

振动不敏感球形光学参考腔研究*

任立庆¹⁾ 祝松¹⁾ 许冠军²⁾³⁾ 王兆华¹⁾ 邓仲勋¹⁾ 魏迎春¹⁾
 晋宏营¹⁾ 李增生¹⁾ 高静²⁾³⁾ 刘杰²⁾³⁾ 张林波²⁾³⁾
 董瑞芳²⁾³⁾ 刘涛²⁾³⁾† 李永放⁴⁾ 张首刚²⁾³⁾

1)(榆林学院能源工程学院, 榆林 719000)

2)(中国科学院国家授时中心, 西安 710600)

3)(中国科学院时间频率基准重点实验室, 西安 710600)

4)(陕西师范大学物理学与信息技术学院, 西安 710062)

(2013年12月13日收到; 2014年1月22日收到修改稿)

本文主要研究用于超稳激光研制的实验室内水平放置的球参考腔的振动敏感性问题. 研究了支撑点高度和支撑面积对腔长变化的影响, 并讨论了加速度大小的变化对腔长变化的影响. 在支撑点完全固定的情况下, 振动敏感度被降低到 $3.0 \times 10^{-10}/g$ 以内. 通过大量的数值模拟获得了球参考腔的最佳支撑位置. 根据优化的结果提出了这种切割球参考腔放置平台的方案. 考虑了加工误差、近水平放置和非对称支撑对参考腔振动敏感度的影响, 定量地给出了这三种因素引起的腔长改变量, 而且讨论了二阶效应对腔长变化的贡献.

关键词: 振动敏感度, 球形参考腔, 超稳激光

PACS: 06.30.Ft, 42.60.Da, 42.55.Px,

DOI: 10.7498/aps.63.090601

1 引言

光钟^[1-4]被认为是精度最高的原子钟, 在未来很有可能代替铯时间频率基准而复现新的秒定义. 超稳激光^[5,6]是光钟的三大组成部分之一. 目前研制的光钟稳定性指标主要受限于其本地振荡器(超稳激光器)输出的参考光频率稳定性. 因此, 研制具有更高频率稳定度的超稳激光是进一步提高光钟性能指标的关键途径.

超稳激光是利用 Pound-Drever-Hall (PDH) 方法将激光频率稳定到一个高精度度 Fabry-Perot (F-P) 腔上实现的. 因此, 超稳激光频率稳定度主要由超稳 F-P 腔的腔长稳定度决定. 机械振动是限制 F-P 腔腔长稳定度的主要因素之一. 常见的主动减震平台可以最大限度地降低 1 赫兹至几百

赫兹的机械振动噪声, 但是这种系统还不足以实现亚赫兹线宽激光. 通过精心设计 F-P 腔的几何形状和放置方式可以降低机械振动噪声对 F-P 腔的影响. 近年来, 许多研究小组开始致力于振动不敏感参考腔的研究. 关于振动不敏感参考腔的研究主要分为两类, 一类是用于实验室内的研究, 另一类是室外可搬运类型的研究. 关于第一类参考腔研究, 2005 年 Notcutt 等首次提出竖直放置 F-P 腔可以减小 F-P 腔的振动敏感度, 并在实验上获得了 1 Hz 线宽的激光^[7]. 他们通过特殊地放置参考腔使得腔长对振动诱导的形变不敏感, 从而大大降低了振动隔离的技术难度和昂贵费用. 2006 年 Chen 等首次提出利用有限元分析软件数值模拟 F-P 腔的形变问题, 讨论了各种放置方式的 F-P 腔形变及优化方法^[8]. 他们证明了竖直和水平参考

* 中国科学院时间频率基准重点实验室开放课题 (批准号: 2013HX01) 和榆林学院高学历人才科研启动基金 (批准号: 13GK02) 资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: taoliu@ntsc.ac.cn

腔的放置方案可以被优化, 并且提出了一种用于测试洛伦茨不变性的复合式水平放置参考腔. 2007年 Webster 等通过切割设计了利用四个橡胶球水平支撑放置的 F-P 腔, 从而将竖直(水平)方向加速度敏感度降为 $0.1\ (3.7)\ \text{kHz}/(\text{m}/\text{s}^2)^{[9]}$. 同年, Yang 与合作者研究了各种形状和各种支撑方案的振动不敏感光学参考腔, 提出了一种新的振动控制方案^[10]. 利用这种方案通过改变参考腔的形状和支撑方式可以使得参考腔对低于 10 Hz 的机械振动不敏感. 所得结果对于参考腔的设计提供了重要的指导意义. 2009 年, Liu 与合作者首次将稳定于三个独立参考腔的三束激光同时拍频, 报道了三个参考腔的频率稳定度, 且观测到短期频率稳定度为 6.0×10^{-16} ^[11]. 缪瑾与合作者研究了光学环形参考腔的振动敏感度, 找到了不同支撑位置的竖直方向加速度最小响应^[12]. 同年, Millo 等设计了水平和竖直两种放置方式的 F-P 腔, 证明了空间方向上振动敏感分量等于或优于 $1.5 \times 10^{-10}/\text{g}$ ^[13]. 2012 年郭海凤等人研究了水平放置的 F-P 腔的振动敏感度. 通过优化支撑结构, 振动敏感度被降低到 $6.0 \times 10^{-10}/\text{g}$ 以内^[14]. 这些设计的共同点是, 使用 F-P 腔的对称性抑制加速度敏感性, 利用软底座支撑腔体可以使得每个支撑点受力相等, 并且可以大大削弱机械振动的影响. 但是, 频率稳定的激光由于其 F-P 腔对振动与加速度方向敏感问题仍然被限制在低噪声的实验室环境下. 对于可搬运、振动不敏感参考腔研究, 2011 年 Leibbrandt 等提出一个用于室外可搬运球 F-P 腔的新设计方案使得 F-P 腔既对振动不敏感又对加速度取向不敏感^[15]. 同年, Leibbrandt 等在室外环境下测量了这种可搬运超稳激光器, 在三个正交的方向上加速度敏感度分别为 $4.0 \times 10^{-11}/\text{g}$, $16 \times 10^{-11}/\text{g}$, $31 \times 10^{-11}/\text{g}$ ^[16]. 2012 年, Webster 等提出了一种四点对称挤压的立方 F-P 腔, 通过优化设计使得这种 F-P 腔加速度敏感度为 $2.5 \times 10^{-11}/\text{g}$ ^[17]. 同年, Argence 和同事们设计了一款用于空间计划的锥形超稳参考腔, 其轴向振动敏感度为 $(4 \pm 0.5) \times 10^{-11}/\text{g}$ ^[18].

虽然可搬运式光学参考腔研究在光钟的太空计划应用中具有重要的意义, 但是, 外面环境中除了有外力作用, 还有剧烈的温度变化, 嘈杂的声波, 以及强烈的机械振动噪声等. 这些大幅度波动的噪声对腔长会造成极大的影响. 所以, 在没有足够精密的温控系统与隔音、隔振设备时, 超稳激光所用

的光学参考腔将难以工作在室外环境中.

如果只考虑外力引起的腔长变化, 球体作为水平参考腔腔体, 在光轴所在平面沿球体直径方向两点挤压参考腔, 这种支撑方式的参考腔在水平面任意方向具有旋转对称性结构, 从而大大降低参考腔的加速度敏感性^[10]. 因此, 球参考腔相对于其他形状的参考腔具有很明显的优势.

鉴于上述原因, 本文主要利用有限元分析方法^[4]研究实验室内水平放置的球参考腔在振动作用下腔长的变化. 本文介绍了实验室内水平放置球参考腔的几何结构、切割方法以及放置方案, 如图 1 所示. 利用静态方法将四个支撑物的底面固定, 并在振动方向上对模型施加一个类似于重力的力. 这样, 球形参考腔可以被认为是由无限个简谐振子组成, 每个简谐振子所受的力为其质量乘以加速度, 从而可以利用有限元分析方法求解球参考腔腔长在机械振动作用下的变化. 另外, 在该部分还讨论了由机械振动引起腔长变化的理论计算公式. 公式中腔长变化包含了镜片平移和旋转的贡献. 当参考腔支撑点在三维固定的情况下, 详细地、定量地研究了不同支撑面积、不同支撑高度、加工误差、近水平放置、非对称放置以及重力加速度大小等因素对腔长变化的影响. 通过大量的数值模拟, 获得了合适的支撑面积和支撑高度, 从而给出了参考腔的最佳支撑点位置, 并将振动敏感度降低到 $3.0 \times 10^{-10}/\text{g}$ 以内. 该结果优于文献^[9]报道的结果. 考虑了较大加工误差和参考腔放置偏离理想放置较大的情况, 结果发现, 振动敏感度也在 $2.0 \times 10^{-10}/\text{g}$ 量级. 本文结果对于超稳激光研制过程中参考腔支撑结构的设计和放置方面具有重要的参考价值和指导意义.

2 物理模型

当激光稳定到参考腔上以后, 激光频率的稳定度主要由参考腔腔长的变化决定. 外界机械振动或外力通过支撑结构会使得参考腔发生抖动或变形. 在有限元建模中利用静态方法^[4]来计算某一特定方向振动所导致的腔体形变. 利用静态方法将支撑的底面固定, 并在振动方向上对模型施加一个类似于重力的力. 该力作用在腔体和支撑的所有部分包括每个微小体元, 其大小为体元的质量乘以加速度 $g = 10\ \text{N}/\text{kg}$. 本文着重研究在机械振动的作用下

腔体的形变问题. 通过大量数值模拟优化四个支撑点的位置以使得该参考腔具有较低的振动敏感性. 球体及镜片材料均采用 ULE (ultra low expansion) 玻璃, 其杨氏模量为 67.6 GPa, 泊松比为 0.17, 质量密度为 2210 kg/m^3 , 热膨胀系数为 $3.0 \times 10^{-8}/\text{K}$ ^[8]. Ansys 网格划分单元数为 103000, 单元类型为 Tet, 每个单元节点数为 4.

水平放置球参考腔的腔长(镜片中心距离)为 $L = 100 \text{ mm}$, 球体半径为 51.6 mm, 光孔半径 6 mm, 镜片半径为 12.7 mm, 排气孔半径 3 mm, 如图 1 所示. 球参考腔腔轴沿 y 轴方向, 排气孔与 z 轴平行, 如图 1(a) 所示. 球体参考腔通过四对正交平面切割后实现支撑. 每对正交平面包括一个与 xoy 面平行且高度为 Z_c 的水平支撑面和一个与 z 轴平

行且与 y 轴成夹角 θ_c 的竖直切割面. 竖直切割面与球心距离为 R_c , 而 R_c 的大小与切割深度成反比, 如图 1(b) 所示. 利用这四对正交平面切割球体可以得到两两分别关于 x , y 轴对称的四个支撑区域. 用水平支撑面上的四点支撑, 支撑点高度为 Z_c , 且支撑点与 $yo z$ 面的距离为 X_P , 与 xoz 面的距离为 Y_P , 因此点 P 的坐标为 (X_P, Y_P, Z_c) . 图 2 给出的是四个支撑点在最佳支撑点的水平放置立体球参考腔. 图中最上面是 ULE 玻璃材料球参考腔, 中间四个小支撑物为橡胶片. 四个支撑点处均放有一个弹性性能完全一致的抗形变柱形橡胶片, 用以减小机械振动引起腔长变化的耦合效应, 最下面是铝材料大支座. 根据大量的数值计算可以找到参考腔的最佳支撑点上振动敏感度最小(后面将详细叙述).

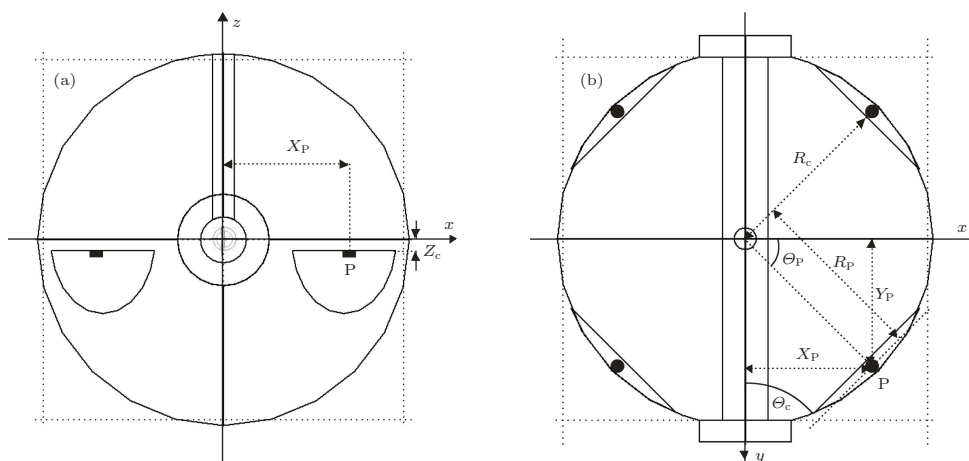


图1 水平放置球参考腔示意图 (a) 和 (b) 分别为球参考腔在 zox 平面和 xoy 平面的投影图; (a) 和 (b) 中黑色实心小矩形和小圆点是四个支撑点处橡胶片的投影

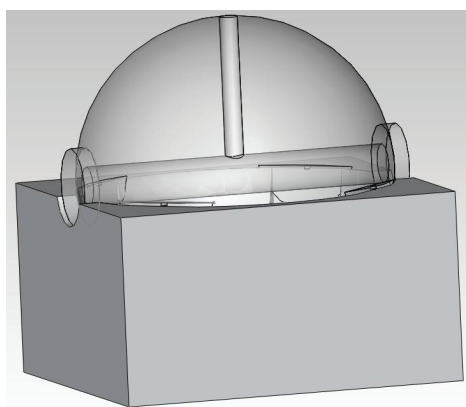


图2 四点支撑的水平放置球参考腔立体图

球参考腔的切割导致了其完美对称性的破坏, 但是根据泊松效应和几何对称性, 选择合适的切割参量 Z_c 和 θ_c 可以补偿这种不对称引起的腔长变

化. 假定 R_c 是一个常数, 那么 Z_c 取较大的正值, 即水平切割面远离 xoy 平面, 会使得球体下半部分下坠导致球体膨胀从而使得腔长变长. 反之, Z_c 取较大的负值则会使得球体收缩而导致腔长变短. 所以, 从这两个极值之间选取 Z_c 可以找到腔长零变化位置. 同样, 切割角 θ_c 越小, 即支撑位置靠近球体对称平面 ($yo z$ 平面), 这样会使得腔体膨胀从而使得腔长变长; 反之, 则会使得腔长缩短. 同理, 可以选择这两种情况的中间情况会找到腔长零变化位置. 对于完全靠腔体自重实现四点支撑放置的情况, 支撑面积越大, 越容易实现对称性, 从而振动敏感度越小; 支撑面积越小则振动敏感度越大, 越难实现对称放置.

假定水平放置球参考腔支撑点 P 在笛卡尔坐标系中的坐标为 (X_P, Y_P, Z_c) , 如图 1(a) 和 (b) 所

示. 那么该点的坐标也可以用向量 $\vec{OP}(\mathbf{R}_P)$ 来表示. 为了简化问题, 始终将支撑点放在切割生成的水平支撑面中心. 这样, 从图 1(b) 得知, $\Theta_c = \Theta_P$. 我们称 Θ_c 为切割角度, 而称 Θ_P 为支撑角度. 在这里, 如果用球坐标系描述支撑点 P 的坐标将会更加方便. 利用坐标变换:

$$\begin{aligned} X &= R \sin \Phi \cos \Theta, \\ Y &= R \sin \Phi \sin \Theta, \\ Z &= R \cos \Phi, \\ R &= (X^2 + Y^2 + Z^2)^{1/2}, \end{aligned} \quad (1)$$

就可以将矢量 $\vec{OP}$ 表示为 (R_P, Θ_P, Φ_P) .

受约束的球参考腔腔长在外力的作用下由于弹性形变而发生变化. 在加速度矢量 $\mathbf{a}$ 的作用下, 总腔长在加速度方向 α 上的变化可以用数学公式表示为^[15]

$$\delta L = \sum_{\alpha \in \{x, y, z\}} \delta L|^\alpha, \quad (2)$$

其中,

$$\begin{aligned} \delta L|^\alpha &= (\delta L^T + \delta L^R)|^\alpha = \sum_{i \in \{1, 2\}} (\delta L_i^T + \delta L_i^R)|^\alpha \\ &= \sum_{\substack{i \in \{1, 2\} \\ \beta \in \{x, y, z\}}} (\delta L_i^T + \delta \theta_{i, \beta} d_{i, \beta})|^\alpha. \end{aligned}$$

δL_i^T 表示第 i 个镜片平移产生的腔长变化, 而 δL_i^R 表示第 i 个镜片在 β 方向上考虑加工误差以及镜片旋转产生的腔长变化; $\delta \theta_{i, \beta}$ 表示第 i 个镜片形变前后的旋转角度; $d_{i, \beta}$ 表示第 i 个镜片几何中心的变化. (2) 式表明, 加工误差 $d_{i, \beta}$ 为零时镜片旋转引起腔长变化的一阶效应为零. 即使在一阶效应为零时腔长仍然对镜片旋转敏感的情形属于二阶效应. 腔长变化的二阶效应修正项为^[15]

$$\begin{aligned} \delta L^{R, 2} &= \sum_{\alpha, \beta \in \{x, y, z\}} \left[\frac{g_2 (\delta \theta_{1, \beta}|^\alpha)^2}{2(1 - g_1 g_2)} \right. \\ &\quad + \frac{2 \delta \theta_{1, \beta}|^\alpha \delta \theta_{2, \beta}|^\alpha}{2(1 - g_1 g_2)} \\ &\quad \left. + \frac{g_1 (\delta \theta_{2, \beta}|^\alpha)^2}{2(1 - g_1 g_2)} \right], \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $g_i = 1 - L/R_i$ 是光腔几何参数, R_i 表示镜片 i 对应的曲率半径.

理想的情况是, 参考腔光轴方向与加速度的方向是平行或正交的. 当加速度方向与光轴方向正

交时, 镜片沿光轴方向朝相反方向平移并旋转. 而加速度方向与光轴方向平行时, 则会使得镜片沿光轴方向朝相同方向平移并旋转. 如果不考虑加工误差时, 则 $\delta L_i^R = 0$. 然而实际上加工总会存在一定的误差. 图 3 为球参考腔腔长在任意取向的加速度 $\mathbf{g}$ 作用下发生的形变情况. 带双箭头的实线表示光轴原来位置, 与 y 轴平行. 粗实线表示镜片变形前的位置, 粗虚线则表示镜片平移后的位置, 粗点线表示镜片旋转后的位置. 图中标出了腔长总变化 δL_i 、平移引起的变化 δL_i^T 以及旋转引起的变化 δL_i^R .

考虑到切割角度 Θ_c 不能太大而影响镜片, 而且不能太小从而使得切割交叉. 为避免这种现象我们将 Θ_c 的定义域设为 $[35^\circ, 70^\circ]$. 计算时, 保持切割深度参量 $R_c = 48.6 \text{ mm}$ 不变. 下面研究四个支撑点完全固定情况下各支撑参数、各种实际因素对参考腔腔长变化的影响.

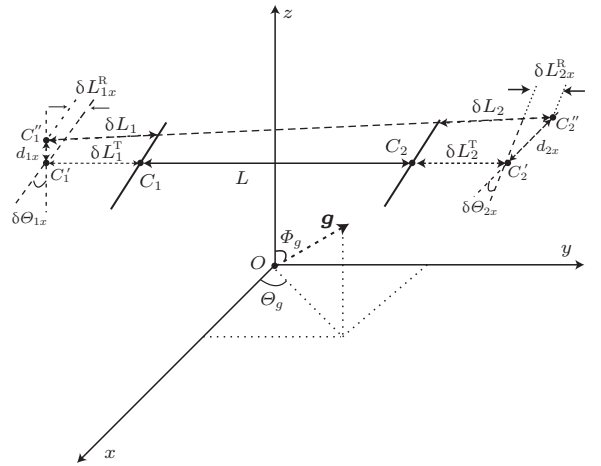


图3 加速度 $\mathbf{g}(g, \Theta_g, \Phi_g)$ 作用下非完全水平放置参考腔镜片形变示意图. 图中 C_1 和 C_2 为两个镜片变形前的几何中心位置; C'_1 和 C'_2 为两个镜片平移后的几何中心位置; C''_1 和 C''_2 为镜片平移与旋转后新光轴与变形后镜片的交叉点

3 水平支撑参考腔腔长变化的数值模拟

根据振动敏感度 $s = \delta L/Lg$ 的定义, 由于本文中腔长变化为 δL , 腔长为 $L = 0.1 \text{ m}$, 且加速度大小为 $g = 10 \text{ N/kg}$, 因此文中腔长变化在数值上与振动敏感度的大小是一致的. 下面将主要考虑参考腔完全水平放置即 $\Phi_g = 0^\circ$ 时支撑高度 Z_c 、支撑面积 A 、加工误差 $d_{i, \beta}$ 、支撑点非对称性、加速度大小以及二阶效应与参考腔振动敏感性关系. 关于近水平

放置即 Φ_g 有极小变化时的情况将集中在 3.4 部分讨论.

3.1 支撑面高度对腔长变化的影响

为了获得最佳支撑点 (R_P, Θ_P, Φ_P) , 我们采用正交算法进行数值模拟, 即给定支撑高度 Z_c 和切割角度 Θ_c 以及支撑面积 A 三个中的两个参量, 获取腔长随着第三个参量的变化规律. 例如, 当支撑面积 $A = 1 \text{ mm}^2$ 不变时, 改变不同的切割高度 Z_c 可以探测到不同支撑角度 Θ_P 对应的腔长变化, 如图 4 所示. 从图中看到, 随着支撑高度的下移, 腔长变化越来越缓慢, 即越来越不敏感. 从趋势看, 随着 Z_c 从 -2 mm 变化到 -5 mm , 曲线的斜率单调降低, 即腔长对振动越来越不敏感. 当然, 下降到一定程度后又会反过来, 即腔长变化越来越快. 但由于 $Z_c < -5 \text{ mm}$ 时, 腔长变化几乎没有零值交叉点. $\Theta_c = 35^\circ$ 时, $\delta L^T \approx 0$, 所以在这里我们选择 $Z_c = -5 \text{ mm}$.

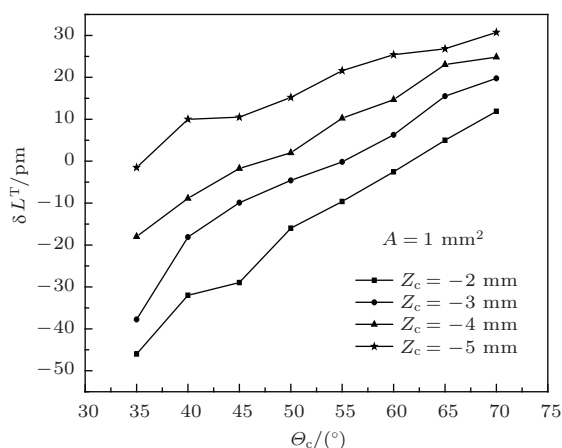


图 4 不同支撑高度对应的腔长变化 δL^T 随切割角度 Θ_c 的变化

3.2 支撑面积对腔长变化的影响

取支撑高度 $Z_c = -5 \text{ mm}$, 不同支撑面积 A 的腔长变化量随切割角度的变化如图 5 所示. 从图中看到, 随着支撑面积的减小腔长变化越来越缓慢, 即越来越不敏感. 考虑到实际情况中支撑面积不能太小, 我们这里选择支撑面积为 $A = 1 \text{ mm}^2$ 的情况. 从图中看到最佳切割角度或支撑角度约为 $\Theta_c = 36^\circ$. 由于 $R_P = 50.6 \text{ mm}$ 和 $\Theta_P = \Theta_c = 36^\circ$ 是已知的, 根据 3.1 中 $Z_c = -5 \text{ mm}$ 并利用 (1) 式可

计算出支撑点 P 的球坐标为 $(50.1 \text{ mm}, 36^\circ, 95.7^\circ)$, 相应的直角坐标为 $(40.3 \text{ mm}, 29.3 \text{ mm}, -5 \text{ mm})$. 这样, 利用对称性可以得到其他三个支撑点的位置坐标.

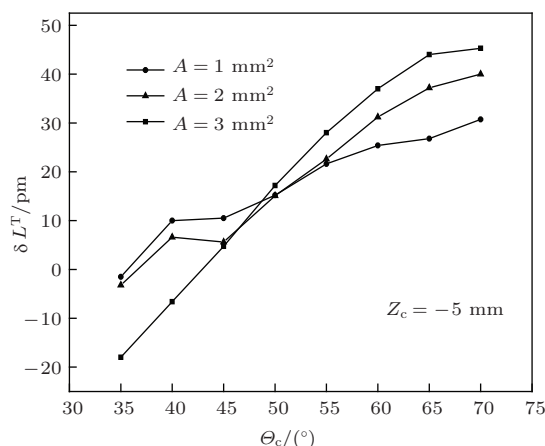


图 5 不同支撑面积对应的腔长变化随切割角度 Θ_c 的变化

3.3 加工误差对腔长变化的影响

考虑加工误差时, 除了镜片平移引起的腔长变化 δL^T 以外, 镜片还会因为旋转变形造成微小的腔长变化 $\delta L_{i\beta}^R$. 这时光轴与两个镜片几何中心连线不再重合. 考虑两种加工误差很糟糕的情况, 即光轴与两个镜片几何中心连线平行及交叉, 如图 6 所示. 当二者有一平行距离时, 假设 $d_1 = d_2 = 1.27 \text{ mm}$, 那么 $\delta L_1^T = \delta L_2^T$, $\delta L_{1\beta}^R = \delta L_{2\beta}^R$, 如图 6(a) 所示. 图 7 描述的是考虑了加工误差时由机械振动引起腔长变化的数值模拟结果, 其中三角形连接线表示镜片旋转引起的腔长总变化

$$\delta L^R = \sum_{\substack{i \in \{1,2\} \\ \beta \in \{x,z\}}} \delta L_{i\beta}^R.$$

对比图 7(a) 中的正方形连接线和三角形连接线可知, 加工误差在 1.27 mm 时, 镜片由于振动而发生旋转引入的腔长变化接近镜片平移引起的结果. 但从图中看出, 在 $\Theta_c = 38.5^\circ$ 时, 镜片旋转变化的变化可以消除. 当光轴与两个镜片几何中心连线交叉时, 假设 $d_1 = -d_2 = 1.27 \text{ mm}$, 如图 6(b) 所示. 两个镜片旋转引起的变化会互相抵消, 从而使得总旋转变化很小, 如图 7(b) 中三角形连接线所示. 从图中三角形连接线看出, 镜片旋转引起的变化小于 1 pm , 相比前一种情况小一个量级还多, 可以忽略不计.

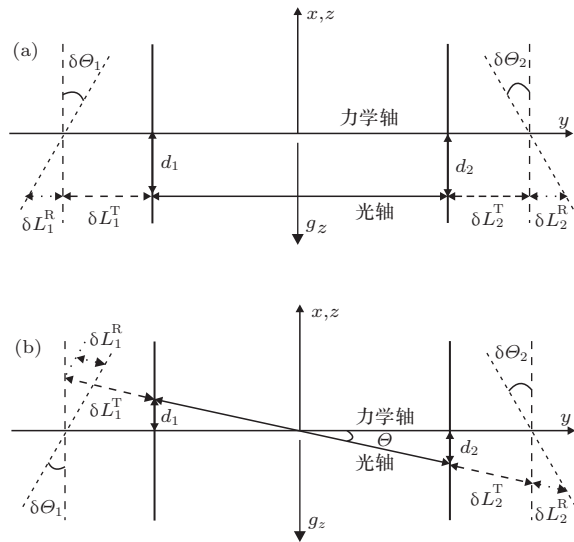


图6 加速度竖直分量引起镜片的形变与腔长变化 (a) 力学轴与光轴因加工误差有平行变化; (b) 力学轴与光轴交叉情况. 镜片原位置、平移后位置和旋转后位置分别用较粗的实线、虚线和点线表示. 光轴原位置用双箭头实线表示, 而两个镜片平移与旋转引起的腔长变化分别用双箭头虚线和双箭头点线表示

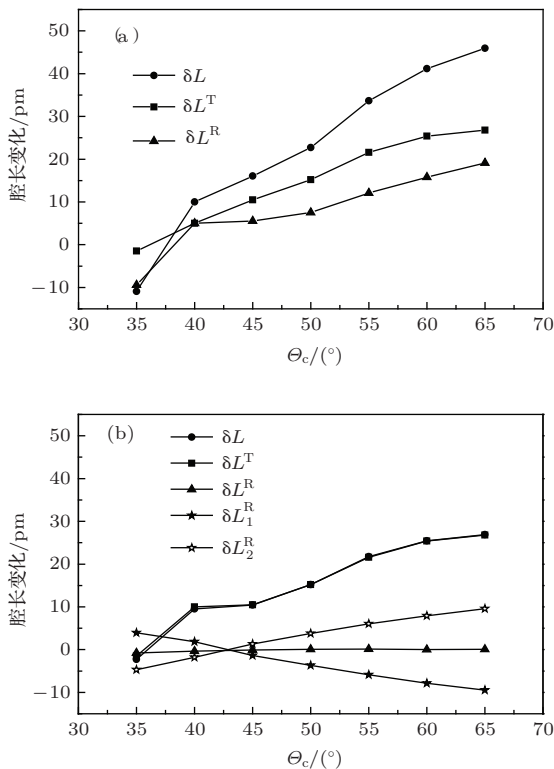


图7 加工误差引起的腔长变化 (a) 光轴与力学轴平行且有一距离; (b) 光轴与力学轴平行且有一夹角 θ

3.4 近水平放置对腔长变化的影响

近水平放置就是加速度矢量与完全水平放置时有较小的偏移, 即在 x 轴或 y 轴也有较小的分量.

考虑 $g = g(g, 0, 5^\circ)$ 或 $g = g(g, 90^\circ, 5^\circ)$ 时参考腔没有被完全水平放置的情况, 如图3所示. 这时, 参考腔模型的对称性遭到破坏, 不能再用四分之一腔来分析问题, 而要用整个腔. 图8考虑的是近水平放置时机械振动引起腔长变化的数值模拟结果. 与对称性没有被破坏之前的结果相比, $48^\circ < \theta_c < 52^\circ$ 时腔长变化幅度不大, 而 $\theta_c < 48^\circ$ 或 $\theta_c > 52^\circ$ 时腔长变化幅度较大. $\theta_c < 48^\circ$ 时, 加速度在 x 轴有较小分量时腔长变化相对 y 轴变化较小, $\theta_c > 52^\circ$ 时则相反. 对于这种问题的处理, 可以给腔体的一端加一重物以纠正近水平放置引入的腔长变化.

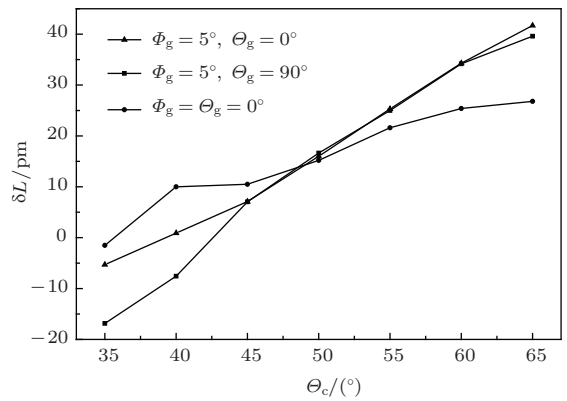


图8 近水平放置引起的腔长变化

3.5 非对称支撑对腔长变化的影响

四个点支撑时, 由于人为放置或移动腔体, 再或者振动的问题, 总会使得四个支撑点不能够完全对称. 这里考虑比较简单的情形, 即其中三个点保持位置不变, 只有一个支撑点相对于原来有 $\Delta\theta$ 的变化, 数值模拟结果如图9所示. 可以看出, 随着 $\Delta\theta$ 的增加, 在 θ_c 值较小和较大的两端腔长变化越

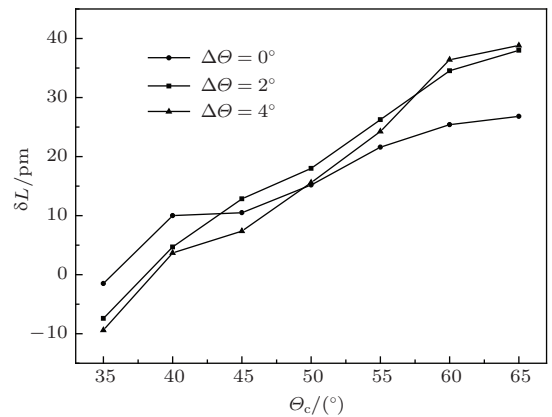


图9 非对称放置引起的腔长变化

来越大. 因此, 在实验中为了尽可能减小非对称支撑引入的腔长变化人们可以将垫片固定在腔体和支撑架上, 以防腔体移动或振动造成腔长的变化.

3.6 加速度大小对腔长变化的影响

机械振动强度越大, 腔长变化越剧烈. 图 10 给出了不同加速度大小对应的腔长变化曲线. 从图 10 中可以看到, 随着加速度的增大腔长变化不断增大. 但是, 腔长变化为零的点始终在 $\Theta_P = \Theta_c = 36^\circ$ 处保持不变. 随着 Θ_c 的增大, 腔长变化越来越大. 而且, 从图中结果得知, 腔长变化与加速度大小成正比. 这是由于加速度只有 z 轴分量, 即 $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_z$, $\mathbf{e}_z$ 为 z 轴单位矢量. 总之, 光学参考腔应尽量放置于机械振动较小的环境当中.

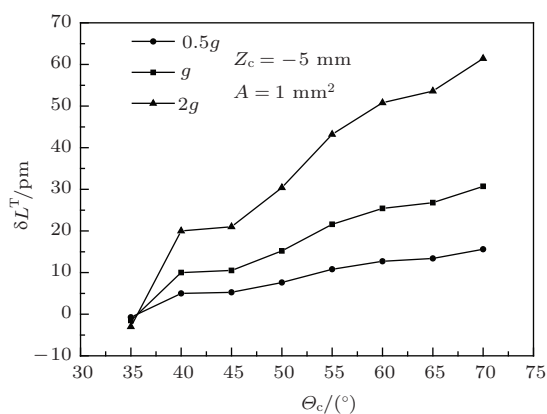


图 10 不同加速度大小对应的腔长变化随切割角度 Θ_c 的变化

3.7 腔长变化的二阶效应

腔形变中镜片旋转会引入腔长变化的二阶效应^[15]. 从 (3) 式可知, 腔长变化的二阶效应与加工误差无关. 尽管如此, 我们可以借助于考虑加工误差而得到的镜片旋转角度定量地分析腔长变化的二阶效应. 以图 6(a) 所示的情况为例, 镜片旋转角度如图 11(a) 所示, 大约在几个 nrad 量级. 考虑曲率半径为 $R_1 = \infty$ 和 $R_2 = 500$ mm 的镜片组成的参考腔, 其光腔几何参数 $g_1 = 1$ 和 $g_2 = 0.8$. 二阶效应对应的腔长变化大约为零点几个飞米, 比一阶效应大约小四个量级, 结果如图 11(b) 所示. 因而, 这样的参考腔腔长变化的二阶效应可以忽略不计. 但是对于曲率半径 $R_1 = \infty$ 和 $R_2 \rightarrow \infty$ 的镜片组成的参考腔, (3) 式中分母 $\rightarrow 0$, 这时二阶效应将变

得较大, 需要考虑. 以图 11(a) 中镜片旋转角度的最大值为例, 即 $\delta\theta_{1,2} = 7.5$ nrad, 并选择第一个镜片对应的光腔几何参数 $g_1 = 1$ 而第二个镜片对应的光腔几何参数 g_2 为变量, 分析腔长变化的二阶效应. 结果表明, $g_2 = 0.99999$, 即 $R_2 = 10000$ m 时二阶效应与腔长变化的一阶效应同量级, 这时就需要考虑二阶效应的影响.

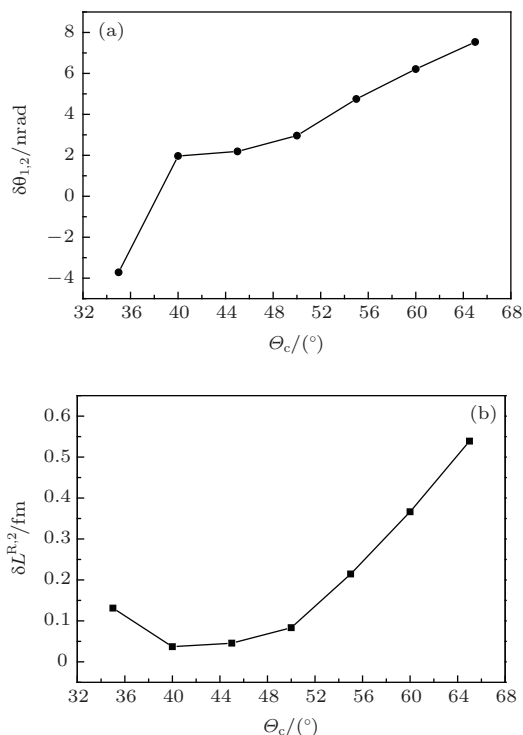


图 11 镜片旋转角度 (a) 及腔长变化的二阶效应 (b) 随着切割角度的变化

4 结 论

本文设计了一种适合于实验室环境中使用的球体光学参考腔放置方案. 利用有限元分析方法研究了光学参考腔的振动敏感性问题. 通过大量的数值模拟获得球形参考腔最佳支撑点 P 的坐标为 (50.1 mm, 36° , 95.7°). 在这种支持方式下, 振动敏感度被减小至 $3.0 \times 10^{-10}/g$ 以内. 定量地研究了各种引起腔长变化的因素: 加工误差、近水平放置以及非对称放置. 结果表明, 1.27 mm 的加工误差引起的腔长变化幅度在 $2.0 \times 10^{-10}/g$ 以内; 与水平放置成 5° 夹角时, 非水平放置会引起 $1.5 \times 10^{-10}/g$ 以内的腔长变化幅度; 与对称放置偏离 4° 时也会造成 $1.5 \times 10^{-10}/g$ 以内的腔长变化幅度. 这些结果为实验研制超稳激光提供了重要的参考价值.

参考文献

- [1] Jiang Y Y, Ludlow A D, Lemeke N D, Fox R W, Sherman J A, Ma L S, Oates C W 2011 *Nat. Photonics* **51** 58
- [2] Chang H, Wang X L, Tian X, Zhang S G, Gao F 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 050601 (in Chinese)[常宏, 王心亮, 田晓, 张首刚, 高峰 2011 物理学报 **60** 050601]
- [3] Wang Y B, Chen J, Tian X, Gao F, Chang H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 020601 (in Chinese)[王叶兵, 陈洁, 田晓, 高峰, 常宏 2012 物理学报 **61** 020601]
- [4] Gao F, Wang Y B, Tian X, Xu P, Chang H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 173201 (in Chinese)[高峰, 王叶兵, 田晓, 许鹏, 常宏 2012 物理学报 **61** 173201]
- [5] Jiang Y Y, Fang S, Bi Z Y, Xu X Y, Ma L S 2010 *Appl. Phys. B* **98** 61
- [6] Kessler T, Hagemann C, Grebing C, Legero T, Sterr U, Riehle F, Martin M J, Chen L S, Ye J, 2012 *Nat. Photonics* **6** 687
- [7] Notcutt M, Ma L S, Ye J, Hall J L 2005 *Opt. Lett.* **30** 1815
- [8] Chen L S, Hall J L, Ye J, Yang T, Zang E J, Li T C 2006 *Phys. Rev. A* **74** 053801
- [9] Webster S A, Oxborrow M, Gill P 2007 *Phys. Rev. A* **75** 011801
- [10] Yang T, Li W B, Zang E J, Chen L S 2007 *Chin. Phys. B* **16** 1374
- [11] Liu T, Zhao Y N, Elman V, Stejskal A, Wang L J 2009 *Opt. Lett.* **34** 190
- [12] Miao J, Jiang Y Y, Fang S, Bi Z Y, Ma L S 2009 *Chin. Phys. B* **18** 2334
- [13] Millo J, Magalhaes D, Mandache C, Coq Y, English E, Westergaard P, Lodewyck J, Bize S, Lemonde P, Santarelli G 2009 *Phys. Rev. A* **79** 053829
- [14] Guo H F, Lü S S, Liu F, Wang C, Shen H, Li L F, Chen L S 2012 *Chinese J. Lasers* **39** 1202004 (in Chinese) [郭海凤, 吕莎莎, 刘芳, 王春, 沈辉, 李刘锋, 陈李生 2012 中国激光 **39** 1202004]
- [15] Leibrandt D, Thorpe M, Notcutt M, Drullinger R, Rosenband T, Bergquist J 2011 *Opt. Expr.* **19** 3471
- [16] Leibrandt D, Thorpe M, Bergquist J, Rosenband T 2011 *Opt. Expr.* **19** 10278
- [17] Webster S A, Gill P 2011 *Opt. Lett.* **36** 3572
- [18] Argence B, Lévêque T, Prevost E, Goff R L, Bize S, Lemonde P, Santarelli G 2012 *Opt. Expr.* **20** 25409

Study of a spherical vibration-insensitive optical reference cavity*

Ren Li-Qing¹⁾ Zhu Song¹⁾ Xu Guan-Jun²⁾³⁾ Wang Zhao-Hua¹⁾ Deng Zhong-Xun¹⁾
Wei Ying-Chun¹⁾ Jin Hong-Ying¹⁾ Li Zeng-Sheng¹⁾ Gao Jing²⁾³⁾ Liu Jie²⁾³⁾
Zhang Lin-Bo²⁾³⁾ Dong Rui-Fang²⁾³⁾ Liu Tao²⁾³⁾† Li Yong-Fang⁴⁾
Zhang Shou-Gang²⁾³⁾

1) (Energy and Engineering College, Yulin University, Yulin 719000, China)

2) (National Time Service Center, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China)

3) (Key Laboratory of Time and Frequency Primary Standard, Xi'an 710600, China)

4) (School of Physics and Information Technology, Shannxi Normal University, Xi'an 710062, China)

(Received 13 December 2013; revised manuscript received 22 January 2014)

Abstract

We have investigated the vibrational sensitivity of a horizontal-mounted spherical reference cavity, which can be applied to develop an ultra-stable laser. Effects of different magnitudes of height and area as well as acceleration of the cavity support points on the length variation of the cavity are studied. When the cavity support points are totally constrained, the vibration sensitivity can be reduced to below $3.0 \times 10^{-10}/g$. After performing extensive numerical simulations, we can find the optimal support position. According to the obtained results we present the mounting scheme of the spherical cavity. Taking into consideration the machining errors, near-horizontal mounting, and unsymmetrical mounting of the cavity, we can describe quantitatively the length variation of the cavity caused by these three factors. We also discuss the contribution of the second order effect to the length variation of the cavity.

Keywords: vibration sensitivity, spherical reference cavity, ultra-stable laser

PACS: 06.30.Ft, 42.60.Da, 42.55.Px,

DOI: 10.7498/aps.63.090601

* Project supported by the open fund of Key Laboratory of Time and Frequency Primary Standards, Chinese Academy of Sciences (Grant No.2013HX01), and the Scientific Research Foundation for the Advanced Talents of Yulin University, China (Grant No.13GK02).

† Corresponding author. E-mail: taoliu@ntsc.ac.cn