

# 准线性扩散系数与空间高能电子特征物理量的关系研究\*

张振霞<sup>1)†</sup> 王辰宇<sup>2)</sup> 李强<sup>1)</sup> 吴书贵<sup>1)</sup>

1)(地壳运动监测工程研究中心, 北京 100045)

2)(北京大学物理学院, 北京 100871)

(2013年6月25日收到; 2013年12月26日收到修改稿)

研究已经证实, 地面电磁波进入电离层与高能粒子发生波粒相互作用, 通过改变其投掷角、动量等发生扩散, 导致粒子沉降, 进而形成粒子暴. 近几十年来, 从卫星观测到很多电离层中的粒子暴与地震有关系. 本文利用波粒回旋共振耦合理论, 结合低轨卫星的观测范围, 研究场向电磁波的准线性投掷角扩散系数分布与 VLF 电磁波频率、带宽、电子能量 (0.1—50 MeV)、磁壳层 ( $L = 1.1—3$ ) 等特征物理量的关系, 并研究在某个确定的投掷角条件下, 电磁波频率与其所引发的电子沉降对应的最小耦合能量的关系. 利用这些物理量之间的关系, 为卫星观测的高能粒子沉降事例提供理论解释, 为从卫星高能粒子探测中提取与地震相关的信息提供理论支持, 也为我国计划 2016 年底将发射的电磁监测试验卫星的数据分析奠定基础.

**关键词:** 波粒回旋共振, 电子投掷角散射, 地震电磁观测

**PACS:** 94.20.wj, 94.30.Tz, 93.85.Rt

**DOI:** 10.7498/aps.63.079401

## 1 引言

三十多年前, 人们就已经了解到, 地面对空间的电磁波发射可以引发地球辐射带高能电子沉降, 沉降的规律服从波粒相互作用理论. 其后不断有关于这一课题的实验观测和理论解释的研究. Bulough 等研究了羚羊 3 号卫星高度上的 ELF/VLF 辐射, 指出在南半球的地磁共轭区 ( $2 < L < 3$ ) 有波粒相互作用现象<sup>[1]</sup>. 而后 Kimura 等曾用 EXOS-B 卫星测到星上的 0.3—6.9 keV 电子通量与地面 0.3—9 kHz 的 VLF 发射有强相关<sup>[2]</sup>. 1982 年 5 月至 12 月的 SEEP 实验研究了地面 VLF 信号与低轨卫星电子通量的在秒量级上的瞬时相关效应, 用波粒相互作用理论解释并指出, 粒子沉降受到在损失锥附近的粒子投掷角分布的制约<sup>[3]</sup>. 同一时期, William 等研究了 VLF 波在电离层 D 层的传播, 给

出了三维波导传播模型<sup>[4]</sup>. Abel 和 Thorne 曾指出, 被 VLF 散射而进入损失锥是内辐射带电子损失的主要物理过程, 理论推导出波粒共振的能量随  $L$  值的增大而降低<sup>[5]</sup>. Horne 等研究了外辐射带电子的加速机理, 指出这些电子能够被几 kHz 的 VLF 波加速成为 MeV 量级的高能电子, 可在一到两天的观测时间内使观测区域的电子通量抬高 3 个量级<sup>[6]</sup>.

在粒子暴的形成机理研究中, 人们认识到, 辐射带内的高能粒子受到电磁波的耦合作用之后, 投掷角会被改变. 如果投掷角变大, 进入弹跳损失锥, 则在下一个弹跳周期就会与大气分子发生碰撞, 进入大气层, 在地球的两极会发生极光等自然现象. 如果投掷角改变后没有立即进入弹跳损失锥, 但是由于地球磁场实际并非是理想的偶极磁场, 粒子在做绕地球做漂移运动时, 会在某个地点进入漂移损失锥, 使得粒子所在磁壳层发生改变, 引起局部的

\* 中国地震局地震科技星火计划项目 (批准号: XH12066) 和地震行业科研专项经费项目 (批准号: 201108004) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: zxzhang@neis.gov.cn

粒子数密度增大或者减少,即所谓的粒子沉降.被所经过的卫星观测到,就是通常所说的粒子暴事件.所以,辐射带中高能粒子投掷角散射是解释粒子暴形成的重要机理.基于此机理,很多学者利用两维动量和投掷角扩散系数等研究了外辐射带中的高能电子与哨声波作用的投掷角和动量分布的动力学演化过程<sup>[7-9]</sup>,以及哨声波在较强地磁活动期间的传播过程<sup>[10]</sup>.

上世纪80年代末,Voronov等第一次分析了MARIA实验的数据,并且报道了短期的近地空间的高能带电粒子暴与地震活动之间的关联<sup>[11,12]</sup>.之后,他们又通过INTERCOSMOS-BULGARIA-1300和METEOR-3卫星上的ELECTRON装置以及MIR站的MARIA-2磁谱仪,对高能带电粒子通量做了进一步的研究,利用MARIA-2,GAMMA-1,ELECTRON和PET实验装置的新的实验结果,Aleksandrim等观测到了地震活动中的空间高能带电粒子暴,并且研究证实了粒子暴与地震活动在时域和地域上的关联性<sup>[13]</sup>.Ruzhin和Larkina在1996年报道了震前同时测到VLF电磁波与高能粒子的异常<sup>[14]</sup>.Sgrignaa等在2005年基于SAM-PEC/PET卫星观测到了与地震关联的粒子暴数目在震前约4h有显著增多现象<sup>[15]</sup>.近十年以来,一些学者也基于DEMETER数据做了一些粒子暴观测与地震相关的工作<sup>[16-20]</sup>.

所以随着地面VLF辐射引发辐射带粒子暴的这些观测,以及地震与辐射带粒子暴关系的研究,人们认识到,研究辐射带粒子暴形成的机理是非常重要的和迫切的,对解释卫星观测的高能粒子沉降事例与地震关系提供理论帮助,也为从卫星高能粒子探测中提取与地震相关的信息提供理论指导.

接下来,我们将要介绍粒子暴形成机理中的场向电磁波的准线性扩散理论模型,并分析低轨电磁卫星对电子能量、投掷角等物理量的观测范围.然后利用电子与R模式的VLF波发生投掷角扩散的性质,详细分析在此观测范围内,VLF电磁波频率、带宽、电子能量(0.1—50 MeV)、磁壳层( $L = 1.1-3$ )等物理量的变化给准线性投掷角扩散系数带来的影响.并给出在某个确定的投掷角条件下,电磁波频率与其所引发的电子沉降对应的最小耦合能量的关系.这些关系可以为卫星数据分析提供更加直观的理解和帮助.最后总结讨论,发表我们的对此工作的认识和未来工作的展望.

## 2 场向电磁波的准线性扩散理论

前述粒子暴的观测推动了准线性粒子扩散相对论理论的发展.文献<sup>[21-23]</sup>给出了与任何模式、任何波谱分布的场向电磁波发生共振的粒子的准线性扩散系数表达式.文献<sup>[20]</sup>介绍了关于投掷角扩散系数的一般表达式来定量分析通过地基高频电波诱导ELF/VLF波使辐射带相对论电子发生沉降的效果.文献<sup>[24]</sup>也基于上面的理论做了一些简化性的假设来计算了电子与高斯分布的R模式ELF/VLF哨声波回旋共振的当地抛射角扩散系数的表达式.下面简单介绍一下场向电磁波准线性扩散理论.

在地球偶极磁场中带电粒子有三种特征性的周期运动,即绕磁场的回旋运动,磁镜点之间的弹跳运动,和沿着地球的倾斜漂移运动.与这些运动对应的分别是第一、第二和第三绝热不变量.频率与特征频率相当或者大于特征频率的波能打破这些相关的绝热不变量,并导致粒子扩散<sup>[25]</sup>.

一个无限的单色的(homogeneous)、无碰撞的冷等离子体嵌入一个均匀的、静态的磁场中 $B_0 = B_0 \hat{e}_z$ ,叠加的电磁波以与磁场 $B_0$ 任意夹角传播.然后,在共振扩散的限制下,在相对论论架下<sup>[26-29]</sup>,一般的准线性扩散方程可以被写为

$$\frac{\partial f}{\partial t} = 2\pi q^2 \lim_{\gamma \rightarrow \infty} \frac{1}{(2\pi)^3 V} \int d^3 k \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{p_{\perp}} \times \hat{G}_{p_{\perp}} |\Phi_n|^2 \cdot \delta(\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - n\Omega_{\sigma}/\gamma) \hat{G} f, \quad (1)$$

这里,

$$\hat{G} = (1 - \frac{k_{\parallel} v_{\parallel}}{\omega}) \frac{\partial}{\partial p_{\perp}} + \frac{k_{\parallel} v_{\perp}}{\omega} \frac{\partial}{\partial p_{\parallel}}, \quad (2)$$

$$\Phi_n = \frac{1}{2} E_R e^{i\psi} J_{n+1} + \frac{1}{2} E_L e^{-i\psi} J_{n-1} + \frac{v_{\parallel}}{v_{\perp}} E_{\parallel} J_n, \quad (3)$$

其中 $J_n$ 是第一种Bessel方程,阶数 $n$ ,参数 $\gamma k_{\perp} v_{\perp} / |\Omega_{\sigma}|$ ;对于粒子种类是 $\sigma$ ,电荷是 $q$ ,静止质量是 $m_{\sigma}$ 的粒子, $f$ 是空间均匀、0阶、平均共振相的分布函数; $V$ 是等离子体体积; $P = \gamma m_{\sigma} v$ 是粒子动量, $v$ 是粒子速度, $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ 是洛伦兹因子( $c$ 是光速); $\Omega_{\sigma} = q|B_0|/(m_{\sigma} c)$ 是非相对论粒子回旋频率( $\Omega_{\sigma}$ 包含电荷符号).

方程(1)中的Dirac delta函数是用来选择共振波频率 $\omega$ 和波数 $k$ 的,给定一个粒子的能量和投掷

角, 要满足回旋共振条件

$$\omega - k_{\parallel}v_{\parallel} = n\Omega_{\sigma}/\gamma. \quad (4)$$

物理上, 条件(4)式意味着, 当与粒子遭遇的波的多普勒频移频率是粒子回旋频率的倍数关系时, 波粒共振作用才能发生.

对于电磁波的描述, 假定波谱密度是高斯分布时, 频率谱是

$$\hat{W}_s(\omega) \propto e^{-(\frac{\omega-\omega_m}{\sigma\omega})^2}, \quad (5)$$

频率范围是  $\omega_1 < \omega < \omega_2$ , 中心频率是  $\omega_m = (\omega_1 + \omega_2)/2$ , 半波带宽是  $\sigma\delta\omega = (\omega_2 - \omega_1)/2$ . 波谱密度可以表示出

$$\frac{|\Delta B_s|_2}{8\pi} = \int_{k_1}^{k_2} W_s(k) dk = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \hat{W}_s(\omega) d\omega, \quad (6)$$

这里, 波矢  $k_1 = k(\omega_1)$ ,  $k_2 = k(\omega_2)$ , 并且  $|\Delta B_s|$  是波振幅.

对于氢等离子体中考虑 R 模式波与电子相互作用时,  $\omega_j$  和  $k_j$  满足如下色散关系<sup>[30]</sup>:

$$\left(\frac{ck}{\omega}\right)^2 = 1 - \frac{(1 + \varepsilon)/\alpha^*}{(\omega/|\Omega_e| - 1)(\omega/|\Omega_e| + \varepsilon)}, \quad (7)$$

这里,  $\alpha^* = \Omega_e^2/\omega_{pe}^2$ , 是一个重要的冷等离子体参数;  $\varepsilon = m_e/m_p$ , 而  $m_e$  是电子静止质量,  $m_p$  是质子静止质量;  $|\Omega_e| = e|B_0|/(m_e c)$  是电子回旋频率,  $e$  是单位电荷;  $\omega_{pe} = (4\pi N_0 e^2/m_e)^{1/2}$  是等离子体频率,  $N_0$  是电子数密度.

当电磁波进入电离层中, 电离层粒子密度分层分布的特征会限制电磁波主要沿磁场方向传播. 实验上, 四个 Cluster 航天器探测到的窄带宽的 chorus 发射的传播矢量主要是场向的, 并且接近赤道源区<sup>[31]</sup>. 所以, 为了简化模型, 这里只考虑沿着磁场方向传播的电磁波. 对于场向电磁波, 方程(1)的一般形式可以写为

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} = & \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( D_{\alpha\alpha} \sin \alpha \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right) \\ & + \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( D_{\alpha p} \sin \beta \frac{\partial f}{\partial p} \right) \\ & + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left( p^2 D_{p\alpha} \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right) \\ & + \frac{1}{p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left( p^2 D_{pp} \frac{\partial f}{\partial p} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $\alpha$  是粒子投掷角, 则散射系数  $D_{\alpha\alpha}$ ,  $D_{\alpha p}/p$  和  $D_{pp}/p^2$  的形式如下:

$$D_{\alpha\alpha} = \frac{\pi}{2} \frac{1}{v} \frac{\Omega_{\sigma}^2}{|\Omega_e|} \frac{1}{(E+1)^2}$$

$$\begin{aligned} & \times \sum_s \sum_j \frac{R(1 - \frac{x \cos \alpha}{y\beta})^2 |F(x, y)|}{\delta x |\beta \cos \alpha - F(x, y)|} \\ & \times e^{-(\frac{x-x_m}{\delta x})^2}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{D_{\alpha p}}{p} = & \frac{\pi}{2} \frac{1}{v} \frac{\Omega_{\sigma}^2}{|\Omega_e|} \frac{1}{\beta} \frac{\sin \alpha}{(E+1)^2} \\ & \times \sum_s \sum_j \frac{R\left(\frac{x}{y}\right) \left(1 - \frac{x \cos \alpha}{y\beta}\right) |F(x, y)|}{\delta x |\beta \cos \alpha - F(x, y)|} \\ & \times e^{-(\frac{x-x_m}{\delta x})^2}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{D_{pp}}{p^2} = & \frac{\pi}{2} \frac{1}{v} \frac{\Omega_{\sigma}^2}{|\Omega_e|} \frac{1}{\beta^2} \frac{\sin^2 \alpha}{(E+1)^2} \\ & \times \sum_s \sum_j \frac{R\left(\frac{x}{y}\right)^2 |F(x, y)|}{\delta x |\beta \cos \alpha - F(x, y)|} \\ & \times e^{-(\frac{x-x_m}{\delta x})^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

这里  $E$  是无量纲的粒子动能, 有

$$\begin{aligned} E &= E_k/(m_{\sigma} c^2) = \gamma - 1; \\ \beta &= v/c = [E(E+2)]^{1/2}/(E+1); \\ R &= |\Delta B_s|^2/B_0^2 \end{aligned}$$

是扰动磁场能量密度与本底场的能量密度的比值, 即相对的波功率;

$$\begin{aligned} x_m &= \omega_m/|\Omega_e|, \\ \delta x &= \delta\omega/|\Omega_e| \end{aligned}$$

和  $F(x, y) = dx/dy$  由色散关系(7)来决定. (9)–(11)式中的  $s$  求和代表对电磁波的波模式 (R-mode and L-mode) 求和. 当电子与 R 模式的电磁波耦合时, 才有可能使得波粒回旋共振公式与色散关系曲线在共振频率和波数平面内相切. 也就是说, 电子与 R 模式电磁波耦合的强度远大于电子与 L 模式电磁波耦合. 所以对于电子,  $s$  取值为 1 (代表 R 模式电磁波).

总结此辐射带中高能粒子的准线性扩散理论模型, 假定电离层是一个冷等离子体, 不考虑粒子的热运动. 只考虑电磁场沿场向传播, 功率谱满足高斯分布, 采取的是氢等离子体中的色散关系. 另外, 严格的说, 对于辐射带粒子, 应该把扩散率(9)–(11)式做弹跳平均, 即对一个完整的弹跳轨道做平均, 但是有研究证明, 做了弹跳平均的扩散率不会对其所敏感的投掷角带来较大的改变<sup>[25]</sup>, 所以本文中我们忽略了弹跳平均. 下面我们仅考虑投

掷角扩散发生在赤道面的情况, 所用的投掷角一般都指的是赤道面局域投掷角.

从文献[29]发现, 投掷角扩散率、动量扩散率和它们的混合扩散率满足以下关系:

$$D_{\alpha\alpha} > |D_{\alpha p}|/p > D_{pp}/p^2. \quad (12)$$

在本文中, 我们仅仅讨论投掷角散射率((9)式)与各物理量之间的关系.

### 3 低轨电磁卫星探测范围

DEMETER 卫星是迄今为止世界上第一颗专门用于探测空间电磁环境与地震、火山等灾害关系的卫星, 它对高能粒子能量的探测范围在 0.09—2.3 MeV [32]. 基于此卫星, 也观测到了很多与地震相关的粒子暴, 文献[20]曾观测到了智利地震前大约 11 天在智利上空 0.1 磁壳层范围内及其镜像点处观测到了粒子暴和 VLF 电场扰动的出现. 发生粒子暴的两段能量分别为 0.09—0.6 MeV 和 0.6 MeV 以上, 而与粒子暴同时出现的电场扰动的频率分别在: 300 Hz 以下和 13—20 kHz. 张学民等曾经对与地震相关的电磁扰动做过统计 [33], 认为与地震相关的电磁扰动频率大多数都分布在 VLF 范围, 从几十 Hz 到几百 kHz 都有.

由中国地震局牵头的中国电磁监测试验卫星项目, 计划于 2016 年发射第一颗卫星, 任务是结合地面地震预警网络, 通过捕捉空间地震电磁信息, 开展地震预警和预测研究. 该卫星轨道高度为 500 km 的圆轨极地轨道的卫星. 在该卫星计划搭载的载荷中, 包括了: 电场探测器、磁场探测仪和高能粒子探测器等多个测量设备 [34]. 其中的高能粒子探测器包括了: 高能段探测器、低能段探测器和太阳 X 射线监测器. 总的能量的探测范围是: 电子 0.1—50 MeV, 质子 2—200 MeV, 总的投掷角测量范围是: 25°—90°, 该卫星每条轨道的磁壳层跨度约为 1.1—7.

### 4 影响扩散系数的因素及其耦合特征

由回旋共振耦合的准线性扩散理论可知, 电子与 R 模式电磁波才能使得 (4) 式中的共振线与 (7) 式中的色散线在能量-频率平面上相切, 即使得波粒耦合达到共振. 本文中所用的 VLF 电磁

波波谱密度均为高斯分布, 如 (5) 式. 根据地磁场偶极子模型, 地球表面的赤道面地磁场大小为  $B_0 = 3.11 \times 10^{-5}$  T. 等离子体密度采用文献 [35] 所给出的值,  $L = 2$  时,  $N_0 = 647 \text{ cm}^{-3}$ ,  $N$  随  $L$  的变化关系是  $N = 647 \times (2/L)^4 \text{ cm}^{-3}$ . 把地球近辐射带近似看作冷等离子体的情况下, 在低轨卫星所在的高度上 (大约 350—1000 km), 我们将逐一研究各种关系如下.

#### 4.1 不同电子能量对投掷角扩散的响应

电子的能谱信息直接反映了与其相关的物理过程, 比如在以往电子沉降事例当中, 人们也曾发现过电子在沉降过程中被加速 [36]. 而投掷角作为辐射带电子的一个重要参数, 直接关系到电子是否能够被电磁波散射到损失锥而形成沉降.

考虑不同能量电子与场向电磁波发生波粒相互作用时, 得到投掷角散射系数  $D_{\alpha\alpha}$  随着其对应的敏感投掷角范围分布关系, 如图 1. 所选用的 VLF 电磁波中心频率为  $f_{em} = 10 \text{ kHz}$ , 带宽为  $\Delta f_{em} = 80 \text{ Hz}$ ; 设定  $L = 2$ , 电子回旋频率是  $f_{ce} = |\Omega_e|/2\pi = 109.176 \text{ kHz}$ ; 我们选择的 VLF 波的波幅为  $|\Delta B| = 0.1 \text{ nT}$ .

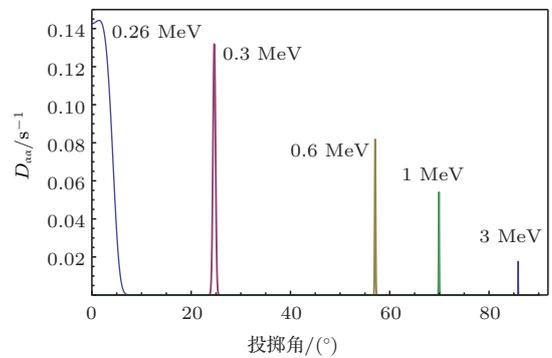


图 1 R 模式的场向 VLF 电磁波与电子发生波粒相互作用的投掷角扩散系数  $D_{\alpha\alpha}$  ( $L = 2$ , 波振幅  $|\Delta B| = 0.1 \text{ nT}$ , 冷等离子体参数值  $\alpha^* = \Omega_e^2/\omega_{pe}^2 = 0.175$ . 波频率谱是高斯分布, 中心频率是  $f_{em} = 10 \text{ kHz}$ , 半波带宽是  $\Delta f_{em} = 80 \text{ Hz}$ )

选择的与 R 模式的场向 VLF 电磁波发生波粒耦合的电子能量分别为: 0.26 MeV, 0.3 MeV, 0.6 MeV, 1 MeV 和 3 MeV. 由图 1 可见, 对于满足前面条件的 R 模式的场向 VLF 电磁波, 电子能量越大, 波粒耦合的投掷角扩散系数  $D_{\alpha\alpha}$  的值越小, 对应耦合的敏感投掷角值也越大, 覆盖的投掷角宽度也越小. 而小于某个能量值的时候 (比如小于 0.26

MeV), 电子与 VLF 电磁波不发生波粒相互作用。同时也说明, 在某一个磁壳层上, 对于一个频率、带宽和波振幅都确定的 VLF 电磁波, 与之发生波粒耦合作用的高能电子的能量分布在一个确定的范围内。

图 1 中的 0.3 MeV 电子, 在文中所述的条件下, 与 R 模式 VLF 电磁波发生波粒耦合所对应的赤道投掷角范围在  $24^\circ - 26^\circ$ , 此投掷角范围在不同的纬度下的值见图 2 所示, 该图是利用地球偶极子模型把赤道投掷角与不同纬度的投掷角换算出来的 [25]。但是对于一个确定的极轨卫星, 当它飞行到磁壳层参数  $L = 2$  时, 所在纬度值可能已经超出了图 2 所示的粒子的纬度范围 ( $> 40^\circ$ )。也就是说, 粒子还没有到达  $L = 2$  所对应的纬度就已经反弹了, 这时, 即使能量大于 0.3 MeV 的粒子受到电磁波的调制而发生了粒子数大量聚积, 卫星也是不可能探测到的。可见, 卫星所测量的投掷角范围越大越好, 而且小赤道投掷角的测量更重要, 因为投掷角越大, 就在越小的纬度上被反弹。赤道投掷角越小, 才有可能到更高的纬度才能反弹, 对于地震电磁辐射才能有更大的机会引发粒子暴。但是卫星探测设计需要兼顾很多其他指标的合理性, 往往做不到小投掷角的更好测量。

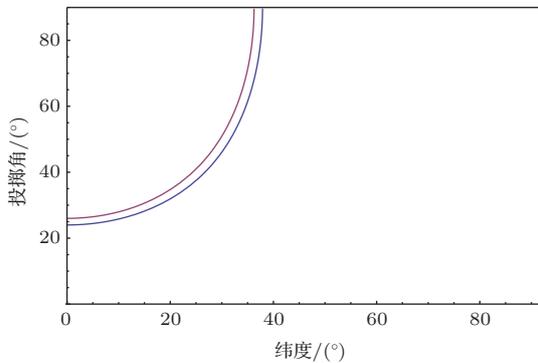


图 2 利用地磁场偶极子模型得到的赤道投掷角与不同纬度的投掷角的关系

#### 4.2 不同电磁波频率对投掷角扩散的响应

为了研究电磁波频率对投掷角扩散系数的影响, 下面考虑不同频率的 R 模式的 VLF 电磁波与电子发生波粒相互作用时, 投掷角扩散系数  $D_{\alpha\alpha}$  随着其对应的敏感投掷角范围分布关系, 如图 3。电子的能量为  $E = 0.26$  MeV, VLF 电磁波的波带宽为  $\Delta f_{em} = 80$  Hz; 设定  $L = 2$ , 电子回旋频率是

$f_{ce} = |\Omega_e|/2\pi = 109.176$  kHz; 所选择的 VLF 波的波幅为  $|\Delta B| = 0.1$  nT。

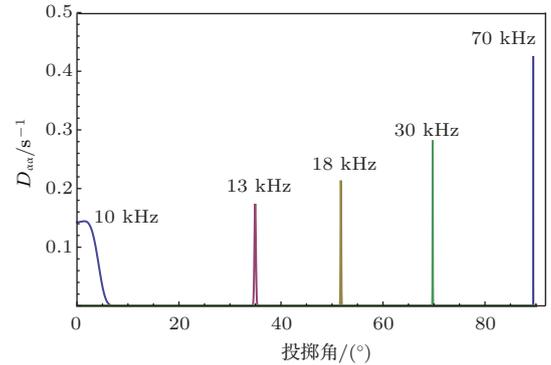


图 3 R 模式的场向 VLF 电磁波与电子发生波粒相互作用的投掷角扩散系数  $D_{\alpha\alpha}$  ( $L = 2$ , 波振幅  $|\Delta B| = 0.1$  nT, 冷等离子体参数值  $\alpha^* = \Omega_e^2/\omega_{pe}^2 = 0.175$ . 波频率谱是高斯分布, 半波带宽是  $\Delta f_{em} = 80$  Hz, 电子能量  $E = 0.26$  MeV)

选择的与电子发生波粒耦合的 VLF 电磁波频率分别为 10 kHz, 13 kHz, 18 kHz, 30 kHz 和 70 kHz。从图 3 可见, 对于满足上述条件的 VLF 电磁波与电子的波粒耦合, 其他条件不变时, 电磁波频率越高, 波粒耦合所对应的投掷角扩散系数  $D_{\alpha\alpha}$  值越大, 对应耦合的敏感投掷角值也越大, 而覆盖的投掷角宽度越小。

在卫星数据分析当中, 当我们探测到与地震相关的粒子暴时, 根据粒子暴的能量范围、投掷角和卫星所在磁壳层等参数, 根据此处场向电磁波的准线性扩散理论所得到的不同电磁波频率对应的投掷角扩散系数  $D_{\alpha\alpha}$  随其敏感投掷角范围分布关系, 就可以计算得到地震电磁发射所对应的频率范围。结合卫星的电场探测、磁场探测和地面电磁观测, 可以进一步确认和验证此频率范围。这样, 我们可以更深层的通过粒子暴观测来探知地震电磁发射的信息。

#### 4.3 不同电磁波带宽对投掷角扩散的响应

来自地面的电磁波来源很多, 如火山活动、地震活动、雷电、人工地面站等, 这些电磁波除了频率不同之外, 其带宽也有很大差别。有效区分不同带宽对电子投掷角的影响对研究波-粒耦合现象十分必要。

当 R 模式的 VLF 电磁波频率与电子能量都固定的时候, 不同的电磁波频率带宽不同时, 波粒相互作用的投掷角扩散系数  $D_{\alpha\alpha}$  随着其对应的敏感

投掷角范围分布关系, 如图 4. 此处, 所选择电磁波频率  $f_{em} = 8$  kHz, 波幅为  $|\Delta B| = 0.1$  nT, 与之耦合的电子能量值  $E = 1$  MeV.

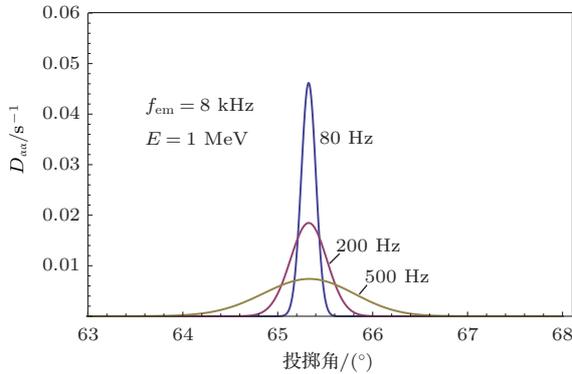


图 4 R 模式的场向 VLF 电磁波与电子发生波粒相互作用的投掷角扩散系数  $D_{\alpha\alpha}$  ( $L = 2$ , 波振幅  $|\Delta B| = 0.1$  nT, 冷等离子体参数值  $\alpha^* = \Omega_e^2/\omega_{pe}^2 = 0.175$ . 波频率谱是高斯分布, 中心频率是  $f_{em} = 8$  kHz, 电子能量  $E = 1$  MeV)

选择的 VLF 电磁波频率带宽分别为 80 Hz, 200 Hz, 500 Hz. 由图 4 可见, 对于满足其他条件不变的 VLF 电磁波与电子的波粒耦合, 电磁波频率带宽越大, 波粒耦合所对应的投掷角扩散系数  $D_{\alpha\alpha}$  值越小, 而对应耦合所覆盖的投掷角宽度越大, 但是对应敏感投掷角的中心值却不变. 在具体的卫星观测数据分析中, 如果认为所观测的粒子暴与地震有强相关性的话, 我们就可以根据粒子暴的投掷角范围来推算与之发生耦合的地震相关电磁波的带宽宽度, 从而探索地震相关电磁发射的参数范围.

#### 4.4 不同磁壳层参数对投掷角扩散的响应

电磁卫星一般为太阳同步极地轨道, 在不同星下点位置对应不同的磁壳层参数  $L$ , 这就导致了针对同一颗卫星我们需要了解磁壳层的不同对其高能粒子观测结果的影响.

当其他条件都相同, 改变磁壳层参数  $L$  值时, 当 R 模式的 VLF 电磁波频率与电子发生波粒相互作用的投掷角扩散系数  $D_{\alpha\alpha}$  随着其对应的敏感投掷角范围分布关系, 如图 5. 此处, 我们选择电磁波频率  $f_{em} = 10$  kHz, 带宽为  $\Delta f_{em} = 80$  Hz, 波幅为  $|\Delta B| = 0.1$  nT, 电子能量值  $E = 1$  MeV. 磁壳层参数  $L$  不同时, 对应的冷等离子体参数值  $\alpha^* = \Omega_e^2/\omega_{pe}^2$  就不同.

选择的发生波粒耦合所在的磁壳层参数分别为 1.5, 1.8, 2.3 和 3. 由图 5 可见, 对于满足其他条件不变的 VLF 电磁波与电子的波粒耦合, 所在的磁壳层参数越大, 波粒耦合所对应的投掷角扩散系数  $D_{\alpha\alpha}$  值也越大, 对应敏感投掷角的中心值也越大, 而对应耦合所覆盖的投掷角宽度越小.

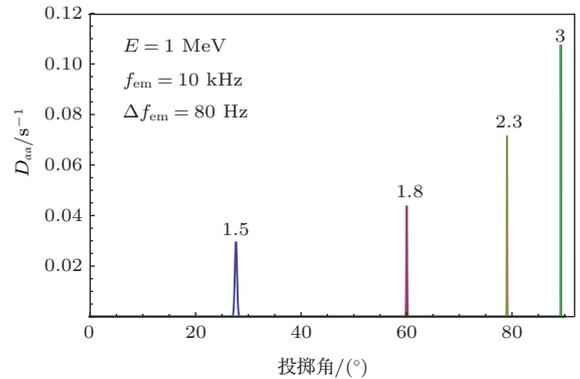


图 5 R 模式的场向 VLF 电磁波与电子发生波粒相互作用的投掷角扩散系数  $D_{\alpha\alpha}$  (波振幅  $|\Delta B| = 0.1$  nT. 波频率谱是高斯分布, 中心频率是  $f_{em} = 10$  kHz, 带宽为  $\Delta f_{em} = 80$  Hz, 电子能量  $E = 1$  MeV)

#### 4.5 电磁波频率与电子耦合能量下限的关系

我们知道, 只有当电磁波频率与辐射带电子能量满足波-粒耦合条件时二者才发生相互作用, 在以往的观测当中, 与地震关联的电磁波频率范围较宽<sup>[31]</sup>, 研究电磁波在各种条件下对应的电子耦合能量有助于寻找粒子暴与地震电磁扰动之间的关联.

由波粒耦合的以上各种扩散系数分布图可知, VLF 电磁波与高能粒子发生波粒耦合时, 各种特征物理量都是有其各自的适用范围, 在此范围之外的, 波粒相互作用不发生, 或者说扩散系数会非常小, 几乎不能被观测得到. 这里我们给出了赤道投掷角  $\alpha = 45^\circ$ ,  $L = 2$  时的 VLF 电磁波频率与电子能量下限的波粒耦合对应关系, 如图 6.

由图 6 可见, 从频率-能量对应关系上定性的来看, 电磁波频率越高, 越容易与低能的电子发生波粒相互作用. 电子探测能量范围在 0.1—20 MeV 时, 能够与之耦合的 VLF 电磁波频率范围是非常大的, 跨度为几百 Hz 到几百 kHz. 在研究具体问题时, 我们可以针对具体的观测条件来计算电磁波频率与电子最小耦合下限之间的对应关系.

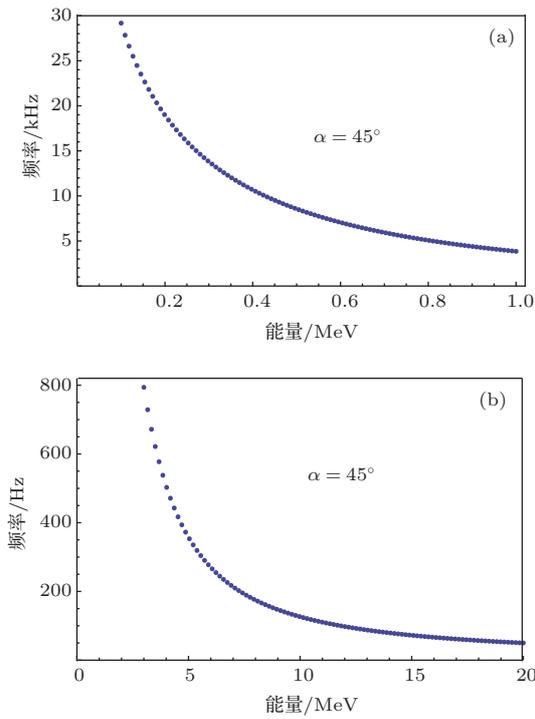


图6 R模式VLF电磁波与电子耦合能量下限的关系 ( $L = 2, \alpha = 45^\circ$ , 电磁波带宽  $\Delta f_{em} = 80$  Hz)

## 5 结 论

目前的辐射带波粒相互作用机理做了很多合理的假设, 完全的综合的辐射带电子动力学的发展是一个相当大的科学挑战, 所以距离定量的研究粒子暴形成还有很大一段路要走. 另外复杂的空间环境也是一个难题, 比如粒子数密度是一个很不确定的值, 更加准确地磁场模型也是一个需要考虑的重要因素. 动量扩散及与投掷角扩散的交叉项对辐射带波粒耦合的作用曾被研究过<sup>[37]</sup>, 考虑动量扩散及其与投掷角扩散的交叉项的影响是下一步我们要研究的内容. 波的传播特性及其电子的运动特征等已经被广泛的深入研究很多, 今后我们会逐渐的考虑使用一般的波模式并运用到我们的耦合模型中<sup>[38,39]</sup>.

本文分析了准线性扩散理论中, 电子能量、电磁波频率、带宽、磁壳层参数等取值不同时, 电子投掷角扩散系数的变化规律. 并研究了投掷角不同时, 电磁波频率与其引发波粒相互作用的电子耦合能量下限的关系. 分析了每一个特征物理量对扩散系数的影响趋势. 主要结论如下:

1) 电子能量越大, 波粒耦合的投掷角扩散系数  $D_{\alpha\alpha}$  的值越小, 对应耦合的敏感投掷角值也越大, 覆盖的投掷角宽度也越小.

2) 电磁波频率越高, 波粒耦合所对应的投掷角扩散系数  $D_{\alpha\alpha}$  值越大, 对应耦合的敏感投掷角值也越大, 而覆盖的投掷角宽度越小.

3) 电磁波频率带宽越大, 波粒耦合所对应的投掷角扩散系数  $D_{\alpha\alpha}$  值越小, 而对对应耦合所覆盖的投掷角宽度越大, 但是对应敏感投掷角的中心值却不变.

4) 所在的磁壳层参数越大, 波粒耦合所对应的投掷角扩散系数  $D_{\alpha\alpha}$  值也越大, 对应敏感投掷角的中心值也越大, 而对对应耦合所覆盖的投掷角宽度越小.

5) 电磁波频率越高, 越容易与低能的电子发生波粒相互作用, 反之亦然.

6) 卫星所测量的投掷角范围越大越好, 而且小的赤道投掷角的测量更为重要.

准线性扩散理论的重要参量需要基于观测来确定, 如粒子数密度我们即参考了法国 DEMETER 卫星的观测数据. 确定了各主要参数后, 利用上述各物理量之间的关系, 可以对卫星高能粒子探测载荷的探测参数、能区、探测方向及探测范围的设定提供理论依据, 进而提高卫星对高能粒子沉降事例的观测能力. 寻找粒子异常与地震电磁扰动的关联是电磁卫星高能粒子探测的最终目的, 本文将为从卫星高能粒子探测中提取与地震相关的信息提供参数化的理论支持.

## 参考文献

- [1] Bullough K, Tatnall A R L, Denby M 1976 *Nature* **260** 401
- [2] Kimura I, Matsumoto H, Mukai T, Hashimoto K, Bell T F, Inan U S, Helliwell R A, Katsufurakis J P 1983 *J. Geophys. Res.* **88** 282
- [3] Inan U S, Chang H C, Helliwell R A, Imhof W L, Reagan J B, Walt M 1985 *J. Geophys. Res.* **90** 359
- [4] Poulsen W L, Inan U S, Bell T F 1993 *J. Geophys. Res.* **98** A2 1705
- [5] Abel B, Thorne R M 1998 *J. Geophys. Res.* **103** 2385
- [6] Horne R B, Thorne R M, Shprits Y Y 2005 *Nature* **437** 03939
- [7] Zheng H N, Su Z P, Xiong M 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 9 3515
- [8] Xiao F L, He Z G, Zhang S, Su Z P, Chen L X 2011 *Chin. Phys. Lett.* **28** 3 039401
- [9] Su Z P, Zheng H N, Xiong M 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 3 039401
- [10] Zhou Q H, He Y H, He Z G, Yang C 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 5 055204

- [11] Voronov S A, Galper A M, Koldashov S V 1987 Proc. of 20th ICRC **4** 451
- [12] Voronov S A, Galper A M, Koldashov S V 1989 *Cosmic Res.* **27** 629
- [13] Aleksandrim S Y, Galper A M, Grishantzeva L A, Koldashov S V, Maslennikov L V, Murashov A M, Picozza P, Sgrigna V, Voronov S A 2003 *Annales Geophysicae* **21** 597
- [14] Ruzhin Y Y, Larkina V I 1996 *Proceed. 14th Wroclaw EMC Symposium (URSI)* 645
- [15] Sgrignaa V 2005 *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics* **67** 1448
- [16] Zhang X M, Fidani C, Huang J P, Shen X H, Zeren Z, Qian J D 2013 *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.* **13** 197
- [17] Yan X X, Shan X J, Cao J B, Tang J, Wang F F 2012 *Seismology and Geology* **34** 160
- [18] Li X Q, Ma Y Q, Wang H Y 2010 *Chinese J. Geophys.* **53** 2337 (in Chinese) [李新乔, 马宇蓓, 王焕玉 2010 地球物理学报 **53** 2337]
- [19] Wang P, Wang H Y, Ma Y Q 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 039401 (in Chinese)[王平, 王焕玉 2011 物理学报 **60** 039401]
- [20] Zhang Z X, Li X Q 2012 *Chinese J. Geophys.* **55** 1581 (in Chinese)[张振霞, 李新乔等 2012 地球物理学报 **55** 1581]
- [21] Summers D, Thorne R M, Xiao F 1998 *J. Geophys. Res.* **103** 20487
- [22] Summers D 2005 *J. Geophys. Res. A* **110** 08214
- [23] Summers D, Ni B, Meredith N P 2007 *J. Geophys. Res. A* **112** 04207
- [24] Gu X D, Zhao Z Y, Ni B B, Wang X, Deng F 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 6673 (in Chinese)[顾旭东, 赵正予, 倪彬彬, 王翔, 邓峰 2008 物理学报 **57** 6673]
- [25] Walt M 2005 *Introduction to Geomagnetically Trapped Radiation* (UK: Cambridge University Press) p42
- [26] Lerche I 1968 *Phys. Fluids* **11** 1720
- [27] Kulsrud R, Pearce W P 1969 *Astrophys. J.* **156** 445
- [28] Schlickeiser R 1989 *Astrophys. J.* **336** 243
- [29] Summers D 2005 *J. Geophys. Res.* **110** A 08213
- [30] Swanson D G 1989 *Plasma Waves*, Academic, Elsevier, New York
- [31] Santolik O, Gurnett D A 2003 *Geophys. Res. Lett.* **30** 1031
- [32] Sauvaud J A, Moreau T, Maggiolo R 2006 *Planetary and Space Science* **54** 502
- [33] Zhang X M, Zhao G Z, Chen X B, Ma W 2007 *Progress in Geophysics* **22** 687 (in Chinese) [张学民, 赵国泽, 陈晓斌, 马为 2007 国外地震电磁现象观测, 2007 地球物理学进展 **22** 687]
- [34] Shen X H, Zhang X M, Wang L W, Chen H R, Wu Y, Yuan A G, Shen J F, Zhao S F, Qian J D, Ding J H 2011 *Earthq. Sci* **24** 639
- [35] Angerami J J, Thomoa J O 1964 *J. Geophys. Res.* **69** 4537 Inan U S, Chang H C, Helliwell R A 1984 *J. Geophys. Res.* **89** 2891
- [36] Li X Q, Ma Y Q, Wang P 2012 *J. Geophys. Res.* **117** A 04201
- [37] Zhang S, Xiao F L 2010 *Chin. Phys. Lett.* **27** 129401
- [38] Jiang H, Yang X X, Lin M M 2011 *Chin. Phys. B* **20** 019401
- [39] Qureshi M N S, Sehar S, Shah H A, Cao J B 2013 *Chin. Phys. B* **22** 035201

# Relationship between the quasi-linear diffusion coefficients and the key parameters of spatial energetic electrons\*

Zhang Zhen-Xia<sup>1)†</sup> Wang Chen-Yu<sup>2)</sup> Li Qiang<sup>1)</sup> Wu Shu-Gui<sup>1)</sup>

1) (National Earthquake Infrastructure Service, China Earthquake Administration, Beijing 100045, China)

2) (School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

( Received 25 June 2013; revised manuscript received 26 December 2013 )

## Abstract

It has been proved that the ground-based electromagnetic wave can transfer into ionosphere and interact with high-energy particles. By changing the pitch angle and momentum, the particles are imposed to enter the bounce loss cone and drift loss cone, then electron precipitation takes place and the particle bursts form. In recent decades, the relationship has been observed among electromagnetic disturbance and particle bursts and seismic activity based on satellite data. Here, by wave-particle cyclotron resonant interaction combined with the observation range of LEO satellite (about 350—1000 km), the evolvement trend of the pitch angle quasi-linear diffusion coefficients induced by field-aligned electromagnetic waves, is studied with the change of VLF electromagnetic wave frequency, band width, energies of electron (0.1—20 MeV) and  $L$  shell ( $L = 1.1—3$ ). We also show the relationship between VLF electromagnetic wave frequency and minimum energy of precipitation electron induced by it, under certain pitch angle value. The relationship among these quantities may be used to provide theoretical explanation for satellite observations of energetic particle precipitation examples, to provide guidance for extracting information associated with earthquakes from the detection of high-energy particles on the satellite, and to lay the foundation on the data analysis of China seismo-electromagnetic satellite planned to launch at about the end of 2016.

**Keywords:** wave-particle cyclotron resonance, electron pitch angle diffusion, seismic electromagnetic observation

**PACS:** 94.20.wj, 94.30.Tz, 93.85.Rt

**DOI:** [10.7498/aps.63.079401](https://doi.org/10.7498/aps.63.079401)

---

\* Project supported by the Spark Plan for Earthquake Science and Technology of China Earthquake Administration(Grant No.XH12066), and the Special Funds from the Welfare Industry, China (Grant No. 201108004).

† Corresponding author. E-mail: [zxzhang@neis.gov.cn](mailto:zxzhang@neis.gov.cn)