

非定常瞬态流动过程中的Lagrangian拟序结构与物质输运作用*

雷鹏飞 张家忠[†] 王琢璞 陈嘉辉

(西安交通大学能源与动力工程学院, 西安 710049)

(2013年11月11日收到; 2013年12月10日收到修改稿)

从Lagrangian角度数值分析了圆柱瞬时起动过程中的非定常瞬态流动现象, 如分离泡产生、破裂和涡脱落等及其产生的非定常效应, 揭示了所列现象诱导的物质输运和迁移效应. 首先采用双时间步长的特征线算子分裂算法数值模拟了圆柱起动过程中的瞬时流场, 然后采用数值方法从流场中提取出Lagrangian拟序结构(LCSs), 并根据非线性动力学理论研究了流动分离和旋涡演化过程中的物质输运作用. 结果表明, 圆柱瞬时起动后所产生的非定常阻力与相应瞬态现象中的物质输运有密切的关系: 对称分离泡产生及其在流向方向的生长, 能够使分离泡内压力升高且分布均匀, 从而减小阻力; 对称分离泡的失稳增强了分离泡与主流之间的物质输运作用, 最终导致涡的脱落, 并有利于推迟流动分离和减小分离区域. 非定常流动中LCSs所描述的物质输运和迁移作用对流动控制的机理研究具有一定指导意义.

关键词: 瞬态流动, Lagrangian拟序结构, 非线性动力学, 物质输运

PACS: 47.32.Ff, 47.10.Fg, 47.11.-j, 47.27.De

DOI: 10.7498/aps.63.084702

1 引言

随着流动控制技术的发展和运用, 研究所涉及的流动越来越复杂. 许多实验和数值模拟结果^[1-3]表明流动中一些非定常现象是提高或影响流动性能的关键因素, 如动态失速、特定的非定常分离模式、涡分布或流动模态等. 这些非定常现象中一些瞬态过程能够暂时大幅度提高翼型的性能, 而流动的非定常性使得这些效应能够持续相对较长的时间, 从而提高翼型的整体性能. 然而这些非定常现象的复杂性使得对其机理的研究较为困难. 由于绕流流动中大部分非定常流动现象(如分离泡破裂、涡脱落等)都与非定常分离有关, 因此本文对瞬时起动圆柱绕流中的流动分离及旋涡的非定常演化过程进行研究.

圆柱绕流是研究非定常绕流问题的模型问题之一, 被广泛用于研究流动分离、旋涡演化等复杂

流动现象及相应的数值方法和控制手段等^[4-6]. 对于圆柱瞬时起动问题, 当雷诺数足够大时, 在圆柱瞬时起动过程中, 尾迹流动经历了对称分离泡的产生、破裂和涡脱落的过程. 伴随着这些瞬态过程, 圆柱受到的阻力和侧向力(升力)也相应地产生不同的变化. 因此对该问题的研究能够对分离泡产生、发展和破裂过程中所产生的非定常效应及其机理进行深入的了解, 从而对控制和利用非定常分离现象提供一定的基础.

通常对流动的分析一般采用流线图、压力场、涡量场等Eulerian描述方法^[6], 然而对于复杂非定常流动和瞬态过程, 流线等Eulerian描述方法只能描述瞬时的流动状态(速度、压力、涡量等)分布, 即运动学描述, 无法从动力学角度对非定常流动的机理及其与升阻力之间的关系进行分析和预测. 随着动力学理论在流体中的应用, 流动作为非线性动力系统, 其中的许多现象从Lagrangian的角度得

* 国家重点基础研究发展计划(批准号: 2012CB026002)和国家高技术研究发展计划(批准号: 2012AA052303)资助的课题.

[†] 通讯作者. E-mail: jzzhang@mail.xjtu.edu.cn

到了很好的解释. van Dammelen 和 Cowley^[7] 采用 Lagrangian 坐标下的边界层方程从 Lagrangian 角度研究了非定常边界层分离, 并给出了相应的分离判据, 但局限于边界层方程, 无法对分离后的流动变化进行相应研究. Duan 和 Wiggins^[8] 采用非线性动力学中的流形理论研究了圆柱尾部周期涡脱落过程中的流体输运和混合, 并通过 lobe 动力学定量地描述了圆柱尾部分离区与主流之间的物质输运作用, 然而他们的研究和所采用的方法仅限于周期性的流动. 对于一般性的非定常流动, 即有限时间流动过程, Haller 和 Yuan^[9,10] 提出了有限时间稳定和不稳定流形的概念, 并证明其为流场中的输运边界, 即 Lagrangian 拟序结构 (Lagrangian coherent structures, LCSs), 为研究非定常流动中的瞬态过程提供了有利的工具. 目前该方法已被用于海洋流动^[11]、湍流^[12,13] 和描述流场中的旋涡^[14,15] 等.

本文从 Lagrangian 角度研究了圆柱起动后的瞬态流动现象. 通过提取流场中的 LCSs 结构, 对分离泡和旋涡产生、发展等瞬态流动现象中的物质输运和动量传递作用进行研究, 从 Lagrangian 角度来解释其中非定常分离及其对圆柱气动性能的影响机理.

2 Lagrangian 拟序结构

二维不可压流动可以看作是动力系统

$$\dot{x} = u(x, y, t), \quad \dot{y} = v(x, y, t), \quad (1)$$

流场中初始时刻流体质点 (x, y) 的运动轨迹即为系统中的流 $\phi(t, x, y)$. 当流动为定常时, 系统 (1) 为自治系统, 根据非线性动力学理论, 流场中速度为零的点为不动点 (鞍点或中心), 连接不动点的稳定和 不稳定流形 (同宿轨道、异宿轨道等) 作为分界线将流场分为不同的区域, 各区域之间没有物质的交换. 当流动为周期变化时, 流场中不存在速度恒为零的不动点, 但在关于流动周期的 Poincaré 截面上存在不动点及其相应的不变流形. 此时连接不动点的同宿或异宿轨道破裂形成稳定流形和 不稳定流形之间的缠绕, 进而根据缠绕所形成的小区域 (lobes), 可定量地分析不同区域之间的物质交换.

然而瞬时起动圆柱绕流中分离的产生、涡的脱落均为瞬态过程 (有限时间流动现象), 采用传统的方法无法找到其中的不动点或 Poincaré 映射上的

不变集, 流场也无法满足传统的稳定和不稳定流形定义中所要求的时间趋近于无穷大或负无穷大. 针对这种一般性的非定常流动, Haller 提出了有限时间稳定和不稳定流形的概念. 根据传统稳定流形具有最大排斥度 (如图 1 所示, 稳定流形附近的质点将逐渐远离该流形) 的特点, Haller 将有限时间内局部具有最大排斥度的物线 (material line) 定义为有限时间稳定流形, 相应的有限时间不稳定流形为局部具有最大吸引度的物线, 这些有限时间稳定和不稳定流形构成了流体中的 LCSs. 这种最大吸引或排斥度的性质, 可以用有限时间 Lyapunov 指数 (finite-time Lyapunov exponent, FTLE) 来衡量, 即流体质点与附近流体的距离在有限时间内变化的程度.

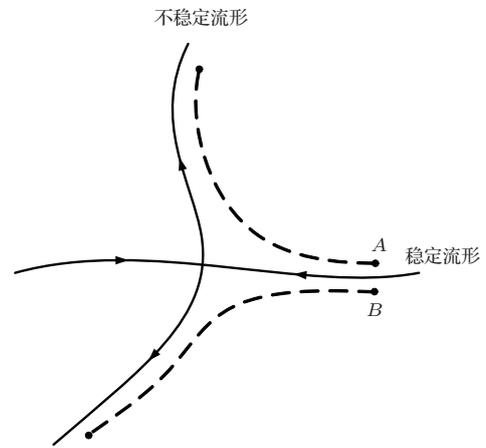


图 1 稳定流形的排斥特性

对于初始时刻 t_0 任一流体质点 x , 经过一定时间 T 后其位置可以表示为

$$x_T(t_0 + T; t_0, x) = \phi_{t_0}^{t_0+T}(x), \quad (2)$$

该流体质点在 t_0 时刻的 FTLE 可以通过初始时刻与其相邻质点的距离随时间的变化来表示, 即

$$\begin{aligned} \delta x(t_0 + T) &= \phi_{t_0}^{t_0+T}(x + \delta x(t_0)) - \phi_{t_0}^{t_0+T}(x) \\ &= \frac{d\phi_{t_0}^{t_0+T}(x)}{dx} \delta x(t_0) \\ &\quad + O(\|\delta x(t_0)\|^2), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{t_0}^T(x) &= \frac{1}{|T|} \ln \left\| \frac{\delta x(t_0 + T)}{\delta x(t_0)} \right\|_2 \\ &= \frac{1}{|T|} \ln \left\| \frac{d\phi_{t_0}^{t_0+T}(x)}{dx} \right\|_2, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\|\cdot\|_2$ 为 L_2 范数. 对于二维流动, $\frac{d\phi_{t_0}^{t_0+T}(x)}{dx}$ 为二维矩阵, FTLE 可以用相应的 Cauchy-Green

应变张量的最大特征根来表示:

$$\sigma_{t_0}^T(x) = \frac{1}{|T|} \ln \sqrt{\lambda_{\max}(C_{t_0}^{t_0+T})}, \quad (5)$$

其中

$$C_{t_0}^{t_0+T} = \left(\frac{d\phi_{t_0}^{t_0+T}(x)}{dx} \right)^* \frac{d\phi_{t_0}^{t_0+T}(x)}{dx}$$

为 Cauchy-Green 应变张量, $()^*$ 为矩阵的转置, $\lambda_{\max}()$ 为矩阵的最大特征根. 通过计算流场中每一点 (离散后) 的 FTLE, 可以得到流场中的 FTLE 分布, 然后根据 FTLE 场中的等势线可以对 LCSs 实现可视化. 其中, 时间间隔 T 的选取影响着 FTLE 的大小. 如图 1 所示, 稳定流形附近的流体质点在靠近鞍点时才会迅速远离该流形, 因此当 $|T|$ 较小时, 距鞍点较远的流体质点无法移动至鞍点附近, 所得 FTLE 较小, 使得 FTLE 场仅能显示出鞍点附近较短的 LCSs, 且较为粗糙; 当 $|T|$ 足够大时, FTLE 将趋近于恒定值, 能够显示出更为精细的 LCSs 结构; 然而过大的 $|T|$ 会导致计算量的增大, 同时 LCSs 所包含的流动信息也随之增多, 不利于对一些瞬态流动过程的分析. 因此应根据已知的流场数据和所研究的流动现象来选取合适的 T . 对于 LCSs 详细的定义和计算可以参考文献 [16].

当沿着时间的正方向计算 FTLE 时 (即 $T > 0$), 所得流场中局部最大的 FTLE 即为有限时间稳定流形 (或排斥 LCSs). 相反, 当沿着时间的负方向计算 FTLE 时 (即 $T < 0$), 流场中局部最大的 FTLE 即为有限时间不稳定流形 (或吸引 LCSs). 因此 t_0 时刻的有限时间稳定流形中包含了流动的趋势, 而有限时间不稳定流形则包含了流动的历史信息.

3 数值方法

本文采用数值模拟来研究圆柱瞬时起动的流动过程. 圆柱绕流的雷诺数一般较低, 因此流体的控制方程采用无量纲不可压缩 N-S 方程, 即

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0, \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中雷诺数 $Re = \frac{\rho UD}{\mu}$, 圆柱直径 D 为特征长度, 来流速度 U 为特征速度, 其他变量均为基于特征长度和特征速度的无量纲变量.

传统求解 N-S 方程的数值算法是为了得到流场趋近于稳态时的定常解或周期解, 因此不考虑瞬态过程的准确性. 然而对于圆柱瞬时起动问题, 瞬态解是研究的主要对象, 因此为了得到较为精确的瞬态解, 本文引入虚拟时间, 采用双时间步长格式对流动进行求解 [17,18]. 引入虚拟时间后, 控制方程转变为

$$\frac{\partial u_i}{\partial \tau} + \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (7)$$

其中 τ 为虚拟时间, t 为真实时间. 在每一个真实时间步长内, 将当地加速度项 $\partial u_i / \partial t$ 看作是源项, 然后求解方程 (7) 在虚拟时间 τ 上的稳态解. 因此当虚拟时间上的解趋近于稳态时, 即 $\partial u_i / \partial \tau \rightarrow 0$, 控制方程 (7) 将趋近于原控制方程 (6), 从而就得到了真实时间上流场的瞬态解.

本文采用基于特征线的算子分裂法 (characteristic-based split, CBS) [18] 来求解控制方程 (7), 该算法将时间项沿着特征线进行离散, 能够消除对流项, 从而避免了因对流项引起的数值振荡. 该算法分为三个步骤, 分别为:

第一步, 忽略压力项和当地加速度项, 求解中间速度 u_i^* ,

$$\begin{aligned} u_i^* - u_i^n &= \Delta \tau \left[-u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right]^n \\ &+ \frac{\Delta \tau^2}{2} u_k^n \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial (u_j u_i)}{\partial x_j} \right) \\ &+ \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \Big)^n; \end{aligned} \quad (8)$$

第二步, 根据中间速度求解压力,

$$\begin{aligned} \theta \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \right) \\ = \frac{1}{\Delta \tau} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(u_i^* - (1 - \theta) \frac{\partial p^n}{\partial x_i} \right); \end{aligned} \quad (9)$$

第三步, 根据压力项和当地加速度项修正速度,

$$\begin{aligned} u_i^{n+1} - u_i^* \\ = -\Delta \tau \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} - \Delta \tau \frac{3u_i^n - 4u_i^N + u_i^{N-1}}{2\Delta t}; \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $\Delta \tau$ 为虚拟时间步长, Δt 为真实时间步长, u_i^n 为虚拟时间循环内 n 时刻的速度, u_i^N 和 u_i^{N-1} 分别为真实时间内的 N 时刻和 $N-1$ 的速度. 然后采用有限元方法对方程 (8), (9), (10) 进行离散并依次求解, 即可得到所需的瞬态解.

4 算例与结果分析

本文选取 $Re = 200$ 时的圆柱瞬时起动问题作为研究对象. 在该雷诺数下流动经历了分离泡产生、发展及破裂和旋涡脱落等一系列瞬态流动现象. 根据边界层理论可知, 圆柱起动时边界层厚度为零, 外流为无黏流动, 因此初始时刻流场为相应的无黏流动^[19], 其速度分布在极坐标 (r, θ) 下为

$$\begin{aligned} u_r &= U \left(1 - \frac{D^2}{4r^2} \right) \cos \theta, \\ u_\theta &= -U \left(1 + \frac{D^2}{4r^2} \right) \sin \theta. \end{aligned} \quad (11)$$

转换为直角坐标:

$$\begin{aligned} u_x &= u_r \cos \theta - u_\theta \sin \theta, \\ u_y &= u_r \sin \theta + u_\theta \cos \theta. \end{aligned} \quad (12)$$

计算所采用三角形网格通过 easymesh 软件生成, 流场区域及网格如图 2 所示, 其中圆柱壁面附近采用贴体网格, 尾迹部分加密以获取较为精确的涡脱落过程.

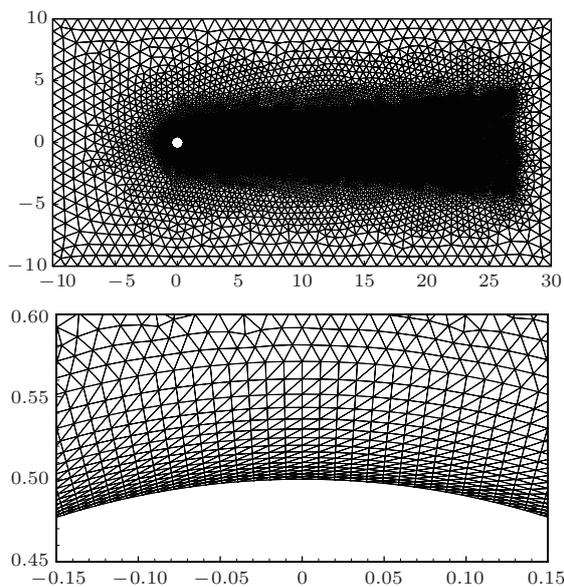


图2 流场网格和圆柱壁面附近网格

4.1 程序验证

为了验证本文所用程序的准确性及网格的独立性, 采用不同网格对雷诺数 $Re = 40$ 时的圆柱瞬时起动进行了数值模拟, 并与文献[6]进行了对比. 圆柱瞬时起动后的阻力系数 C_D 随无量纲时间 t 的变化如图 3 所示, 其中虚线为采用较稀疏的网格 (节点数为 11344) 所得结果, 实线为采用较密的

网格 (节点数为 24796) 所得结果. 采用两种不同网格所得结果几乎完全重合, 而且均与文献[6]相符合, 说明本文所采用的数值模拟方法和网格能够模拟圆柱瞬时起动中的非定常瞬态现象. 由于计算 LCSs 时需要通过离散的数据插值计算流体质点的运动轨迹, 为了减小插值过程中产生的误差, 本文采用节点数较多的网格, 即图 2 所示的网格.

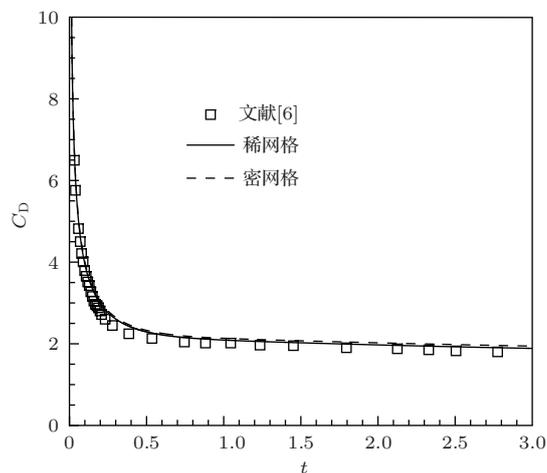


图3 圆柱起动时阻力系数随时间变化 ($Re = 40$)

4.2 分离泡的演化与非定常阻力

在流动稳定前, 圆柱所受阻力经历了较大的变化. 图 4 描述了圆柱起动后阻力随时间的变化及分离点产生并随时间在圆柱表面上位置的变化, 其中分离点的位置为瞬时流图中壁面上的零涡点, 采用极坐标 θ 来表示.

圆柱起动后, 由于无滑移边界条件和黏性的作用, 壁面法向速度梯度较大, 从而导致较大摩擦阻力. 圆柱前部处于迎风面, 来流流体减速后产生较高的压力; 相反, 尾部则产生较低的压力, 从而使得初始压差阻力较大. 随着黏性作用的逐渐扩散, 压差阻力和摩擦阻力逐渐减小. 分离泡产生时 (如图 4 所示, $t \approx 0.23$), 分离点沿壁面迅速向上游移动, 相应的压差阻力达到极小值, 而摩擦阻力则继续减小. 随着分离点移动速度逐渐减小, 分离点的位置趋近于稳定 ($\theta \approx 1.28$), 对应的压差阻力也达到最大值 ($t \approx 1.55$). 随后分离泡在流向的长度逐渐增大, 压差阻力逐渐减小.

通过对比不同时刻圆柱表面的压力分布 (如图 5 所示) 可知, 分离泡产生时, 圆柱迎风面压力趋近于稳定, 尾部压力达到最大值. 分离泡产生后, 分离点迅速沿着圆柱表面上游移动, 相应的圆柱尾部压力开始逐渐减小. 当分离泡沿圆柱表面方向长

度趋近稳定后 (分离点趋近于稳定位置 $\theta \approx 1.28$), 圆柱尾部压力达到极大值; 随后, 分离泡内的压力逐渐增大, 且分布逐渐均匀, 使得压差阻力逐渐减小. 当 $t \approx 40$ 时, 伴随着对称分离泡的失稳和涡的脱落, 压差阻力开始迅速增大.

综上所述, 圆柱起动后压差阻力和升力的变化与分离泡的产生、发展和破裂有着密切的联系, 因此对该非定常过程进行研究, 有助于理解分离泡的演化机理, 为控制流动提高翼型、叶片等绕流物体的气动性能提供理论依据.

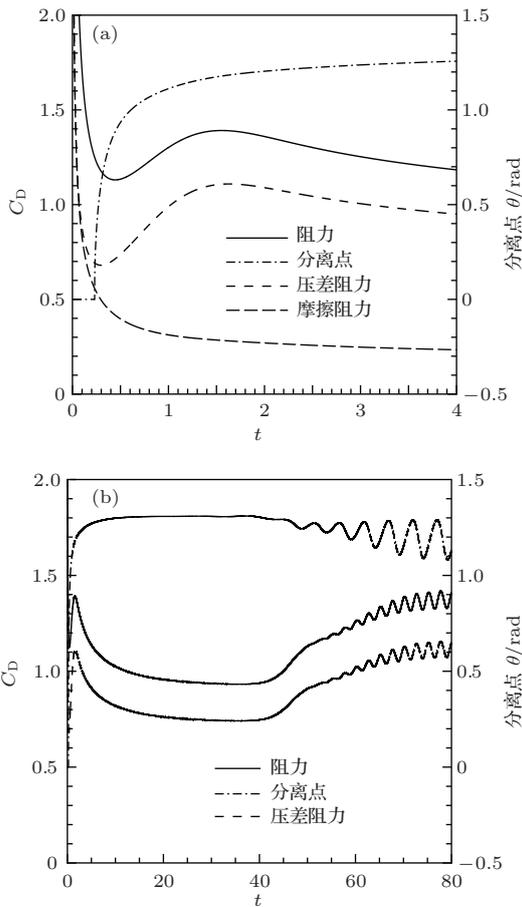


图4 圆柱起动后升阻力及分离点随时间的变化 (a) 圆柱起动初期; (b) 圆柱起动后期

4.3 圆柱起动初期流体输运过程

本文中计算 LCSs 所需的时间间隔统一选取为 $T = 15$, 大约为涡脱落周期的 3 倍. 图 6 和图 7 为圆柱起动初期的 LCSs 结构及对应的流线. 由于圆柱刚刚起动 ($t < 15$), 从已知流场信息中无法提取显著的有限时间不稳定流形 (即吸引 LCSs), 因此只给出了有限时间稳定流形 (即排斥 LCSs) 的位置. 从图中可以看出, 围绕圆柱的 LCSs 将上半部分流

体分为两部分: 主流和边界层. 来流中靠近圆柱的流体沿圆柱表面进入边界层内, 而离圆柱较远的流体则向下游移动. 由于流体为不可压, 随着时间的推移, 来流流体逐渐在圆柱尾部聚集, 使壁面附近流体减速、滞止, 最终发生分离, 形成分离泡. 来自主流的流体将大量动量输运到分离泡内, 导致了圆柱尾部压力的降低和圆柱所受阻力的增大.

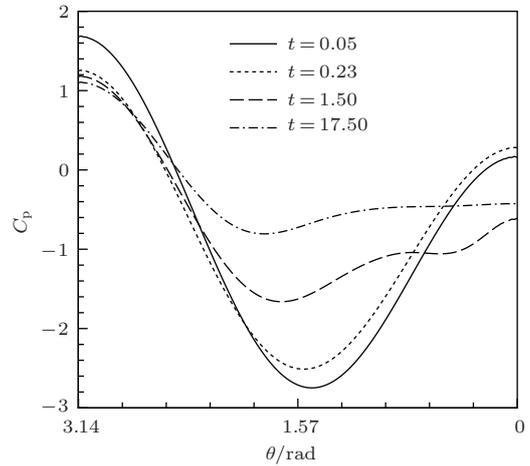


图5 圆柱表面不同时刻的压力分布

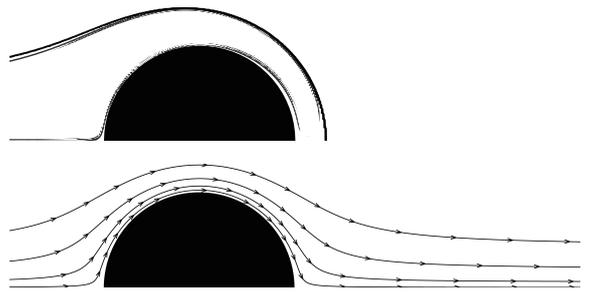


图6 $t = 0.05$ 时流场中的排斥 LCSs 和流线

当 $t=17.5$ 时, 分离点位置保持不变, 流场尾部对称的两个分离泡在流向方向逐渐增大. 图 8 为该时刻流场中的 LCSs 和流线的对比, 其中 LCSs 中虚线为有限时间稳定流形, 实线为有限时间不稳定流形. 图中标出了流场中存在的 5 个鞍点, 其中 4 个位于圆柱壁面, 分别为两个分离泡的分离点 (s_1, s_2) 和再附点 (s_4, s_5). 分离泡尾部稳定流形和不稳定流形的交叉点为鞍点 (s_3). 这些鞍点的有限时间稳定和不稳定流形将流场分为了 4 个不同的区域, s_5 的稳定流形和 s_3 的不稳定流形将主流分为 I 和 II 两部分, 两个对称的分离泡 III 和 IV 通过鞍点 s_3, s_4 之间的异宿轨道分开. 在主流 I 和分离泡 III 之间存在连通的部分, 即分离点 s_1 的有限时间不稳定流形和鞍点 s_3 的有限时间稳定流形之间所形成的

狭长区域, 这意味着主流 I 中的一部分流体将从上游经过圆柱表面, 并沿着 s_1 的不稳定流形逐渐向分离泡 III 内部迁移. 同样主流 II 中的一部分流体将向分离泡 IV 内部迁移.

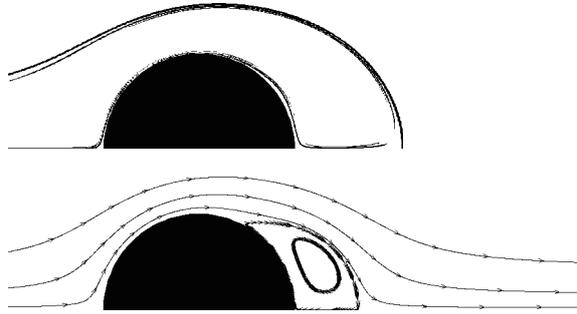


图7 $t = 1$ 时流场中的排斥 LCSs 和流线

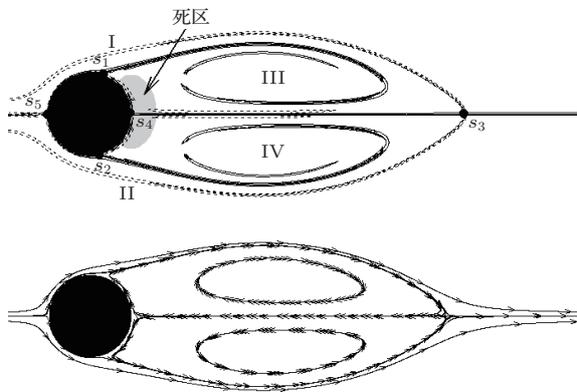


图8 $t = 17.5$ 时流场中的 LCSs 和相应的流线

由于无滑移壁面的影响, 分离泡靠近圆柱壁面的部分流动缓慢, 形成死区. 由主流进入分离泡的流体经过分离泡的边缘处, 到达圆柱壁面附近时所携带的动能早已扩散至分离泡内部的旋涡中. 因此随着主流流体不断地向分离泡内输运, 分离泡逐渐增大, 分离泡内的旋涡和尾部的鞍点 s_3 逐渐远离圆柱, 从而导致这部分由主流迁移来的流体对死区的影响越来越小, 圆柱尾部死区内的压力逐渐增大且分布均匀.

通过对比流线和 LCSs 可知, 在非定常流动过程中, 流线上的鞍点和 LCSs 上的鞍点所在位置并不重合 (壁面上的鞍点除外). 流线图上的鞍点为瞬时速度为零的点, 并随着分离泡的增大逐渐向下游移动. 然而不同时刻流线上的鞍点代表着不同流体质点, 连接鞍点的流线也不能被看作是异宿轨道或物线, 因此不能被用来定义为分离泡与主流之间的边界. 而根据 LCSs 的定义可知, LCSs 中的鞍点非定常过程中始终代表着惟一的流体质点, 是动力系统中真正的鞍点, 与其连接的 LCSs 为相应

的稳定和不稳定流形, 因此能够代表分离泡与主流之间的真实边界. 由于流场仍保持对称结构, 因此再附点 s_4 与下游鞍点 s_3 之间仍存在异宿轨道的连接, 并且与流线重合, 这也说明只有在流场或局部流场为定常时, 流线才能发挥其直观的优点来描述流场中的动力学特征.

4.4 分离泡失稳过程中的流体输运

随着分离泡的增大, 圆柱尾部的再附点开始失稳并上下振动, 流场变为非对称、非定常. 再附点与分离泡尾部的鞍点之间的异宿轨道破裂, 即 s_4 的稳定流形和 s_3 的不稳定流形不再重合, 说明两个分离泡之间开始出现少量的物质交换, 同时分离泡与主流之间的物质交换开始变得复杂, 使得流场中的动力学行为更加复杂.

当 $t = 30$ 时 (如图 9 所示, 图中小写字母表示流场中的点, 大写字母表示区域), 相对于 $t = 17.5$ 时的流动, 有限时间不稳定流形并没有太大的变化, 而 s_3 的有限时间稳定流形出现较大的变化. 分离点 s_1 的不稳定流形与 s_3 的稳定流形之间出现几个交叉点: q_1 和 q_2 , 动力学中将这些点称为同宿点. 同宿点的出现意味着稳定流形和不稳定流形之间产生了缠绕, 缠绕所形成的区域 (lobes) 代表了主流与分离泡之间的物质交换. 如图 9 所示, A_{13} 和 B_{13} (下标 13 表示为流体由区域 I 向区域 III 输运) 为主流 I 向分离泡 III 输运的流体, 而 A_{31} 和 B_{31} 则代表分离泡 III 向主流 I 输运的流体. 同样 A_{24} 为主流 II 向分离泡 IV 输运的流体, A_{42} 为主流 IV 向分离泡 II 输运的流体. 此时, 由于两个分离泡与主流之间的物质交换不再同步, 两个分离泡开始出现较大的差异.

随着流场的演化, 鞍点 s_3 逐渐向下游移动, 使分离泡在流向方向拉伸, 分离泡与主流之间的物质交换逐渐使两个分离泡之间产生差异, 从而破坏了流场的对称性. 通过对比各个 lobes 的面积及其演化过程 (图 9 和图 10), 可以看出两个分离泡与主流的物质输运出现周期性的特点, 即两个分离泡中的流体周期性地向主流输运或主流流体周期性地分别向两个分离泡输运. 同时, 主流向分离泡内输运的流体随着时间逐渐减少, 而分离泡向主流输运的流体逐渐增多, 如不同区域的面积具有明显的差别: $B_{13} < A_{13} < A_{24}$, $A_{31} < A_{24} < B_{31}$. 因此分离泡向主流输运的流体将远大于主流向分离泡内输运的流体, 意味着分离泡的面积将逐渐减小. 由

于 B_{31} 的面积占据了分离泡 III 的大部分区域 (对应分离泡内的旋涡部分), 因此该区域被运输到主流后将会对分离泡和尾迹产生巨大的影响.

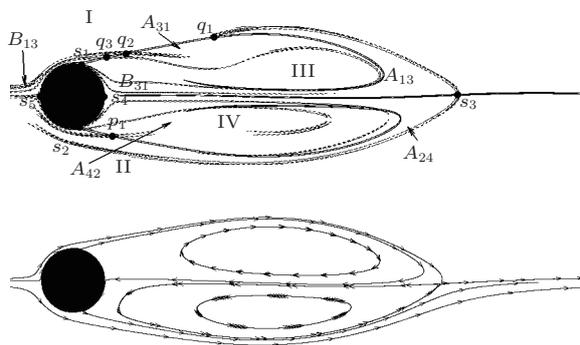


图9 $t = 30$ 时流场中的 LCSs 和流线

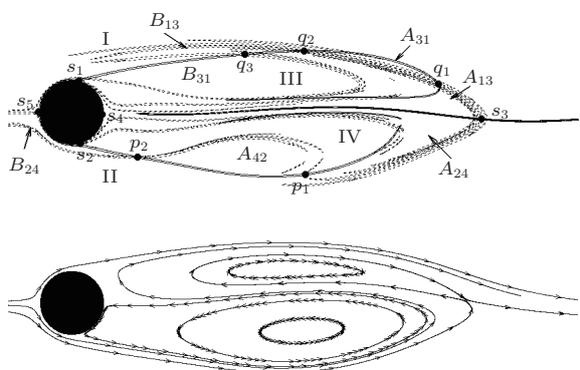


图10 $t = 35$ 时流场中的 LCSs 和流线

4.5 涡生成与脱落过程中的流体运输

随着分离泡与主流之间运输作用的增强, 最终导致了分离泡的破裂和旋涡的脱落. 当 $t = 40$ 时 (如图 11 所示), 区域 III 向主流运输的流体 B_{31} 逐渐进入到主流 I 中, 区域 III 中的剩余的流体面积则相应地减小, 并被挤压成狭长的区域, 而流线图中所对应的分离泡则包含了 B_{31} 的流体, 因此区域 III 和 IV 将不再被称为分离泡. 同样区域 IV 也由于 A_{42} 向主流的运输而在流向被拉伸. 在鞍点 s_3 附近, 沿着其有限时间不稳定流形出现了多个有限时间稳定流形与不稳定流形的交叉点 (r_1-r_4), 其中 r_1 的有限时间稳定流形与 B_{31} 的上边界 (s_1 的不稳定流形) 之间存在缺口, 意味着主流流体将伴随着 B_{31} 的脱落逐渐向 B_{31} 内部运输流体, 从而形成独立的旋涡向下游脱落. 相应地, 由分离区向主流运输的 A_{42} 由于其面积较小而伴随生成较小的旋涡并脱落 (可从图 12 中的涡量分布图中看出).

当 $t = 42.5$ 时 (如图 12 所示), A_{42} 与 B_{31} 先后从分离区域向主流运输, 同时伴随着涡的生成与脱

落, r_1 的有限时间稳定流形为旋涡 B_{31} 提供了其与主流之间的边界, 同时伴随着主流向旋涡 B_{31} 的物质运输作用, 使其在脱落过程中逐渐增大, 最终耗散在尾迹中. 而旋涡 A_{42} 则由于涡量较小, 难以捕捉到其与主流之间的边界. 另外, 向区域 IV 中运输的流体 B_{24} 与区域 IV 中的一部分流体对应着流线图中紧挨圆柱较大的旋涡, 意味着该部分流体将形成较大的旋涡并从区域 IV 中脱落.

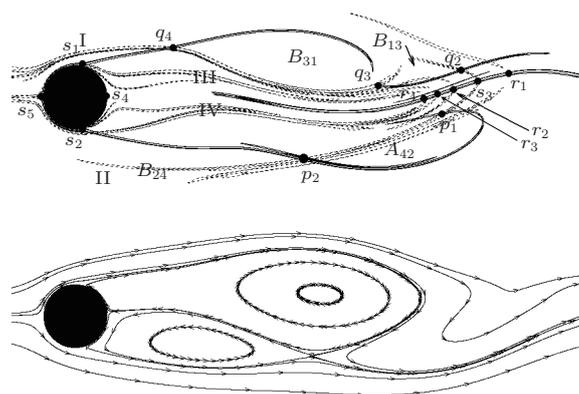


图11 $t = 40$ 时流场中的 LCSs 和流线

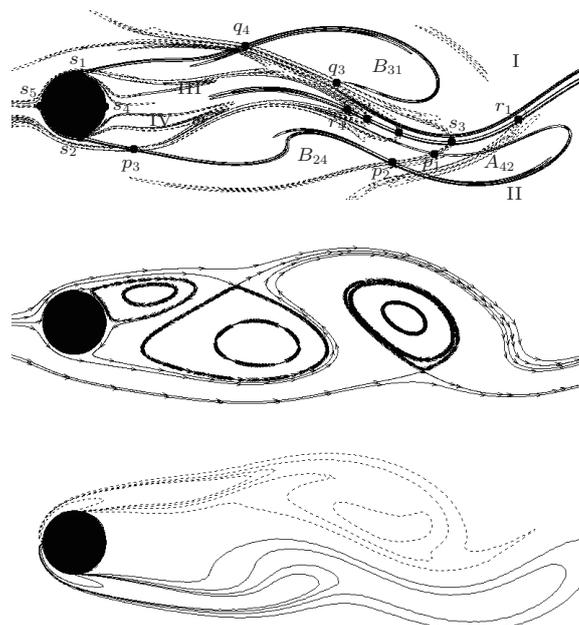


图12 $t = 42.5$ 时流场中的 LCSs (上)、流线 (中) 和涡量 (下)

伴随着 B_{31} 的脱落, 鞍点 s_3 逐渐向下游移动, 并且 r_4 与 s_3 之间开始出现更多有限时间稳定流形与不稳定流形的交叉点 (鞍点) (如图 13 所示), 而且每一个交叉点都伴随着一个旋涡的脱落向下游移动, 连接的有限时间稳定流形则为旋涡的分界线. 随着流动逐渐趋近于稳定的周期流动, r_4 最终

代替 s_3 成为圆柱尾迹中分离区与主流之间的鞍点 (圆柱周期性涡脱落过程中的动力学特性可以参考文献 [8]), 这表明在有限时间的流动状态转变过程中 (对称分离泡流动向涡脱落转变), 原本为鞍点 (有限时间意义下) 的流体质点随着流动状态的转变能够逐渐失去鞍点的性质, 另外的某个流体质点将成为新的鞍点.

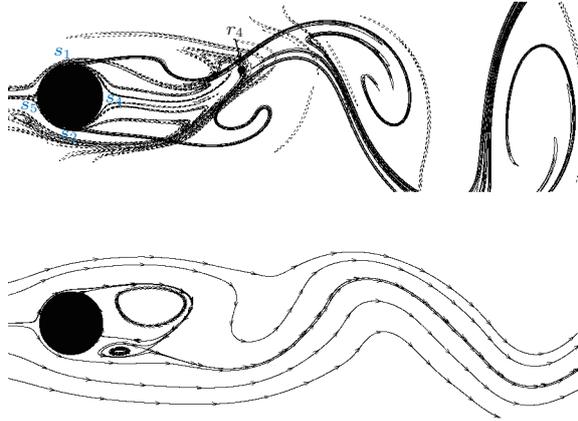


图 13 $t = 50$ 时流场中的 LCSs 和流线

通过对比旋涡脱落前后的分离区可以看出, 随着对称分离泡的破裂和旋涡的脱落, 圆柱尾部的分离区在流向方向的长度迅速减小, 且分离区与主流之间存在较强的物质交换作用. 而这种更加靠近圆柱的物质交换消除了原来分离泡内的死区, 从而使圆柱尾部压力降低, 最终使阻力增大. 另外, 随着分离区与主流的物质交换作用的增强, 分离区域逐渐减小, 分离点则较涡脱落前更加靠近圆柱尾部 (如图 4 所示), 即分离区与主流的物质交换作用能够推迟分离的产生, 并减小分离区域.

4.6 LCSs 对流动控制的启发

在非线性动力学分析中, 鞍点及其相应的稳定流形往往成为人们所关注的对象. 根据非线性动力学理论, 鞍点的稳定流形即为排斥流形, 沿着稳定流形, 初始流体微团将沿流形法向方向拉伸, 并在流形方向压缩, 因此初始小的扰动将逐渐变大, 最终使初始相邻的流体质点进入到不同的流动区域, 体现了对初值的敏感性, 而且这也是导致流形之间的缠绕和不同区域之间的物质交换的主要原因. 因此在鞍点的稳定流形附近施加小的扰动可对流动产生极大的影响.

圆柱起动后, 分离泡和旋涡内的流体均来自于上游边界层附近, 因此可以在上游壁面附近施加一

定的控制手段, 利用鞍点及其稳定流形自身的不稳定性, 通过较小的能量输入, 实现对流场的控制. 另一方面, 由于壁面为稳定的临界流形 (刚性壁面上所有点均为不动点, 且不受任何扰动的影响), 黏性的作用使得壁面对附近的小扰动起到抑制作用. 然而当对流场施加一定频率的周期性控制或其他非定常扰动时, 扰动的非定常性能增强分离区域与主流之间的物质交换, 有利于将主流的动能向分离区迁移 (随物质的输运作用或以旋涡的形式), 从而能够增加分离区流体动能, 减小或消除分离区的死区, 从而减小分离区域, 降低分离区的压力分布. 因此不能单纯的推迟分离点的产生, 还要控制分离后的流动, 如减小分离区域、改变旋涡的分布等.

5 结 论

本文采用数值方法从 Lagrangian 的角度研究了圆柱瞬时起动后的流场由对称流动向周期性涡脱落演化中的瞬态过程. 通过计算流场中的 LCSs 结构, 分析了非定常现象中的物质输运作用. 结果表明: 圆柱在瞬时起动过程中阻力的变化与分离泡及旋涡的演化形式有着密切的联系, 对称分离泡的失稳与破裂, 增强了分离区与主流之间的物质交换作用, 最终产生涡脱落, 并使得分离区减小, 因此施加一定频率的控制手段, 能够增强分离区与主流的物质交换, 从而抑制分离; 在分离泡产生与演化过程中, 分离泡内部的流体均来自于上游边界层附近, 因此在上游壁面附近分离点上施加控制能够得到更好的效果; 同时, 通过与流线图比较发现 LCSs 更能够体现非定常流动中的动力学特性.

参考文献

- [1] Gordnier R E 2009 *J. Fluid Struct.* **25** 897
- [2] Lei P F, Zhang J Z, Chen J H 2012 *Acta Mech. Sin.* **44** 13 (in Chinese)[雷鹏飞, 张家忠, 陈嘉辉 2012 力学学报 **44** 13]
- [3] Carberry J, Sheridan J 2001 *J. Fluid Struct.* **15** 523
- [4] Collins W M, Dennis S C R 1973 *J. Fluid Mech.* **60** 105
- [5] Chen Y, Fu S X, Xu Y W, Zhou Q, Fan D X 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 064701 (in Chinese)[陈莹, 付世晓, 许玉旺, 周青, 范迪夏 2013 物理学报 **62** 064701]
- [6] Koumoutsakos P, Leonard A 1995 *J. Fluid Mech.* **296** 1
- [7] Van Dommelen L L, Cowley S J 1990 *J. Fluid Mech.* **210** 593
- [8] Duan J, Wiggins S 1997 *Nonlinear Proc. Geoph.* **4** 125
- [9] Haller G, Yuan G 2000 *Physica D* **147** 352

- [10] Haller G 2011 *Physica D* **240** 574
 [11] Beron-Vera F J, Olascoaga M J, Goni G J 2008 *Geophys. Res. Lett.* **35** L12603
 [12] Lapeyre G 2002 *Chaos* **12** 688
 [13] Green M A, Rowley C W, Haller G 2007 *J. Fluid Mech.* **572** 111
 [14] Lipinski D, Cardwell B, Mohseni K 2008 *J. Phys. A: Math. Theor.* **41** 344011
 [15] Green M A, Rowley C W, Smits A J 2010 *Chaos* **20** 017510
 [16] Shadden S C, Lekien F, Marsden J E 2005 *Physica D* **212** 271
 [17] Gaitonde A L 1998 *Int. J. Numer. Meth. Eng.* **41** 1153
 [18] Nithiarasu P 2003 *Int. J. Numer. Meth. Eng.* **56** 1816
 [19] Dupuis A, Chatelain P, Koumoutsakos P 2008 *J. Comput. Phys.* **227** 4486

Lagrangian coherent structure and transport in unsteady transient flow*

Lei Peng-Fei Zhang Jia-Zhong[†] Wang Zhuo-Pu Chen Jia-Hui

(School of Energy and Power Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(Received 11 November 2013; revised manuscript received 10 December 2013)

Abstract

Unsteady transient phenomena in flow over impulsively started circular cylinder, such as the generation of separation, burst of separation bubble, vortex shedding, etc., are studied from Lagrangian viewpoint. The transient flow is solved numerically by using characteristic-based split scheme with dual time stepping. Then Lagrangian coherent structures (LCSs) are extracted to study the transport and mixing of these transient phenomena. Results show that the variation of drag is closely related to the evolutions of separation bubbles and vortex shedding. The evolutions of the symmetric bubbles in streamwise induce high pressure distribution at rear of cylinder and result in drag reduction of the circular cylinder. As separation bubbles become asymmetric, the transport between separation bubbles and main flow is enhanced and thus can reduce the separation region and suppress flow separation as well. The results also show that the shedding vortices are induced by the transport between separation bubble and main flow. Compared with streamline patterns, LCSs have huge advantages in describing the dynamic features of the unsteady phenomena.

Keywords: transient flow, Lagrangian coherent structures, nonlinear dynamics, material transport

PACS: 47.32.Ff, 47.10.Fg, 47.11.-j, 47.27.De

DOI: 10.7498/aps.63.084702

* Project supported by the National Basic Research Program of China (Grant No. 2012CB026002) and the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2012AA052303).

[†] Corresponding author. E-mail: jzhang@mail.xjtu.edu.cn