

# 离散颗粒层被横向推移过程中的力学行为研究

吴迪平 李星祥<sup>†</sup> 秦勤 管奔 臧勇

(北京科技大学机械工程学院, 北京 100083)

(2013年12月14日收到; 2014年1月14日收到修改稿)

研究发现, 颗粒物质层被匀速推移挤压过程中, 所需推移力先以线性规律增加, 在某一确定点后, 则会以指数规律增加. 而颗粒物质是由众多离散颗粒组成的软凝聚态物质, 其宏观上反映的是离散颗粒的个体性质和凝聚态物质的集体效应. 颗粒与颗粒之间以及颗粒与边界之间的细观尺度接触力链的构成以及演变规律将会直接影响各种宏观受力情况, 其摩擦力与挤压力便是力链的主要构成形式. 围绕着定量描述细观力链特征, 从而揭示力的变化规律这一目标, 采用计算机模拟的方法, 依照球形颗粒 Hertz 法向接触理论和 Mindlin-Deresiewicz 切向接触理论, 对重力作用下不同数目的三维等径球体颗粒层的推移情况进行了离散元仿真模拟, 量化分析了推移力变化规律、各摩擦力变化规律以及力链分布规律, 发现摩擦力与挤压力在颗粒堆积的不同阶段对力链的构成起到了不同的主次作用, 使得力链发生强弱演变, 从而发现了推移颗粒物质层时推移力的变化规律及原因. 这些结果有利于从力链角度揭示颗粒内部和颗粒与各边界之间的受力情况.

**关键词:** 颗粒物质层, 力链, 离散元法

**PACS:** 82.70.-y, 46.15.-x, 46.70.-p, 82.20.Wt

**DOI:** 10.7498/aps.63.098201

## 1 引言

颗粒物质属于一种软凝聚态物质, 广泛存在于自然界中, 例如, 堆积的粮食、矿石和流动的散沙等. 由于颗粒与颗粒之间、颗粒与边界之间相互接触, 掺杂着复杂的切向和法向力, 从而构成强度各异的细观层次力链, 使得颗粒物质具有着独特的性质和复杂的力学特征. 其中, 颗粒物质的流动性更是受到了广泛的关注, 比如, 沙漠中沙丘的移动、煤矿中散煤的开采与收集以及粮食的堆积和运输等. 而颗粒物质在流动过程中体现出来的非线性动力学性质, 如稀疏流、密集流、颗粒剪切流以及颗粒流剪切带相变等, 目前已经得到世界很多学者的深入研究<sup>[1-8]</sup>, 并得出很多关键性论点. 最近还有学者研究了<sup>[9,10]</sup>离散颗粒坡体表面不稳定而发生崩落的受力现象和散体颗粒气体定向分离的实验, 为世界上相关研究提供了很好的参考.

另外, 人们对颗粒物质在静止或流动过程中与

外界的相互作用也进行了大量的模拟研究和试验探索, 包括经典粮仓效应的理论分析、休止角等参数的测定、剪切带的形成规律、散体颗粒在外力作用下的受力特性和细观层面的力链形成、分布与转变研究等<sup>[11-14]</sup>. 有些学者则研究了颗粒物质的堵塞现象及相关力学行为<sup>[15,16]</sup>. 而这些研究还有一个共同特点就是基本上都是采用竖直重力方向的模型来进行分析的. 而颗粒物质被水平推移时的力学行为方面的研究目前相对较少, 如文献<sup>[13]</sup>进行了推移颗粒方面的实验. 但其侧重点是剪切带及其相关问题.

本文以离散颗粒层横向推移过程为研究对象, 采用离散动力学模拟试验的方法, 研究推移力的变化规律、影响因素及现象形成的原因. 并重点分析了有限空间内推移时, 推移后期推移力的激增现象及相关力链、颗粒流动现象, 找到了推移力激增的内在原因. 文献<sup>[13]</sup>虽然进行了推移颗粒方面的实验, 但其侧重点是剪切带及其相关问题, 显然, 与本文的研究区别较大.

<sup>†</sup> 通讯作者. E-mail: [lixingxiangstar@126.com](mailto:lixingxiangstar@126.com)

## 2 模拟体系和基本方法

### 2.1 模拟体系

本文的模拟体系是三维长方体范围内的散体颗粒被推移模型,如图1所示.

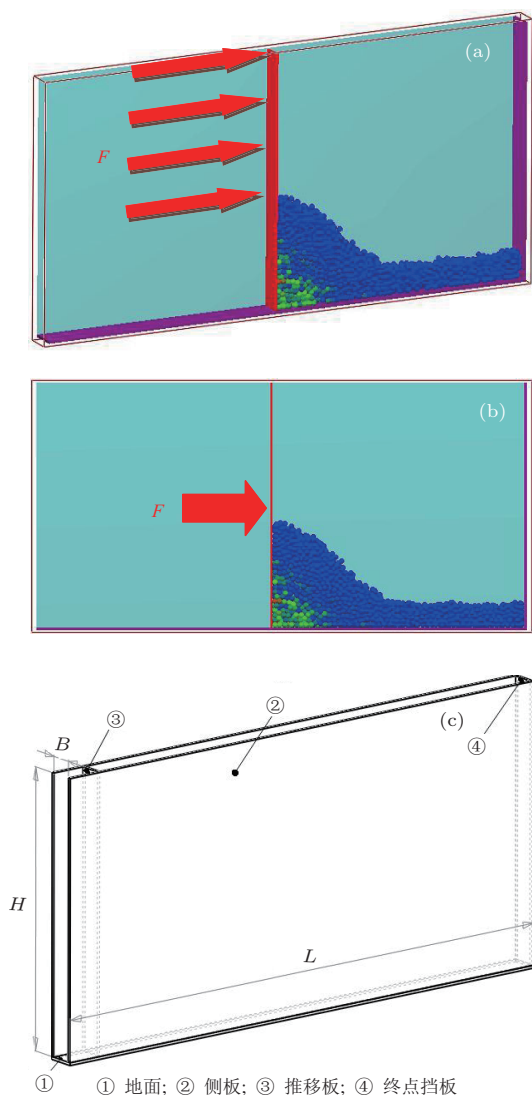


图1 模拟体系三维说明图 (a) 仿真模型轴测图; (b) 仿真模型主视图; (c) 仿真模型几何构造

被推移颗粒物质的宽度为  $B = 80 \text{ mm}$ , 推移通道长度为  $L = 2000 \text{ mm}$ , 推移板、终点挡板以及侧壁高度为  $H = 1000 \text{ mm}$ , 被推移颗粒的半径为  $R = 10 \text{ mm}$ , 其生成工厂位于距地面  $h = 500 \text{ mm}$  处, 通过控制颗粒工厂的大小可以控制产生颗粒的量, 从而间接控制被推移颗粒物质的厚度. 推移之前颗粒物质均布平铺在地面上, 推移时左侧的推移板向右匀速运动并推动颗粒, 侧壁、终点挡板和地面则保持固定.

### 2.2 基本方法

本文采用的模拟方法是离散元法, 该方法已经在国内外得到广泛运用<sup>[17-19]</sup>, 本文所用的软件为 EDEM, 考虑到推移过程中颗粒与颗粒之间以及颗粒与边界之间的相互作用是明显的多体作用, 我们采用软球碰撞模型, 并且遵循球形颗粒 Hertz 法向接触理论和 Mindlin-Deresiewicz 切向接触理论, 选用 Hertz-Mindlin (no slip) 模型来描述.

具体地, 模型颗粒的接触属性等参数主要包括: 颗粒的弹性恢复系数为 0.5, 静摩擦系数为 0.4, 滚动摩擦系数为 0.05, 密度为  $3 \text{ g/cm}^3$ . 另外, 推移板移动速度设为  $v = 0.2 \text{ m/s}$  的匀速运动.

## 3 结果分析

本模拟实验首先进行了六种不同颗粒层厚度的推移过程仿真. 如图2所示为推移力的变化情况. 可见在有限空间内离散颗粒层横向推移时, 推移力的变化可分为两个阶段: 线性稳定上升阶段和指数性急剧上升阶段, 在此, 我们称指数性急剧上升阶段的起点为推移力转变点(图中圈出来的点). 而随着离散层厚度的增大, 推移力表现为: 1) 线性稳定上升阶段的斜率增大, 且斜率与离散层厚度呈近似线性关系(图3); 2) 推移力转变点的出现提前, 意味着, 转变点出现时推移板与终点挡板之间的距离增大.

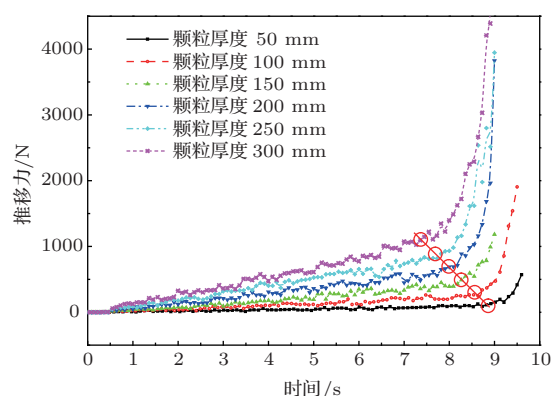


图2 (网刊彩色) 不同颗粒层厚度条件下的推移力变化图

通过对仿真过程的进一步详细分析发现, 转变点的出现时刻与颗粒堆积坡底和终点挡板相撞的时刻刚好对应(图4), 即当颗粒堆积坡底触及终点挡板后, 进一步推动颗粒层的推移力将会呈指

数性增加. 可见, 推移力转变点的出现是由于终点挡板的存在造成.

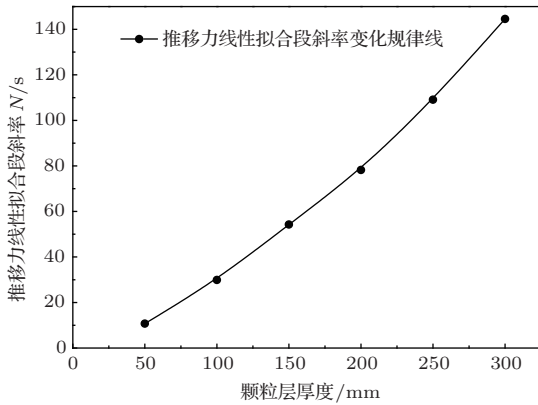


图3 推移力线性稳定上升阶段斜率随颗粒层厚度的变化

那么, 转变点的具体位置将可以通过几何推导来得到 (如图5所示)

$$S_{ABCD} = S_{\Delta DJK}, \quad (1)$$

即转变点位置满足关系

$$\Delta L \times h = \frac{1}{2} (L - \Delta L)^2 \times \tan \alpha. \quad (2)$$

从而得到

$$\Delta L = \frac{2L \tan \alpha + 2h \pm \sqrt{4h^2 + 8Lh \tan \alpha}}{2 \tan \alpha} < L. \quad (3)$$

$$\therefore \Delta L = L + \frac{h}{\tan \alpha} - \frac{\sqrt{h^2 + 2Lh \tan \alpha}}{\tan \alpha}, \quad (4)$$

$$\therefore L - \Delta L = \frac{\sqrt{h^2 + 2Lh \tan \alpha}}{\tan \alpha} - \frac{h}{\tan \alpha}, \quad (5)$$

式中,  $\Delta L$  为推移板推移的距离;  $L$  为颗粒层的原始长度;  $h$  为颗粒层的初始厚度;  $\alpha$  为颗粒堆积坡休止角.

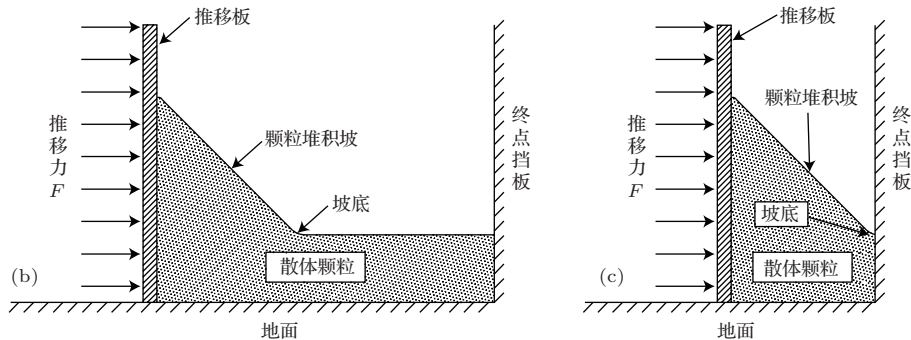
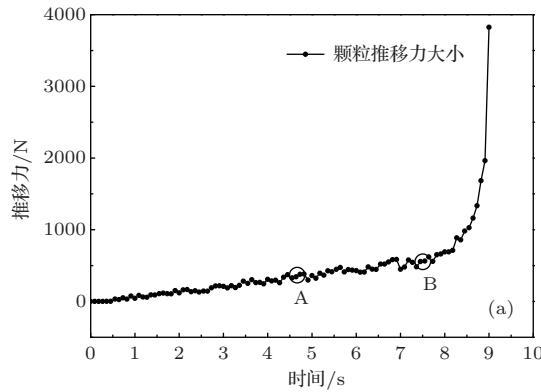


图4 推移力转变点与推移板位置对应关系图 (a) 推移力变化趋势图; (b) 对应(a)中A点时推移板位置; (c) 对应(a)中B点时推移板位置

已有研究<sup>[20]</sup>表明, 休止角与颗粒的摩擦性质、堆积密度有关, 在推移过程中, 由于颗粒堆积坡不断地被推前移, 坡面发生崩塌, 其坡面角度总是近似等于休止角. 而在颗粒堆积坡上的颗粒摩擦性质和堆积密度基本不变, 故推移过程中休止角也基本不变. 因此, 离散层推移时, 当厚度、颗粒性质、颗

粒层原始长度等参数确定以后, 转变点的位置也就相应确定了.

为了能更好的分析出在分界点处, 力变化规律发生骤变的原因, 我们利用模拟实验, 进行计算, 得到推移板的推移力、终点挡板受到的挤压力以及侧壁与地面受到的横向摩擦力. 发现各组的规律相



逐渐趋于平缓的原因所在. 转变点之后颗粒的上升运动逐渐增强则说明转变点后颗粒不断被挤压而上拱, 而上拱的过程又伴随着力链的不断建立、断裂与再建立的过程, 而新生成的力链更强、更牢固, 所以挤压的情况也就更严重. 推移力与各方向挤压力进一步对比如图 9 所示, 可见转变点后, 各方向的挤压力都在增加, 说明强力链的方向是三向的.

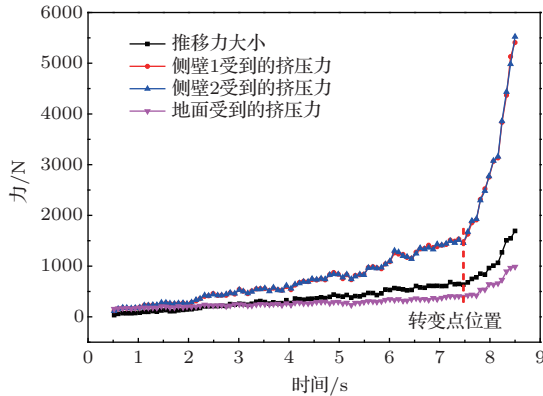


图9 (网刊彩色) 横向推移力与各挤压力的关系图

## 4 结 论

本文通过离散颗粒层推移过程的离散元模拟, 研究了离散颗粒在被推移堆积过程中各边界受力的变化情况, 进一步分析发现推移力的变化可分为两个阶段: 线性稳定上升阶段和指数性急剧上升阶段. 发现两个阶段转变点的存在主要是因为受力形式的变化, 即强力链的突然增多. 在整个推移过程中, 推移力需要克服的主要是两种来源的力, 一种是摩擦力, 另一种是挤压力. 这两种力的主次就决定了力的变化情况. 推移前期是以摩擦力为主, 挤压力为辅, 而转变点之后则变为以挤压力为主, 摩擦力为辅. 从力的增幅上可以看出法向挤压力的效果要远远大于切向摩擦力. 本文的研究成果可为工程实际散体推移问题的力学行为研究提供一定的

理论参考.

## 参考文献

- [1] Huang D, Sun G, Lu K 2011 *Phys. Lett. A* **375** 3375
- [2] Utter B, Behringer R P 2004 *Phys. Rev. E* **69** 031308
- [3] Fenistein D, van de Meent J W, van Hecke M 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 094301
- [4] Murdoch N, Rozitis B, Nordstrom K, Green S F, Michel P, de Lophem T L, Losert W 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 018307
- [5] Moosavi R, Shaebani M R, Maleki M, Török J, Wolf D E, Losert W 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 148301
- [6] Vidyapati V, Subramaniam S 2012 *Chem. Eng. Sci.* **72** 20
- [7] Fardin M A, Ober T J, Gay C, Grégoire G, McKinley G H, Lerouge S 2012 *Soft Matt.* **8** 910
- [8] Zhong J, Peng Z, Wu Y Y, Shi Q P, Lu K Q, Hou M Y 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 6691 (in Chinese) [钟杰, 彭政, 吴耀宇, 史庆藩, 陆坤权, 厚美瑛 2006 物理学报 **55** 6691]
- [9] Zheng H P, Jiang Y M, Peng Z 2013 *Chin. Phys. B* **22** 040511
- [10] Sajjad H S, Li Y C, Cui F F, Zhang Q, Hou M Y 2012 *Chin. Phys. B* **21** 014501
- [11] Socolar J E S, Schaeffer D G, Claudin P 2002 *Eur. Phys. J. E* **7** 353
- [12] Sun Q C, Wang G Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4667 (in Chinese) [孙其诚, 王光谦 2008 物理学报 **57** 4667]
- [13] Bi Z W, Sun Q C, Liu J G, Jin F, Zhang C H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 034502 (in Chinese) [毕忠伟, 孙其诚, 刘建国, 金峰, 张楚汉 2011 物理学报 **60** 034502]
- [14] Li Y, Xu Y, Thornton C 2005 *Powder Technol.* **160** 219
- [15] Stone M B, Barry R, Bernstein D P, Pelc M D, Tsui Y K, Schiffer P 2004 *Phys. Rev. E* **70** 041301
- [16] Albert I, Sample J G, Morss A J, Rajagopalan S, Barabási A L, Schiffer P 2001 *Phys. Rev. E* **64** 061303
- [17] Tanaka K, Nishida M, Kunimochi T, Takagi T 2002 *Powder Technol.* **124** 160
- [18] Luding S 2008 *Particology* **6** 501
- [19] Salot C, Gotteland P, Villard P 2009 *Granular matter* **11** 221
- [20] Liu J X 2004 *Physics* **33** 631 (in Chinese) [刘寄星 2004 物理 **33** 631]

# Study on mechanical behavior of the transverse processing on a granular matter layer

Wu Di-Ping Li Xing-Xiang<sup>†</sup> Qin Qin Guan Ben Zang Yong

(School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

( Received 14 December 2013; revised manuscript received 14 January 2014 )

## Abstract

Granular matter shows macroscopically the collective effects of individual characteristics of solid grains because it is the soft condensed state of a large assemblage of individual solids. The composition and evolution laws of contact force chains that exist between the particles as well as that between the particles and the boundaries have a direct impact on different macro-forces. Among these force chains, macro friction force and thrust force are the main component. Although the research indicates that the thrust force increases linearly during the process of the granular matter layer that is pushed horizontally, this force increases exponentially when the granular matter layer reaches a determined position. In order to achieve the aim of quantitative description of microscopic characteristics for the force chains and the macro force rules, a discrete element model based on rigorous Hertzian contact law and Mindlin-Deresiewicz contact theory for normal and tangential contact forces has been suggested. The push process is simulated for different quantity of uni-diameter 3D balls under gravity loads by using this model. The pushing force rules, friction force rules and the distribution rule of force chains are discussed quantitatively. The indications are that the effects of the friction force and the thrust force differs in different stages during the pushing process. It leads to the strength changing of force chains. Moreover, the reason of inflection for pushing force increasing rule is discovered. These results help to reveal the internal forces between the particles and particle boundaries.

**Keywords:** granular matter layer, force chain, discrete element method

**PACS:** 82.70.-y, 46.15.-x, 46.70.-p, 82.20.Wt

**DOI:** [10.7498/aps.63.098201](https://doi.org/10.7498/aps.63.098201)

---

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [lixingxiangstar@126.com](mailto:lixingxiangstar@126.com)