# 基于同相第二代电流传输器的网格 多涡卷混沌电路研究<sup>\*</sup>

左婷<sup>1</sup>) 孙克辉<sup>1)2)†</sup> 艾星星<sup>1</sup>) 王会海<sup>1</sup>)

(中南大学物理与电子学院,长沙 410083)
 2)(新疆大学物理科学与技术学院,乌鲁木齐 830046)
 (2013年12月7日收到;2014年1月13日收到修改稿)

通过简化广义 Jerk 系统,构建了一个三维网格多涡卷混沌系统,利用同相第二代电流传输器 (CCII+)设 计并实现了该系统的模拟电路.将该电路与传统运放实现的混沌电路进行了对比,发现基于 CCII+ 的混沌电 路能在更高频段产生网格多涡卷吸引子,且电路结构更简单,使用器件更少.最后,通过示波器观测到了网格 多涡卷混沌吸引子,验证了混沌电路的物理可实现性,电路实验结果与数值仿真结果一致.

关键词: 混沌, 网格多涡卷混沌吸引子, 广义 Jerk 系统, 第二代电流传输器
 PACS: 05.45.-a, 05.45.Gg
 DOI: 10.7498/aps.63.080501

# 1引言

随着混沌在电子通信等领域应用越来越广泛, 多涡卷混沌系统因具有复杂的动力学行为而引起 了人们的广泛关注[1-10].因混沌电子电路易于观 察非线性现象和便于工程应用而成为研究混沌理 论的最有用工具之一. 2002年, Yalcin等首次提出 了网格多涡卷混沌吸引子概念,随后人们提出了采 用双曲函数<sup>[11]</sup>、阶梯函数<sup>[12,13]</sup>、饱和函数<sup>[14]</sup>等多 种方法产生网格多涡卷混沌吸引子[15,16],但电路 实现大多采用传统电压模式运算放大器作为有源 器件,设计电路时在增益和宽带之间需要权衡. 电 流传输器 (current conveyor, CC) 是电流模式电路 中常用的有源器件,具有较好的频率增益特性,被 广泛应用于电子电路、有源滤波器和模拟信号处理 等方面. 近年来, 基于电流传输器的混沌电路设计 成为了研究热点[17-21]. 文献[17]提出了采用第二 代电流传输器构造RC混沌振荡器,并给出了数值 仿真与电路仿真结果,但无硬件实现. 文献 [18] 利 用电流传输器在蔡氏系统上实现了双涡卷混沌吸 引子. 文献 [19] 利用第二代电流传输器在 Jerk 系统 上实现了3涡卷及4涡卷混沌吸引子,4 涡卷混沌 电路的中心频率达到43 kHz,但所生成的多涡卷只 在单一方向上,且涡卷数目有限.文献 [20] 提出了 采用电流传输器构建饱和函数并实现网格多涡卷 混沌吸引子,测得网格2×2 涡卷混沌电路的中心 频率约为75 kHz,比单方向多涡卷混沌电路的中心 频率高,但未与传统运放得到的网格多涡卷混沌电 路相比较.文献 [21] 报道了基于电流传输器的网格 多涡卷混沌吸引子在混合图像加密中的应用研究, 研究结果对混沌信号源及实际图像加密方案的选 择具有重要意义.

本文在三维网格多涡卷广义Jerk系统的基础 上,设计了一个网格多涡卷混沌系统.采用第二代 电流传输器作为有源器件,设计并实现该混沌电路 系统,并与采用传统运放设计的网格多涡卷混沌电 路进行对比,其电路结构与频谱特性更具优势,为 混沌系统在工程应用中奠定了基础.

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金 (批准号: 61161006, 61073187) 资助的课题.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: kehui@csu.edu.cn

<sup>© 2014</sup> 中国物理学会 Chinese Physical Society

## 2 网格多涡卷混沌系统模型

三维网格多涡卷广义Jerk系统的系统方程为<sup>[19]</sup>

$$\begin{cases} \dot{x} = y - f_2(y), \\ \dot{y} = z - f_3(z), \\ \dot{z} = -a[x + y + z - f_1(x) \\ -f_2(y) - f_3(z)], \end{cases}$$
(1)

其中, x, y, z为系统的状态变量; a为系统参数,  $a \in$ [0.5, 0.8];  $f_1(x)$ ,  $f_2(y)$ ,  $f_3(z)$ 为阶梯函数.为了便 于电路实现, 减少系统(1)中的两个非线性项, 得到 简化的三维网格多涡卷混沌系统, 其系统方程为

$$\begin{cases} \dot{x} = y - f(y), \\ \dot{y} = z - f(z), \\ \dot{z} = -a[x + y + z - f_1(x)], \end{cases}$$
(2)

其中,非线性函数 $f_1(x), f(y), f(z)$ 为阶梯函数. 表 达式分别为

$$f_1(x) = A \bigg\{ \text{sgn}(x) + \sum_{n=1}^{N} [\text{sgn}(x+2nA) + \text{sgn}(x-2nA)] \bigg\},$$
(3)

或

$$f_1(x) = A \sum_{n=1}^{N} \{ \operatorname{sgn}[x + (2n-1)A] + \operatorname{sgn}[x - (2n-1)A] \},$$
(4)

$$f(u) = A \left\{ \operatorname{sgn}(u) + \sum_{m=1}^{M} [\operatorname{sgn}(u + 2mA) + \operatorname{sgn}(u - 2mA)] \right\},$$
(5)

或

$$f(u) = A \sum_{m=1}^{M} \{ \operatorname{sgn}[u + (2m-1)A] + \operatorname{sgn}[u - (2m-1)A] \},$$
(6)

其中 $u \in \{y, z\}$ , M和N皆为大于等于零的整数, A是大于零的可调参数. 根据(3)和(5)式,(3)和 (6)式,(4)和(5)式,(4)和(6)式组合,系统(2)可对 应产生 $(2N+2M+3) \times (2M+2) \times (2M+2)$ ,  $(2N+2M+2) \times (2M+1) \times (2M+1)$ , $(2N+2M+2) \times (2M+2) \times (2M+2)$ 及(2N+2M+2) 1) × (2M+1) × (2M+1) 三方向网格多涡卷混沌吸 引子.系统 (1) 中的非线性函数  $f_1(x)$ ,  $f_2(y)$ ,  $f_3(z)$ 分别影响 x, y, z方向上的涡卷个数,而系统 (2) 中 的非线性函数 f(y) 和 f(z) 不仅影响 y, z方向上的 涡卷个数,还影响 x方向的涡卷数量,且y, z方向 的涡卷数量相同.当 $f_1(x)$ 选(3) 式, f(y) 和 f(z)选 (6) 式, a = 0.75, A = 1, N = 0, M = 1 时,系统的 Lyapunov 指数谱为(0.1512, 0, -0.8978).显然,系 统是混沌的,其 $4 \times 3 \times 3$  网格多涡卷混沌吸引子平 面相图如图 1 所示.



图 1 4×3×3网格多涡卷混沌吸引子 (a) *x-y* 相平面 相图; (b) *x-z* 相平面相图; (c) *y-z* 相平面相图

3 网格多涡卷混沌系统的电路设计与 硬件实现

## 3.1 电流传输器特性分析

电流传输器是电流模式电路中的常用有源器件,具有通用性强、精度高、外接器件少、良好的高频特性等特点,已被广泛应用于有源滤波器、模拟信号处理等方面.在所有电流传输器中,第二代电流传输器(CCII)的应用最为普遍,其电路符号及端口特性分别如图2及方程(7)所示.

$$\begin{cases} i_y = 0, \\ V_x = V_y, \\ i_z = \pm i_x, \end{cases}$$
(7)

其中,  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$ 分别为X, Y, Z端口的电压;  $i_x$ ,  $i_y$ ,  $i_z$ 分别为X, Y, Z端口的输入电流. 当 $i_z = i_x$ 时, 为同相电流传输器, 当 $i_z = -i_x$ 时, 为反相电流传 输器, 同相第二代电流传输器 (CCII+) 可用 AD844 集成芯片实现. 其实现电路如图 **3** 所示.



图 3 AD844 实现同相第二代电流传输器

AD844是典型的电流反馈运算放大器,具有一个电压输出端和一个电流输出端,易于电路中的电流观测,设计电路更为灵活,其增益频率特性如图4(a)所示.与电压模式运放TL082相比,具有更好的高频性能.

# 3.2 基于电流传输器的网格多涡卷混沌 电路设计

采用 CCII+ 设计积分器和反相器如图 5 所示. 根据 AD844 的端口特性可得输出电压 $\dot{v} = -i/C$ ,  $v_o = -v_i$ .其中i, v分别为图 5 (a) 中 X 端的输入 电流与输出端电压, v<sub>i</sub>, v<sub>o</sub>分别为图5(b)中输入电压及输出电压.采用CCII+设计阶梯函数电路如图6所示.



图 4 不同器件的增益频率特性曲线 (a) AD844 器件; (b) TL082 器件



图 5 基于 AD844 的积分器和反相器 (a) 积分器; (b) 反相器

图 6 (b) 是图 6 (a) 对应的伏安特性曲线, u 为 输入电压, U,  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $\cdots$ ,  $U_i$  为各模块Y端口的 电压, i(u) 为输出电流, k 为斜率. 当k 足够大时, 图 6 (a) 的单元电路可实现符号函数, 其输出电流为

$$i(u) \approx -\frac{V_{\text{sat}}}{R_{wu}} \operatorname{sgn}(u-U),$$
 (8)

其中 $V_{\text{sat}}$ 为饱和输出电压,  $u \in \{x, y, z\}$ , 因此多 个符号函数电路单元构成的阶梯函数电路图6(c)中的电路输出为

$$i(u) = -\frac{V_{\text{sat}}}{R_{wu}}[\text{sgn}(u - U_1) + \text{sgn}(u - U_2) + \dots + \text{sgn}(u - U_i)].$$
(9)

080501-3



图 6 基于 AD844 的阶梯函数电路 (a) 符号函数电路单元; (b) 伏安特性曲线; (c) 阶梯函数电路



图 7 基于 CCII+ 的网格多涡卷混沌电路图

采用模块化设计方法,得到基于同相第二 代电流传输器的混沌电路如图7所示. 图中, 框S为反相器电路;框 $f_1(x)$ , f(y), f(z)为阶梯 函数电路,输出分别为i(x), i(y), i(z);  $U_1 和 C_z$ ,  $U_2 和 C_y$ ,  $U_3 和 C_x$ 组成了三个积分电路. 考虑 AD844 的输入输出端口的寄生参数, 其典型值 为 $R_{xj} = 50 \Omega$ ,  $R_{yj} = 10 M\Omega$ ,  $R_{zj} = 3 M\Omega$ ,  $C_{yj} = 2 \text{ pF}$ ,  $C_{zj} = 4.5 \text{ pF}$ , 其中j = 1, 2, 3.

根据图7电路图可得到非线性系统电路方 程为

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{y}{(R_x + R_{x3})(C_x + C_{z3})} - \frac{i(y)}{C_x + C_{z3}}, \\ \dot{y} = \frac{z}{(R_y + R_{x2})(C_y + C_{z2})} - \frac{i(z)}{C_y + C_{z2}}, \\ \dot{z} = \frac{1}{(C_z + C_{z1})} \left[ \frac{x}{(R_1 + R_{x1})} + \frac{y}{(R_2 + R_{x1})} + \frac{z}{(R_3 + R_{x1})} - i(x) \right], \end{cases}$$
(10)

080501-4

对比方程(2)和(10)得到

$$R_x = R_y = R,$$
  

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_z$$
  

$$C_x = C_y = C_z = C;$$

且.

$$R_{wx} = (R_z + R_{xj})V_{\text{sat}},$$
$$R_{wy} = R_{wz} = (R + R_{xj})V_{\text{sat}}.$$

AD844的电源电压选取正负15V,实验可测得

$$V_{\text{sat}} = 10.2 \text{ V.} ≚$$
  

$$R_a = 470 \Omega, \quad R_b = 5 \text{ MΩ},$$
  

$$R = 15 \text{ kΩ}, \quad R_z = 20 \text{ kΩ},$$
  

$$C = 1 \text{ nF}, \quad i(x) = -\text{sgn}(x)/R_{wx},$$
  

$$i(y) = -[\text{sgn}(y+1) + \text{sgn}(y-1)]/R_{wy},$$
  

$$i(z) = -[\text{sgn}(z+1) + \text{sgn}(z-1)]/R_{wz}$$

时,得到的4×3×3网格多涡卷吸引子相图如图8所示.可见电路仿真结果与数值仿真结果相一致,证明了电路设计的正确性.



图 8 4×3×3网格多涡卷混沌吸引子相图 (a) x-y 相平面; (b) x-z 相平面; (c) y-z 相平面

# 3.3 基于 CCII+ 的网格多涡卷混沌电路的 频谱特性研究

频谱是混沌信号的重要特征之一, 混沌的频域 特征对混沌在自动控制及保密通信中具有重要意 义.积分电路中, 时间常数 $\tau = RC$ , 显然, 当R不 变, 改变C的取值, 可得到不同时间常数.基于电 流传输器的多涡卷混沌电路的吸引子相图及信号 频谱如图 9 所示.当C取 10, 1, 0.1, 0.01 nF 时, 混 沌信号的频谱范围分别约为0—1.2, 0—12, 0—130, 0—840 kHz.通过改变积分电路中的时间常数, 可 控制混沌信号的频谱宽度, 且随时间常数减小, 频 谱范围增大.

采用TL082设计系统(2)的混沌电路,选取与 基于电流传输器的多涡卷混沌电路相同的电路参 数,同样改变积分电路中的电容值*C*,得到不同时 间常数情况下多涡卷混沌电路的吸引子相图及频 谱如图 10 所示.当*C*取 10,1 nF时,混沌信号的频 谱范围分别约为0—1.2,0—13 kHz.但*C*取 100及 10 pF时,电路无法产生网格多涡卷吸引子,说明基 于TL082的网格多涡卷混沌电路无法产生高频率 的吸引子.因此采用电流传输器设计网格多涡卷混 沌电路,不仅具有电路结构简单、元器件少的特点, 还可提高电路工作频率,拓宽频谱.

#### 3.4 网格多涡卷混沌电路的硬件实现

根据电路图 7 制作硬件电路,  $R_a$ ,  $R_b$ , R,  $R_z$ ,  $R_{wy}$ ,  $R_{wz}$ 分别选用 470 Ω, 5 MΩ, 22 kΩ, 30 kΩ, 220 kΩ, 220 kΩ 的固定电阻,  $R_{wx}$ 选用可变电阻器, C选用 100 pF 的瓷片电容,  $R_{wx} = 291$  kΩ时, 在 模拟示波器上观测到的  $3 \times 2 \times 2$  网格多涡卷混沌 吸引子和  $4 \times 3 \times 3$  网格多涡卷混沌吸引子相图如 图 11 所示, 证明了该电路的物理可实现性. 经测 试,  $4 \times 3 \times 3$  网格多涡卷混沌吸引子的频谱中心频 率达 100 kHz.

采用 TL082 芯片制作网格多涡卷混沌系统的 硬件电路,选取与基于 CCII+ 的多涡卷混沌电路 相同的电路参数,电容值 C 分别取 1 nF 和 100 pF 时,利用模拟示波器观测到的混沌吸引子 x-y 平面 相图如图 12 所示.当C = 100 pF 时,电路无法产 生网格多涡卷混沌吸引子.电路实验结果与仿真 结果一致.



图 9 基于 CCII+ 的混沌电路选取不同电容值时的网格多涡卷混沌吸引子相图及其频谱 (a) C = 10 nF; (b) C = 1 nF; (c) C = 100 pF; (d) C = 10 pF



图 10 基于 TL082 的混沌电路选取不同电容值时的网格多涡卷混沌吸引子相图及其频谱 (a) C = 10 nF; (b) C = 1 nF; (c) C = 100 pF; (d) C = 10 pF



图 11 基于 CCII+ 的电路实现得到的网格多涡卷混沌吸引子相图 (a) 3×2×2多涡卷 *x-y* 平面; (b) 3×2×2 多涡卷 *x-z* 平面; (c) 3×2×2多涡卷 *y-z* 平面; (d) 4×3×3多涡卷 *x-y* 平面; (e) 4×3×3多涡卷 *x-z* 平面; (f) 4×3×3多涡卷 *y-z* 平面



图 12 基于 TL082 的电路实现得到的混沌吸引子相图 (a) C = 1 nF; (b) C = 100 pF

### 4 结 论

利用第二代电流传输器设计并实现了一个网 格多涡卷混沌电路.在不同时间常数的情况下,对 分别采用电流传输器和传统运放实现的网格多涡 卷混沌电路进行了对比.研究表明,电流传输器具 有良好的增益频率特性,设计电路时无需在增益与 频率间进行权衡;基于电流传输器的混沌电路结构 更简单,使用器件更少,且具有电流输出端,易于观 测电流;利用电流传输器设计混沌电路信号频谱更 宽,能够得到更高频率的网格多涡卷混沌吸引子.

#### 参考文献

[1] Deng W H, Lü J H 2007 Phys. Lett. A 369 438

- [2] Lü J H, Murali K, Sinha S, Leung H, Aziz-Alaoui M A 2008 Phys. Lett. A 372 3234
- [3] Zhang C X, Yu S M 2009 Chin. Phys. B 18 119
- [4] Trejo-Guerra R, Tlelo-Cuautle E, Jiménez-Fuentes J M, Sánchez-López C, Muñoz-Pacheco J M, Espinosa-Flores-Verdad G, Rocha-Pérez J M 2012 Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 17 4328
- [5] Luo X H, Li H Q, Dai X G 2008 Acta Phys. Sin. 57
   7511 (in Chinese)[罗小华, 李华青, 代祥光 2008 物理学报
   57 7511]
- [6] Wang F Q, Liu C X 2007 Acta Phys. Sin. 56 1983 (in Chinese)[王发强, 刘崇新 2007 物理学报 56 1983]
- [7] Chen L, Peng H J, Wang D S 2008 Acta Phys. Sin. 57 3337 (in Chinese)[谌龙, 彭海军, 王德石 2008 物理学报 57 3337]
- $[8]\,$ Dadras S, Momeni H R 2010 Chin. Phys. B 19 060506
- [9] Liu H, Yu H J, Xiang W 2012 Acta Phys. Sin. 61 180503
   (in Chinese)[刘恒, 余海军, 向伟 2012 物理学报 61 180503]
- [10] Zhu L, Liu Z, Bao B C, Xu J P 2010 Acta Phys. Sin.
  59 1540 (in Chinese)[朱雷, 刘中, 包伯成, 许建平 2010 物 理学报 59 1540]
- [11] Xu F, Yu P 2010 J. Math. Anal. Appl. 362 252

- [12] Zhang C X, Yu S M 2009 Acta Phys. Sin. 58 120 (in Chinese)[张朝霞, 禹思敏 2009 物理学报 58 120]
- [13] Chen S B, Zeng Y C, Xu M L, Chen J S 2011 Acta Phys. Sin. 60 020507 (in Chinese)[陈仕必,曾以成,徐茂林,陈 家胜 2011 物理学报 60 020507]
- [14] Luo X H, Tu Z W, Liu X R, Cai C, Liang Y L, Gong P 2010 Chin. Phys. B 19 070510
- [15] Zhang C X, Yu S M 2010 Phys. Lett. A 374 3029
- [16] Sánchez-López C 2011 Appl. Math. Comput. 217 4350
- [17] Elwakil A S, Soliman A M 1999 IEEE Trans. Circuits Syst. I: Fundam. Theory Appl. 46 393
- [18] Yang Z M, Zhang J, Ma Y J, Bai Y L, Ma S Q 2010 Acta Phys. Sin. 59 3007 (in Chinese)[杨志民, 张洁, 马永 杰, 摆玉龙, 马胜前 2010 物理学报 59 3007]
- [19] Sánchez-López C, Trejo-Guerra R, Muñoz-Pacheco J M, Tlelo-Cuautle E 2010 Nonlinear Dyn. 61 331
- [20] Wang C H, Yin J W, Lin Y 2012 Acta Phys. Sin. 61 210507 (in Chinese)[王春华, 尹晋文, 林愿 2012 物理学报 61 210507]
- [21] Lin Y, Wang C H, Xu H 2012 Acta Phys. Sin. 61 240503 (in Chinese) [林愿, 王春华, 徐浩 2012 物理学报 61 240503]

# Grid multi-scroll chaotic circuit based on the second generation current conveyers<sup>\*</sup>

Zuo Ting<sup>1)</sup> Sun Ke-Hui<sup>1)2)†</sup> Ai Xing-Xing<sup>1)</sup> Wang Hui-Hai<sup>1)</sup>

1) (School of Physics and Electronics, Central South University, Changsha 410083, China)

2) (School of Physics Science and Technology, Xinjiang University, Urumqi 830046, China)

( Received 7 December 2013; revised manuscript received 13 January 2014 )

#### Abstract

A three-dimensional grid multi-scroll chaotic system is presented by simplifying a generalized Jerk system. The analog circuit system is designed and realized by using positive-type second generation current conveyers. Compared with the chaotic circuit realized by traditional op amp, the chaotic circuit based on current conveyers can generate grid multi-scroll attractors at high frequency, and also has the advantages of simple circuit structure, and few components. Finally, the grid multi-scroll chaotic attractor are observed through using an oscilloscope, and the physical realizability of chaotic circuit is verified by circuit experiment. The results of circuit experiments and numerical simulations are accordant.

**Keywords:** chaos, grid multi-scroll chaotic attractor, generalized Jerk system, second generation current conveyor

**PACS:** 05.45.-a, 05.45.Gg

**DOI:** 10.7498/aps.63.080501

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61161006, 61073187).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: kehui@csu.edu.cn