

## 失谐对耗散耦合腔阵列体系超流-绝缘相变的影响\*

鲍佳<sup>1)</sup> 谭磊<sup>1)2)†</sup>

1)(兰州大学理论物理研究所, 兰州 730000)

2)(兰州大学, 磁学与磁性材料教育部重点实验室, 兰州 730000)

(2013年7月21日收到; 2014年1月18日收到修改稿)

利用平均场理论和微扰论解析求解了失谐存在且环境作用下 Jaynes-Cummings-Hubbard 模型的哈密顿量, 得到了体系序参量的解析表达式, 并讨论了失谐对体系超流-绝缘相变的影响. 研究表明: 调节失谐可以改变腔间的有效排斥势和系统的临界隧穿率, 实现系统在超流态和绝缘态之间转变. 结合耗散耦合腔阵列的输运性质探讨了失谐对序参量取值的影响, 结果显示: 沿失谐负支随着失谐的增大, 序参量会经历先增后减的变化.

**关键词:** 环境作用, 失谐, 耦合腔阵列, 超流-绝缘相变

**PACS:** 42.50.Pq, 42.60.Da, 64.70.Tg, 03.65.Yz

**DOI:** 10.7498/aps.63.084201

## 1 引言

到目前为止, 实验技术在冷原子操控、制备高品质光学微腔、编织大尺度微腔阵列以及实现高品质微腔与冷原子强耦合等方面取得的进展<sup>[1-6]</sup>使耦合腔阵列成为一种可能的实验模拟器, 其具有可操控性和独特可寻址性的特点. 在量子光学中, 其已被成功用作实验平台模拟强关联多体量子效应<sup>[7]</sup>. 其基本理论模型是每个微腔耦合一个冷原子, 由 Jaynes-Cummings-Hubbard 模型<sup>[8-10]</sup>描述, 通过外加驱动光场可以精确控制每个腔中原子与腔场之间的耦合, 微腔中原子与腔场的相互作用导致准粒子间等效的排斥, 其类似于 Bose-Hubbard 模型中的同位势. 在不考虑环境作用的理想情况下, 隧穿效应和同位势之间的竞争导致体系出现超流-Mott 绝缘相变. 基于此, 耦合腔阵列耦合冷原子体系已成为近年来备受关注的量子模拟系统, 人们针对无环境作用下的体系开展了大量研究工作.

众所周知, 系统会不可避免地与环境发生相互作用, 像其他量子光学体系一样, 实际的耦合腔

阵列体系并非理想系统, 其不可避免地会与环境发生耦合<sup>[11-13]</sup>, 在很大程度上这种耦合会导致系统发生耗散、退相干和纠缠<sup>[14]</sup>, 使系统处于非平衡态<sup>[15-17]</sup>. 环境的作用会导致耦合腔阵列体系的二级关联函数出现衰减, 而关联函数的衰减导致体系相干性的消失, 继而影响耦合腔体系的动力学行为. 在不同的参数条件下, 体系可以呈现 photons fermionized<sup>[18,19]</sup>、polariton 晶化 (crystallization)<sup>[20]</sup>, 序参量的指数衰减<sup>[21]</sup>、光子局域、凝聚和束缚 (bunching)<sup>[22-25]</sup>, 非平衡动力学<sup>[26-28]</sup>. 最近研究了 Jaynes-Cummings-Hubbard (JCH) 体系量子相变的<sup>[29]</sup>实验实现. 计及耗散的影响, 以上研究多采用主方程方法结合各种数值计算 (比如随机波函数方法: 蒙特卡罗方法的一种), 计算能力的限制使得这些数值方法局限于自由度数目不太大的系统, 面对大量自由度的量子多体系统与无穷多自由度的环境耦合的问题, 这些数值处理方法变得十分困难. 结合耦合腔阵列体系的特性, Hartmann 等<sup>[30]</sup>提出了一种关联展开方法 (correlator expansion approach). 我们则提出了一种准玻色方法<sup>[22]</sup>, 把耦合腔阵列等效地看作一条准玻

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11274148) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: tanlei@lzu.edu.cn

色链, 消除环境的自由度并且把环境的影响归结到重整化以后系统的有效哈密顿的各项中. 准玻色图像以一种新观点去处理系统与环境的相互作用, 物理图像比较清晰, 通过对量子相变和单光子输运的研究, 处理复杂问题优势明显<sup>[31-33]</sup>; 另外, 此方法与传统方法并不矛盾, 与现有方法结合, 保留环境的影响, 开展以耦合腔阵列体系为平台, 量子模拟强关联多体系统的研究是简便可行的. 另一方面, 为简单起见, 传统耦合腔阵列体系的研究大都限于共振的情况, 显然失谐也会对系统的性质产生影响<sup>[34]</sup>. 因此, 探讨环境作用下失谐对耦合腔阵列体系超流-Mott 绝缘相变的影响对于认识该体系量子模拟强关联多体系统的物理机制具有重要意义.

基于此, 本文利用准玻色方法<sup>[22]</sup>, 从 JCH 模型的有效哈密顿量出发, 结合平均场理论和微扰论得到了失谐情况下系统的超流序参量. 在此基础上, 详细讨论了失谐对系统超流-绝缘相变的影响.

## 2 环境作用下的 JCH 模型及其解析解

### 2.1 环境作用下的 JCH 模型

环境作用下 JCH 模型的有效哈密顿量可以表示为<sup>[22]</sup>

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_S + \mathbf{H}_R + \mathbf{H}_I, \quad (1a)$$

$$\mathbf{H}_S = \sum_j \mathbf{H}_j^{\text{JC}} + J \sum_{\langle j,j' \rangle} \mathbf{b}_j^\dagger \mathbf{b}_{j'} + \boldsymbol{\mu} \sum_j n_j, \quad (1b)$$

$$\mathbf{H}_R = \sum_j \sum_{\alpha,k} \omega_{k\alpha} \mathbf{r}_{j,k\alpha}^\dagger \mathbf{r}_{j,k\alpha}, \quad (1c)$$

$$\mathbf{H}_I = \sum_j \sum_{\alpha,k} (\eta_{k\alpha}^* \mathbf{r}_{j,k\alpha}^\dagger \alpha_j + \text{h.c.}), \quad (1d)$$

式中  $\mathbf{H}_S$  为不考虑与环境耦合时 JCH 模型的哈密顿量, 由 Greentree 等<sup>[8]</sup> 于 2006 年给出;  $\mathbf{H}_j^{\text{JC}}$  为第  $j$  格点处的 Jaynes-Cummings 哈密顿量,  $J$  为腔间耦合强度; 为简单起见, 这里假设腔具有平移对称性, 对所有最近邻腔都相同;  $\mathbf{b}^\dagger$  和  $\mathbf{b}$  分别是腔场模式的产生和湮灭算符,  $\boldsymbol{\mu}$  为化学势, 对所有格点相同,  $n_j$  为第  $j$  个格点上腔场和原子激发态的总数;  $\mathbf{H}_R$  为环境的哈密顿量,  $\mathbf{H}_I$  为腔场与环境的相互作用哈密顿量;  $\alpha = a, c$  分别表示原子与腔场相对应的算符或物理量,  $\omega_{k\alpha}$  表示环境的第  $k\alpha$  个模式;  $\mathbf{r}_{j,k\alpha}^\dagger$ ,  $\mathbf{r}_{j,k\alpha}$  分别表示在第  $j$  格点处环境第  $k\alpha$  个模式的产生和湮灭算符, 而  $\eta_{k\alpha}$  为环境与腔场相应的相互作用耦合强度.

利用准玻色子方法<sup>[22]</sup>, 消除环境的自由度, 哈密顿量 (1a) 式可写为下面的形式:

$$\mathbf{H} = \sum_j \mathbf{H}_j^{\text{eff}} - J \sum_{\langle J,J' \rangle} \tilde{\mathbf{b}}_J^\dagger \tilde{\mathbf{b}}_{J'} - J \sum_j \boldsymbol{\mu} n_j, \quad (2a)$$

$$\mathbf{H}_j^{\text{eff}} = \tilde{\omega}_a \tilde{\sigma}_j^z + \tilde{\omega}_c \tilde{\mathbf{b}}_j^\dagger \tilde{\mathbf{b}}_j + \beta (\tilde{\sigma}_j^+ \tilde{\mathbf{b}}_j + \text{h.c.}), \quad (2b)$$

其中,  $\tilde{\omega}_c = \omega_c - i\gamma_c$ ,  $\tilde{\omega}_a = \omega_a - i\gamma_a$ ;  $\omega_a$  是原子的跃迁频率,  $\omega_c$  是腔中激发电磁场的频率,  $\gamma_c = \pi|\eta(\omega_c)|^2$  为腔场的耗散率, 原子的耗散率为  $\gamma_a$ , 原子与腔场相互作用强度为  $\beta$ ; 从上面的表达式可以看出, 有效哈密顿量 (2a) 式中已经不包含环境的自由度, 环境对腔场的影响则是通过复本征频率  $\tilde{\omega}_c$  来描述, 耗散和环境组成一个整体, 耗散成为系统的固有属性; 与环境作用的原子同样可引入一个准玻色子图像, 其本征频率为  $\tilde{\omega}_a$ . 众所周知, 理想腔+冷原子耦合系统的激发态由极化激元 (原子+腔场模式的共同激发态或曰缀饰态) 描述, 由于环境的耦合, 本文所研究的开放系统的激发态由准玻色子来描述, 在其寿命以内, 其表现出的性质和极化激元类似.

### 2.2 系统超流序参量的解析解

本部分用平均场理论和微扰论来求解以上模型的超流序参量, 定义系统的序参量为

$$\psi = \text{Re}(\tilde{\mathbf{b}}) = \text{Re}(\tilde{\mathbf{b}}^\dagger), \quad (3)$$

其中

$$\langle \tilde{\mathbf{b}} \rangle = \psi - i\psi_\gamma, \quad (4a)$$

$$\langle \tilde{\mathbf{b}}^\dagger \rangle = \psi + i\psi_\gamma, \quad (4b)$$

(4a) 和 (4b) 式中的  $\psi$ ,  $\psi_\gamma$  为实数. 利用退耦合近似, 腔间的跳变项可以表示为

$$\tilde{\mathbf{b}}_J^\dagger \tilde{\mathbf{b}}_{J'} = \psi (\tilde{\mathbf{b}}_J^\dagger + \tilde{\mathbf{b}}_J) - \psi^2 + O(\psi_\gamma^2). \quad (5)$$

将 (5) 式代入 (2a) 式可得平均场近似下系统的哈密顿量:

$$\mathbf{H} = \sum_j [\mathbf{H}_j^{\text{eff}} - zJ\psi(\tilde{\mathbf{b}}_j^\dagger + \tilde{\mathbf{b}}_j) + zJ|\psi|^2 - \boldsymbol{\mu} n_j], \quad (6)$$

其中  $z$  为每个格点的最近邻数. 将考虑失谐情况下 Jaynes-Cummings 模型的缀饰态能级作为无微扰基, 格点间的弱耦合作为微扰项, 利用微扰论公式, 可得失谐情况下精确至二阶时系统的序参量:

$$\psi = e^{-\gamma t} \sqrt{-\frac{\chi}{zJ\Xi}}, \quad (7a)$$

$$\chi = \frac{\beta^2 F_1}{N_1[F_1^2 + \gamma^2]} + \frac{AF_2}{N_1 N_2[F_2^2 + \gamma^2]} + \frac{1}{zJ e^{-2\gamma t}}, \quad (7b)$$

$$\Xi = \frac{\beta^2}{N_1[F_1^2 + \gamma^2]} + \frac{A}{N_1 N_2[F_2^2 + \gamma^2]}, \quad (7c)$$

这里,

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \omega_c - \mu, \quad \gamma = \gamma_a + \gamma_c, \\ \Omega_n &= \sqrt{n\beta^2 + (\Delta/2)^2}, \\ A &= \left[ \left( \Omega_1 + \frac{\Delta}{2} \right) \left( \Omega_2 + \frac{\Delta}{2} \right) + 2\beta^2 \right]^2, \\ F_1 &= \varepsilon - \frac{\Delta}{2} - \Omega_1, \quad F_2 = -\varepsilon + \Omega_2 - \Omega_1, \\ N_n &= n\beta^2 + \left( \sqrt{n\beta^2 + (\Delta/2)^2} + \Delta/2 \right)^2, \\ \Delta &= \omega_c - \omega_a. \end{aligned}$$

我们参考文献 [6] 中的实验对体系的控制参数进行取值. 由表达式 (7a)–(7c) 可知,  $\Xi$  是正定的,  $\Xi$  和  $\chi$  的取值决定了序参量的取值, 显然  $\psi$  是时间和失谐的函数, 其变化关系如图 1 所示.

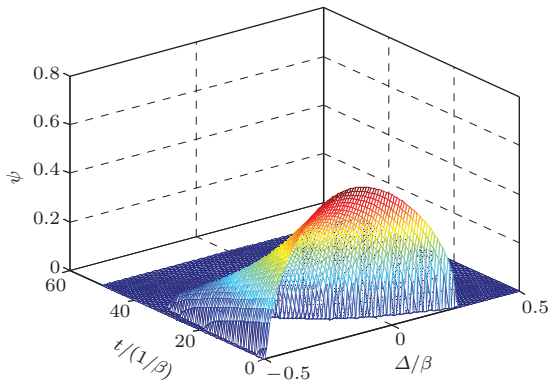


图 1 (网刊彩色) 序参量与失谐和时间的关系 (这里采用文献 [6] 中的相关实验参数, 取值分别为 [参量用  $\beta$  约化]:  $\varepsilon = 0.7836$ ,  $J = 0.067$ ,  $z = 3$ ,  $\gamma = \gamma_a + \gamma_c = 0.02$ )

### 3 失谐对超流-绝缘相变的影响

#### 3.1 失谐对系统超流-绝缘相变的影响

从图 1 中可以看出, 失谐取不同值时, 相应序参量均随时间做指数衰减, 但超流粒子数及其超流的时间却相差较大, 系统中超流粒子数在  $\Delta = -0.15\beta$  附近达到最大值, 超流时间的极大值则出现在  $\Delta \approx -(\sqrt{2} - 1)\beta$  时.

#### 3.2 失谐对隧穿率临界值的影响

假设系统初始处于绝缘态, 通过增加腔间的耦合强度可以重铸超流态. 失谐不同时, 系统重铸超流态的临界值并不相同. 图 2 考察了不同失谐对隧穿率临界值的影响.

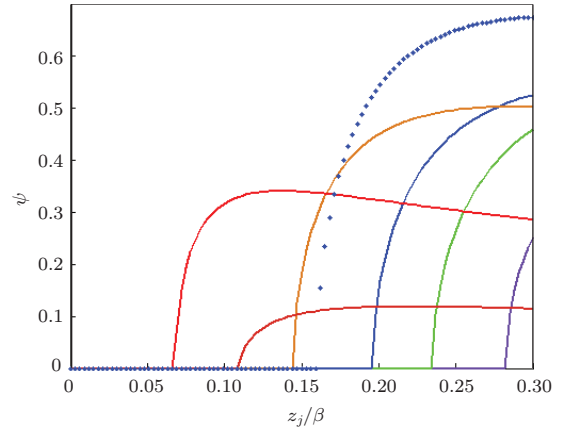


图 2 (网刊彩色) 失谐对体系重铸超流态隧穿率临界值的影响. 图中点线为无耗散情形; 实线对应的耗散为  $\gamma = 0.02$ ,  $t = 0.1\gamma^{-1}$ ; 从左到右与横轴相交的实线对应的失谐值分别取为  $-0.414$ ,  $-0.48$ ,  $-0.2$ ,  $0$ ,  $0.2$ ,  $0.5$ ; 其他参数取值与图 1 中相同

图 2 中点线为无环境耦合的情形, 其右端紧邻的实线为失谐值相同情况下考虑环境作用后的情况, 比较可以看出, 由于环境的作用, 系统需要更大的有效隧穿率才能产生长程相干. 从图 2 还可以看出, 失谐不同, 系统重铸超流态的临界隧穿率亦不同, 当失谐值在  $\Delta = -(\sqrt{2} - 1)\beta$  附近时, 系统将首先进入超流态, 此时腔场频率与缀饰态能级的跃迁频率近共振.

#### 3.3 失谐对有效排斥势的影响及序参量随失谐的变化

在 JCH 模型中, Jaynes-Cummings 模型缀饰能级的非谐振性导致相邻腔间的等效排斥相互作用, 即光子阻塞效应 [35–38], 等效势的大小与腔内激发总数 (填充数) 和腔场频率 (失谐) 有关, 其表达式为

$$U = E_{n+1} + E_{n-1} - 2E_n, \quad (8)$$

正是这个有效排斥相互作用与微腔间相互作用的竞争使系统呈现出不同的状态. 缀饰态能级定义的激发数为  $n \geq 1$  的情形, 因此需要为系统定义一个新的基态:

$$E_n^{(0)} = 0 \quad (n = 0), \quad (9a)$$

$$E_n^{(0)} = n(\omega_c - i\gamma) \quad (n \geq 1), \quad (9b)$$

显然新定义的基态能与失谐无关, 与激发态能级独立开来, 在讨论有效排斥势时需要将第一激发态隔离出来进行单独计算. 后面将会看到, 正是因为基态能级的特殊性, 第一激发态情形下系统的性质明显区别于  $n \geq 2$  时的情形. 本文主要讨论  $n = 1$  时的情形, 并对  $n \geq 2$  时的情形进行简单概述.

当  $n = 1$  时, 缀饰态能级的等效排斥势为

$$U_1 = E_2 + E_0 - 2E_1 = \frac{\Delta}{2} + 2\Omega_1 - \Omega_2, \quad (10)$$

$U_1$  与失谐的变化关系如图 3 所示. 从图 3 可以看出, 有效排斥势的正负支 (正负失谐) 关于  $\Delta = 0$  不对称, 这是由于系统的基态能级为零, 不依赖于失谐, 这种不对称性对处于第一激发态时系统中的超流-绝缘相变有很大的影响, 如图 1 中所看到的那样, 正负失谐绝对值相等的情况下负支具有更大的序参量, 也即系统中有更多的粒子在不同格点间迁移, 系统更倾向于超流态. 这是由于失谐为负时, 有效排斥势减小, 系统中准粒子发生迁移的临界隧穿率也会随之减小的缘故.

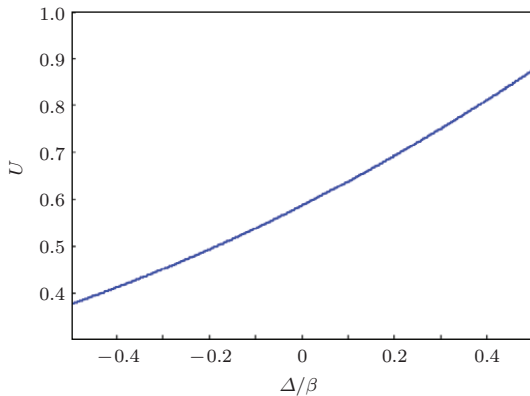


图 3 有效排斥势随失谐的变化 ( $n = 1$ )

如图 2 所示, 当腔场频率与  $|-, 1\rangle \rightarrow |-, 2\rangle$  的跃迁频率相近时 (失谐  $\Delta \approx -(\sqrt{2} - 1)\beta$ ) 系统首先从绝缘态进入超流态. 失谐更大时, 能在耦合腔阵列内输运的相应频率的粒子数急剧减少, 系统很快进入绝缘相; 而失谐为正时, 随着腔间有效排斥势的增大, 系统很快也会进入绝缘相. 可见, 调节腔场频率可以等效排斥势的改变并可以实现系统在绝缘态和超流态之间的转变.

此外, 序参量在失谐取负值时出现极大值, 可以定性理解为: 一方面, 负支排斥势的减小有利于系统中有更多的粒子趋向于超流态; 另一方面, 系统的透射谱与失谐有关<sup>[39-43]</sup>. 失谐为零时, 系统

的透射谱为两条尖锐的峰, 分别对应于缀饰能级第一和第二激发态的跃迁共振; 随着失谐的增大, 透射谱会逐渐展宽, 且峰值会向右移动, 在大失谐情况下, 腔场与原子退耦合, 系统中将不能输运相应频率的模式, 这时系统的透射谱和裸腔的透射谱相同.

另外, 系统的超流时间与腔场频率有关. 从图 1 中可以看出, 当腔场频率与缀饰能级第一和第二激发态间的跃迁频率近共振时, 系统处于超流态的时间达到峰值, 随着失谐的逐渐增大, 系统的超流时间会逐渐缩短; 在大失谐情况下, 系统的超流态消失, 相应频率的光子不能在腔间传输.

当  $n \geq 2$  时, 失谐对系统性质的影响与  $n = 1$  不同, 当  $n \geq 2$  时, 腔间的有效排斥势为

$$U_n = E_{n+1} + E_{n-1} - 2E_n = 2\Omega_n - \Omega_{n+1} - \Omega_{n-1}. \quad (11)$$

显然, (11) 式中的各项都是失谐的二次形式, 排斥势关于失谐正负支是对称的. 下面分别讨论填充数和失谐对有效排斥势的影响. 有效排斥势随填充数的变化关系如图 4 所示.

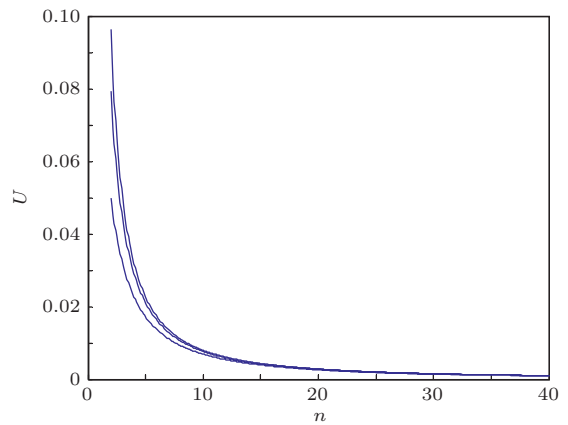


图 4 排斥势随填充数的变化 (从左至右, 失谐分别取值  $\Delta = 2, \Delta = 1, \Delta = 0$ )

如图 4 所示, 有效排斥势随系统填充数衰减, 当填充数足够大时, 有效排斥势趋于零, 系统类似于玻色气体, 曲线有一定展宽与失谐有关.

失谐对有效排斥势的影响如图 5 所示. 图 5 自上而下  $n = 2, 3, 4, 5$ . 有效排斥势的最大值约为  $0.1\beta$ , 较  $n = 1$  时 ( $U_{\max} \approx 0.6\beta$ ) 有显著降低. 随着填充数的增加, 有效排斥势快速衰减且关于失谐的正负支对称, 随着失谐绝对值的增加而减小, 系统的临界隧穿率也会相应地减小, 绝缘区域随之变小, 因此可以通过调节腔场频率控制系统中粒子的

输运行为.

由以上讨论可知,对耗散耦合腔阵列系统引入失谐可以调节腔间的有效排斥势以及耦合腔阵列中粒子的输运性质,进而可以对系统的超流-绝缘相变进行调控.简单起见,本文中只讨论了系统处于缀饰能级第一激发态负支的情况,对于正支的情况可做类似处理,若系统不处于系统的本征态,可将其按缀饰基正负支展开并分别进行处理.

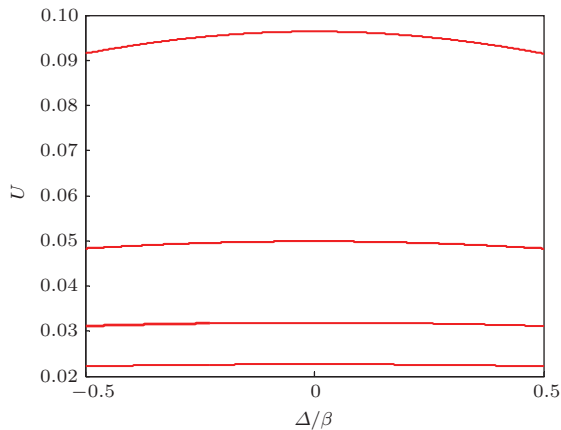


图5 失谐对有效排斥势的影响(自上而下,填充数依次为:  $n = 2, 3, 4, 5$ )

## 4 结 论

本文从环境作用下的 Jaynes-Cummings-Hubbard 模型的哈密顿量出发,用准玻色子方法、平均场理论和微扰论得到了失谐情况下系统的序参量,并讨论了失谐对系统超流-绝缘相变的影响.研究表明:调节失谐可以改变腔间的有效排斥势和系统的临界隧穿率,从而使系统在超流和绝缘态间转变;当失谐取值满足腔场与缀饰能级间的跃迁近共振时,临界隧穿率出现极小值,此时系统超流时间会出现极大值.

## 参考文献

[1] Raimond J M, Brune M, Haroche S 2001 *Rev. Mod. Phys.* **73** 565  
 [2] Mabuchi H, Doherty A C 2002 *Science* **298** 1372  
 [3] Wallraff A, Schuster D I, Blais A, Frunzio L, Huang R S, Majer J, Kumar S, Girvin S M, Schoelkopf R J 2004 *Nature* **431** 162  
 [4] Birnbaum K M, Boca A, Miller R, Boozer A D, Northrup T E, Kimble H J 2005 *Nature* **436** 87  
 [5] Xia F, Sekaric L, Vlasov Y 2007 *Nature Photon.* **1** 65  
 [6] Notomi M, Kuramochi E, Tanabe T 2008 *Nature Photon.* **2** 741

[7] Hartmann M J, Brandao F G S L, Plenio M B 2008 *Laser Photon. Rev.* **2** 527  
 [8] Greentree A D, Tahan C, Cole J H, Hollenberg L C L 2006 *Nat. Phys.* **2** 856  
 [9] Hartmann M J, Brandao F G S L, Plenio M B 2006 *Nat. Phys.* **2** 849  
 [10] Schmidt S, Blatter G 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 086403  
 [11] Diehl S, Micheli A, Kantian A, Kraus B, Büchler H P, Zoller P 2008 *Nat. Phys.* **4** 878  
 [12] Gerace D, Türeci H E, Imamolu A, Giovannetti V, Fazio R 2009 *Nat. Phys.* **5** 281  
 [13] Karasik R I, Wiseman H M 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 020406  
 [14] Hur K L 2008 *Ann. Phys.* **323** 2208  
 [15] Leib M, Hartmann M J 2010 *New J. Phys.* **12** 093031  
 [16] Knap M, Arrigoni E, von der Linden W, Cole J H 2011 *Phys. Rev. A* **83** 023821  
 [17] Nissen F, Schmidt S, Biondi M, Blatter G, Türeci H E, Keeling J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 233603  
 [18] Carusotto I, Gerace D, Türeci H E, De Liberato S, Ciuti C, Imamolu A 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 033601  
 [19] D'Souza A G, Sanders B C, Feder D L 2013 *Phys. Rev. A* **88** 063801  
 [20] Hartmann M J 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 113601  
 [21] Tomadin A, Giovannetti V, Fazio R, Gerace D, Carusotto I, Türeci H E, Imamolu A 2010 *Phys. Rev. A* **81** 061801  
 [22] Liu K, Tan L, Lü C H, Liu W M 2011 *Phys. Rev. A* **83** 063840  
 [23] Marcos D, Tomadin A, Diehl S, Rabl P 2012 *New J. Phys.* **14** 055005  
 [24] Schetakis N, Grujic T, Clark S, Jaksch D, Angelakis D G 2013 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **46** 224025  
 [25] Grujic T, Clark S R, Jaksch D, Angelakis D G 2013 *Phys. Rev. A* **87** 053846  
 [26] Grujic T, Clark S R, Jaksch D, Angelakis D G 2012 *New J. Phys.* **14** 103025  
 [27] Nissen F, Schmidt S, Biondi M, Blatter G, Türeci H E, Keeling J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 233603  
 [28] Kulaitis G, Krüger F, Nissen F, Keeling J 2013 *Phys. Rev. A* **87** 013840  
 [29] Toyoda K, Matsuno Y, Noguchi A, Haze S, Urabe S 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 160501  
 [30] Valle E D, Hartmann M J 2013 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **46** 224023  
 [31] Tan L, Hai L 2012 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **45** 035504  
 [32] Hai L, Tan L, Feng J S, Bao J, Lü C H, Wang B 2013 *Eur. Phys. J. D* **67** 173  
 [33] Hai L, Tan L, Feng J S, Xu W B, Wang B 2014 *Chin. Phys. B* **23** 024202  
 [34] Zhou L, Liu Z J, Yan W B, Mu Q X 2011 *Chin. Phys. B* **20** 074205  
 [35] Imamolu A, Schmidt H, Woods G, Deutsch M 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 1467  
 [36] Grangier P, Walls D F, Gher K M 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 2833  
 [37] Imamolu A, Schmidt H, Woods G, Deutsch M 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 2836

- [38] Birnbaum K M, Boca A, Miller R, Boozer A D, Northup T E, Kimble H J 2005 *Nature* **436** 87
- [39] Du X Y, Zheng W H, Ren G, Wang K, Xing M X, Chen L H 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 571 (in Chinese) [杜晓宇, 郑婉华, 任刚, 王科, 邢名欣, 陈良惠 2008 物理学报 **57** 571]
- [40] Zhou L, Gong Z R, Liu Y X, Sun C P, Nori F 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 100501
- [41] Liao J Q, Gong Z R, Zhou L, Liu Y X, Sun C P, Nori F 2010 *Phys. Rev. A* **81** 042304
- [42] Cheng M T, Song Y Y, Yu L B 2012 *Chin. Phys. Lett.* **29** 054211
- [43] Gu L M 2012 *Chin. Phys. Lett.* **29** 104206

## The influences of detuning on the duperfluid-nsulator phase transition in coupled dissipative cavity arrays\*

Bao Jia<sup>1)</sup> Tan Lei<sup>1)2)†</sup>

1) (*Institute of Theoretical Physics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China*)

2) (*Key Laboratory for Magnetism and Magnetic Materials of the Ministry of Education, Lanzhou 730000, China*)

( Received 21 July 2013; revised manuscript received 18 January 2014 )

### Abstract

In this paper, based on the effective Jaynes-Cummings-Hubbard model Hamiltonian in the presence of detuning, we use the mean-field and the perturbation theory to figure out the superfluid order parameter of the system. By which we find that detuning from resonance allows one to drive the system from the superfluid into the insulator state of the polaritons and the reverse. In addition, combining with the properties of transportation of coupled dissipative cavity arrays with detuning, we discuss the influence of detuning on the number of superfluid polaritons and the lifetime of superfluid states. It suggests that the number of the superfluid polaritons will increase to its maximum and then reduce again along the negative part of detuning, which is similar to the spectrum of the transmission.

**Keywords:** environment effects, detunings, coupled cavity arrays, superfluid-Mott transition

**PACS:** 42.50.Pq, 42.60.Da, 64.70.Tg, 03.65.Yz

**DOI:** 10.7498/aps.63.084201

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11274148).

† Corresponding author. E-mail: [tanlei@lzu.edu.cn](mailto:tanlei@lzu.edu.cn)