

## 光束相干合成中填充因子对远场光强分布的影响\*

谭毅<sup>1)2)3)</sup> 李新阳<sup>1)2)†</sup>

1)(中国科学院自适应光学重点实验室, 成都 610209)

2)(中国科学院光电技术研究所, 成都 610209)

3)(中国科学院大学, 北京 100049)

(2013年11月19日收到; 2014年1月9日收到修改稿)

理论推导了相干光束阵列远场光强分布的解析表达式. 介绍了填充因子及五种相干合成效果评价参数的定义. 分析了填充因子对远场光强分布的影响, 发现填充因子通过影响空间调制因子来改变远场光强分布. 求得了相干合成效果评价参数与填充因子的关系式, 并绘制了关系曲线. 计算结果表明, 斯特列尔比与填充因子无关, 恒为1; 中央主瓣半径与填充因子成正比关系; 中央主瓣能量密度受填充因子的影响较小; 中央主瓣能量比与填充因子的平方成近似正比关系; 桶中功率与填充因子的关系很复杂, 但总体上随着填充因子的减小而减小. 分析显示, 若要保证中央主瓣能量比和PIB值均大于最佳值的一半, 则填充因子应大于 $\sqrt{2}/2$ .

**关键词:** 相干合成, 填充因子, 远场光强分布, 评价参数

**PACS:** 42.25.Kb, 42.25.HZ, 42.30.Kq

**DOI:** 10.7498/aps.63.094202

## 1 引言

随着激光技术的应用越来越广<sup>[1-3]</sup>, 对高功率高光束质量激光的需求也越来越明显. 固体激光器和光纤激光器由于其优越的性能而成为当前激光器研究的热点. 但固体激光器受到工作介质的损伤阈值有限, 热管理困难, 以及非线性效应等诸多因素的制约, 目前单个固体激光器的最高输出功率只有67 kW<sup>[4]</sup>. 光纤激光器由于光纤波导的非线性效应, 端面损伤阈值, 热管理以及抽运光亮度有限等因素的限制, 理论上光纤激光器能输出的接近衍射极限的高质量光束的最大功率为36 kW<sup>[5]</sup>. 当输出功率进一步提升时, 介质的非线性效应和热畸变效应将导致激光波前严重畸变, 出射光束质量剧烈下降而很难直接运用<sup>[6]</sup>. 解决高功率与高光束质量这一矛盾的一种有效途径是光束的相干合成. 近年来, 光束的相干合成技术发展非常迅速. 2009年, 美国诺格公司报道了7路15 kW固体激光相干合

成, 输出功率为105 kW的实验<sup>[7]</sup>; 2011年, 国防科技大学报道了1.14 kW输出功率的九路光纤激光阵列相干合成实验<sup>[8]</sup>; 同年, 美国林肯实验室报道了八路光纤激光阵列的相干合成, 获得了4 kW的激光输出功率<sup>[9]</sup>.

在激光相干合成技术中, 填充因子是制约相干合成技术发展的一个重要因素. 但目前, 国内外研究人员的研究方向主要集中在各光束间的倾斜控制和相位锁定<sup>[10-17]</sup>, 而对于填充因子对相干合成的影响以及如何提高填充因子却较少关注, 特别是填充因子对相干合成的影响方面, 基本只是在文献中的某部分简单提及<sup>[18-20]</sup>, 没有进行全面系统地分析. 本文以傅里叶光学及夫朗和费衍射理论为依据, 推导了相干光束阵列远场光强分布的表达式, 分析了填充因子对远场光强分布的影响, 并结合相干合成效果评价参数的定义, 得到了填充因子与相干合成效果评价参数的关系式和关系曲线, 从理论分析的角度, 较为系统地分析了填充因子对光束相干合成的影响.

\* 国家自然科学基金(批准号: 61205069, 61138007)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: xyli@ioe.ac.cn

## 2 相干光束阵列的远场传输模型

在计算远场波前时, 传输过程可以等效为一个夫朗和费衍射系统, 即远场复振幅分布可以直接用夫朗和费衍射公式来计算, 公式为

$$\begin{aligned} \tilde{E}(x, y, f) = & -\frac{i}{\lambda f} \exp\{ikf\} \exp\left\{\frac{ik}{2f}(x^2 + y^2)\right\} \\ & \times \iint_s \tilde{E}_s(u, v, 0) \\ & \times \exp\left\{\frac{-ik}{f}(ux + vy)\right\} dudv, \quad (1) \end{aligned}$$

其中,  $\tilde{E}(x, y, f)$  是输出平面处波面的复振幅分布,  $\tilde{E}_s(u, v, 0)$  是输入平面处波面的复振幅分布,  $x, y$  是输出平面的坐标,  $u, v$  是输入平面的坐标,  $k = 2\pi/\lambda$  是波数,  $\lambda$  是激光波长,  $s$  是积分区域, 代表整个输入平面覆盖的区域,  $f$  为系统焦距,  $i$  为虚数单位.

将输入波平面按如下形式扩展:

$$\tilde{E}(u, v, 0) = \begin{cases} \tilde{E}_s(u, v, 0), & (u, v) \in s, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (2)$$

并设定空间角频率  $\omega_X = 2\pi x/\lambda f$ ,  $\omega_Y = 2\pi y/\lambda f$ , 则(1)式可变成傅里叶变换的形式:

$$\begin{aligned} \tilde{E}(x, y, f) & = -\frac{i}{\lambda f} \exp\{ikf\} \exp\left\{\frac{ik}{2f}(x^2 + y^2)\right\} \\ & \times \iint \tilde{E}(u, v, 0) \exp\left\{\frac{-ik}{f}(ux + vy)\right\} dudv \\ & = -\frac{i}{\lambda f} \exp\{ikf\} \exp\left\{\frac{ik}{2f}(x^2 + y^2)\right\} \\ & \times \text{FFT}\{\tilde{E}(u, v, 0)\} \Big|_{\omega_X=2\pi x/\lambda f, \omega_Y=2\pi y/\lambda f}, \quad (3) \end{aligned}$$

其中,  $\text{FFT}\{\cdot\}$  为傅里叶变换算子. 设第  $j$  路光束的波前复振幅的表达式为

$$\begin{aligned} \tilde{E}_j(u, v, 0) & = M_j(u, v) \exp\{-ik[\alpha_j(u - a_j) + \beta_j(v - b_j)] + i\phi_j\} \\ & \times g(u - a_j, v - b_j) \\ & = M_j(u, v) \exp\{i\phi_j\} t(u - a_j, v - b_j; \alpha_j, \beta_j) \\ & \times g(u - a_j, v - b_j). \quad (4) \end{aligned}$$

(4) 式用到了如下代换:

$$t(u, v; \alpha_j, \beta_j) = \exp\{-ik(\alpha_j u + \beta_j v)\}, \quad (5)$$

其中,  $M_j(u, v)$  是第  $j$  路光束的振幅系数;  $\phi_j$  是第  $j$  路光束在输入平面的初始平移相位;  $\alpha_j, \beta_j$  是第  $j$

路光束的倾斜相位;  $a_j, b_j$  为第  $j$  路光束的中心坐标;  $t(u, v; \alpha_j, \beta_j)$  是倾斜因子, 表示第  $j$  路光束倾斜对波前传输的影响;  $g(u, v)$  是形状因子, 由光束的几何形状决定.

$N$  路光束相干叠加后的波前复振幅表达式为

$$\tilde{E}(u, v, 0) = \sum_{j=1}^N \tilde{E}_j(u, v, 0). \quad (6)$$

将(6)式代入(3)式得相干叠加后的远场复振幅分布为

$$\begin{aligned} \tilde{E}(x, y, f) & = -\frac{i}{\lambda f} \exp\{ikf\} \exp\left\{\frac{ik}{2f}(x^2 + y^2)\right\} \\ & \times \sum_{j=1}^N \frac{1}{2\pi} \exp\{i\phi_j\} \text{FM}_j(\omega_X, \omega_Y) \\ & \otimes \{\exp\{-i(a_j\omega_X + b_j\omega_Y)\} \\ & \times [\text{FG}(\omega_X, \omega_Y) \otimes \delta(\omega_X + k\alpha_j, \omega_Y \\ & + k\beta_j)]\} \Big|_{\omega_X=2\pi x/\lambda f, \omega_Y=2\pi y/\lambda f}. \quad (7) \end{aligned}$$

(7) 式的具体计算过程可参见文献[21]. 其中,  $\otimes$  是卷积符号,  $\delta(x, y)$  是二维狄拉克函数, 函数  $\text{FG}(\omega_X, \omega_Y)$  是形状因子  $g(u, v)$  的  $\text{FFT}\{\cdot\}$  变换, 函数  $\text{FM}_j(\omega_X, \omega_Y)$  是振幅系数  $M_j(u, v)$  的  $\text{FFT}\{\cdot\}$  变换, 即

$$\begin{aligned} \text{FG}(\omega_X, \omega_Y) & = \text{FFT}\{g(u, v)\}, \\ \text{FM}_j(\omega_X, \omega_Y) & = \text{FFT}\{M_j(u, v)\}. \quad (8) \end{aligned}$$

则相干叠加后的远场光强计算公式为

$$I(x, y) = \tilde{E}(x, y, f) \tilde{E}^*(x, y, f), \quad (9)$$

其中  $*$  表示共轭.

## 3 填充因子和相干合成效果评价参数的定义

### 3.1 填充因子的定义

填充因子可以分为两类: 一类称作子孔径填充因子, 另一类称作共形孔径填充因子[18]. 子孔径填充因子不在本文的分析范围之列, 这里不作进一步阐述. 共形孔径填充因子用来描述光束排列的紧密程度, 其定义方式有三种[18, 22-24]: 第一种定义方式为相邻光束的中心距离与子光束的直径(圆形光束)或边长(方形光束)之比[18]; 第二种定义方式

为子光束的直径或边长与相邻光束的中心距离之比<sup>[22,23]</sup>;第三种定义方式为有光区域面积与包含所有光束的最小圆形面积(正六边形排布)或最小正方形面积(正方形排布)之比<sup>[24]</sup>.第一种方式定义的填充因子(若不特别说明,均指共形孔径填充因子)大于等于1,且数值越小光束排列越紧密;第二种和第三种方式定义的填充因子小于等于1,且数值越大光束排列越紧密.

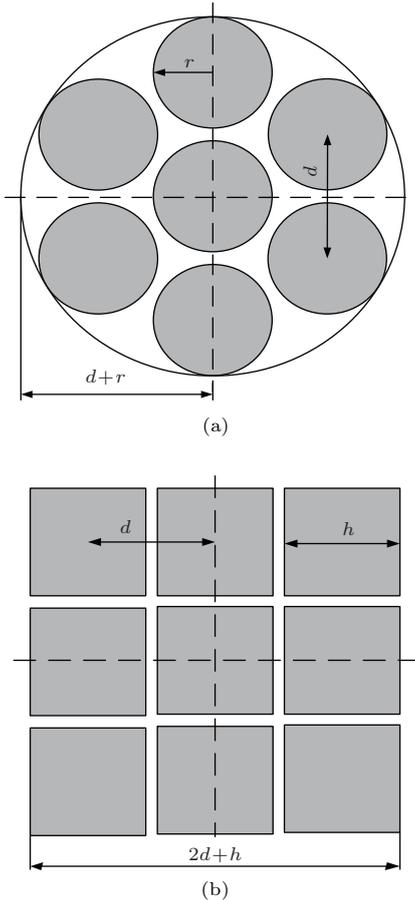


图1 两种形状因子的两种排布方式 (a) 7路圆形光束排布; (b) 9路方形光束排布

考虑两种形状因子的两种排布方式,分别为7路圆形光束的正六边形排布(如图1(a))和9路方形光束的正方形排布(如图1(b)).若按第一种定义方式,图1(a)和(b)所示光束阵列的填充因子计算公式为

$$FFL_1 = \frac{d}{2r}, \quad FFL_2 = \frac{d}{h}. \quad (10)$$

若按第二种定义方式,填充因子的计算公式为

$$FF_1 = \frac{2r}{d}, \quad FF_2 = \frac{h}{d}. \quad (11)$$

若按第三种定义方式,填充因子的计算公式为

$$FFS_1 = \frac{7r^2}{(d+r)^2},$$

$$FFS_2 = \frac{9h^2}{(2d+h)^2}. \quad (12)$$

三种定义方式的计算公式可以互相转换,

$$FFL_1 = \frac{1}{FF_1}, \quad FFS_1 = \frac{7FF_1^2}{(2+FF_1)^2},$$

$$FFL_2 = \frac{1}{FF_2}, \quad FFS_2 = \frac{9FF_2^2}{(2+FF_2)^2}, \quad (13)$$

式中,  $d$  为相邻光束的中心距离,  $r$  和  $h$  分别为圆形光束半径和方形光束边长. 在分析填充因子对远场光强分布的影响时采用一种定义方式即可, 另外两种方式定义的填充因子与远场光强分布的关系可通过(13)式转换求得. 本文使用第二种方式定义填充因子.

### 3.2 相干合成效果评价参数的定义

相干合成效果的评价参数很多<sup>[25-27]</sup>, 不同的应用场合可选择不同的评价参数. 为了能够较为全面地反映远场光斑能量分布情况, 选择五种评价参数, 分别为斯特列尔比、中央主瓣半径、归一化中央主瓣能量密度、中央主瓣能量比和桶中功率, 各参数的定义如下:

1) 斯特列尔比:  $SR = \frac{I(0,0)}{I(0,0)|_{FF=1}}$ , 其中

$I(0,0)$  为不同填充因子下的坐标原点光强,  $I(0,0)|_{FF=1}$  为填充因子为1时的坐标原点光强.

2) 中央主瓣半径: 中央主瓣半径CR定义为中央主瓣在  $x$  方向光强减小到0时的宽度.

3) 中央主瓣能量密度:  $ACL = \frac{\iint_c I(x,y)}{c}$ ,

ACL表示中央主瓣单位面积内的光强. 为了便于比较且不失一般性, 将中央主瓣能量密度进行归一化, 得到归一化中央主瓣能量密度:

$NACL = \frac{ACL}{ACL|_{FF=1}}$ , 其中  $ACL|_{FF=1}$  表示填充因子为1时的中央主瓣能量密度.

4) 中央主瓣能量比:  $RCL = \frac{\iint_c I(x,y)}{\iint_\infty I(x,y)}$ , 其中

$c$  表示远场光强分布一级暗环所围的面积.

5) 桶中功率:  $PIB = \frac{\iint_{\pi\tau^2} I(x,y)}{\iint_\infty I(x,y)}$ , 其中  $\tau$  为

圆形桶的半径, 选择各路光束无像差且填充因子  $FF=1$  时的远场光斑质心为桶的中心, 且其位置不变.

#### 4 填充因子与远场光强分布的关系

计算填充因子与远场光强的关系时, 不考虑光束间的平移像差和倾斜像差, 即 (7) 式中的  $\phi_j = 0$ ,  $\alpha_j = 0$ ,  $\beta_j = 0$ . 因此, (7) 式可以化简为

$$\begin{aligned} & \tilde{E}(x, y, f) \\ &= -\frac{i}{\lambda f} \exp\{ikf\} \exp\left\{\frac{ik}{2f}(x^2 + y^2)\right\} \\ & \times \sum_{j=1}^N \frac{1}{2\pi} \text{FM}_j(\omega_X, \omega_Y) \\ & \otimes \{\exp\{-i(a_j\omega_X + b_j\omega_Y)\} \\ & \times \text{FG}(\omega_X, \omega_Y)\} \Big|_{\omega_X=2\pi x/\lambda f, \omega_Y=2\pi y/\lambda f}. \quad (14) \end{aligned}$$

平顶光束的振幅系数为常数, 为了简化计算且不失一般性, 设其值为 1, 即  $M_j(u, v) = 1$ , 其  $\text{FFT}\{\cdot\}$  变换为

$$\begin{aligned} \text{FM}_j(\omega_X, \omega_Y) &= \text{FFT}\{M_j(u, v)\} = \text{FFT}\{1\} \\ &= 2\pi\delta(\omega_X, \omega_Y). \quad (15) \end{aligned}$$

将 (15) 式代入 (14) 式有

$$\begin{aligned} & \tilde{E}(x, y, f) \\ &= -\frac{i}{\lambda f} \exp\{ikf\} \exp\left\{\frac{ik}{2f}(x^2 + y^2)\right\} \\ & \times \text{FG}(\omega_X, \omega_Y) \sum_{j=1}^N \exp\{-i(a_j\omega_X \\ & + b_j\omega_Y)\} \Big|_{\omega_X=2\pi x/\lambda f, \omega_Y=2\pi y/\lambda f}. \quad (16) \end{aligned}$$

将 (16) 式代入 (9) 式可得平顶光束远场光强分布的表达式为

$$\begin{aligned} I(x, y) &= \tilde{E}(x, y, f) \times \tilde{E}^*(x, y, f) \\ &= N^2 A(\omega_X, \omega_Y) \\ & \times F(\omega_X, \omega_Y) \Big|_{\omega_X=2\pi x/\lambda f, \omega_Y=2\pi y/\lambda f}, \quad (17) \end{aligned}$$

$$A(x, y) = (\lambda f)^{-2} |\text{FG}(x, y)|^2, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} F(x, y) &= \frac{1}{N^2} \sum_{l=1}^N \sum_{j=1}^N \exp\{-i[x(a_l - a_j) \\ & + y(b_l - b_j)]\}. \quad (19) \end{aligned}$$

$A(x, y)$  描述了形状为  $g(u, v)$  的孔径的衍射光强分布, 可以称之为孔径因子;  $F(x, y)$  描述了光

束之间的相互干涉效应, 可以称之为空间调制因子. 远场光强与孔径因子和空间调制因子的乘积成正比.

对于圆形光束, 形状因子可以简单的用圆域函数表示为

$$g_c(u, v) = \begin{cases} 1, & u^2 + v^2 < r^2, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases} \quad (20)$$

该形状因子的傅里叶变换为

$$\begin{aligned} & \text{FG}_c(\omega_X, \omega_Y) \\ &= \text{FFT}\{g_c(u, v)\} \\ &= \begin{cases} \pi r^2, & \omega_X^2 + \omega_Y^2 = 0, \\ \frac{2\pi r}{\sqrt{\omega_X^2 + \omega_Y^2}} J_1\left(r\sqrt{\omega_X^2 + \omega_Y^2}\right), & \text{其他}. \end{cases} \quad (21) \end{aligned}$$

$J_1(\cdot)$  为一阶贝塞尔函数. 若光束是边长为  $h$  的正方形光束, 其形状因子的表达式为

$$g_s(u, v) = \begin{cases} 1, & |u| < h/2, \quad |v| < h/2, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases} \quad (22)$$

该形状因子的傅里叶变换为

$$\begin{aligned} & \text{FG}_s(\omega_X, \omega_Y) \\ &= \text{FFT}\{g_s(u, v)\} \\ &= h^2 \cdot \text{sinc}\left(\frac{h\omega_X}{2\pi}\right) \cdot \text{sinc}\left(\frac{h\omega_Y}{2\pi}\right). \quad (23) \end{aligned}$$

函数  $\text{sinc}(\cdot)$  的定义为  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ . 对 7 路圆形平顶光束排布而言, 其光束的中心坐标为

$$\begin{aligned} (a_1, b_1) &= (0, 0), \\ (a_2, b_2) &= (0, d), \\ (a_3, b_3) &= \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}d, \frac{1}{2}d\right), \\ (a_4, b_4) &= \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}d, -\frac{1}{2}d\right), \\ (a_5, b_5) &= (0, -d), \\ (a_6, b_6) &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}d, -\frac{1}{2}d\right), \\ (a_7, b_7) &= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}d, \frac{1}{2}d\right). \end{aligned}$$

将 (21) 式和光束中心坐标及  $N = 7$ ,  $\omega_X = 2\pi x/\lambda f$ ,  $\omega_Y = 2\pi y/\lambda f$  代入 (17)–(19) 式, 可得 7 路圆形平顶光束相干叠加的远场光强表达式:

$$I_7(x, y)$$

$$= \begin{cases} 49(\lambda f)^{-2}\pi^2 r^4, & x^2 + y^2 = 0, \\ 49 \cdot A_7(x, y) \cdot F_7(x, y), & \text{其他,} \end{cases} \quad (24)$$

其中,

$$A_7(x, y) = (\lambda f)^{-2} \frac{(r\lambda f)^2}{x^2 + y^2} \times \left[ J_1 \left( \frac{2\pi r \sqrt{x^2 + y^2}}{\lambda f} \right) \right]^2, \quad (25)$$

$$F_7(x, y) = \frac{1}{49} [16C_{y7}^2(C_{y7}^2 + C_{x7}^2) + 2(4C_{y7}^2 - 1) \times (4C_{y7}C_{x7} - 1) - 1], \quad (26)$$

$$\begin{aligned} C_{x7} &= \cos \left( \frac{\sqrt{3}kdx}{2f} \right) \\ &= \cos \left( \frac{\sqrt{3}krx}{f} \cdot \frac{1}{\text{FF}} \right), \\ C_{y7} &= \cos \left( \frac{kdy}{2f} \right) \\ &= \cos \left( \frac{kry}{f} \cdot \frac{1}{\text{FF}} \right). \end{aligned} \quad (27)$$

同理可以得到9路方形平顶光束相干叠加的远场光强表达式

$$I_9(x, y) = 81 \cdot A_9(x, y) \cdot F_9(x, y), \quad (28)$$

其中,

$$A_9(x, y) = (\lambda f)^{-2} \left[ h^2 \sin c \left( \frac{hx}{\lambda f} \right) \sin c \left( \frac{hy}{\lambda f} \right) \right]^2, \quad (29)$$

$$F_9(x, y) = \frac{1}{81} [4C_{x9}(C_{x9} + 1) + 1] \times [4C_{y9}(C_{y9} + 1) + 1], \quad (30)$$

$$\begin{aligned} C_{x9} &= \cos \left( \frac{kdx}{f} \right) \\ &= \cos \left( \frac{khx}{f} \cdot \frac{1}{\text{FF}} \right), \\ C_{y9} &= \cos \left( \frac{kdy}{f} \right) \\ &= \cos \left( \frac{khy}{f} \cdot \frac{1}{\text{FF}} \right). \end{aligned} \quad (31)$$

对一确定的光束相干合成系统, 焦距和光束尺寸是不变的, 即  $f, r$  和  $h$  为常数.

从 (26), (27) 及 (30), (31) 式可以看出, 填充因子只影响空间调制因子, 通过改变空间调制因子的空间分布频率而影响远场光强分布. 填充因子越小, 空间调制因子的空间分布频率越高, 相邻峰值的间距越小, 各瓣的宽度越窄. 图 2 直观地展示了填充因子为 1 和 0.5 时, 9 路方形光束的空间调制因子分布及远场光强分布.

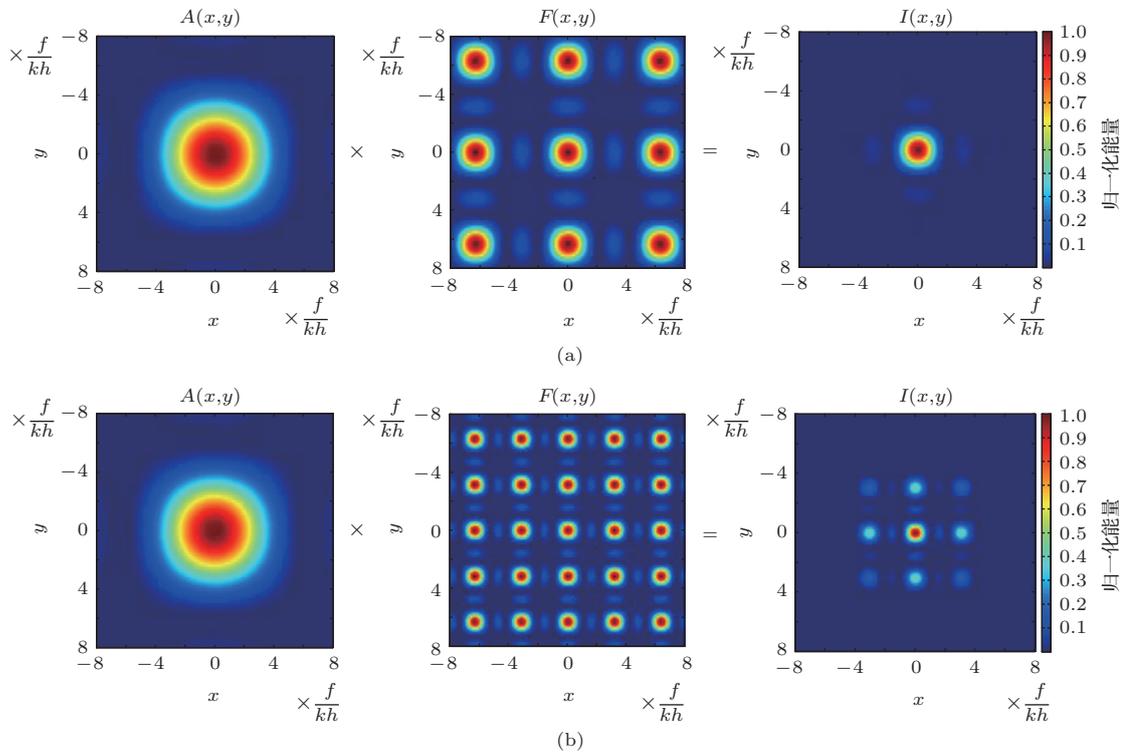


图 2 (网刊彩色) 填充因子对空间调制因子及远场分布影响示意图 (a) 填充因子为 1; (b) 填充因子为 0.5

### 5 填充因子与评价参数的关系

为了进一步说明填充因子对相干合成远场光强分布的影响,用3.2节中的5种相干合成效果评价参数来定量描述远场光强分布,探寻填充因子与评价参数的关系.

#### 5.1 填充因子与斯特列尔比的关系

由(24)–(27)式可得7路圆形光束相干合成的斯特列尔比为

$$SR_7 = \frac{I_7(0,0)}{I_7(0,0)|_{FF=1}} = \frac{49(\lambda f)^{-2}\pi^2 r^4}{49(\lambda f)^{-2}\pi^2 r^4} = 1. \quad (32)$$

由(28)–(31)式同理可得9路方形光束相干合成的斯特列尔比也恒为1,即光束相干合成的斯特列尔比与填充因子无关.

#### 5.2 填充因子与中央主瓣半径的关系

从(24)和(28)式可知,孔径因子和空间调制因子的零点均为远场光强的零点.对7路圆形光束相干合成,孔径因子 $A(x,y)$ 实际就是圆孔的夫朗和费衍射,因此,其一级暗环半径为

$$xA = \frac{1.22\lambda f}{2r} = 1.22\pi \cdot \frac{f}{kr}. \quad (33)$$

对空间调制因子,由于只考虑 $x$ 方向的零点,于是令 $y = 0$ ,并计算 $F(x,0)$ 的零点,即需要解如下方程式:

$$\begin{aligned} F(x,0) &= \frac{1}{49}[16C(1 + C_{x7}^2) \\ &\quad + 2 \times 3 \times (4C_{x7} - 1) - 1] \\ &= 0, \quad -1 \leq C_{x7} \leq 1. \end{aligned} \quad (34)$$

解(34)式得到

$$C_{x7} = -3/4. \quad (35)$$

联立(27)式和(35)式可得空间调制因子 $x$ 方向的一级暗环半径为

$$xF = 1.3965 \cdot FF \cdot \frac{f}{kr}. \quad (36)$$

因为 $FF \leq 1$ ,所以 $xF < xA$ ,这说明远场光强的中央主瓣半径就是空间调制因子的一级暗环半径,即

$$CR_7 = xF = 1.3965 \cdot FF \cdot \frac{f}{kr}. \quad (37)$$

同理可以得到9路方形光束相干合成远场中央主瓣半径为

$$CR_9 = 0.667\pi \cdot FF \cdot \frac{f}{kh}. \quad (38)$$

(37)式和(38)式表明,在如图1所示的光束形状和排布下,中央主瓣半径与填充因子成正比关系,即填充因子越小,中央主瓣越窄.图3显示了填充因子从0.1变化到1,中央主瓣半径的变化规律.

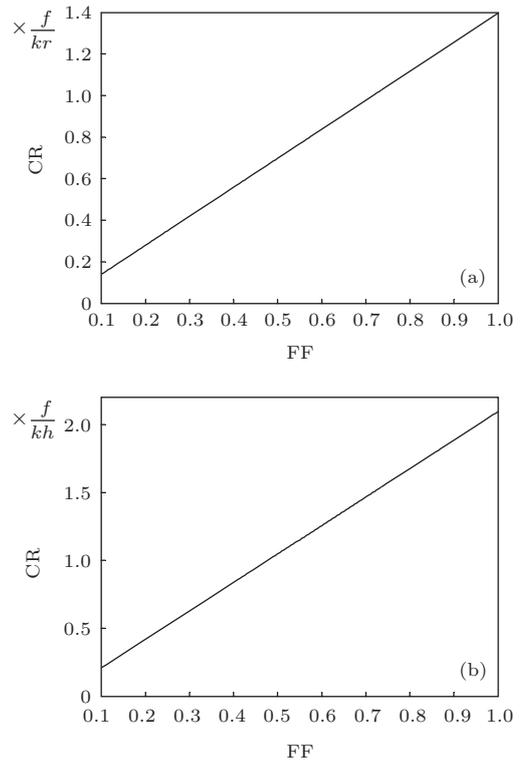


图3 中央主瓣半径与填充因子的关系 (a) 7路圆形光束; (b) 9路方形光束

#### 5.3 填充因子与归一化中央主瓣能量密度的关系

将(24), (28), (37)和(38)式代入到归一化中央主瓣能量密度的定义式中,可以得到其计算公式为

$$\begin{aligned} &NACL_7 \\ &= FF^2 \cdot \frac{\iint_{c7} 49 \cdot A_7(x,y) \cdot F_7(x,y)}{\iint_{c7} 49 \cdot A_7(x,y) \cdot F_7(x,y)|_{FF=1}}, \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} &NACL_9 \\ &= FF^2 \cdot \frac{\iint_{c9} 81 \cdot A_9(x,y) \cdot F_9(x,y)}{\iint_{c9} 81 \cdot A_9(x,y) \cdot F_9(x,y)|_{FF=1}}. \end{aligned} \quad (40)$$

其中 (39) 式对应 7 路圆形光束, (40) 式对应 9 路方形光束,  $c_7$  和  $c_9$  分别为 (37) 式和 (38) 式所确定的半径对应圆形的面积. 根据 (39) 和 (40) 式, 用数值积分的方式, 得到填充因子从 0.1 变化到 1, 归一化中央主瓣能量密度的变化曲线如图 4 所示. 对 7 路圆形光束, 填充因子从 0.1 变化到 1, 中央主瓣能量密度减小了 9.9%; 对 9 路方形光束, 中央主瓣能量密度减小了 8.7%. 可见, 中央主瓣能量密度会随着填充因子的增加而减小, 但减小速度很缓慢. 因此, 在应用相干合成技术时, 若只对中央主瓣能量密度有要求, 则填充因子不是重点考虑的一个影响因素.

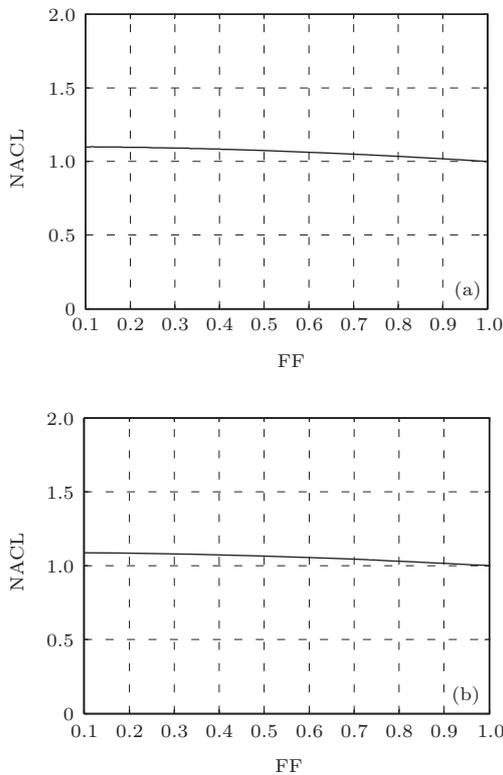


图 4 归一化中央主瓣能量密度与填充因子的关系 (a) 7 路圆形光束; (b) 9 路方形光束

### 5.4 填充因子与中央主瓣能量比的关系

将 (24) 式和 (28) 式代入到中央主瓣能量比的定义式, 可以得到填充因子与中央主瓣能量比的关系式, 对 7 路圆形光束, 该关系式为

$$RCL_7 = \frac{\iint_{c_7} 49 \cdot A_7(x, y) \cdot F_7(x, y)}{\iint_{\infty} 49 \cdot A_7(x, y) \cdot F_7(x, y)}. \quad (41)$$

对 9 路方形光束, 该关系式为

$$RCL_9 = \frac{\iint_{c_9} 81 \cdot A_9(x, y) \cdot F_9(x, y)}{\iint_{\infty} 81 \cdot A_9(x, y) \cdot F_9(x, y)}. \quad (42)$$

(41) 和 (42) 式中的  $c_7$  和  $c_9$  分别为 (37) 式和 (38) 式所确定的半径对应圆形的面积. (41) 和 (42) 式的积分过于复杂, 很难得到简洁的表达式, 以数值积分的方式求得了填充因子从 0.1 变化到 1 的过程中, 中央主瓣能量比的变化情况, 理论关系曲线如图 5 所示.

根据 5.3 节的分析, 中央主瓣能量密度受填充因子的影响较小, 可以将 NACL 近似为常数. 又中央主瓣能量可由中央主瓣能量密度与中央主瓣面积的乘积求得. 因此 (41) 式和 (42) 式可以改写为

$$\begin{aligned} RCL_7 &= \frac{\iint_{c_7} 49 \cdot A_7(x, y) \cdot F_7(x, y)}{\iint_{\infty} 49 \cdot A_7(x, y) \cdot F_7(x, y)} \\ &= \frac{NACL_7 \cdot \pi CR_7^2}{\iint_{\infty} 49 \cdot A_7(x, y) \cdot F_7(x, y)} \\ &= \Omega_7 \cdot FF^2, \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} RCL_9 &= \frac{\iint_{c_9} 81 \cdot A_9(x, y) \cdot F_9(x, y)}{\iint_{\infty} 81 \cdot A_9(x, y) \cdot F_9(x, y)} \\ &= \frac{NACL_9 \cdot \pi CR_9^2}{\iint_{\infty} 81 \cdot A_9(x, y) \cdot F_9(x, y)} \\ &= \Omega_9 \cdot FF^2, \end{aligned} \quad (44)$$

$$\Omega_7 = \frac{1.95\pi \cdot NACL_7 \cdot f^2}{(kr)^2 \cdot \iint_{\infty} 49 \cdot A_7(x, y) \cdot F_7(x, y)}, \quad (45)$$

$$\Omega_9 = \frac{0.444\pi^3 \cdot NACL_9 \cdot f^2}{(kh)^2 \cdot \iint_{\infty} 81 \cdot A_9(x, y) \cdot F_9(x, y)}. \quad (46)$$

对一确定的光束合成系统,  $\Omega_7$  和  $\Omega_9$  近似为常数, 因此中央主瓣能量比与填充因子的平方成近似正比关系. 得到比例系数及拟合曲线如图 5 所示. 从图 5 可以看出, 正六边形排布的 7 路圆形光束的拟合曲线与理论曲线符合较好, 而正方形排布的 9 路方形光束的拟合曲线与理论曲线在填充因子接近 1 时出现了较大偏差, 这是不同光束形状和光束排布相干合成时远场中央主瓣的形状和光强分布不同造成的. 若要求中央主瓣包含的能量大于总能量的一半, 则填充因子应大于  $\sqrt{2}/2$ .

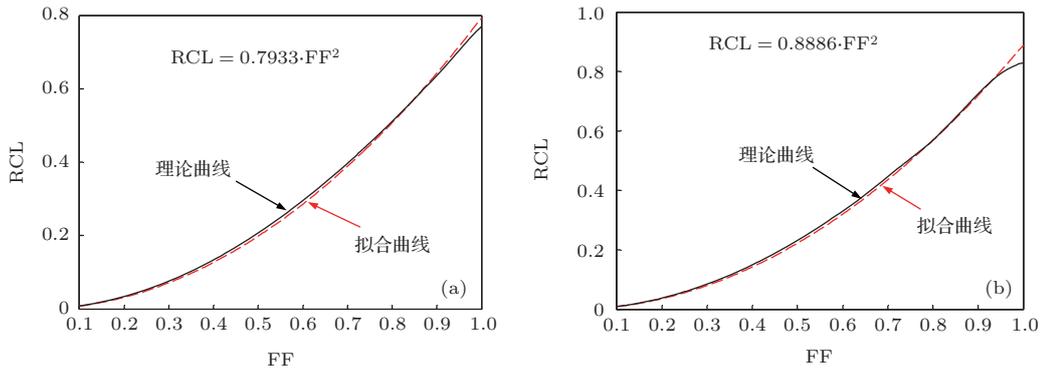


图5 (网刊彩色) 中央主瓣能量比与填充因子的关系 (a) 7路圆形光束; (b) 9路方形光束

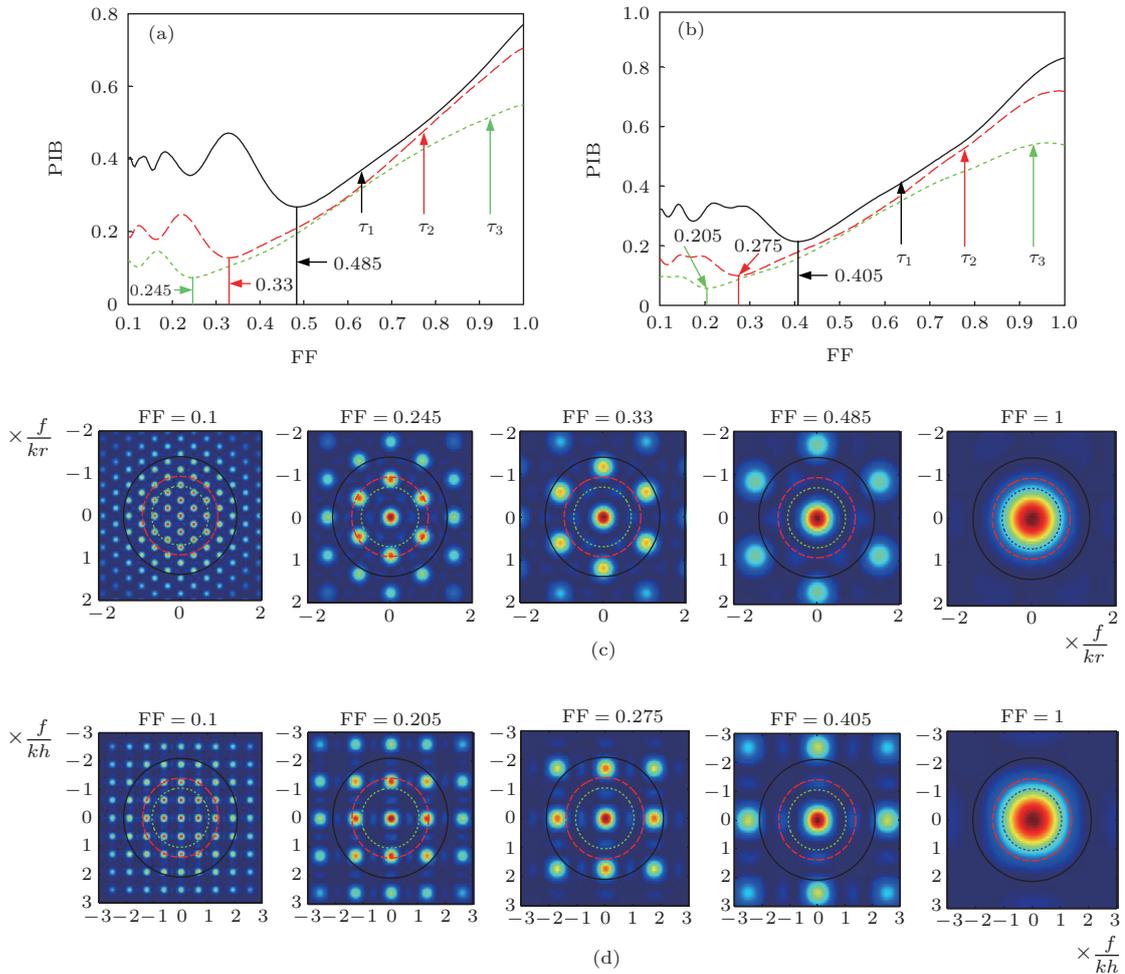


图6 (网刊彩色) 桶中功率与填充因子的关系 (a) 7路圆形光束关系曲线; (b) 9路方形光束关系曲线; (c) 7路圆形光束远场与圆桶关系图; (d) 9路方形光束远场与圆桶关系图

### 5.5 填充因子与桶中功率的关系

计算桶中功率需要选择合适的圆桶半径, 不同的圆桶半径会得到不同的计算结果. 为了能较为全面地反映填充因子对桶中功率的影响, 选择了3种圆桶半径, 填充因子分别为1,  $\frac{2}{3}$  和  $\frac{1}{2}$  时的中央主瓣

半径, 即对7路圆形光束, 3种圆桶半径为

$$\begin{aligned}
 \tau_1 &= 1.3965 \cdot \frac{f}{kr}, \\
 \tau_2 &= 0.931 \cdot \frac{f}{kr}, \\
 \tau_3 &= 0.6983 \cdot \frac{f}{kr}.
 \end{aligned} \tag{47}$$

对9路方形光束, 3种圆桶半径为

$$\begin{aligned} \tau_1 &= 0.667\pi \cdot \frac{f}{kh}, \\ \tau_2 &= 0.444\pi \cdot \frac{f}{kh}, \\ \tau_3 &= 0.333\pi \cdot \frac{f}{kh}. \end{aligned} \quad (48)$$

将(24), (28), (47)和(48)式代入桶中功率的定义式, 得到桶中功率的计算式为

$$\text{PIB}_7 = \frac{\iint_{\pi\tau^2} 49 \cdot A_7(x, y) \cdot F_7(x, y)}{\iint_{\infty} 49 \cdot A_7(x, y) \cdot F_7(x, y)}, \quad (49)$$

$$\text{PIB}_9 = \frac{\iint_{\pi\tau^2} 81 \cdot A_9(x, y) \cdot F_9(x, y)}{\iint_{\infty} 81 \cdot A_9(x, y) \cdot F_9(x, y)}, \quad (50)$$

其中, (49)式中的 $\tau$ 取(47)式中的3个值, (50)式中的 $\tau$ 取(48)式中的3个值. 对(49)和(50)式求数值积分, 得到PIB随填充因子的变化曲线如图6(a)和(b)所示, 其中填充因子的变化范围为0.1到1. 从图6可以看出, 在所选择的3个圆桶半径下, 存在一个确定的数值, 当填充因子大于这一数值时, 桶中功率随着填充因子的减小而减小, 当填充因子小于这一数值时, 桶中功率会由于填充因子的变化而发生起伏. 相对于3种圆桶半径, 7路圆形光束的这一确定数值为0.485, 0.33和0.245; 9路方形光束的这一确定数值为0.405, 0.275和0.205. 圆桶半径越小, 这一确定数值也越小. 图6(c)和(d)显示, 当填充因子大于确定数值时, 随着填充因子的减小, 中央主瓣半径减小, 能量减少, 桶中功率减小; 若填充因子继续减小, 第一级旁瓣开始进入圆桶, 桶中功率增加; 当第一级旁瓣完全进入圆桶后, 桶中功率开始下降, 直到第二级旁瓣进入圆桶, 桶中功率又开始上升, 如此循环, 导致桶中功率出现起伏.

若要求PIB值不小于最佳值的一半, 对第一种圆桶半径, 7路圆形光束的填充因子应大于0.65, 9路方形光束的填充因子应大于0.64; 对第二种圆桶半径, 7路圆形光束的填充因子应大于0.66, 9路方形光束的填充因子应大于0.63; 对第三种圆桶半径, 7路圆形光束的填充因子应大于0.58, 9路方形光束的填充因子应大于0.54. 结合5.4节的分析结果, 若填充因子大于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 则中央主瓣能量比和PIB值均大于最佳值的一半.

## 6 结 论

从傅立叶光学及夫朗和费衍射理论出发, 推导了相干光束阵列远场光强的解析表达式. 计算了正六边形排布的7路圆形光束和正方形排布的9路方形光束的远场光强分布, 发现填充因子通过影响空间调制因子来改变远场光强分布, 填充因子越小, 空间调制因子的频率越高, 远场中央主瓣半径减小, 旁瓣能量增加. 推导了相干合成效果评价参数与填充因子的关系式, 并绘制了关系曲线. 结果表明, 斯特列尔比不受填充因子的影响, 恒为1; 中央主瓣半径与填充因子成正比关系; 中央主瓣能量密度受填充因子的影响较小; 中央主瓣能量比与填充因子的平方成近似正比关系. 计算发现, 存在一个确定的数值, 当填充因子大于这一数值时, 桶中功率随着填充因子的减小而减小, 当填充因子小于这一数值时, 桶中功率会由于填充因子的变化而发生起伏. 相对于3种圆桶半径, 7路圆形光束的这一确定数值为0.485, 0.33和0.245; 9路方形光束的这一确定数值为0.405, 0.275和0.205. 分析显示, 若在保证中央主瓣能量比和PIB值均大于最佳值的一半, 则填充因子应大于 $\sqrt{2}/2$ . 所有这些结果是在假定光束间无平移和倾斜像差基础上得到的, 填充因子对平移像差和倾斜像差校正的影响是下一步研究的内容.

## 参考文献

- [1] Perram G P, Marciniak M A, Goda M 2004 *Proc. SPIE* **2004** 5414-1
- [2] Michael J L, John J W 2011 *Proc. SPIE* **2011** 818704
- [3] Song W L 2006 *Laser & Infrared* **36** 755(in Chinese)[宋威廉 2006 激光与红外 **36** 755]
- [4] Yamamoto B M, Bhachu B S, Cutter K P 2008 *Advanced Solid-State Photonics* **2008** WC5
- [5] Dawson J W, Messerly M J, Beach R J 2008 *Opt. Express* **16** 13240
- [6] Peng Q J, Xu Z Y 2011 *High Power Laser and Particle Beams* **23** 1708(in Chinese)[彭钦军, 许祖彦 2011 强激光与粒子束 **23** 1708]
- [7] McNaught S J, Asman C P, Injeyan H 2009 *Frontiers in Optics* **2009** FThD2
- [8] Wang X L, Zhou P, Ma Y X, Leng J Y, Xu X J, Liu Z J 2011 *Opt. Lett.* **36** 3121
- [9] Yu C, Augst S, Redmond S, Goldizen K, Murphy D, Sanchez A, Fan T 2011 *Opt. Lett.* **36** 2686

- [10] Geng C, Tan Y, Mou J B, Li X Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 024206 (in Chinese)[耿超, 谭毅, 牟进博, 李新阳 2013 物理学报 **62** 024206]
- [11] Wang X H, Fu Q, Shen F, Rao C H 2012 *Opt. Express* **20** 4663
- [12] Haik C, Hiroaki F, Masayuki F 2013 *Opt. Lett.* **38** 1227
- [13] Mang Y X, Wang X L, Zhou P, Ma H T, Zhao H C, Xu X J, Si L, Liu Z J, Zhao Y J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 094211 (in Chinese)[马阎星, 王小林, 周朴, 马浩统, 赵海川, 许晓军, 司磊, 刘泽金, 赵伊君 2011 物理学报 **60** 094211]
- [14] Xiao R, Hou J, Jiang Z F 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 184 (in Chinese)[肖瑞, 侯静, 姜宗福 2006 物理学报 **55** 184]
- [15] Xiao R, Hou J, Jiang Z F, Liu M 2006 *Acta Phys. Sin.* **12** 6464 (in Chinese)[肖瑞, 侯静, 姜宗福, 刘明 2006 物理学报 **12** 6464]
- [16] Wang X L, Ma Y X, Zhou P, He B, Xue Y H, Liu C, Li Z, Xiao H, Xu X J, Zhou J, Liu Z J, Zhao Y J 2011 *Chin. Phys. B* **20** 114203
- [17] Zhou P, Ma Y X, Wang X L, Ma H T, Xu X J, Liu Z J 2010 *Chin. Phys. B* **19** 014202
- [18] Vorontsov M A, Lachinova S L 2008 *J. Opt. Soc. Am. A* **25** 1949
- [19] Zhou P, Wang X L, Ma Y X, Ma H T, Xu X J, Liu Z J 2010 *Laser & Optoelectronics Progress* **47** 021401-1(in Chinese)[周朴, 王小林, 马阎星, 马浩统, 许晓军, 刘泽金 2010 激光与光电子学进展 **47** 021401-1]
- [20] Zhou P, Wang X L, Ma Y X, Ma H T, Liu Z J, Xu X J 2009 *Chin. Phys. Lett.* **26** 044206
- [21] Wang X H, Zheng Y, Shen F, Rao C H 2012 *J. Opt. Soc. Am. A* **29** 702
- [22] Tang Q J, Shi X C, Hu Q Q 2007 *Journal of Propulsion Technology* **28** 566(in Chinese)[唐前进, 施翔春, 胡企铨 2007 推进技术 **28** 566]
- [23] Cao J Q, Lu Q S, Hou J, Xu X J 2008 *Chinese Journal of Lasers* **35** 351 (in Chinese)[曹涧秋, 陆启生, 侯静, 许晓军 2008 中国激光 **35** 351]
- [24] Khajavikhan M, Hoyer-Leitzel A, Leger J R 2008 *Opt. Lett* **33** 2377
- [25] Goodno G D, Komine H 2006 *Opt. Lett* **31** 1247
- [26] Liu Z J, Zhou P, Xu X J 2009 *Chinese Journal of Lasers* **36** 773 (in Chinese) [刘泽金, 周朴, 许晓军 2009 中国激光 **36** 773]
- [27] Lv B D, Ji X L, Luo S R 2004 *Infrared and Laser Engineering* **33** 14 (in Chinese) [吕百达, 季小玲, 罗时荣, 2004 红外与激光工程 2004 **33** 14]

# Influence of filling factor on far-field intensity distribution in coherent beam combination\*

Tan Yi<sup>1)2)3)</sup> Li Xin-Yang<sup>1)2)†</sup>

1) (Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China)

2) (Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China)

3) (University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

( Received 19 November 2013; revised manuscript received 9 January 2014 )

## Abstract

Theoretical analysis on the far-field diffraction of the coherent beam combination (CBC) is presented. An introduction is given to the definitions of filling factor and evaluation parameter of CBC. Based on the theoretical mode and definition, the influence of filling factor on far-field intensity distribution and the relationship between evaluation parameter and filling factor are theoretically described in detail. It is found that the filling factor influences far-field intensity distribution through space modulation factor. Results also indicate that SR is a constant which has not connection with the filling factor, and CR is of a linear relation with filling factor, and NA<sub>CL</sub> has little connections with filling factor, and RCL varies approximately linearly with the square of filling factor, and PIB decreases when filling factor increases in general. If we make the filling factor larger than  $\sqrt{2}/2$ , more than half of the best values of RCL and PIB may be obtained.

**Keywords:** coherent beam combination, filling factor, far-field intensity distribution, evaluation parameter

**PACS:** 42.25.Kb, 42.25.HZ, 42.30.Kq

**DOI:** [10.7498/aps.63.094202](https://doi.org/10.7498/aps.63.094202)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61205069, 61138007).

† Corresponding author. E-mail: [xyli@ioe.ac.cn](mailto:xyli@ioe.ac.cn)