# 基于改进射影控制的降阶高压直流附加 控制器设计<sup>\*</sup>

李保宏† 张英敏 李兴源 刘天琪 赵睿

(四川大学电气信息学院,成都 610065)

(2013年10月15日收到;2014年1月13日收到修改稿)

针对电力系统控制器设计中,控制器阶数过高且影响控制品质的问题,提出一种基于射影定理的降阶控 制器设计新方法,并对射影定理做出改进,实现抑制低频振荡的高压直流附加阻尼控制.通过总体最小二乘 -旋转不变技术分析系统振荡特性并辨识出相关模型,再基于极点配置得到状态反馈矩阵,最后利用改进的射 影控制理论设计输出反馈降阶控制器,同时将控制器与传统的带观测器的极点配置控制方法进行比较.仿真 验证表明,基于射影控制理论的控制器效果较好,控制器阶数较低,鲁棒性强,便于工程实现.

关键词:射影控制,输出反馈,降阶控制器,高压直流附加控制 PACS: 88.80.hj, 84.70.+p, 02.30.Yy

**DOI:** 10.7498/aps.63.098801

#### 1引言

高压直流输电(HVDC)的功率调节能力对提 高电力系统的稳定性具有重要作用<sup>[1]</sup>.而HVDC 附加控制进一步拓宽了直流系统的可控性,为提高 交流系统阻尼、改善系统暂态稳定性提供了手段[2]. 文献[3]利用极点配置方法,通过一个5阶HVDC 附加控制器抑制区域间弱阻尼低频振荡. 文献[4] 利用基于LMI的混合 $H_2/H_\infty$ 鲁棒控制设计HVD-C附加控制器,控制器阶数高达10阶. 文献 [5] 利用 带观测器的线性最优(LQR)控制器,抑制多馈入高 压直流区域间低频振荡,降阶后的控制器仍然高达 8阶. 可见在控制器设计中, 阶数较高是普遍存在 的问题. 阶数较高是影响控制器实用性及有效性的 重要因素,而各种控制器直接降阶方法对控制品质 影响较大,且会引起时滞<sup>[6,7]</sup>.射影控制理论通过 对闭环状态反馈参考系统的主导特征值进行保留, 实现降阶输出反馈控制器的设计<sup>[8]</sup>. 文献 [9] 利用

射影定理设计交直流系统的纯增益广域阻尼控制器. 但纯增益射影控制的控制效果及鲁棒性具有局限性.

本文提出一种多阶的基于射影控制定理的降 阶控制器设计方法,并对射影定理做出改进,实现 抑制低频振荡的HVDC附加阻尼控制.基于总体 最小二乘-旋转不变(TLS-ESPRIT)技术,辨识出 系统线性模型,并利用状态空间极点配置控制方法 求出系统的状态反馈控制规律,再通过改进的射影 定理保留闭环系统主导振荡模态,将状态反馈转换 为输出反馈,设计出2阶的降阶直流附加阻尼控制 器抑制低频振荡.最后,将该2阶射影控制器与传 统的带观测器的6阶极点配置控制器进行比较.基 于电磁暂态仿真软件PSCAD的仿真结果表明,射 影控制器抑制效果较好,鲁棒性强,阶数低,对于工 程实践具有重要意义.并且该方法不仅适用于极点 配置控制,对于鲁棒控制,LQR控制等具有状态反 馈的方法同样适用.

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金重点项目(批准号: 51037003)和国家电网公司大电网重大专项(批准号: SGCC-MPLG001-027-2012)资助的 课题.

<sup>†</sup>通讯作者. E-mail: scu\_lbh@163.com

<sup>© 2014</sup> 中国物理学会 Chinese Physical Society

- 2 基于极点配置的射影控制理论
- 2.1 基于阿克曼公式的极点配置<sup>[10]</sup>

考虑被控系统具有状态方程

$$\dot{x} = Ax + Bu,$$
  
$$y = Cx,$$
 (1)

式中, *x* 为状态向量, *y* 为输出向量, *u* 为控制向量, *A*, *B* 及*C* 分别状态矩阵、控制矩阵及输出矩阵.

则状态空间极点配置控制可表述为:寻找状态 反馈 *u* = *Kx* 控制律,使得闭环系统

$$\dot{x} = (A + BK)x,$$
  
$$y = Cx \tag{2}$$

的所有极点位于期望位置:  $s = u_1, s = u_2, \cdots, s = u_n$ , 即闭环系统的特征方程为

$$|sI - (A + BK)|$$
  
=(s - u<sub>1</sub>)(s - u<sub>2</sub>) ··· (s - u<sub>n</sub>)  
=s<sup>n</sup> + \alpha\_1 s<sup>n-1</sup> + ··· + \alpha\_{n-1} s + \alpha\_n = 0,

其中*α*<sub>1</sub>,...,*α*<sub>n</sub>为相关系数,则所需状态反馈增益 矩阵*K*可通过阿克曼公式求得

 $K = \begin{bmatrix} 0 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \ AB \ \cdots \ A^{n-1}B \end{bmatrix}^{-1} \varphi(A),$ 式中,  $\varphi(A) = A^n + \alpha_1 A^{n-1} + \cdots + \alpha_{n-1}A + \alpha_n I,$ I 为单位矩阵.

#### 2.2 射影控制理论<sup>[11,12]</sup>

射影控制理论的主要思想是在保留参考闭环 系统的主导特征值的前提下,将状态反馈控制器映 射为低阶输出反馈控制器.

在状态反馈u = Kx的作用下,将(2)式表示 的闭环反馈系统的系统矩阵进行特征值分解得到 (A + BK)X = XA.其中,A为n阶特征值三角阵, X为n阶特征值向量矩阵.

假设待求的射影控制器具有状态方程

$$\dot{z} = A_{c}z + B_{c}y,$$

$$u = C_{c}z.$$
(3)

式中, *z* 待求控制器的状态向量, *A*<sub>c</sub>, *B*<sub>c</sub> 及 *C*<sub>c</sub> 分别 待求控制器的状态矩阵、控制矩阵及输出矩阵.则 (1)式的基于射影控制的闭环反馈系统为

$$\dot{x}_{\rm s} = A_{\rm s} x_{\rm s}$$

式中,

$$\begin{aligned} x_{\rm s} &= \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}, \quad y_{\rm s} = \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix}, \\ A_{\rm s} &= \begin{bmatrix} A & BC_{\rm c} \\ B_{\rm c}C & A_{\rm c} \end{bmatrix}, \quad C_{\rm s} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C_{\rm c} \end{bmatrix}. \\ \forall \Bar{s} & \& \Bar{s} & \& \Bar{t} & \Box & \Box & \Box & \Box \\ \begin{bmatrix} A & BC_{\rm c} \\ B_{\rm c}C & A_{\rm c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_p \\ W_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_p \\ W_p \end{bmatrix} A_p, \quad (5) \end{aligned}$$

 $y_{\rm s} = C_{\rm s} x_{\rm s},$ 

(4)

其中,  $\Lambda_p$ 为保留的参考系统 (2) 主导特征值,  $X_p$ 为 对应的保留特征向量, 即有  $(A + BK)X_p = X_p\Lambda_p$ .  $W_p$ 表示由于闭环系统的阶数增加而引入的向量, 代表了控制器的状态空间变换.由 (5) 式可知

$$B_{c}CX_{p} + A_{c}W_{p} = W_{p}\Lambda_{p}$$

$$\Rightarrow A_{c} = W_{p}(\Lambda_{p} - W_{p}^{-1}B_{c}CX_{p})W_{p}^{-1}.$$
定义  $P_{0} = W_{p}^{-1}B_{c}, 则有$ 

$$A_{c} = W_{p}(\Lambda_{p} - P_{0}CX_{p})W_{p}^{-1}, \qquad (6)$$

$$B_{c} = W_{p}P_{0}. \qquad (7)$$

同理由(5)式可知

$$BC_{c}W_{p} + AX_{p} = X_{p}A_{p}$$
$$\Rightarrow BC_{c}W_{p} + AX_{p} = (A + BK)X_{p}.$$

则有

$$C_{\rm c} = K X_p W_p^{-1}.$$
 (8)

考虑到 $W_p$ 仅代表控制器的引入对特征向量的 一种的状态空间转换,因此 $W_p$ 可为任意矩阵. 令  $W_p$ 为单位矩阵,故(6),(7),(8)式改写为

$$A_{c} = A_{p} - P_{0}CX_{p},$$
  

$$B_{c} = P_{0},$$
  

$$C_{c} = KX_{p}.$$
(9)

至此,求出射影控制器各状态空间矩阵.需要 注意的是,射影控制器虽然保留了参考系统的主导 特征值,但是也引入了其他的特征值.引入的特征 值由矩阵  $A_r = A - X_p P_0 C$ 的特征值决定,即

$$\lambda_{\rm s} = \lambda_p \cup \lambda(A_{\rm r}),$$

其中, $\lambda_s$ 表示闭环系统(4)的特征值, $\lambda_p$ 表示保留的主导特征值, $\lambda(A_r)$ 表示矩阵 $A_r$ 的特征值.

证明如下:

$$T = \begin{bmatrix} X_p & I_n \\ I_p & 0 \end{bmatrix},$$
$$T^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & I_p \\ I_n & -X_p \end{bmatrix}$$

式中,  $I_n 与 I_p 分别表示 n 阶、 p 阶单位矩阵. 故$  $<math>T^{-1}A_nT =$ 

$$\begin{bmatrix} A_{c} + B_{c}CX_{p} & B_{c}C \\ AX_{p} + BC_{c} - X_{p}(A_{c} + B_{c}CX_{p}) & A - X_{p}B_{c}C \end{bmatrix}$$
$$\Rightarrow T^{-1}A_{s}T = \begin{bmatrix} A_{p} & B_{c}C \\ 0 & A_{r} \end{bmatrix},$$

即有 $\lambda_{s} = \lambda_{p} \cup \lambda(A_{r})$ , 证毕.

Ŷ

则

可见闭环系统会受到矩阵  $A_r$  的特征值的影响. 因此,本文在此基础上,对射影控制进一步改进. 定义  $A_r$  为干扰矩阵.注意到  $A_r = A - X_p P_0 C$ ,而  $P_0$  是可调的,故可以通过  $P_0$  控制干扰矩阵  $A_r$  的特 征值范围,以降低对原有振荡模式的影响.干扰矩 阵特征值的选择原则为: 1) 阻尼比较大; 2) 振荡频 率远离保留特征值的振荡频率.

## 3 基于TLS-ESPRIT技术的振荡特性 分析及模型辨识

TLS-ESPRIT 算法是一种基于子空间的高分 辨率信号分析方法,与传统 Prony 算法相比具有较 强抗噪抗干扰能力. ESPRIT 算法核心思想是通过 采样数据形成自相关矩阵和互相关矩阵计算出信 号的旋转因子,通过旋转因子从而求出信号的频率 和衰减因子,然后结合TLS即可求出信号的幅值与 相位.适用于大系统小扰动下的振荡特性分析和模 型辨识<sup>[13,14]</sup>.

仿真系统采用交直流四机系统,网络结构图如 图1所示.发电机模型G1,G2,G3,G4均包括励磁 及调速系统,直流系统正常情况控制方式为整流侧 定电流、逆变侧定关断角控制.



图 1 交直流四机系统网络结构图

利用 TLS-ESPRIT 方法对各发电机进行低频 振荡特性辨识.在系统进入稳态后,对其施加小扰 动激励,小扰动激励不可破坏系统可线性化的条 件,输出选为各发电机转子角速度增量<sup>[15-17]</sup>.得 到系统振荡频率及振型如表1所示.

由表1可知,系统具有1.20 Hz振荡模式,发电机1,2逆反于发电机3,4摇摆.

最后再次利用 TLS-ESPRIT 技术辨识该振荡 模式的线性模型.考虑到所取相关信号为广域信 号,在辨识降阶传递函数时增加基于 Pade'近似的 二阶 80 ms时间延迟环节<sup>[18,19]</sup>.Pade'近似延迟的 传递函数为

$$G_{\text{pade}'}(s) = \frac{s^2 - 75s + 1875}{s^2 + 75s + 1875}$$

最后, 辨识出的包含了时间延迟的1.20 Hz 振 荡模型为6阶.

表1 低频振荡模式 TLS-ESPRIT 辨识结果

振荡频率	阻尼比	振型/10 <sup>-5</sup> p.u.			
$/\mathrm{Hz}$	/%	G1	G2	G3	G4
1.20	3.92	1.23 ∠33.6°	0.26 ∠17.3°	$0.40 \angle -146.5^{\circ}$	$0.26 \angle -123.4^{\circ}$

## 4 控制器设计

对于1.20 Hz 振荡模式, 通过高压直流附加阻 尼控制器进行抑制. 以参与因子较大的发电机2, 4 的转速差为输入, 控制器装设于整流侧定电流处, 其结构如图2所示.其中,80ms延迟环节利用上述 Pade'近似二阶环节实现;隔直环节时间常数设为 10s.

首先,求取状态反馈最优增益矩阵.选择理想 的配置极点位置,利用阿克曼公式极点配置方法求 得状态反馈阵:

$$K = \begin{bmatrix} -3.0 & -17.4 & -233.4 \\ & -872.0 & -3469.3 & -5378.9 \end{bmatrix}.$$

据此,根据辨识出的系统模型,再对闭环系统 矩阵(*A* + *BK*)进行特征值分解.参考闭环系统 的特征值及阻尼比如表2所示.可见闭环系统1.20 Hz主导振荡模式的阻尼比提高到了9.10%.



图 2 直流附加控制器结构图

特征值	阻尼比/%
-0.6869 + 7.5185i	9.10
-0.6869 - 7.5185i	9.10
-1.2129 + 4.8182i	24.41
-1.2129 - 4.8182i	24.41
-2.5678 + 1.1489i	91.28
-2.5678 - 1.1489i	91.28

表 2 参考闭环系统特征值及阻尼比

其次,对求得的闭环系统特征值进行选择,确 定需要保留的特征值,一般选择对系统起主导作用 的特征值.对于主导特征值的选择,需综合考虑特 征值离虚轴的距离与阻尼比.选择离虚轴较近而且 阻尼比较小的一对特征值-0.9156±7.7765i作为 保留特征值.需要注意的是如果闭环极点的主导作 用相同,也可选择多对的特征值,但这会增加射影 控制器的阶数.当选择*n*个特征值时,射影控制器 的阶数为*n*阶.同时,为保证计算出的控制器有效, 振荡模式的特征值必须成对选择.

最后,通过选择 P<sub>0</sub>,将干扰矩阵引入的特征值 范围进行限定,以减小干扰矩阵的对闭环系统的影 响.设置的限定范围为:特征值阻尼比大于 20%,特 征值振荡频率小于 0.2 Hz. 据此,设计出 2 阶射影 控制器

$$K_{\rm s} = \frac{-3.742 \times 10^6 s - 2.571 \times 10^6}{s^2 + 1.45 \times 10^4 s + 9904}.$$

同时,为了比较射影控制器的性能,在相同的 状态反馈最优增益矩阵 K 的基础上,利用传统的观 测器设计极点配置输出反馈控制器.为保证观测器 的性能最优且不影响控制器的控制效果,反复调试 观测器以达到最优控制效果.设计出的控制器与原 系统具有相同的阶数,基于观测器的极点配置控制 器为

$$\begin{split} K_{\rm ob} = & (2006s^5 - 1.688 \times 10^5 s^4 - 8.023 \times 10^5 s^3 \\ & -5.813 \times 10^6 s^2 - 1.274 \times 10^7 s \\ & -1.107 \times 10^7) \times (s^6 + 44.68s^5 + 835.7s^4 \\ & +5199s^3 + 2.798 \times 10^4 s^2 + 8.793 \times 10^4 s \\ & +8.992 \times 10^4)^{-1}. \end{split}$$

对于该6阶控制器,一般可以利用控制器降阶 方法(如平衡截断法)降阶,但是为了不影响控制品 质,方便直接比较两种控制器间的性能,此处不做 降阶处理.

#### 5 仿真验证

将射影控制器 K<sub>s</sub> 与基于观测器的极点配置控制器 K<sub>ob</sub> 分别加入图 2 所示的直流附加控制器中,利用电磁暂态仿真软件 PSCAD 仿真验证,并比较在不同扰动下的控制效果.

#### 5.1 扰动1

2 s时刻,整流侧定电流控制器的电流整定值 由1 p.u增加至1.05 p.u. 两种控制器对电厂2 与电 厂4转子角速度差的抑制效果如图3所示,同时取 发电机2机端有功功率作为观察对象,抑制效果如 图4所示.



图 3 (网刊彩色) 第一种扰动时两种控制器作用下的转速差

由于带观测器的极点配置控制器在前述工作 中已经通过调试达到了最优控制效果,因此,在相 同的状态反馈下,基于射影控制的控制器效果优于 带观测器的控制器.这是因为射影控制器直接对状 态反馈闭环系统主导特征值进行保留,将状态反馈 的控制作用较大程度的反映了出来.



图 4 (网刊彩色) 第一种扰动时发电机 2 机端有功功率

#### 5.2 扰动2

2 s时刻,区域2交流母线侧1%处发生单相短路接地故障,0.5 s后故障消失.两种控制器对电厂 2与电厂4转子角速度差的抑制效果如图5所示, 发电机2的机端有功功率抑制效果如图6所示.



图 5 (网刊彩色) 第二种扰动时两种控制器作用下的转速差

可见,基于射影控制的控制器在单相短路时, 具有较好的控制效果.究其原因,是由于带观测器 的极点配置控制器虽然能够一定程度上将状态反 馈转换为输出反馈,但是观测器在逼近状态反馈的 过程中仍然存在一定误差,且观测器自身的性能也 会影响控制效果.当单相短路故障使得系统模型产 生变化时,使用带观测器的极点配置控制器会降低 状态反馈的控制品质.而射影控制直接利用保留特 征值将状态反馈转换为输出反馈,避免了误差的累 积与放大.



图 6 (网刊彩色) 第二种扰动时发电机 2 机端有功功率

#### 5.3 扰动3

2 s时刻,区域2交流母线侧1%处发生三相短路接地故障,0.3 s后故障消失.对电厂2与电厂4转子角速度差的抑制的效果如图7所示.发电机2的机端有功功率抑制效果如图8所示.



图 7 (网刊彩色) 第三种扰动时两种控制器作用下的转 速差



图8 (网刊彩色) 第三种扰动时发电机 2 机端有功功率

仿真表明基于观测器的控制器在三相短路时 失效,出现等幅振荡现象.这是由于三相短路故障 使得模型产生了较大变化,而观测器的引入降低了 闭环系统的稳定裕度,从而使得控制失效.而基于 射影控制的控制器在三相短路时,仍然具有良好的 控制效果.

## 6 结 论

本文对射影控制理论进行了改进,并在改进的 射影控制理论的基础上,通过TLS-ESPRIT技术 辨识出系统振荡模型,设计抑制低频振荡的降阶高 压直流附加控制器.最后在相同的极点配置状态反 馈控制下,将设计出的输出反馈射影控制器同传统 的带观测器的极点配置控制器进行了比较.基于 PSCAD软件的仿真实验表明,射影控制器直接利 用保留特征值降低控制器的阶数,与传统高阶控制 器相比不仅更加有利于工程实践,而且具有更好的 控制效果与鲁棒性.

#### 参考文献

- [1] Li X Y 2010 HVDC Transmission System (1st Ed.) (Beijing: Science Press) p1-2 (in Chinese) [李兴源 2010 高压 直流输电系统 (第一版)(北京:科学出版社) 第1-2页]
- Kunder P 1994 Power System Stability and Control(1st ed)(New York:McGraw-Hill)p332-333
- [3] Yin W Y 2004 High Voltage Engineering 30 15(in Chinese)[殷威扬 2004 高电压技术 30 15]

- [4] Li Y, Rehtanz C, Ruberg S, Luo L F, Cao Y J 2012 IEEE Transactions on Power Delivery 27 1096
- [5] Fan Y, Chen C, Wang X T 2008 Transmission and Distribution Conference and Exposition Chicago, USA, April 21-24 2008 p1
- [6] Guo L, Xin X 1997 Science in China (Series E) 27 353 (in Chinese)[郭雷, 忻欣 1997 中国科学:E 27 353]
- [7] Zeng J, Ping C P 2002 Acta Automatic Sinica 28 267 (in Chinese)[曾建, 平程鹏 2002 自动化学报 28 267]
- [8] Medanic J 2003 Proceedings of the 42<sup>nd</sup> IEEE Conference on Decision and Control Hawai, USA, December 9–12, 2003 p5185
- [9] Chen S H, Li X Y, Wu L Y, Liu J 2007 Power System Technology 31 36 (in Chinese)[陈树恒, 李兴源, 武凌云, 刘隽 2007 电网技术 31 36]
- [10] Katsuhiko O 2010 Modern Control Engineering (5th Ed.) (New Jersey: Prentice Hall) p806–816
- [11] Ramaker R A, Medanic J 1988 American Control Conference Atlanta, Ga, USA, June 15-17, 1988 p89
- [12] Wise K A, Nguyen T 1992 Control Systems 12 43
- [13] Tripathy P, Srivastava S C 2011 IEEE Transactions on Power Systems 26 719
- [14] Wang X, Li X Y, Wang Y H, Zhao R 2012 Power System Protection and Control 40 121(in Chinese) [王曦, 李兴 源, 王渝红, 赵睿 2012 电力系统保护与控制 40 121]
- [15] Zhao R, Zhang Y M, Li X Y 2011 Power System Technology 35 99 (in Chinese) [赵睿, 张英敏, 李兴源 2011 电 网技术 35 99]
- [16] Zhou Y, Zang Q 2009 Acta Phys. Sin. 58 7565 (in Chinese) [周颖, 臧强 2009 物理学报 58 7565]
- [17] Ren Y, Qiu Z L, Liu F 2001 Acta Phys. Sin. 50 2318 (in Chinese) [任勇, 邱祖廉, 刘锋 2001 物理学报 50 2318]
- [18] Wei W, Li D H, Wang J 2010 Chinese Physics B 19 040507
- [19] Wang D F, Han P 2008 Chinese Physics B 17 3603

# High voltage direct current additional reduced-order controller design based on improved projective control<sup>\*</sup>

Li Bao-Hong<sup>†</sup> Zhang Ying-Min Li Xing-Yuan Liu Tian-Qi Zhao Rui

(Electrical Engineering and Information College of Sichuan University, Chengdu 610065, China) ( Received 15 October 2013; revised manuscript received 13 January 2014 )

#### Abstract

A new reduced-order controller design method based on improved projective control is introduced. And the lowfrequency oscillations can be suppressed by high voltage direct current additional controller through this method. The system reduced mode and relative oscillation frequencies are obtained through TLS-ESPRIT algorithm. Then the controller is designed by improved projective control, after the pole-placement method is applied to obtain a statefeedback matrix. The traditional pole-placement controller based on observer is compared with the projective controller at the same time. The advantages of lower order, stronger robustness and better control effect have been proved through simulation.

**Keywords:** projective control, output feedback, reduced-order controller, high voltage direct current additional control

**PACS:** 88.80.hj, 84.70.+p, 02.30.Yy

**DOI:** 10.7498/aps.63.098801

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51037003), and the Major Project of State Grid Corporation of China (Grant No. SGCC-MPLG001-027-2012).

 $<sup>\</sup>dagger$  Corresponding author. E-mail: <br/> <code>scu\_lbh@163.com</code>