

## Y模型四能级原子辅助光力学系统的多稳现象\*

韩明<sup>1)</sup> 谷开慧<sup>1)2)</sup> 刘一谋<sup>1)</sup> 张岩<sup>3)</sup> 王晓畅<sup>1)</sup> 田雪冬<sup>1)</sup>  
付长宝<sup>1)</sup> 崔淬砺<sup>1)†</sup>

1)(吉林大学物理学院, 长春 130012)

2)(长春理工大学光电信息学院, 长春 130012)

3)(东北师范大学物理学院, 长春 130024)

(2013年12月8日收到; 2013年12月25日收到修改稿)

本文对Y模型四能级原子辅助光力学系统的稳态特性进行了研究. 结果发现, 构成复合光力学系统的振动腔镜和被束缚在腔内的原子系综将随着弹簧劲度系数的减小, 由单稳态过渡到多稳态. 在劲度系数很大时, 振动腔镜对整个光力学系统几乎无作用, 光力学系统和处在腔中的原子系综都将出现一个稳态解. 而当劲度系数足够小时, 振动腔镜的稳态位移出现了多稳现象, 随之对处于光力学腔中的原子系综的稳态行为也产生了影响, 不但使得原子系综的极化率呈现出多个稳态解, 同时使得腔中的原子系综对探测光的吸收和色散也发生了相应的变化. 同时发现, 通过调节劲度系数的取值可以控制整个系统稳态解的个数. 这些研究结果在精密测量或量子信息处理等方面具有潜在应用价值.

**关键词:** Y模型四能级原子, 光力学系统, 光学多稳

**PACS:** 42.50.Pq, 42.50.Wk, 42.65.Pc

**DOI:** 10.7498/aps.63.094206

## 1 引言

腔光力学是近年来国内外发展非常迅速的领域<sup>[1-3]</sup>, 它主要探究了光和机械对象的相互作用, 这些相互作用源于光的力学效应, 例如光压力. 辐射压力<sup>[4]</sup>作为光压力中比较典型的类别<sup>[3]</sup>, 近几年来备受人们关注, 其中原子辅助光力学系统<sup>[5]</sup>作为复合光力学系统的一个分支, 出现了许多有趣的现象. 例如, 2006年, Meiser等利用被束缚在腔内的二能级冷原子系综构成的复合光力学系统, 成功的观察到了冷原子的稳态位移的双稳行为<sup>[6]</sup>; 2008年, Asbóth等利用原子晶格与光场的耦合<sup>[7]</sup>对偶极作用力和光的辐射压力的概念进行了扩展; 之后Murch等<sup>[8]</sup>又利用超冷的<sup>87</sup>Rb原子系综构成的复合光力学系统<sup>[9,10]</sup>, 成功的观察到了腔内光子的量子涨落对束缚在腔内的冷原子系综<sup>[11-14]</sup>的反作用; 同年, 人们也利用原子辅助光力学系统实现

了原子、腔场、振动腔镜之间的纠缠<sup>[15]</sup>. 2009年, Hammerer等实现了腔内单原子的运动和微米尺寸的薄膜振动间的强耦合<sup>[16]</sup>. 目前很多人对三能级冷原子系综构成的复合光力学系统进行了研究, 发现了EIT<sup>[17]</sup>的多稳现象<sup>[18]</sup>, 并且在非弱腔场近似下可以实现对第一支分支的稳态解的双稳行为的控制<sup>[19]</sup>. 这些发现, 都推动了非线性光学领域的发展, 而且由于光学双稳、多稳系统具有信息存储能力, 从而可作为光学双稳、多稳触发器应用于光学计算与通讯中<sup>[20,21]</sup>, 所以对这些非线性现象的深入研究在量子信息等领域具有重要的意义.

本文中, 我们研究了一个复合光力学系统的稳态特性. 该系统由一侧腔镜可振动的微腔和束缚在其中的 $N$ 个全同Y型四能级原子构成. 通过研究, 我们发现振动腔镜和原子系综的稳态行为与弹簧的劲度系数密切相关. 随着弹簧劲度系数的减小, 它们将由单稳态过渡到多稳态. 形成多稳的根本原

\* 国家自然科学基金(批准号: 11104112, 11247005)和中国博士后科学基金(批准号: 2013T60316)资助的课题.

† 通讯作者. E-mail: cuicuili@jlu.edu.cn

因在于量子化腔场、原子、可移动腔镜之间形成有效的反馈. 光辐射压力可以驱动振动腔镜运动, 腔镜运动会引起光学腔本征频率发生变化, 腔本征频率的变化又会导致光辐射压力的改变, 因此有效反馈形成, 多稳现象出现. 这些研究结果在精密测量或量子信息处理等方面具有潜在应用价值.

## 2 模型与计算

如图 1 所示, 我们研究了一个复合光力学系统, 该系统由一侧腔镜可振动的光力学腔和束缚在其中的  $N$  个全同的四能级 Y 原子构成, 其中第  $i$  个原子的激发态表示为  $|2\rangle_i$ ,  $|3\rangle_i$  和  $|4\rangle_i$ , 基态表示为  $|1\rangle_i$ . 经典光场  $\nu$  ( $\omega_B$ ) 作为控制场以拉比频率  $\Omega_c$  ( $\Omega_B$ ) 耦合原子能级  $|2\rangle_i$  和  $|4\rangle_i$  ( $|3\rangle_i$ ), 量子光场作为探测光耦合  $|1\rangle_i$  和  $|2\rangle_i$ . 激发态  $|3\rangle_i$  和  $|4\rangle_i$  之间的跃迁是偶极禁戒的. 我们把中间振动的腔镜描述成量子力学中的谐振子, 此谐振子的质量为  $m$ , 频率为  $\omega$ .

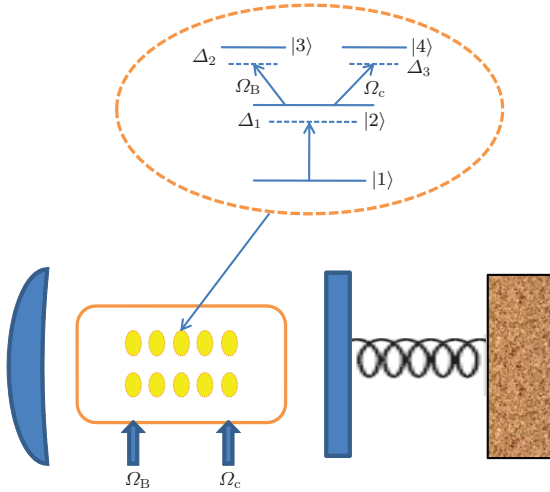


图 1 原子辅助光力学系统示意图

整个系统的哈密顿量为

$$\begin{aligned}
 H &= H_c + H_m + H_a + H_{a-1} + H_{m-c} \\
 &= \omega_0 a^\dagger a + \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \\
 &\quad + \sum_{i=1}^N (\omega_4 \sigma_{44}^{(i)} + \omega_3 \sigma_{33}^{(i)} + \omega_2 \sigma_{22}^{(i)}) \\
 &\quad + \sum_{i=1}^N (\Omega_c e^{-i\nu t} \sigma_{42}^{(i)} + \Omega_B e^{-i\omega_B t} \sigma_{32}^{(i)}) \\
 &\quad + g a \sigma_{21}^{(i)} + \text{h.c.} - \frac{\omega_0}{l} x a^\dagger a, \quad (1)
 \end{aligned}$$

这里,  $\hbar$  取为 1,  $H_c$ ,  $H_m$ ,  $H_a$  分别为单模腔场、振动腔镜、 $N$  个四能级 Y 型原子的自由哈密顿量;  $H_{a-1}$  为经典光场和量子光场与原子之间相互作用的哈密顿量;  $H_{m-c}$  为腔场与振动腔镜耦合的哈密顿量; 其中,  $\omega_0$  为振动腔镜静止在平衡位置时量子光场的频率,  $a^\dagger$  ( $a$ ) 为单模腔场的产生 (湮没) 算符;  $x$  为振动腔镜相对平衡位置的微小位移,  $p$  为振动腔镜的动量;  $\omega_\alpha$  ( $\alpha = 2, 3, 4$ ) 是零点能取在基态  $|1\rangle_i$  所对应的能级时, 第  $i$  个原子的  $|\alpha\rangle_i$  和  $|1\rangle_i$  之间的能级差,  $\sigma_{\alpha\alpha}^{(i)} = |\alpha\rangle_i \langle \alpha|$  ( $\alpha = 2, 3, 4$ ) 是第  $i$  个四能级原子的投影算符;  $l$  是振动腔镜处在平衡位置时腔的长度;  $\sigma_{\alpha\beta}^{(i)} = |\alpha\rangle_i \langle \beta|$  ( $\alpha, \beta = 1, 2, 3, 4$ ) 是原子能级翻转算符;  $\Omega_B, \Omega_c$  是经典光场与原子耦合的拉比频率,  $g$  表示的是量子腔场与原子之间的耦合强度,

$$g = -\mu\sqrt{\omega_0/2V\epsilon_0}, \quad (2)$$

其中,  $\mu$  为能级  $|2\rangle_i$  和  $|1\rangle_i$  之间的电偶极跃迁矩阵元,  $V$  为腔的体积,  $\epsilon_0$  为真空介电常数. 频率  $\nu, \omega_B$  满足

$$\nu = \omega_4 - \omega_2 - \Delta_3, \quad (3)$$

$$\omega_B = \omega_3 - \omega_2 - \Delta_2, \quad (4)$$

其中,  $\Delta_2$  ( $\Delta_3$ ) 表示的是第  $i$  个原子的  $|2\rangle_i - |3\rangle_i$  ( $|2\rangle_i - |4\rangle_i$ ) 能级之间的跃迁频率与经典光场频率之间的失谐.

本文我们都是以原子系综的线性尺寸远小于光的波长为前提进行讨论的, 所以我们可以把原子与光场的耦合看作均匀的, 进而定义原子系综的集体激发算符

$$\begin{aligned}
 A &= \sum_{i=1}^N \sigma_{22}^{(i)}, \quad B^+ = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \sigma_{21}^{(i)}, \\
 C^+ &= \sum_{i=1}^N \sigma_{42}^{(i)}, \quad D^+ = \sum_{i=1}^N \sigma_{32}^{(i)}, \\
 E^+ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \sigma_{31}^{(i)}, \quad F^+ = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N \sigma_{41}^{(i)}. \quad (5)
 \end{aligned}$$

在原子数  $N$  足够大以及低激发近似下, 运用海森堡-朗之万方程, 我们可以得到系统的运动方程

$$\partial_t x = \frac{p}{m}, \quad (6a)$$

$$\begin{aligned}
 \partial_t p &= -m\omega^2 x + \frac{\omega_0}{l} a^\dagger a - \frac{\gamma_m}{2m} p \\
 &\quad - \sqrt{\gamma_m} \varepsilon_{\text{in}}(t), \quad (6b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \partial_t a &= -i\omega_0 a \left(1 - \frac{x}{l}\right) - ig\sqrt{N} B - \frac{\gamma_0}{2} a \\
 &\quad + \sqrt{\gamma_0} a_{\text{in}}(t), \quad (6c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial_t B = & -(i\omega_2 + \gamma_1) B - i\Omega_B e^{i\omega_B t} E \\ & - i\Omega_c e^{i\nu t} F - ig\sqrt{N}a + f_1(t), \end{aligned} \quad (6d)$$

$$\begin{aligned} \partial_t E = & -(i\omega_3 + \gamma_2) E - i\Omega_B e^{-i\omega_B t} B \\ & + f_2(t), \end{aligned} \quad (6e)$$

$$\partial_t F = -(i\omega_4 + \gamma_3) F - i\Omega_c e^{-i\nu t} B + f_3(t). \quad (6f)$$

在(6)式中我们还唯象地引入了一些衰减速率:  $\gamma_m$  为振动腔镜的阻尼,  $\gamma_0$  为腔场的衰减速率,  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  分别为能级  $|1\rangle_i$  和  $|2\rangle_i$  之间、 $|1\rangle_i$  和  $|3\rangle_i$  之间、 $|1\rangle_i$  和  $|4\rangle_i$  之间的相干弛豫速率. 同时我们也引入了振动腔镜, 原子和腔场的涨落项, 它们分别为  $\varepsilon_{in}(t), f_1(t), f_2(t), f_3(t), a_{in}(t)$ , 并且这些涨落项满足

$$\langle \varepsilon_{in}(t) \rangle = \langle f_1(t) \rangle = \langle f_2(t) \rangle = \langle f_3(t) \rangle = 0, \quad (7)$$

$$\langle a_{in}(t) \rangle = \alpha_{in}(t), \quad (8)$$

其中,  $\alpha_{in}(t)$  不为零, 且相当于输入了一个驱动场,  $a_{in}(t)$  可以写成

$$a_{in}(t) = \alpha_{in}(t) + \delta a_{in}(t). \quad (9)$$

这里驱动场的涨落  $\delta a_{in}(t)$  的平均值为零, 即  $\langle \delta a_{in}(t) \rangle = 0$ .

为了得到稳态解, 我们需要对海森堡-朗之万方程做如下旋转变换:

$$\begin{aligned} a &= \tilde{a} e^{-i\omega_L t}, B = \tilde{B} e^{-i\omega_L t}, \\ E &= \tilde{E} e^{i(\Delta_1 + \Delta_2 - \omega_3)t}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= \tilde{F} e^{i(\Delta_1 + \Delta_3 - \omega_4)t}, \\ f_1(t) &= \tilde{f}_1(t) e^{-i\omega_L t}, \\ f_2(t) &= \tilde{f}_2(t) e^{i(\Delta_1 + \Delta_2 - \omega_3)t}, \\ f_3(t) &= \tilde{f}_3(t) e^{i(\Delta_1 + \Delta_3 - \omega_4)t}, \\ a_{in}(t) &= \tilde{a}_{in}(t) e^{-i\omega_L t} \\ &= (\tilde{\alpha}_{in}(t) + \delta \tilde{a}_{in}(t)) e^{-i\omega_L t}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中,  $\omega_L$  是有效腔场频率,

$$\omega_L = \omega_0 - \frac{\langle x \rangle}{l} \omega_0. \quad (11)$$

(11)式也说明了有效腔场频率是可以随着振动腔镜的运动而改变的. 而(10)式中的  $\Delta_1$  是  $\omega_2$  和  $\omega_L$  之间的失谐,

$$\Delta_1 = \omega_2 - \omega_L. \quad (12)$$

进而, 我们可以求出它的稳态方程. 其中, 近似的用关联  $\langle \tilde{a}^+ \rangle_s, \langle \tilde{a} \rangle_s, \langle x \rangle_s, \langle \tilde{a} \rangle_s$  分别代替关联  $\langle \tilde{a}^+ \tilde{a} \rangle_s, \langle x \tilde{a} \rangle_s$ , 这种近似表明稳态涨落间的关联比相应的稳态平均值小很多. 同时为了计算和书写的方便, 我们定义参数:  $\Delta_0 = \omega_2 - \omega_0, \kappa = m\omega^2 l^2$ , 其中  $m\omega^2$  是弹簧的劲度系数,  $l$  是常数, 所以,  $\kappa$  与弹簧的劲度系数  $m\omega^2$  成正比.

综上所述我们可以得到稳态时, 平均值  $\langle x \rangle_s, \langle \tilde{B} \rangle_s$  和  $\langle \tilde{a} \rangle_s$  的表达式:

$$\langle x \rangle_s = \frac{\omega_0 \langle \tilde{a}^+ \rangle_s \langle \tilde{a} \rangle_s}{m\omega^2 l}, \quad (13)$$

$$\langle \tilde{B} \rangle_s = \frac{-ig\sqrt{N}\gamma_0 \tilde{\alpha}_{in} (\gamma_2 + i\tilde{\Omega}_1) (\gamma_3 + i\tilde{\Omega}_2)}{(\gamma_2 + i\tilde{\Omega}_1) (\gamma_3 + i\tilde{\Omega}_2) G + \frac{\gamma_0}{2} [\Omega_B^2 (\gamma_3 + i\tilde{\Omega}_2) + \Omega_c^2 (\gamma_2 + i\tilde{\Omega}_1)]}, \quad (14)$$

$$\langle \tilde{a} \rangle_s = \frac{2\tilde{\alpha}_{in}}{\sqrt{\gamma_0}} \left[ 1 - \frac{g^2 N (\gamma_2 + i\tilde{\Omega}_1) (\gamma_3 + i\tilde{\Omega}_2)}{(\gamma_2 + i\tilde{\Omega}_1) (\gamma_3 + i\tilde{\Omega}_2) G + \frac{\gamma_0}{2} [\Omega_B^2 (\gamma_3 + i\tilde{\Omega}_2) + \Omega_c^2 (\gamma_2 + i\tilde{\Omega}_1)]} \right], \quad (15)$$

其中,  $\tilde{\Omega}_1 = \Delta_{1,s} + \Delta_2, \tilde{\Omega}_2 = \Delta_{1,s} + \Delta_3, G = g^2 N + \frac{\gamma_0}{2} (i\Delta_{1,s} + \gamma_1)$ . 参数  $\Delta_{1,s}$  是在系统达到稳态时,  $\omega_2$  与  $\omega_L$  之间的失谐.

我们还知道探测场可以写成

$$\begin{aligned} E(t) &= \sqrt{\frac{\omega_L}{2V\varepsilon_0}} a e^{-i\omega_L t} + \text{H.c.} \\ &= \varepsilon e^{-i\omega_L t} + \text{H.c.} \end{aligned} \quad (16)$$

平均极化强度为  $\langle p \rangle = \frac{\mu}{V} \sum_{i=1}^N \langle \sigma_{12}^{(i)} \rangle$ , 所以原子介质的极化率为

$$\chi = \frac{\langle p \rangle}{\varepsilon_0 \langle \varepsilon \rangle}$$

$$\begin{aligned} &= Z \cdot \frac{(\gamma_2 \gamma_3 - \tilde{\Omega}_1 \tilde{\Omega}_2) \Xi - (\gamma_2 \tilde{\Omega}_2 + \gamma_3 \tilde{\Omega}_1) \Theta}{\Xi^2 + \Theta^2} \\ &+ iZ \cdot \frac{(\gamma_2 \tilde{\Omega}_2 + \gamma_3 \tilde{\Omega}_1) \Xi + (\gamma_2 \gamma_3 - \tilde{\Omega}_1 \tilde{\Omega}_2) \Theta}{\Xi^2 + \Theta^2}, \end{aligned} \quad (17)$$

其中,  $Z = \frac{\mu^2 N}{V\varepsilon_0}$ ,

$$\begin{aligned} \Theta &= \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 - \gamma_1 \tilde{\Omega}_1 \tilde{\Omega}_2 - \Delta_{1,s} \gamma_2 \tilde{\Omega}_2 - \Delta_{1,s} \gamma_3 \tilde{\Omega}_1 \\ &+ \Omega_B^2 \gamma_3 + \Omega_c^2 \gamma_2, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Xi &= \gamma_2 \gamma_3 \Delta_{1,s} - \Delta_{1,s} \tilde{\Omega}_1 \tilde{\Omega}_2 + \gamma_1 \gamma_2 \tilde{\Omega}_2 + \gamma_1 \gamma_3 \tilde{\Omega}_1 \\ &+ \Omega_B^2 \tilde{\Omega}_2 + \Omega_c^2 \tilde{\Omega}_1. \end{aligned} \quad (19)$$

### 3 结果与分析

我们知道光辐射压力可以驱动振动腔镜运动,

腔镜运动会引起光学腔本征频率发生变化, 腔本征频率的变化又会导致光辐射压力的改变, 因此能形成有效反馈, 系统呈现多稳现象.

根据 (13) 和 (15) 式可以得到如下非线性方程:

$$\left| 1 - \frac{g^2 N (\gamma_2 + i\tilde{\Omega}_1) (\gamma_3 + i\tilde{\Omega}_2)}{(\gamma_2 + i\tilde{\Omega}_1) (\gamma_3 + i\tilde{\Omega}_2) G + \frac{\gamma_0}{2} [\Omega_B^2 (\gamma_3 + i\tilde{\Omega}_2) + \Omega_c^2 (\gamma_2 + i\tilde{\Omega}_1)]} \right|^2 = \frac{\kappa \gamma_0 (\Delta_{1,s} - \Delta_0)}{4\tilde{\alpha}_{in}^2 \omega_0^2}. \quad (20)$$

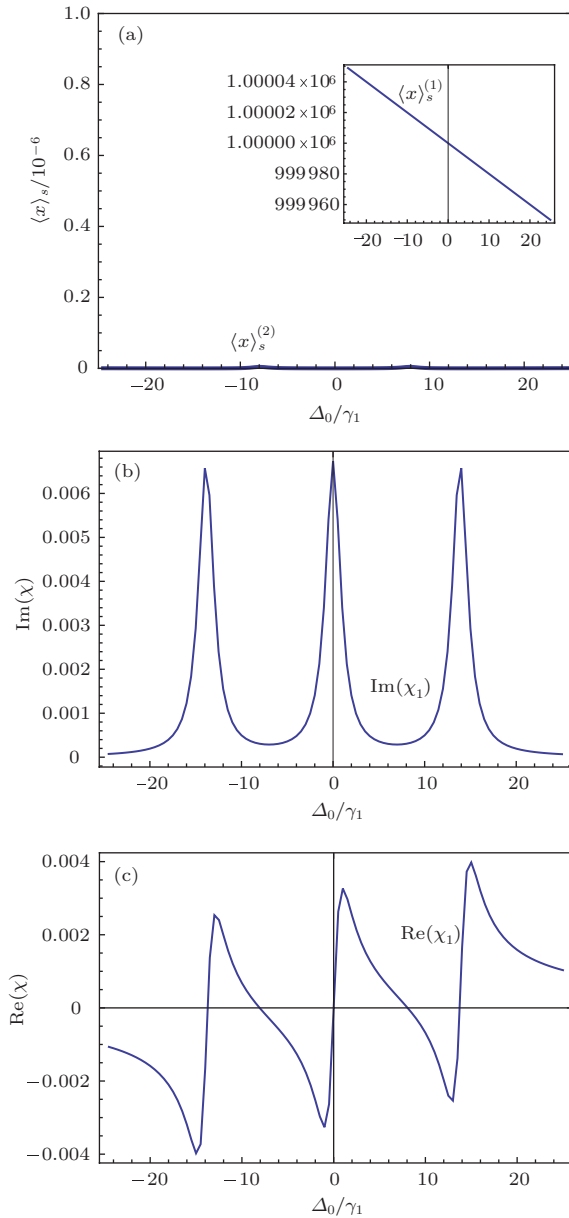


图2  $\kappa/\gamma_1 = 10^6$  (a) 稳态位移  $\langle x \rangle_s$  随  $\Delta_0/\gamma_1$  变化的曲线图; (b) Y 型四能级原子系综的极化率的虚部  $\text{Im}(\chi_1)$  随  $\Delta_0/\gamma_1$  变化的曲线图; (c) Y 型四能级原子系综的极化率的实部  $\text{Re}(\chi_1)$  随  $\Delta_0/\gamma_1$  变化的曲线图; (b), (c) 同时也是相同参数下未处在腔中的 Y 型四能级原子系综对探测光的吸收、色散曲线

该方程是关于  $\Delta_{1,s}$  的七次方程, 所以最多有七个解, 又由于体系中镜子的稳定位置不能偏离平衡

位置太多, 所以经稳态分析 [18] 七个解中最多只有六个是稳定的. 另外一个始终偏离平衡位置很多, 为非稳态解, 不作考虑.

不失一般性地, 我们可以取文献 [18] 中的参数,  $\omega_0/\gamma_1 = 10^6$ ,  $\gamma_0/\gamma_1 = 10^{-6}$ ,  $g\sqrt{N}/\gamma_1 = 10^2$ ,  $\tilde{\alpha}_{in}/\gamma_1 = 10$ , 本文取  $\Omega_c/\gamma_1 = \Omega_B/\gamma_1 = 8$ ,  $\gamma_2/\gamma_1 = \gamma_3/\gamma_1 = 1$ ,  $\Delta_2/\gamma_1 = -8$ ,  $\Delta_3/\gamma_1 = 8$ , 在这些参数下, 研究  $\kappa$  的变化对四能级 Y 模型原子辅助光力学系统稳态行为的影响.

如图 2 (a) 所示, 当  $\kappa/\gamma_1 = 10^6$  时, 我们由腔镜的稳态位移  $\langle x \rangle_s$  随  $\Delta_0/\gamma_1$  变化的曲线图可观察到, 腔镜的稳态位移  $\langle x \rangle_s$  有两个解  $\langle x \rangle_s^{(1)}$ ,  $\langle x \rangle_s^{(2)}$ . 而其中  $\langle x \rangle_s^{(1)}$  偏离平衡位置太多, 认为这个解是不稳定的, 所以在  $\kappa/\gamma_1 = 10^6$  时, 系统只有一个稳态解  $\langle x \rangle_s^{(2)}$ . 很明显由图我们观察到  $\langle x \rangle_s^{(2)}$  非常小, 几乎接近于 0, 说明在  $\kappa$  很大, 也就是弹簧劲度系数相对于腔长  $l$  很大的情况下, 振动腔镜几乎不发生移动, 所以当  $\kappa$  趋于无穷时, 振动腔镜对光力学系统失去意义. 相应的, 当  $\kappa/\gamma_1 = 10^6$ , 稳态位移为  $\langle x \rangle_s^{(2)}$  时, 由图 2 (b), (c) 我们可看出, 处在光力学腔中的 Y 模型四能级原子系综的极化率的虚部  $\text{Im}(\chi_1)$  和实部  $\text{Re}(\chi_1)$  同未处在腔中的 Y 模型原子的吸收、色散曲线相同, 说明此时光压很难使振动腔镜发生微小移动, 振动腔镜不影响光力学系统, 所有的物理性质都回到通常的电磁感应光透明 (EIT) 现象中.

当  $\kappa/\gamma_1 = 230$  时, 如图 3 (a) 所示, 对应  $\Delta_0/\gamma_1$  的不同区域, 腔镜的稳态位移  $\langle x \rangle_s$  出现了多解现象. 其中稳态位移  $\langle x \rangle_s^{(1)}$  相比于其他解  $\langle x \rangle_s^{(i)}$ , ( $i = 2, 3, 4, 5, 6$ ) 偏离很多, 通常认为这个解是不稳定的. 同时我们通过数值分析得到当  $\Delta_0/\gamma_1 \gtrsim 58.2$  时, 振动腔镜位移无稳态解; 当  $3 \lesssim \Delta_0/\gamma_1 \lesssim 58.2$  时, 存在一个稳态解  $\langle x \rangle_s^{(2)}$ ; 当  $-10.2 \leq \Delta_0/\gamma_1 \lesssim 3$  时, 存在三个稳态解  $\langle x \rangle_s^{(2)}$ ,  $\langle x \rangle_s^{(3)}$ ,  $\langle x \rangle_s^{(4)}$ ; 当  $-11.4 \lesssim \Delta_0/\gamma_1 \lesssim -10.2$  时, 存在一个稳态解  $\langle x \rangle_s^{(4)}$ ; 当  $-26.4 \leq \Delta_0/\gamma_1 \lesssim -11.4$  时, 存在三个稳态解  $\langle x \rangle_s^{(4)}$ ,  $\langle x \rangle_s^{(5)}$ ,  $\langle x \rangle_s^{(6)}$ ; 当  $\Delta_0/\gamma_1 \lesssim -26.4$  时,

存在一个稳态解  $\langle x \rangle_s^{(6)}$ . 由此可知腔镜的稳态位移  $\langle x \rangle_s$  出现了多稳现象.

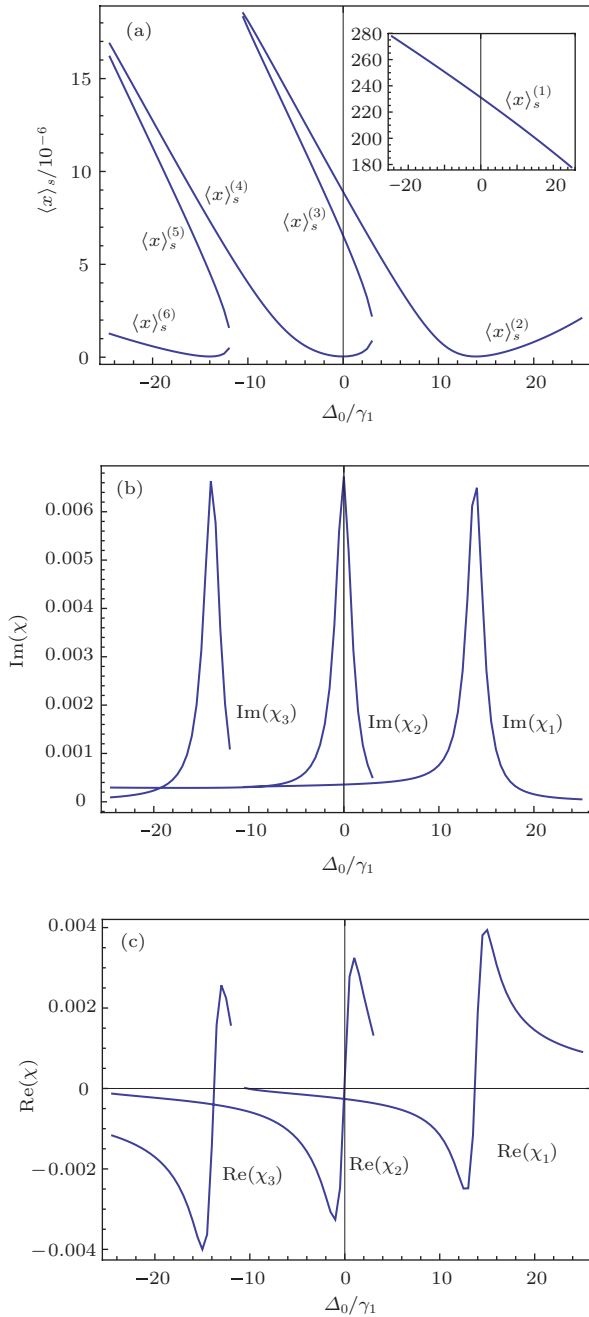


图3  $\kappa/\gamma_1 = 230$  (a) 稳态位移  $\langle x \rangle_s$  随  $\Delta_0/\gamma_1$  变化的曲线图; (b) Y 型四能级原子系综的极化率的虚部  $\text{Im}(\chi_1)$  随  $\Delta_0/\gamma_1$  变化的曲线图; (c) Y 型四能级原子系综的极化率的实部  $\text{Re}(\chi_1)$  随  $\Delta_0/\gamma_1$  变化的曲线图

由于稳态位移解  $\langle x \rangle_s^{(2)}$  与  $\langle x \rangle_s^{(3)}$ ,  $\langle x \rangle_s^{(4)}$  与  $\langle x \rangle_s^{(5)}$  非常相似, 所以我们只考虑三个稳态解  $\langle x \rangle_s^{(2)}$ ,  $\langle x \rangle_s^{(4)}$ ,  $\langle x \rangle_s^{(6)}$  对应的 Y 型四能级原子系综的极化率实部与虚部的曲线, 如图 3 (b), (c) 所示, 当  $\Delta_0/\gamma_1 > \Delta_3/\gamma_1 = 8$  时,  $\langle x \rangle_s^{(2)}$  所对应的  $\chi_1$  的实部与虚部的曲线与通常的 EIT 现象非常相似, 说

明稳态解  $\langle x \rangle_s^{(2)}$  接近于 0, 振动腔镜对腔内原子系综的 EIT 没有影响; 当  $\Delta_0/\gamma_1 < 8$  时,  $\langle x \rangle_s^{(2)}$  所对应的  $\Delta_{1,s}^2$  近似满足双光子共振条件, 所以,  $\chi_1$  的实部与虚部的曲线近似接近于 0, 而在此区域出现了另外两条曲线  $\chi_2$  和  $\chi_3$ ,  $\text{Im}(\chi_2)$  和  $\text{Re}(\chi_2)$  分别表示的是  $\langle x \rangle_s^{(4)}$  所对应的极化率的虚部和实部, 但是此时  $\chi_2$  的实部与虚部的曲线与通常的 EIT 现象的曲线稍微有些不同, 这是由于振动腔镜的稳态位移  $\langle x \rangle_s^{(4)}$  随着  $\Delta_0/\gamma_1$  的减小而增大的缘故; 此时的  $\text{Im}(\chi_3)$  和  $\text{Re}(\chi_3)$  分别表示的是  $\langle x \rangle_s^{(6)}$  所对应的极化率的虚部和实部. 从整体上看图 3 (b), (c) 同图 2 (b), (c) 相比很明显发生了一些变化. 图 2 中的 Y 型四能级原子系综的极化率实部与虚部是由一个稳态解构成的双 EIT 图像, 而在图 3 中的 Y 型四能级原子系综的极化率实部与虚部则是由三个稳态解合成的形似断裂的双 EIT 图像. 由此可知当  $\kappa$  足够小时, 振动腔镜发生移动, 不但使得光力学系统出现多稳现象, 同时对处于光力学系统中的原子系综的光学响应也产生了影响, 使得 Y 型四能级原子系综的极化率曲线出现了断裂同时也出现了多稳现象.

当  $\kappa/\gamma_1 = 100$  时, 如图 4 (a) 所示, 腔镜的稳态位移  $\langle x \rangle_s$  最多出现了五个稳态解  $\langle x \rangle_s^{(i)}$ , ( $i = 2, 3, 4, 5, 6$ ). 当  $\Delta_0/\gamma_1 \gtrsim 27.5$  时, 无稳态解; 当  $2 \lesssim \Delta_0/\gamma_1 \lesssim 27.5$  时, 存在一个稳态解  $\langle x \rangle_s^{(2)}$ ; 当  $-12.6 \lesssim \Delta_0/\gamma_1 \lesssim 2$  时, 存在三个稳态解  $\langle x \rangle_s^{(2)}$ ,  $\langle x \rangle_s^{(3)}$ ,  $\langle x \rangle_s^{(4)}$ ; 当  $-34.5 \lesssim \Delta_0/\gamma_1 \lesssim -12.6$  时, 存在五个稳态解  $\langle x \rangle_s^{(i)}$ , ( $i = 2, 3, 4, 5, 6$ ). 由图可知, 随着  $\kappa$  的减少, 振动腔镜的位移的稳态解再逐步的变多, 同时相应的稳态位移也再慢慢变大.

同图 3 (b), (c) 一样, 这里我们也只考虑三个稳态解  $\langle x \rangle_s^{(2)}$ ,  $\langle x \rangle_s^{(4)}$ ,  $\langle x \rangle_s^{(6)}$  所对应的原子极化率曲线情况, 与图 3 (b), (c) 相比, 图 4 (b), (c) 的 Y 型四能级原子系综的极化率实部与虚部断裂的更明显. 说明随着  $\kappa$  的减小, 振动腔镜的位移会增大, 导致处于光力学系统中的原子系综受到的影响也会随之增强.

当  $\kappa$  取得更小时, 如  $\kappa/\gamma_1 = 5$  时, 腔镜的稳态位移  $\langle x \rangle_s$  最多会出现六个稳态解  $\langle x \rangle_s^{(i)}$ , ( $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ) (图略).

另外, 我们分析的模型可以在实际冷原子体系中实现. 例如, 在钠原子中考虑构成 Y 模型的跃迁  $3S_{1/2} \rightarrow 3P_{3/2} \rightarrow 4D_{3/2}(3S_{1/2} \rightarrow 3P_{3/2} \rightarrow 4D_{5/2})$ ,

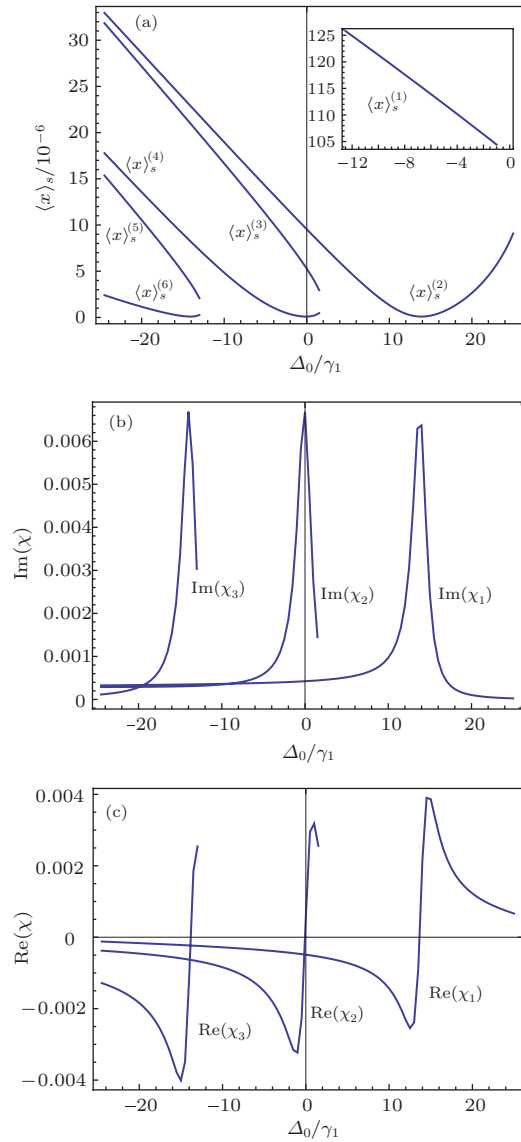


图4  $\kappa/\gamma_1 = 100$  (a) 稳态位移  $\langle x \rangle_s$  随  $\Delta_0/\gamma_1$  变化的曲线图; (b) Y型四能级原子系综的极化率的虚部  $\text{Im}(\chi_1)$  随  $\Delta_0/\gamma_1$  变化的曲线图; (c) Y型四能级原子系综的极化率的实部  $\text{Re}(\chi_1)$  随  $\Delta_0/\gamma_1$  变化的曲线图

其中基态能级  $|1\rangle_i$  对应  $3S_{1/2}$  中间能级  $|2\rangle_i$  对应  $5P_{3/2}$  上能级  $|3\rangle_i$  和  $|4\rangle_i$  分别对应简并能级  $4D_{3/2}$  和  $4D_{5/2}$ .  $|1\rangle_i$  和  $|2\rangle_i$  能级间的跃迁波长为 589 nm,  $|2\rangle_i$  和  $|3\rangle_i$  ( $|4\rangle_i$ ) 能级间的跃迁波长为 569 nm.

### 4 结 论

本文用数值模拟的方法, 对振动腔镜的稳态位移进行了分析, 发现在适当的参数区域, 腔镜的位移存在多个稳态解, 导致整个系统呈现多稳现象, 并且在相应的不同的区域存在稳态解的个数也不同. 与此同时, 我们也研究了与弹簧的劲度系数成正比的  $\kappa$  的大小变化所带来的影响, 结果发现随着

$\kappa$  的逐渐变小, 系统的最多稳态解的个数在逐步的增多. 因此, 我们可以通过调节  $\kappa$  的取值来控制稳态解的个数. 同时随着  $\kappa$  的逐渐变小, 振动腔镜的位移的增大, 不但使光力学系统出现多稳现象, 同时也对处于腔中的 Y 型四能级原子系综的稳态特性产生了影响, 出现了多稳现象. 相反的当弹簧的劲度系数  $\kappa$  趋于无穷时, 振动腔镜对光力学系统失去意义, 系统的多稳现象随之消失, 相应的所有的物理性质都回到通常的 EIT 现象中.

### 参考文献

- [1] Kippenberg T J, Vahala K J 2008 *Science* **321** 1172
- [2] Aspelmeyer M, Kippenberg T J, Marquardt F 2013 arXiv:1303.0733 v1 [cond-mat. mes-hall]
- [3] Liu Y C, Hu Y W, Wong C W, Xiao Y F 2013 *Chin. Phys. B* **22** 114213
- [4] Ding C Y, Tan L, Liu L W, Xu Y 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 5612 (in Chinese)[丁彩英, 谭磊, 刘利伟, 徐岩 2008 物理学报 **57** 5612]
- [5] Ian H, Gong Z R, Liu Y X, Sun C P, Nori F 2008 *Phys. Rev. A* **78** 013824
- [6] Meiser D, Meystre P 2006 *Phys. Rev. A* **73** 033417
- [7] Asbóth J K, Ritsch H, Domokos P 2008 *Phys. Rev. A* **77** 063424
- [8] Murch K W, Moore K L, Gupta S, Stamper-Kurn D M 2008 *Nat. Phys.* **4** 561
- [9] Schleier-Smith M H, Leroux I D, Zhang H, Camp M A V, Vuletić V 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 143005
- [10] Brennecke F, Ritter S, Donner T, Esslinger T 2008 *Science* **322** 235
- [11] Huang W M, Irwin K, Tsai S W 2013 *Phys. Rev. A* **87** 031603
- [12] Zhou L, Pu H, Zhang W P 2013 *Phys. Rev. A* **87** 023625
- [13] Zohar E, Cirac J I, Reznik B 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 125304
- [14] Chen Y H, Lee M J, Wang I C, Du S, Chen Y F, Chen Y C, Yu I A 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 083601
- [15] Genes C, Vitali D, Tombesi P 2008 *Phys. Rev. A* **77** 050307
- [16] Hammerer K, Wallquist M, Genes C, Ludwig M, Marquardt F, Treutlein P, Zoller P, Ye J, Kimble H J 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 063005
- [17] Fleischhauer M, Imamoglu A, Marangos J P 2005 *Rev. Mod. Phys.* **77** 633
- [18] Chang Y, Shi T, Liu Y X, Sun C P, Nori F 2011 *Phys. Rev. A* **83** 063826
- [19] Fu C B, Yan X B, Gu K H, Cui C L, Wu J H, Fu T D 2013 *Phys. Rev. A* **87** 053841
- [20] Ritsch H, Marte M A M 1993 *Phys. Rev. A* **47** 2354
- [21] Wu Q, Gauthier D J, Mossberg T W 1995 *Phys. Rev. A* **50** 1474

# Multistable phenomenon of the Y-type four-level atom-assisted optomechanical system\*

Han Ming<sup>1)</sup> Gu Kai-Hui<sup>1)2)</sup> Liu Yi-Mou<sup>1)</sup> Zhang Yan<sup>3)</sup> Wang Xiao-Chang<sup>1)</sup>  
Tian Xue-Dong<sup>1)</sup> Fu Chang-Bao<sup>1)</sup> Cui Cui-Li<sup>1)†</sup>

1) (*College of Physics, Jilin University, Changchun 130012, China*)

2) (*College of Optical and Electronical Information, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130012, China*)

3) (*School of Physics, Northeast Normal University, Changchun 130024, China*)

( Received 8 December 2013; revised manuscript received 25 December 2013 )

## Abstract

We have studied the steady-state properties of a hybrid optomechanical system, where a Y-type four-level atomic ensemble is confined in a microcavity with an oscillating mirror in one end. We find that the hybrid system will have multistability for the oscillating mirror and the confined atoms as the elastic coefficient of the spring decreases. When the elastic coefficient is very large, the oscillating mirror hardly affects the optomechanical system, therefore the system and the atomic ensemble have a single steady-state solution. However, when the elastic coefficient is small enough, the multiequilibrium positions of the oscillating mirror will be found, and the steady-state behaviors of the atomic ensemble confined in the microcavity may be affected. As a result, the susceptibility of the atomic ensemble will have multiple steady-state solutions and the probe absorption and dispersion will be changed as well. It has also been found that the number of steady-state solutions of the entire system could be controlled by changing the value of the elastic coefficient. These results may have potential applications in the area of high-precision quantum measurement and quantum information processing.

**Keywords:** Y-type four-level atoms, optomechanical system, optical multistability

**PACS:** 42.50.Pq, 42.50.Wk, 42.65.Pc

**DOI:** [10.7498/aps.63.094206](https://doi.org/10.7498/aps.63.094206)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11104112, 11247005), and the China Postdoctoral Science Foundation (Grant No. 2013T60316).

† Corresponding author. E-mail: [cuiquili@jlu.edu.cn](mailto:cuiquili@jlu.edu.cn)