

$$d_{O_\theta}(t) = \int_{t_{\text{on}}}^t v_{O_\theta}(\tau) d\tau,$$

则换道轨迹瞬时半径

$$\begin{aligned} r(t) &= r_1(\theta(t)) - y(t) \\ &= R_1 + d/2 - d_{O_\theta}(t) - y(t). \quad (12) \end{aligned}$$

其变化率

$$\dot{r}(t) = v_{O_\theta}(t) - v_y(t) = -\dot{f}(\theta)\dot{\theta}(t) - v_y(t).$$

根据图 4, 得到在换道过程 t 时刻, 车辆位移、速度和加速度模型分别为

$$\begin{aligned} X_c(t) &= r(t) \sin \theta - \int_0^\theta \dot{f}(\sigma) \sin \sigma d\sigma, \\ Y_c(t) &= R_1 + d/2 - r(t) \cos \theta \\ &\quad + \int_0^\theta \dot{f}(\sigma) \cos \sigma d\sigma; \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_c(t) &= -v_y(t) \sin \theta + r(t)\dot{\theta}(t) \cos \theta, \\ \dot{Y}_c(t) &= v_y(t) \cos \theta + r(t)\dot{\theta}(t) \sin \theta; \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{X}_c(t) &= [r(t)\ddot{\theta}(t) - \dot{f}(\theta)\dot{\theta}^2(t) - 2v_y(t)\dot{\theta}(t)] \cos \theta \\ &\quad - [r(t)\dot{\theta}^2(t) + a_y(t)] \sin \theta, \\ \ddot{Y}_c(t) &= [r(t)\ddot{\theta}(t) - \dot{f}(\theta)\dot{\theta}^2(t) - 2v_y(t)\dot{\theta}(t)] \sin \theta \\ &\quad + [r(t)\dot{\theta}^2(t) + a_y(t)] \cos \theta. \end{aligned} \quad (15)$$

车辆期望速度和横摆角分别为

$$v_c(t) = \sqrt{\dot{X}_c^2(t) + \dot{Y}_c^2(t)}, \quad (16)$$

$$\psi_c(t) = \arctan \frac{\dot{Y}_c(t)}{\dot{X}_c(t)}. \quad (17)$$

利用直线路换道模型, (13), (14) 和 (15) 式中车辆向心运动位移 $y(t)$ 、速度 $v_y(t)$ 和加速度 $a_y(t)$ 分别取为 $Y_d(t)$, $\dot{Y}_d(t)$ 和 $\ddot{Y}_d(t)$, 使车辆弯路换道时具有与直线路换道相同的侧向运动行为, 容易保证轨迹瞬时半径连续光滑, 且满足

$$\begin{aligned} r(t_{on}) &= R_1 + d/2, \\ r(t_{off}) &= R_2 - d/2. \end{aligned}$$

为了保证角位移 $\theta(t)$ 满足连续、光滑、单调等特点, 本文设 $\theta(t)$ 满足 5 次多项式约束, 即

$$\theta(t) = c_5 t^5 + c_4 t^4 + c_3 t^3 + c_2 t^2 + c_1 t + c_0. \quad (18)$$

根据车辆在换道开始时刻和结束时刻期望状态以及车道间距、路段位置要求可确定 $\theta(t)$ 及其变化率满足的边界条件, 然后利用边界条件确定多项式系数.

由 (9) 式和 (13) 式, 可确定换道开始和结束时刻 $\theta(t)$ 满足的角位移约束

$$\begin{aligned} \theta(t_{on}) &= 0, \\ \theta(t_{off}) &= \alpha. \end{aligned} \quad (19)$$

根据 (10) 式和 (14) 式, 可确定换道开始和结束时刻 $\dot{\theta}(t)$ 满足的角速度约束

$$\begin{aligned} \dot{\theta}(t_{on}) &= v_{xon}/(R_1 + d/2), \\ \dot{\theta}(t_{off}) &= v_{xoff}/(R_2 - d/2). \end{aligned} \quad (20)$$

进一步根据 (11) 式和 (15) 式, 可确定换道开始和结束时刻 $\ddot{\theta}(t)$ 满足的角加速度约束

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}(t_{on}) &= [(R_1 + d/2)^2 a_{xon} + v_{xon}^2 \frac{df}{d\theta}]_{\theta=0} \\ &\quad + 2(R_1 + d/2)v_{xon}v_{yon}/(R_1 + d/2)^3, \\ \ddot{\theta}(t_{off}) &= [(R_2 - d/2)^2 a_{xoff} + v_{xoff}^2 \frac{df}{d\theta}]_{\theta=\alpha} \\ &\quad + 2(R_2 - d/2) \\ &\quad \times v_{xoff}v_{yoff}/(R_2 - d/2)^3. \end{aligned} \quad (21)$$

设向量 $C = [c_0, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5]^T$, 利用 $\theta(t)$, $\dot{\theta}(t)$ 和 $\ddot{\theta}(t)$ 满足的边界约束条件, 通过解方程 $[\theta(t_{on}), \dot{\theta}(t_{on}), \ddot{\theta}(t_{on}), \theta(t_{off}), \dot{\theta}(t_{off}), \ddot{\theta}(t_{off})]^T = TC$, 得到 $\theta(t)$ 多项式中待定系数.

3.3.3 比较分析

文献 [15] 研究了圆弧路段车辆换道, 给出了车辆换道期望横摆角速度模型, 其中假定 $\dot{\theta}(t) = \dot{X}_d(t)/R$, 推广到变曲率路段, 取 $\dot{\theta}(t) = \dot{X}_d(t)/r_0(t)$, 则 $\theta(t) = \int_{t_{on}}^t \frac{\dot{X}_d(\tau)}{r_0(\tau)} d\tau$. 若根据 (13) 式规划换道轨迹, 取 $l = X_d(t)$, 由 (2) 式, 换道结束时刻

$$\theta(t_{off}) = \int_{t_{on}}^{t_{off}} \frac{\dot{X}_d(t)}{r_0(t)} dt = \int_0^L \frac{dl}{g(l)} = \alpha,$$

车辆位置满足 (9) 式要求, 但由 (14) 式, 车辆速度需满足

$$\begin{aligned} \dot{X}_c(t) &= \frac{r(t)\dot{X}_d(t) \cos \theta}{r_0(t)} - \dot{Y}_d(t) \sin \theta, \\ \dot{Y}_c(t) &= \frac{r(t)\dot{X}_d(t) \sin \theta}{r_0(t)} + \dot{Y}_d(t) \cos \theta. \end{aligned} \quad (22)$$

根据 (22) 式, 虽能保证换道过程向心运动速度

$$v_y(t) = -\dot{X}_c(t) \sin \theta + \dot{Y}_c(t) \cos \theta = \dot{Y}_d(t).$$

但在换道开始和结束时刻车辆速度为

$$\begin{aligned} \dot{X}_c(t_{on}) &= \dot{X}_d(t_{on})[R_1 + d/2]/R_1, \\ \dot{Y}_c(t_{on}) &= \dot{Y}_d(t_{on}); \\ \dot{X}_c(t_{off}) &= \frac{(R_2 - d/2)\dot{X}_d(t_{off}) \cos \alpha}{R_2} \\ &\quad - \dot{Y}_d(t_{off}) \sin \alpha, \\ \dot{Y}_c(t_{off}) &= \frac{(R_2 - d/2)\dot{X}_d(t_{off}) \sin \alpha}{R_2} \\ &\quad + \dot{Y}_d(t_{off}) \cos \alpha. \end{aligned} \quad (23)$$

这与 (10) 式要求有偏差.

按照文献 [16, 17] 的方法, 利用直线路换道时的车辆纵向速度, 设 $r(t)$ 绕 O_θ 转动角速度 $\dot{\theta}(t) = \frac{\dot{X}_d(t)}{r(t)}$, 则由 (14) 式得到

$$\begin{aligned} \dot{X}_c(t) &= \dot{X}_d(t) \cos \theta - \dot{Y}_d(t) \sin \theta, \\ \dot{Y}_c(t) &= \dot{X}_d(t) \sin \theta + \dot{Y}_d(t) \cos \theta. \end{aligned} \quad (24)$$

换道开始和结束时速度满足 (10) 式要求. 由 (16) 和 (24) 式得到此时车速

$$v_c(t) = \sqrt{\dot{X}_d^2(t) + \dot{Y}_d^2(t)}, \quad (25)$$

与直线路段上换道时车速 $v_d(t)$ 相同, 从而换道轨迹长度也一样; 由 (17) 和 (24) 式得到车辆横摆角

$$\begin{aligned} \psi_c(t) &= \arctan \frac{\dot{X}_d(t) \sin \theta + \dot{Y}_d(t) \cos \theta}{\dot{X}_d(t) \cos \theta - \dot{Y}_d(t) \sin \theta} \\ &= \arctan \frac{\dot{Y}_d(t)}{\dot{X}_d(t)} + \theta(t). \end{aligned} \quad (26)$$

可分解为直线路段上换道期望横摆角 $\psi_d(t)$ 和绕道路瞬心转动角位移 $\theta(t)$ 之和. 此时角位移

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \int_{t_{\text{on}}}^t \frac{\dot{X}_d(\tau)}{r(\tau)} d\tau \\ &= \int_{t_{\text{on}}}^t \frac{\dot{X}_d(\tau)}{r_0(\tau)} d\tau + \int_{t_{\text{on}}}^t \frac{[r_0(\tau) - r(\tau)]\dot{X}_d(\tau)}{r(\tau)r_0(\tau)} d\tau. \end{aligned}$$

在换道结束时刻,

$$\theta(t_{\text{off}}) = \alpha + \int_{t_{\text{on}}}^{t_{\text{off}}} \frac{[r_0(t) - r(t)]\dot{X}_d(t)}{r(t)r_0(t)} dt. \quad (27)$$

不能保证 $\theta(t_{\text{off}}) = \alpha$, 由 (13) 式, 换道结束时刻车辆位置与 (9) 式要求会存在偏差. 偏差与道路曲率半径、车道间距、开始时刻和结束时刻车辆纵向速度等因素有关. 根据 (24) 式, 向心运动速度 $v_y(t) = -\dot{X}_c(t) \sin \theta + \dot{Y}_c(t) \cos \theta = \dot{Y}_d(t)$, 换道结束时刻车辆质心位置在目标车道中心线上, 但不能保证换道轨迹对应的道路中心线弧长为 L . 文献 [15] 基于横摆角跟踪实现车辆换道, 期望横摆角不是由 (22) 式确定而是直接采用 (26) 式, 所以其换道轨迹也是有偏差的.

由于文献 [15—17] 仅根据车辆换道时间需求, 基于正反梯形加速度约束规划换道过程车辆侧向运动行为, 没有考虑路段长度限制, 不需对纵向运动行为进行规划, 因此根据 (25) 和 (26) 式, 能方便利用直线路段换道轨迹规划结果计算圆弧路段换道轨迹坐标和期望车辆状态. 如果考虑换道过程路段长度限制, 不仅要考虑换道结束时车辆质心在目标车道中心线上, 还要保证换道轨迹对应路段长度与直线路段上换道时相同, 按照文献 [15—17] 的做法, 仅仅根据直线路段车辆换道期望状态, 难于找到合适的 $\theta(t)$, 使得换道模型位置偏差和速度偏差同时为 0, 而本文 $\theta(t)$ 是通过换道期望模型及约束条件反推设计, 得到的换道模型不存在偏差.

4 仿真结果

4.1 弯曲路段模型

假设道路曲率半径 $R_1 = 130 \text{ m}$, $R_2 = 60 \text{ m}$, 车道中心线间距 $d = 3.5 \text{ m}$, 路段长度 $L = 100 \text{ m}$,

路段结束边界线与起始边界线交角 $\alpha = 1 \text{ rad}$.

设 $r_0 = f(\theta)$ 满足二次多项式约束, 即 $f(\theta) = d_2\theta^2 + d_1\theta + d_0$, 其中 d_0, d_1 和 d_2 为待定系数, $\theta \in [0, 1]$. 根据 (1) 式得到

$$\begin{aligned} d_0 &= R_1, \quad d_2\alpha^2 + d_1\alpha + d_0 = R_2, \\ d_2\alpha^3/3 + d_1\alpha^2/2 + d_0\alpha &= L. \end{aligned} \quad (28)$$

根据路段约束条件, 由 (28) 式得到 $d_0 = 130$, $d_1 = -40$, $d_2 = -30$. 所以 r_0 随 θ 变化率

$$\dot{f}(\theta) = 2d_2\theta + d_1 = -60\theta - 40.$$

道路瞬心 X 轴坐标为

$$\begin{aligned} X_{O_\theta}(\theta) &= \int_0^\theta (40 + 60\sigma) \sin \sigma d\sigma \\ &= 40 - 40 \cos \theta + 60(\sin \theta - \theta \cos \theta). \end{aligned}$$

道路瞬心 Y 轴坐标为

$$\begin{aligned} Y_{O_\theta}(\theta) &= 131.75 - \int_0^\theta (40 + 60\sigma) \cos \sigma d\sigma \\ &= 191.75 - 40 \sin \theta - 60(\cos \theta + \theta \sin \theta). \end{aligned}$$

图 5 显示在 XOY 坐标系路段模型及瞬心轨迹.

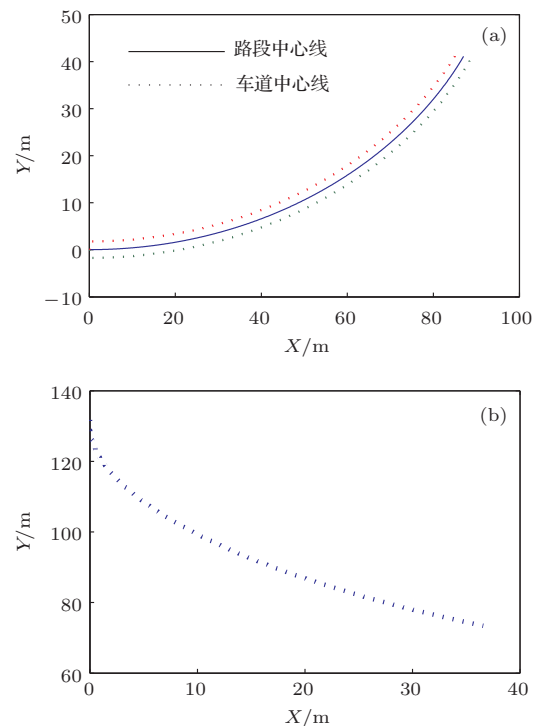


图 5 路段模型和道路瞬心轨迹 (a) 路段模型; (b) 道路瞬心

4.2 换道轨迹模型

设换道开始时刻 $t_{\text{on}} = 0$, 结束时刻 $t_{\text{off}} = 5 \text{ s}$. 开始时刻纵向速度 $v_{x\text{on}} = 30 \text{ m/s}$ 、加速度 $a_{x\text{on}} = 2 \text{ m/s}^2$, 侧向速度 $v_{y\text{on}} = 0.6 \text{ m/s}$ 、加速度 $a_{y\text{on}} = 0.3$

m/s^2 ; 结束时刻纵向速度 $v_{x\text{off}} = 10 \text{ m/s}$ 、加速度 $a_{x\text{off}} = 0$, 侧向速度 $v_{y\text{off}} = 0$ 、加速度 $a_{y\text{off}} = 0$.

根据路段和车辆状态约束条件, 由 (19), (20) 式, 得到角位移和角速度边界值为

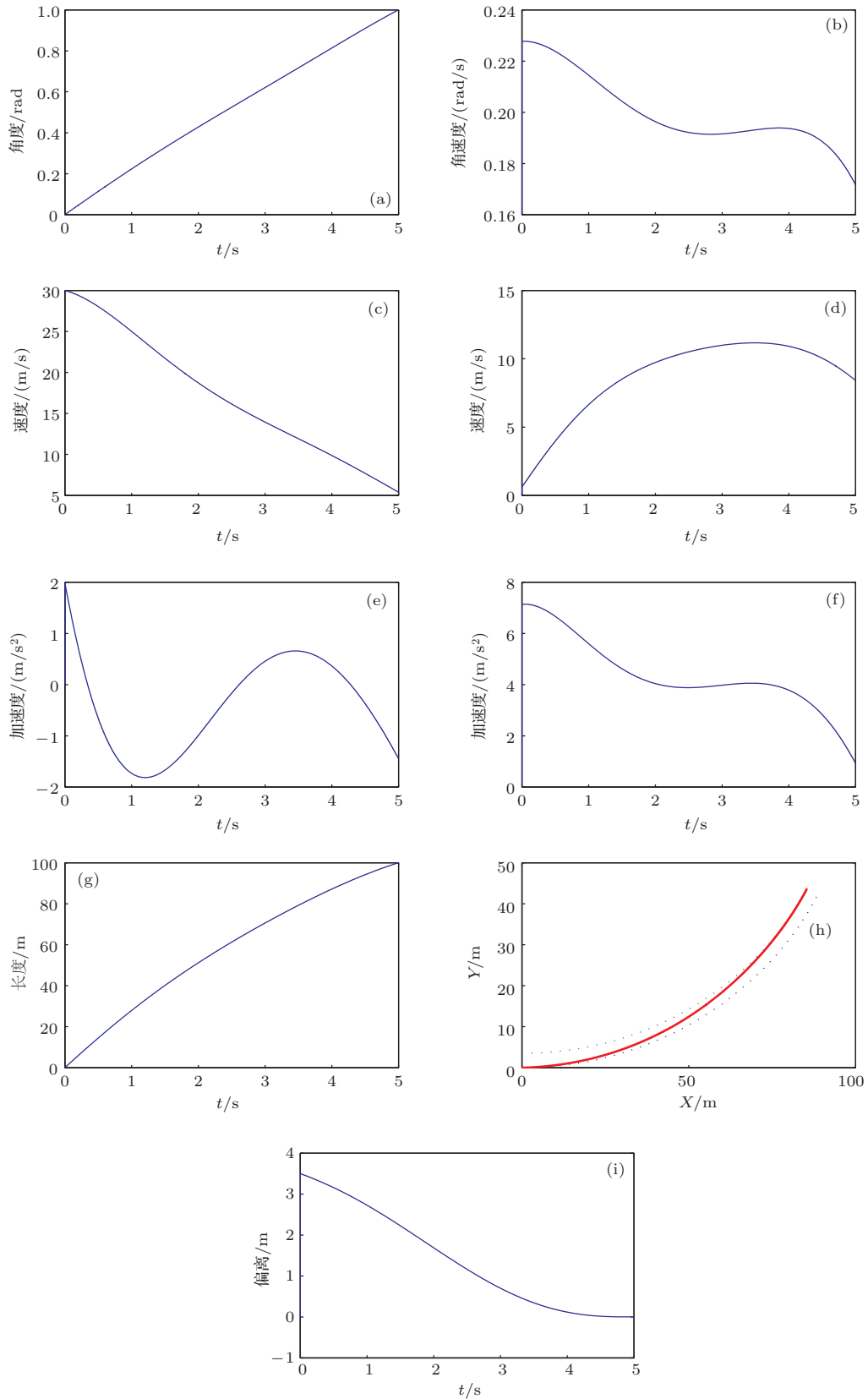


图6 换道轨迹模型与车辆期望状态 (a)角位移; (b)角速度; (c)沿 X 轴车辆速度; (d)沿 Y 轴车辆速度; (e)沿 X 轴车辆加速度; (f)沿 Y 轴车辆加速度; (g)道路中心线弧长; (h)换道位置轨迹; (i)车辆位置与目标车道偏离

$$\begin{aligned} \theta(0) &= 0, \quad \theta(5) = \alpha = 1 \text{ rad}; \\ \dot{\theta}(0) &= v_{xon}/(R_1 + d/2) \approx 0.2277, \\ \dot{\theta}(5) &= v_{xoff}/(R_2 - d/2) \approx 0.1717. \end{aligned}$$

由 (10), (11) 式, 得车辆速度和加速度边界值为

$$\begin{aligned} \dot{X}_c(0) &= v_{xon} = 30 \text{ m/s}, \\ \dot{X}_c(5) &= v_{xoff} \cos \alpha - v_{yoff} \sin \alpha \approx 5.403 \text{ m/s}; \\ \dot{Y}_c(0) &= v_{yon} = 0.6 \text{ m/s}, \\ \dot{Y}_c(5) &= v_{xoff} \sin \alpha + v_{yoff} \cos \alpha \approx 8.415 \text{ m/s}; \\ \ddot{X}_c(0) &= a_{xon} = 0, \\ \ddot{X}_c(5) &= a_{xoff} \cos \alpha - \left[a_{yoff} + \frac{v_{xoff}^2}{R_2 - d/2} \right] \sin \alpha \\ &\approx 1.445 \text{ m/s}^2; \\ \ddot{Y}_c(0) &= a_{yon} + v_{xon}^2/(R_1 + d/2) \approx 7.131 \text{ m/s}^2, \\ \ddot{Y}_c(5) &= a_{xoff} \sin \alpha + \left[a_{yoff} + \frac{v_{xoff}^2}{R_2 - d/2} \right] \cos \alpha \\ &\approx 0.928 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

由于换道轨迹瞬时半径 $r(t) = r_1(\theta(t)) - y(t) = f(\theta(t)) + d/2 - Y_d(t)$, 所以有

$$\begin{aligned} r(0) &= R_1 + d/2 + Y_d(0) = 131.75 \text{ m}, \\ r(5) &= R_2 - d/2 + Y_d(5) = 58.25 \text{ m}. \end{aligned}$$

由 (9) 式, 得到换道轨迹边界值为

$$\begin{aligned} X_c(0) &= 0, \\ X_c(5) &= r(5) \sin \alpha - \int_0^\alpha \dot{f}(\theta) \sin \theta d\theta \\ &\approx 85.474 \text{ m}; \\ Y_c(0) &= 0, \\ Y_c(5) &= R_1 + d/2 - r(5) \cos \alpha \\ &\quad + \int_0^\alpha \dot{f}(\theta) \cos \theta d\theta \\ &\approx 43.712 \text{ m}. \end{aligned}$$

图 6 显示由 (13) 至 (15) 式得到的换道轨迹模型和车辆期望状态. 图 6(a), (b) 表示车辆绕瞬心转动角位移和角速度; 图 6(c), (e) 和 (d), (f) 分别表示沿 X 轴和沿 Y 轴车辆速度和加速度; 图 6(g) 显示换道过程车辆沿道路中心线行驶弧长变化, 从图中看出换道结束时刻, 行驶的弧长符合换道路段长度要求; 图 6(h) 显示车辆换道位置轨迹, 图中虚线表示两个车道的中心线; 图 6(i) 显示车辆质心向目标车道中心线的趋近情况, 从图中可看出, 换道结束时刻车辆质心与结束点位置偏差为 0.

4.3 换道模型比较

下面通过仿真考察换道结束时换道模型与期望值的偏离情况. 设 θ_{off} , l_{off} , v_{coff} 和 ψ_{coff} 分别表示换道结束时刻角位移、沿道路中心线行驶长度、速度和横摆角速度的期望值. 根据路段和车辆状态约束得到

$$\begin{aligned} \theta_{off} &= \alpha = 1 \text{ rad}, \\ l_{off} &= L = 100 \text{ m}, \\ v_{coff} &= \sqrt{\dot{X}_c^2(t_{off}) + \dot{Y}_c^2(t_{off})} \\ &= \sqrt{\dot{X}_d^2(t_{off}) + \dot{Y}_d^2(t_{off})} \\ &= \sqrt{v_{xoff}^2 + v_{yoff}^2} = 10 \text{ m/s}, \\ \psi_{coff} &= \arctan \frac{\dot{Y}_c(t_{off})}{\dot{X}_c(t_{off})} = \arctan \frac{\dot{Y}_d(t_{off})}{\dot{X}_d(t_{off})} + \theta(t_{off}) \\ &= \arctan \frac{v_{yoff}}{v_{xoff}} + \alpha = 1 \text{ rad}. \end{aligned}$$

图 7 显示了在换道过程 4.8—5.0 s, 三种不同 $\theta(t)$ 设计方法得到的换道模型及与期望值的偏离情况. 其中 I 表示采用角速度形式 $\dot{\theta}(t) = \dot{X}_d(t)/r_0(t)$, II 表示采用角速度形式 $\dot{\theta}(t) = \dot{X}_d(t)/r(t)$, III 表示采用本文设计的多项式角位移模型. 从图 7(c) 看出, 采用方法 I, 换道结束时, 车辆速度小于 9.8 m/s, 与期望值存在偏差; 从图 7(a), (b) 和 (d) 看出, 采用方法 II, 换道结束时, 车辆角位移大于 1 rad, 行驶路段长度大于 100 m, 横摆角大于 1 rad, 与期望值存在偏差. 而采用方法 III, 从图 7(a)—(d) 看出, 换道结束时车辆角位移、对应路段长度、车辆速度和横摆角与期望值不存在偏差.

当道路曲率变化时, 车辆期望换道轨迹和状态将随之改变. 本文仿真中采用的道路模型, 假定道路曲率已知, 而实际的车辆换道举止往往需要对道路曲率进行在线估计, 另外, 车辆的动力学行为相对于控制指令具有时间滞后, 因此车辆速度、横摆角等状态难于达到期望值, 不能保证轨迹跟踪误差的稳定性. 为此, 在进行轨迹跟踪控制系统设计时, 应考虑系统的实时性, 如建立基于预瞄的车辆状态控制方法, 以提高控制系统的适应能力.

5 结 论

1) 假定车辆绕道路瞬心转动角位移满足奇次多项式约束, 得到的变曲率路段换道模型, 能保证换道结束时刻位置和速度与期望值不存在偏差.

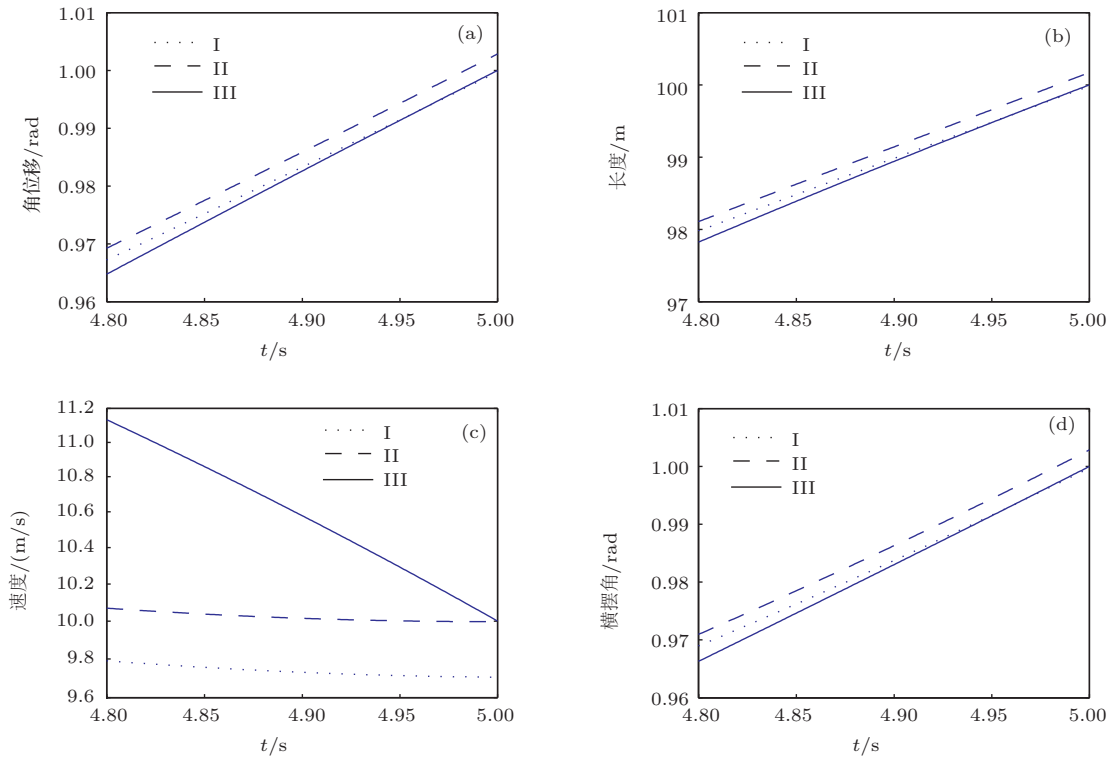


图7 换道模型比较 (a) 角位移; (b) 道路中心线弧长; (c) 车辆速度; (d) 车辆横摆角

2) 在考虑路段长度约束的情况下, 基于直线路换道模型和弯曲路段模型简单叠加运算得到的弯路换道模型, 不能保证位置和速度偏差都为0.

3) 本文考虑了道路曲率变化, 得到的换道轨迹模型, 是对现有换道轨迹规划研究结果的推广, 从圆弧路段推广到了变曲率路段.

4) 本文仅对车辆换道轨迹期望模型进行规划, 假设换道轨迹满足五次多项式约束, 没有考虑换道的实施过程, 鉴于实际换道过程的复杂性, 下一步将考虑车辆纵向运动及应急车辆出现时对换道行为的影响, 采用贝塞尔曲线和B样条函数研究设计车辆换道期望模型的实时修正和分段设计方法.

参考文献

[1] Mohammad A, Alicia D, Max K 2011 *Lecture Notes in Comp. Sci.* **7** 589
 [2] Rahman M, Chowdhury M, Xie Y C, He Y M 2013 *IEEE Trans. Intell. Trans. Syst.* **14** 1942
 [3] Xu G Q, Liu L, Ou Y S, Song Z J 2012 *IEEE Trans. Intell. Trans. Syst.* **13** 1138
 [4] Rajamani R, Tan H S, Law B K, Zhang W B 2000 *IEEE Trans. Contr. Syst. Tec.* **8** 695
 [5] Tan H S, Guldner J, Chen C, Patwardhan S 2000 *Contr. Eng. Pract.* **8** 1033
 [6] Ho M L, Chan P T, Rad A B 2009 *J. Advan. Trans.* **43** 47

[7] Yang Z G, Qi Z J, Huang Y 2013 *Journal of Chongqing Jiaotong University(Natural Science)* **32** 520 (in Chinese) [杨志刚, 戚志锦, 黄燕 2013 重庆交通大学学报(自然科学版) **32** 520]
 [8] Chen J J, Zhao P, Mei T, Liang H W 2013 *Proceedings of the IEEE International Conference on Vehicular Electronics and Safety Dongguan, China, July 28–30, 2013* p17
 [9] Li W, Wang J, Duan J M 2012 *Computer Engineering and Applications* **48** 42 (in Chinese) [李玮, 王晶, 段建民 2012 计算机工程与应用 **48** 42]
 [10] He Z C, Sun W B, Zhang L C, Xu F F, Zhuang L J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 168901 (in Chinese) [何兆成, 孙文博, 张力成, 许菲菲, 庄立坚 2013 物理学报 **62** 168901]
 [11] Yang X B 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 836 (in Chinese) [杨小宝 2009 物理学报 **58** 836]
 [12] Kang R, Yang K 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 238901 (in Chinese) [康瑞, 杨凯 2013 物理学报 **62** 238901]
 [13] Zhao H T, Mao H Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 060501 (in Chinese) [赵韩涛, 毛宏燕 2013 物理学报 **62** 060501]
 [14] Zheng L, Ma S F, Zhong S Q 2011 *Chin. Phys. B* **20** 088701
 [15] Hatipoglu C, Ozguner U, Redmill K 2003 *IEEE Trans. Intell. Trans. Syst.* **4** 13
 [16] Ren D B, Zhang J Y, Zhang J M, Cui S M 2011 *Sci. China Series E* **54** 630
 [17] Guo L, Huang X H, Ge P S 2013 *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)* **43** 323 (in Chinese) [郭烈, 黄晓慧, 葛平淑 2013 吉林大学学报(工学版) **43** 323]
 [18] Rajamani R 2006 *Vehicle Dynamics and Control*(New York: Springer) p43–46

Virtual trajectory model for lane changing of a vehicle on curved road with variable curvature*

Ren Dian-Bo[†] Zhang Jing-Ming Wang Cong

(School of Automotive Engineering, Harbin Institute of Technology, Weihai 264209, China)

(Received 1 September 2013; revised manuscript received 26 December 2013)

Abstract

In this paper, a virtual trajectory planning method for vehicle lane changing in automated highway system is studied, and a trajectory model for lane changing on variable curvature road is established with odd-order polynomial constraints. Assuming that the starting lane and the target lane have the same instantaneous center, the motion for lane changing of vehicle on the curved road can be decomposed into a linear centripetal motion and a circular motion around the instantaneous centre of the curved road. If the centripetal motion displacement and the rotational angular displacement meet the requirement of odd-order polynomial constraints, the boundary condition of the above two kinds of motion may be obtained from the constraints, such as time, location, and desired state of vehicle at the start and end of the lane changing behavior. By applying the boundary conditions, the polynomial coefficient is deduced, and the mathematical model of virtual trajectory for lane changing can be designed based on the polynomial models of centripetal displacement and angular displacement. Compared with the existing trajectory planning method for lane changing on curved road, the curvature change has been taken into consideration, and the trajectory model for lane changing has been generalized. Simulation results verify the feasibility of the trajectory planning method proposed in this paper for lane changing on a curved road with variable curvature.

Keywords: lane changing, trajectory planning, variable curvature road, odd-order polynomial

PACS: 89.40.-a, 07.05.Dz

DOI: [10.7498/aps.63.078902](https://doi.org/10.7498/aps.63.078902)

* Project supported by the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant No. ZR2010FM008), and the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant No. HIT.NSRIF.2011117).

[†] Corresponding author. E-mail: r_dianbo@163.com