

共同环境中三原子间纠缠演化特性研究

封玲娟 夏云杰

Entanglement evolution of three interacting twolevel atoms within a common environment

Feng Ling-Juan Xia Yun-Jie

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 010302 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.010302

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.010302>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I1>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

极性分子摆动态的三体量子关联

Tripartite quantum correlations of polar molecules in pendular states

物理学报.2014, 63(20): 200302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.200302>

光与物质相互作用系统中的量子 Fisher 信息和自旋压缩

Quantum Fisher information and spin squeezing in the interaction system of light and matter

物理学报.2014, 63(17): 170302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.170302>

不同方向 Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用和磁场对自旋系统纠缠和保真度退相干的影响

Effects of different Dzyaloshinskii-Moriya interaction and magnetic field on entanglement and fidelity intrinsic decoherence in a spin system

物理学报.2014, 63(11): 110302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.110302>

弱相干场原子-腔-光纤系统中的量子失协

Quantum discord in the system of two atoms trapped in weak coherent state cavities connected by an optical fiber

物理学报.2014, 63(11): 110303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.110303>

腔量子电动力学系统中耦合三原子的纠缠特性

Tripartite entanglement properties of coupled three atoms in cavity quantum electrodynamics

物理学报.2014, 63(6): 060301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.060301>

共同环境中三原子间纠缠演化特性研究*

封玲娟 夏云杰†

(山东省激光偏光与信息技术重点实验室, 曲阜师范大学物理系, 曲阜 273165)

(2014年5月26日收到; 2014年9月2日收到修改稿)

研究了三个二能级原子与共同热库发生相互作用的系统纠缠动力学演化. 采用三体负本征值来描述系统间纠缠, 通过数值计算分析了初始状态和原子间偶极-偶极相互作用对系统间纠缠演化的影响. 结果表明, 初始状态的原子相位可以控制量子干涉现象; 长时间演化下原子的激发态布居出现俘获现象; 通过调节偶极-偶极相互作用强度, 可以提升三原子间纠缠.

关键词: 量子纠缠, 偶极-偶极相互作用, 量子干涉

PACS: 03.65.Ud, 03.67.Hk

DOI: 10.7498/aps.64.010302

1 引言

量子纠缠不仅是区分量子现象和经典现象的基本概念, 还是量子信息和量子计算的重要资源. 近年来, 人们对量子纠缠和量子关联问题进行了深入研究^[1-5]. 然而在实际应用中量子系统不可避免的与耗散环境发生相互作用, 在演化过程中纠缠将发生衰退行为, 甚至出现纠缠突然死亡现象^[6,7]. Li等研究了两原子与共同热库耦合的模型, 发现偶极-偶极相互作用能抑制纠缠突然死亡现象^[8-12]. Ban等研究了系统与环境有初始关联的共同热库模型和独立热库模型, 分析了不同初始状态对系统纠缠演化的影响^[13,14].

目前为止两体纯态纠缠问题研究已经相当完善了, 但对于多体纯态和混合态的纠缠规律仍然不是很清楚. 由于多体系统中子系统之间的关系非常复杂, 在研究中缺少合适的纠缠度量方法. Man等采用负本征值方法研究了初始处于W型和GHZ型纠缠态的三个原子与各自热库发生相互作用的系统纠缠动力学演化, 发现增加失谐量可以有效保持多体纠缠^[15,16]. An等利用下限共生纠缠方法研究

发现偶极-偶极相互作用对共同热库中三原子间纠缠有一定的影响^[17]. 以往这些研究中都没有同时考虑不同原子间的距离和系统与环境有初始关联对三原子间纠缠的影响. 本文将利用拉普拉斯变换方法来研究存在偶极-偶极相互作用时三个初始时刻处于W型纠缠态的原子与共同热库发生相互作用的系统纠缠演化特性影响, 通过三体负本征值方法^[18]来分析初始状态和偶极-偶极相互作用对系统间纠缠的影响.

2 理论模型

考虑三个二能级原子(即原子A, 原子B和原子C)与热 a 库发生相互作用. 假设原子间的间距足够近, 使得原子间相互作用的效应不能忽略, 在旋波近似下系统的哈密顿量($\hbar = 1$)为

$$H = H_0 + H_1 + H_2, \quad (1)$$

$$H_0 = \sum_{i=A,B,C} \frac{1}{2} \omega_0 \sigma_i^z + \sum_k \omega_k a_k^\dagger a_k, \quad (2)$$

$$H_1 = \sum_{i=A,B,C} \sum_k \alpha_i (g_k \sigma_i^- a_k^\dagger + g_k^* \sigma_i^+ a_k), \quad (3)$$

$$H_2 = D_1 (\sigma_B^+ \sigma_C^- + \sigma_C^+ \sigma_B^-) + D_2 (\sigma_A^+ \sigma_C^- + \sigma_C^+ \sigma_A^-)$$

* 国家自然科学基金(批准号: 61178012, 11204156, 11304179, 11247240)、山东省自然科学基金(批准号: ZR2012FQ024, BS2013DX034)和教育部博士点专项科研基金(批准号: 20123705120002, 20133705110001)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: yjxia@mail.qfnu.edu.cn

$$+ D_3(\sigma_A^+ \sigma_B^- + \sigma_B^+ \sigma_A^-), \quad (4)$$

式中 H_0 为自由哈密顿量, H_1 为原子与热库相互作用哈密顿量, H_2 为原子间偶极-偶极相互作用哈密顿量. ω_0 为原子跃迁频率, σ_i^- 和 $\sigma_i^+ = |e\rangle_{ii} \langle g| = (\sigma_i^-)^+$ 分别为原子的反转算符和上升(下降)算符, ω_k 和 a_k^+ (a_k) 分别为热库第 k 个模式的频率和产生(湮没)算符, α_i 为 i 无量纲参数, 用于说明第 i 个原子在热库中的位置, $\alpha_i |g_k\rangle$ 为原子与热库的耦合强度. 原子 i 和原子 j 间偶极-偶极相互作用强度为

$$D_{ij} = -\frac{k_0[\mathbf{d} \cdot \mathbf{d} - (\mathbf{d} \cdot \mathbf{r}_{ij})^2/r_{ij}^2] \cos(k_0 r_{ij})}{4\pi\epsilon_0 k_0 r_{ij}} + \frac{k_0[\mathbf{d} \cdot \mathbf{d} - 3(\mathbf{d} \cdot \mathbf{r}_{ij})^2/r_{ij}^2]}{4\pi\epsilon_0} \times \left[\frac{\sin(k_0 r_{ij})}{(k_0 r_{ij})^2} + \frac{\cos(k_0 r_{ij})}{(k_0 r_{ij})^3} \right],$$

其中 \mathbf{d} 为原子跃迁电偶极矩, r_{ij} 为原子间距.

在相互作用绘景下, 系统哈密顿量为

$$H_{\text{int}} = \sum_{i=A,B,C} \sum_k \alpha_i (g_k e^{-i(\omega_0 - \omega_k)t} \sigma_i^- a_k^+ + g_k^* e^{i(\omega_0 - \omega_k)t} \sigma_i^+ a_k) + H_2. \quad (5)$$

若系统的初始态函数^[19,20]表示为

$$|\Psi(0)\rangle = [C_0(0) |ggg\rangle + C_1(0) |gge\rangle + C_2(0) |geg\rangle + C_3(0) |egg\rangle + C_4(0) |eee\rangle] \otimes |\mathbf{0}\rangle + \sum_k C_k(0) |ggg\rangle \otimes |\mathbf{1}_k\rangle \quad (6)$$

其中 $|e\rangle$, $|g\rangle$ 代表原子的激发态和基态, $|\mathbf{0}\rangle = |0_1 0_2 \cdots 0_k \cdots\rangle$ 和 $|\mathbf{1}_k\rangle = |0_1 0_2 \cdots 1_k \cdots\rangle$ 代表环境状态.

随着时间的演化, t 时刻的系统态函数表示为

$$|\Psi(t)\rangle = C_0(t) |ggg\mathbf{0}\rangle + C_1(t) |gge\mathbf{0}\rangle + C_2(t) |geg\mathbf{0}\rangle + C_3(t) |egg\mathbf{0}\rangle + C_4(t) |eee\mathbf{0}\rangle + \sum_k C_k(t) |ggg\mathbf{1}_k\rangle + \sum_k C_k^a(t) |eeg\mathbf{1}_k\rangle + \sum_k C_k^b(t) |ege\mathbf{1}_k\rangle + \sum_k C_k^c(t) |gee\mathbf{1}_k\rangle + \sum_k C_k^d(t) |egg\mathbf{2}_k\rangle + \sum_k C_k^e(t) |geg\mathbf{2}_k\rangle + \sum_k C_k^f(t) |gge\mathbf{2}_k\rangle + \sum_{k \neq l} C_k^g(t) |egg\rangle |0_1 \cdots 1_k 0_{k+1} \cdots 1_l 0_{l+1} \cdots\rangle$$

$$+ \sum_{k \neq l} C_k^h(t) |geg\rangle |0_1 \cdots 1_k 0_{k+1} \cdots 1_l 0_{l+1} \cdots\rangle + \sum_{k \neq l} C_k^i(t) |gge\rangle |0_1 \cdots 1_k 0_{k+1} \cdots 1_l 0_{l+1} \cdots\rangle + \sum_{k \neq l} C_k^j(t) |ggg\mathbf{3}_k\rangle + \sum_{k \neq l} C_k^m(t) |ggg\rangle |0_1 \cdots 1_k 0_{k+1} \cdots 2_l 0_{l+1} \cdots\rangle + \sum_{k \neq l \neq n} C_k^n(t) |ggg\rangle |0_1 \cdots 1_k 0_{k+1} \cdots 1_l 0_{l+1} \cdots 1_n 0_{n+1} \cdots\rangle \quad (7)$$

其中系统态函数既包含 W 态又包含 GHZ 态, 在研究过程中较为复杂, 鉴于以往研究^[7,17] 一般选择初态是 W 态即

$$|\Psi(0)\rangle = [C_1(0) |egg\rangle + C_2(0) |geg\rangle + C_3(0) |gge\rangle] \otimes |\mathbf{0}\rangle + \sum_k C_k(0) |ggg\rangle \otimes |\mathbf{1}_k\rangle. \quad (8)$$

t 时刻的系统态函数表示为

$$|\Psi(t)\rangle = C_1(t) |egg\mathbf{0}\rangle + C_2(t) |geg\mathbf{0}\rangle + C_3(t) |gge\mathbf{0}\rangle + \sum_k C_k(t) |ggg\mathbf{1}_k\rangle. \quad (9)$$

将(9)式代入薛定谔方程

$$i \frac{d|\Psi(t)\rangle}{dt} = H_{\text{int}} |\Psi(t)\rangle. \quad (10)$$

得到系数 $C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$, $C_k(t)$ 满足的微分方程组:

$$i \frac{dC_1(t)}{dt} = \alpha_A \sum_k C_k(t) g_k^* e^{i(\omega_0 - \omega_k)t} + D_3 C_2(t) + D_2 C_3(t), \quad (11)$$

$$i \frac{dC_2(t)}{dt} = \alpha_B \sum_k C_k(t) g_k^* e^{i(\omega_0 - \omega_k)t} + D_3 C_1(t) + D_1 C_3(t), \quad (12)$$

$$i \frac{dC_3(t)}{dt} = \alpha_C \sum_k C_k(t) g_k^* e^{i(\omega_0 - \omega_k)t} + D_2 C_1(t) + D_1 C_2(t), \quad (13)$$

$$i \frac{dC_k(t)}{dt} = \alpha_A C_1(t) g_k e^{-i(\omega_0 - \omega_k)t} + \alpha_B C_2(t) g_k e^{-i(\omega_0 - \omega_k)t} + \alpha_C C_3(t) g_k e^{-i(\omega_0 - \omega_k)t}. \quad (14)$$

假设 $C_k(0) = \alpha g_k$, 即系统与环境有初始关联, 可以增强原子与热库耦合, 将(14)式积分并将积分

结果代入(11)—(13)式得

$$i \frac{dC_1}{dt} = \alpha_A \sum_k a |g_k|^2 e^{i(\omega_0 - \omega_k)t} - i\alpha_A \int_0^t dt' \sum_k |g_k|^2 e^{i(\omega_0 - \omega_k)(t-t')} \times (\alpha_A C_1 + \alpha_B C_2 + \alpha_C C_3) + D_3 C_2 + D_2 C_3, \quad (15)$$

$$i \frac{dC_2}{dt} = \alpha_B \sum_k a |g_k|^2 e^{i(\omega_0 - \omega_k)t} - i\alpha_B \int_0^t dt' \sum_k |g_k|^2 e^{i(\omega_0 - \omega_k)(t-t')} \times (\alpha_A C_1 + \alpha_B C_2 + \alpha_C C_3) + D_3 C_1 + D_1 C_3, \quad (16)$$

$$i \frac{dC_3}{dt} = \alpha_C \sum_k a |g_k|^2 e^{i(\omega_0 - \omega_k)t} - i\alpha_C \int_0^t dt' \sum_k |g_k|^2 e^{i(\omega_0 - \omega_k)(t-t')} \times (\alpha_A C_1 + \alpha_B C_2 + \alpha_C C_3) + D_2 C_1 + D_1 C_2. \quad (17)$$

当热库的模式连续取值时,

$$f(t-t') = \sum_k |g_k|^2 e^{i(\omega_0 - \omega_k)(t-t')} = \int d\omega J(\omega) e^{i(\omega_0 - \omega)(t-t')},$$

若热库中心频率与原子频率共振下谱密度为

$$J(\omega) = \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right) \frac{\lambda^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \lambda^2},$$

$$\text{则 } f(t-t') = \frac{1}{2} \gamma \lambda e^{-\lambda|t-t'|} \text{ 和 } \sum_k |C_k(0)|^2 = f(0) |a|^2.$$

利用拉普拉斯变换将上式代入(15)—(17)式解得

$$\begin{aligned} & \tilde{C}_1(s) \\ = & \frac{1}{G} \left\{ 2D_1(C_1(0)D_1 - C_2(0)D_2 - C_3(0)D_3)(s + \lambda) \right. \\ & - i2s(C_3(0)D_2 + C_2(0)D_3 - C_1(0)s)(s + \lambda) \\ & + i\lambda\gamma[-\alpha_2^2 C_3(0)D_2 + (\alpha_3 C_2(0) - aD_1) \\ & \times (\alpha_1 D_1 - \alpha_3 D_3) + \alpha_2(-2\alpha_3 C_1(0)D_1 \\ & + \alpha_1 C_3(0)D_1 + \alpha_3 C_2(0)D_2 + aD_1 D_2 \\ & + \alpha_3 C_3(0)D_3) - a\alpha_1 s^2 - i s \alpha_2^2 C_1(0) \\ & \left. + i s \alpha_3(-\alpha_3 C_1(0) + \alpha_1 C_3(0) + aD_2) \right\}, \end{aligned}$$

$$+ i s \alpha_2(\alpha_1 C_2(0) + aD_3)] \}, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{C}_2(s) \\ = & \frac{1}{G} \left\{ 2D_2(-C_1(0)D_1 + C_2(0)D_2 - C_3(0)D_3) \right. \\ & \times (s + \lambda) \\ & - i2s(C_3(0)D_1 + C_1(0)D_3 - C_2(0)s)(s + \lambda) \\ & + i\lambda\gamma[-\alpha_1^2 C_3(0)D_1 + (\alpha_3 C_1(0) - aD_2) \\ & \times (\alpha_2 D_2 - \alpha_3 D_3) + \alpha_1(-2\alpha_3 C_2(0)D_2 \\ & + \alpha_3 C_1(0)D_1 + \alpha_2 C_3(0)D_2 + aD_1 D_2 \\ & + \alpha_3 C_3(0)D_3) - a\alpha_2 s^2 - i s \alpha_1^2 C_2(0) \\ & \left. + i s \alpha_3(-\alpha_3 C_2(0) + \alpha_2 C_3(0) + aD_1) \right. \\ & \left. + i s \alpha_1(\alpha_2 C_1(0) + aD_3)] \right\}, \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \tilde{C}_3(s) \\ = & \frac{1}{G} \left\{ 2D_3(-C_1(0)D_1 - C_2(0)D_2 + C_3(0)D_3) \right. \\ & \times (s + \lambda) \\ & - i2s(C_2(0)D_1 + C_1(0)D_2 - C_3(0)s)(s + \lambda) \\ & + i\lambda\gamma[-\alpha_1^2 C_2(0)D_1 + (\alpha_2 C_1(0) - aD_3) \\ & \times (-\alpha_2 D_2 + \alpha_3 D_3) + \alpha_1(-2\alpha_2 C_3(0)D_3 \\ & + \alpha_2 C_1(0)D_1 + \alpha_2 C_2(0)D_2 + aD_1 D_3 \\ & + \alpha_3 C_2(0)D_3) - a\alpha_3 s^2 - i s \alpha_1^2 C_3(0) \\ & \left. + i s \alpha_2(\alpha_3 C_2(0) - \alpha_2 C_3(0) + aD_1) \right. \\ & \left. + i s \alpha_1(\alpha_3 C_1(0) + aD_2)] \right\}, \quad (20) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} G = & 2[(-2iD_1 D_2 D_3) + (D_1^2 + D_2^2 + D_3^2)s + s^3] \\ & \times (s + \lambda) + \lambda\gamma[(\alpha_2 D_2 - \alpha_3 D_3)^2 - i\alpha_2 \alpha_3 D_1 s \\ & + (\alpha_2^2 + \alpha_3^2)s^2 - 2\alpha_1(\alpha_2 D_1 D_2 + \alpha_3 D_1 D_3) \\ & + i s(\alpha_3 D_2 + \alpha_2 D_3) + \alpha_1^2(D_1^2 + s^2)]. \end{aligned}$$

若不存在原子间偶极-偶极相互作用, 通过(18)—(20)式由拉普拉斯反变换可以得到 $C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$ 的精确解, 即

$$\begin{aligned} C_1(t) = & C_1(0)[(r_2^2 + r_3^2) + r_1^2 q/2] + C_2(0)(-2 + q) \\ & \times r_1 r_2/2 + C_3(0)(-2 + q)r_1 r_3/2 \\ & - i r_1 a p, \quad (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_2(t) = & C_1(0)(-2 + q)r_1 r_2/2 \\ & + C_2(0)[(r_1^2 + r_3^2) + r_2^2 q/2] \\ & + C_3(0)(-2 + q)r_2 r_3/2 - i r_2 a p, \quad (22) \end{aligned}$$

$$C_3(t) = C_1(0)(-2 + q)r_1 r_3/2$$

$$\begin{aligned}
 &+ C_2(0)(-2+q)r_2r_3/2 \\
 &+ C_3(0)[(r_1^2+r_2^2)+r_3^2q/2]-ir_3ap,
 \end{aligned} \tag{23}$$

其中

$$\begin{aligned}
 q &= \frac{e^{-1/2t\lambda(1+\Omega)}(-1+\Omega+e^{t\lambda\Omega}(1+\Omega))}{\Omega}, \\
 p &= \frac{e^{-1/2t\lambda(1+\Omega)}(-1+e^{t\lambda\Omega})\alpha\gamma}{2\Omega}, \\
 \Omega &= \sqrt{1-2\alpha^2\gamma/\lambda}, \quad \alpha = \sqrt{\sum_{i=A,B,C} \alpha_i^2}, \\
 r_i &= \frac{\alpha_i}{\alpha}.
 \end{aligned}$$

3 数值计算及理论分析

采用Negativity 熵即密度矩阵 ρ 描述的两部分系统的纠缠可以用部分转置矩阵的负本征值定义

$$N(\rho) = 2 \max\{0, -\lambda_{\min}\}, \tag{24}$$

其中 λ_{\min} 是部分转置矩阵 ρ^T 的最小负本征值.

通过 (9) 式和 (24) 式可以分别得到 A-BC 原子间纠缠, B-AC 原子间纠缠, C-AB 原子间纠缠为

$$\begin{aligned}
 N^{A-BC} &= [|C_1|^2 + |C_2|^2 + |C_3|^2 + \{1 - |C_2|^2 \\
 &\quad - |C_3|^2 + |C_1|^2(-1 + 4|C_2|^2 \\
 &\quad + 4|C_3|^2)\}^{1/2} - 1],
 \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned}
 N^{B-AC} &= [|C_1|^2 + |C_2|^2 + |C_3|^2 + \{1 - |C_1|^2 \\
 &\quad - |C_3|^2 + |C_2|^2(-1 + 4|C_1|^2 \\
 &\quad + 4|C_3|^2)\}^{1/2} - 1],
 \end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}
 N^{C-AB} &= [|C_1|^2 + |C_2|^2 + |C_3|^2 + \{1 - |C_1|^2 \\
 &\quad - |C_2|^2 + |C_3|^2(-1 + 4|C_1|^2 \\
 &\quad + 4|C_2|^2)\}^{1/2} - 1].
 \end{aligned} \tag{27}$$

根据三体负本征值定义 $N^{ABC} = (N^{A-BC}N^{B-AC}N^{C-AB})^{1/3}$ 求得三原子间纠缠.

3.1 初始状态对原子激发态布居的影响

考虑到在共同环境中三个原子初始纠缠态为 W 型纠缠态, 则原子 A, 原子 B, 原子 C 各自激发态布居是相同的, 因此以原子 A 的激发态布居为例, 在原子间偶极-偶极相互作用强度为零时, 探讨初始状态与量子干涉现象的关系.

假设第一种初始状态为

$$C_1(0) = \cos\theta \cos\varphi,$$

$$C_2(0) = \sin\theta \cos\varphi,$$

$$C_3(0) = \sin\varphi e^{i\beta},$$

$$C_4(0) = \sum_k C_k(0) = 0, \tag{28}$$

$$|C_1(t)|^2 = G_1(t) + G_2(t) + G_3(t) + G_4(t), \tag{29}$$

$$G_1(t) = |C_1(0)|^2 [2(r_2^2 + r_3^2) + r_1^2q]^2/4, \tag{30}$$

$$G_2(t) = |C_2(0)|^2 (-2+q)^2 r_1^2 r_2^2/4, \tag{31}$$

$$G_3(t) = |C_3(0)|^2 (-2+q)^2 r_1^2 r_3^2/4, \tag{32}$$

$$\begin{aligned}
 G_4(t) &= (-2+q)r_1(r_2^2+r_3^2+r_1^2q/2) \\
 &\quad \times r_2C_1(0)C_2(0) + (-2+q)r_1r_3 \\
 &\quad \times \cos\beta[(r_2^2+r_3^2+r_1^2q/2)4C_1(0) \\
 &\quad + 2r_1r_2C_2(0)(-2+q)]/4,
 \end{aligned} \tag{33}$$

其中 $G_1(t)$, $G_2(t)$, $G_3(t)$ 项分别与原子 A, B, C 初始时刻激发态布居有关, $G_4(t)$ 项表示为原子间量子干涉概率幅. 其中参数 $\theta \in [0, \pi/2]$, $\varphi \in [0, \pi/2]$, $\beta \in [0, \pi]$.

当长时间演化后, 原子 A, 原子 B, 原子 C 各自激发态布居分别表示为

$$\begin{aligned}
 &|C_1(\infty)|^2 \\
 &= \lim_{t \rightarrow \infty} |C_1(t)|^2 \\
 &= [C_2(0)r_1r_2 - C_1(0)(r_2^2 + r_3^2)]^2 \\
 &\quad + (r_1r_3 \sin\varphi)^2 + 2r_1r_3 \sin\varphi \cos\beta \\
 &\quad \times [C_2(0)r_1r_2 - C_1(0)(r_2^2 + r_3^2)],
 \end{aligned} \tag{34}$$

$$\begin{aligned}
 &|C_2(\infty)|^2 \\
 &= \lim_{t \rightarrow \infty} |C_2(t)|^2 \\
 &= [C_1(0)r_1r_2 - C_2(0)(r_1^2 + r_3^2)]^2 \\
 &\quad + (r_2r_3 \sin\varphi)^2 + 2r_2r_3 \sin\varphi \cos\beta \\
 &\quad \times [C_1(0)r_1r_2 - C_2(0)(r_1^2 + r_3^2)],
 \end{aligned} \tag{35}$$

$$\begin{aligned}
 &|C_3(\infty)|^2 \\
 &= \lim_{t \rightarrow \infty} |C_3(t)|^2 \\
 &= (C_1(0)r_1 + C_2(0)r_2)^2 r_3^2 \\
 &\quad + [(r_1^2 + r_2^2) \sin\varphi]^2 \\
 &\quad - 2(r_1^2 + r_2^2)r_3 \sin\varphi \cos\beta \\
 &\quad \times (C_1(0)r_1 + C_2(0)r_2).
 \end{aligned} \tag{36}$$

假设第二种初始状态为

$$C_1(0) = \cos\theta \cos\varphi, \quad C_2(0) = 0,$$

$$C_3(0) = \sin\varphi e^{i\beta},$$

$$C_4(0) = \sum_k C_k(0) = \sin \theta \cos \varphi, \quad (37)$$

$$|C_1(t)|^2 = G'_1(t) + G'_2(t) + G'_3(t) + G'_4(t), \quad (38)$$

$$G'_1(t) = |C_1(0)|^2 [2(r_2^2 + r_3^2) + r_1^2 q]^2 / 4, \quad (39)$$

$$G'_2(t) = |C_3(0)|^2 (-2 + q)^2 r_1^2 r_3^2 / 4, \quad (40)$$

$$G'_3(t) = |C_4(0)|^2 \left(\frac{r_1 p}{\sqrt{\gamma \lambda / 2}} \right)^2, \quad (41)$$

$$G'_4(t) = (-2 + q) r_1 r_2 \sin \varphi [(r_2^2 + r_3^2 + r_1^2 q / 2) \times C_1(0) \cos \beta - p r_1 (C_4(0) / \sqrt{\gamma \lambda / 2}) \sin \beta], \quad (42)$$

其中 $G'_1(t)$, $G'_2(t)$, $G'_3(t)$ 项分别与原子 A, C, 热库初始时刻激发态布居有关, $G'_4(t)$ 项表示为原子与热库间量子干涉概率幅. 其中参数 $\theta \in [0, \pi/2]$, $\varphi \in [0, \pi/2]$, $\beta \in [0, \pi]$.

考虑第一种初态, 在参数一定时, 初始状态中不同相位 β 值对原子 A 激发态布居随时间演化如图 1(a), (b) 所示. 无论原子与 Markovian 环境发生相互作用还是原子与 non-Markovian 环境发

生相互作用, 原子 A 激发态布居 $|C_1(t)|^2$ 和长时间演化后原子 A 激发态布居 $|C_1(\infty)|^2$ 都随着初始状态中相位 β 值增加而增加. 这是因为当初始状态中 θ , φ 以及相对耦合强度 $r_i (i = 1, 2, 3)$ 都固定时, 根据 (30)—(33) 式可以分析得出相位 β 值对 $G_1(t)$, $G_2(t)$, $G_3(t)$ 是不影响的, 但不同相位 β 值对应不同量子干涉概率幅 $G_4(t)$. 从图 1(c), (d) 中可以分析得出 Markovian 环境中同一时刻 t' 下 $G_1(t')$, $G_2(t')$, $G_3(t')$ 不随着相位 β 值增加而改变, 而 $G_4(t')$ 随着相位 β 值增加而增加. 根据 (29) 式可以分析得出同一时刻 t' 下 $|C_1(t')$ 随着相位 β 值增加而增加, 又根据 (34) 式 (即 $|C_1(\infty)|^2$ 与 $-\cos \beta$ 是正比关系) 可以分析得出 $|C_1(\infty)|^2$ 随着相位 β 值增加而增加. 从图 1(c) 中可以看出 $G_1(t)$ 随时间演化逐渐减小, 而 $G_2(t)$ 和 $G_3(t)$ 随时间演化逐渐增加; 从图 1(d) 中可以看出相位 β 值在 $[0, \pi]$ 范围内变化对应 $G_4(t)$ 在 $G_4^0(t)$ 到 $G_4^\pi(t)$ 范围内变化, 当 $0 \leq \beta < \pi/2$ 时, $G_4(t) < 0$ 将减弱量子干涉作用; 在 $\pi/2 < \beta \leq \pi$, $G_4(t) > 0$ 将增强量子干涉作用.

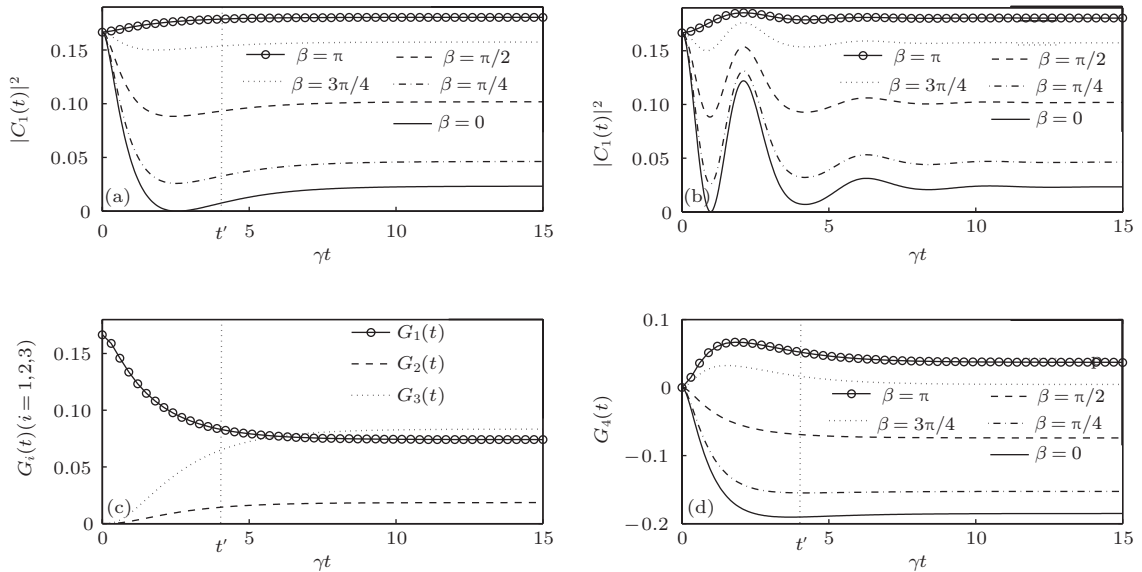


图 1 初始状态 $C_1(0) = 1/\sqrt{6}$, $C_2(0) = 1/\sqrt{3}$, $\sin \varphi = 1/\sqrt{2}$ 中相位 β 对原子 A 激发态布居随时间演化 (参数 $D_l = 0$, $r_1 = 1/\sqrt{3}$, $r_2 = 1/\sqrt{6}$, $r_3 = 1/\sqrt{2}$) (a), (c), (d) Markovian 环境 ($\lambda/\gamma = 5$); (b) non-Markovian 环境 ($\lambda/\gamma = 0.2$)

考虑第二种初态 (即系统与环境存在初始关联 $C_4(0) \neq 0$), 在参数一定时, 初始状态中不同相位 β 值对原子 A 激发态布居随时间演化如图 2(a), (b) 所示. 在 Markovian 环境中, 原子 A 激发态布居 $|C_1(t)|^2$ 随着初始状态中相位 β 值增加而增加. 在 non-Markovian 环境中, 时刻 t' 前原子 A 激发态布居 $|C_1(t)|^2$ 随着相位 β ($0 < \beta < 3\pi/4$) 值增加而增加, 原子 A 激发态布居 $|C_1(t)|^2$ 随着相位

β ($3\pi/4 < \beta < \pi$) 值增加而减小; 时刻 t'' 后原子 A 激发态布居 $|C_1(t)|^2$ 随着相位 β 值增加而增加. 这是因为 non-Markovian 环境中同一时刻 t'' 前 $G'_4(t)$ 随着相位 β ($0 < \beta < 3\pi/4$) 值增加而增加, $G'_4(t)$ 随着相位 β ($3\pi/4 < \beta < \pi$) 值增加而减小, 同一时刻 t'' 后 $G'_4(t)$ 随着相位 β 值增加而增加, 如图 2(d) 所示. 比较图 1(a) 和图 2(a), 比较图 1(b) 和图 2(b) 可以看出短时间演化过程

中同一个相位 β 值下图 2 的原子 A 激发态布居 $|C_1(t)|^2$ 比图 1 的原子 A 激发态布居 $|C_1(t)|^2$ 随着时间演化有先增加的趋势, 这是因为系统与热库有初始关联.

在长时间演化下, 两种环境中原子 A 激发态布居都出现俘获现象如图 1 和图 2 所示. 两种初态中原子 A 激发态布居 $|C_1(\infty)|^2$ 随相位 β 值增加而增

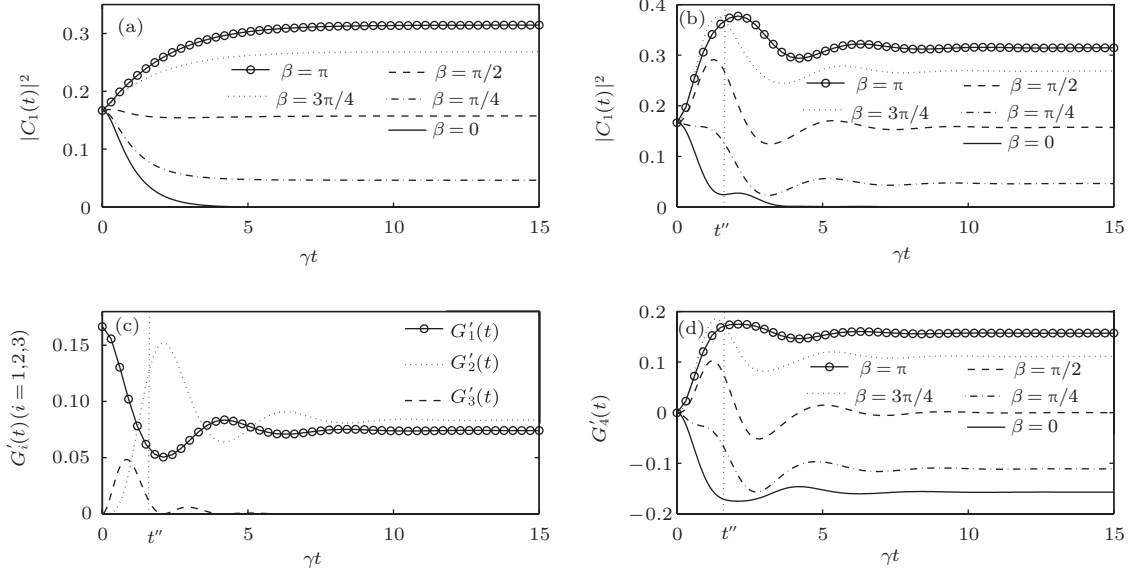


图 2 初始状态 $C_1(0) = 1/\sqrt{6}$, $C_4(0) = 1/\sqrt{3}$, $\sin \varphi = 1/\sqrt{2}$ 中相位 β 对原子 A 激发态布居随时间演化 (参数 $D_l = 0$, $r_1 = 1/\sqrt{3}$, $r_2 = 1/\sqrt{6}$, $r_3 = 1/\sqrt{2}$) (a) Markovian 环境 ($\lambda/\gamma = 5$); (b), (c), (d) non-Markovian 环境 ($\lambda/\gamma = 0.2$)

3.2 原子间偶极-偶极相互作用强度对三原子间纠缠和两原子间纠缠的影响

图 3 展示了在 Markovian 环境中不同原子间偶极-偶极相互作用强度对三原子间纠缠随时间演化特性影响. 从图中可以看出三原子间纠缠随着原子间偶极-偶极相互作用强度增加而先减小后增加, 三原子间纠缠振荡随着原子间偶极-偶极相互作用强度增加而增加. 这是因为原子间偶极-偶极相互作用强度由原子间距决定. 当原子相距较远时, 原子间的真空起伏诱导偶极-偶极相互作用起作用; 当原子相距较近时, 原子间的静电和真空起伏诱导的偶极-偶极相互作用起作用; 当原子相距很近时, 原子间的静电偶极-偶极相互作用起作用. 原子间偶极-偶极相互作用强度增加将加快原子间信息交换, 减弱原子与热库间信息交换, 从而抑制原子间纠缠突然死亡现象发生.

考虑具有偶极-偶极相互作用的两个原子与热库发生相互作用, 在旋波近似和相互作用绘景下系

统的哈密顿量表示 ($\hbar = 1$) 为

$$H_{\text{int}} = \sum_{i=A,B} \sum_k \alpha_i (g_k e^{-i(\omega_0 - \omega_k)t} \sigma_i^- a_k^+ + g_k^* e^{i(\omega_0 - \omega_k)t} \sigma_i^+ a_k) + D_l (\sigma_A^+ \sigma_B^- + \sigma_B^+ \sigma_A^-). \quad (43)$$

若系统的初始态函数表示为

$$|\Psi(0)\rangle = [C_1(0) |eg\rangle + C_2(0) |ge\rangle] \otimes |\mathbf{0}\rangle + C_4(0) |gg\rangle \otimes |\mathbf{1}_k\rangle, \quad (44)$$

其中 $C_4(0) = \sum_k C_k(0)$.

随着时间的演化, t 时刻的系统态函数表示为

$$|\Psi(t)\rangle = C_1(t) |eg\mathbf{0}\rangle + C_2(t) |ge\mathbf{0}\rangle + C_4(t) |gg\mathbf{1}_k\rangle. \quad (45)$$

将 (45) 式代入薛定谔方程得到系数微分方程组并采用三个原子与热库发生相互作用模型求解系数方法得到系数解, 即将三个原子与热库发生相互作用模型中 $\alpha_C = C_3(t) = 0$ 时求解系数问题可转化为两个原子与热库发生相互作用模型中求解

系数问题. 通过(45)式和(24)式可以得到AB原子间纠缠为 $N^{AB} = 2|C_1 C_2^*|$.

图4展示了在Markovian环境中不同原子间偶极-偶极相互作用强度对两原子间纠缠随时间演化特性影响. 比较图3和图4可以看出原子间偶极-偶极相互作用强度对两原子间纠缠影响同三原子间纠缠影响有相似现象. 但当原子间偶极-偶极相互作用强度越大时, 发现三原子间纠缠振荡比两原子间纠缠振荡更明显; 当比较系统与环境有初始关联与系统与环境无初始关联时, 发现三原子间纠缠比两原子间纠缠有明显的先增加后减小现象.

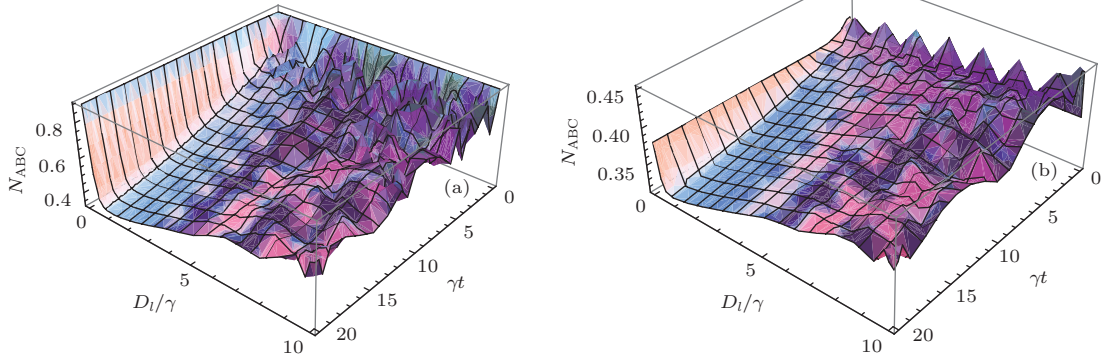


图3 偶极-偶极相互作用强度对三原子间纠缠随时间演化 (参数 $C_1(0) = 1/\sqrt{6}$, $C_3(0) = 1/\sqrt{2}e^{i\pi}$, $r_1 = 1/\sqrt{3}$, $r_2 = 1/\sqrt{6}$, $r_3 = 1/\sqrt{2}$, $\lambda/\gamma = 5$) (a) $C_2(0) = 1/\sqrt{3}$, $C_4(0) = 0$; (b) $C_2(0) = 0$, $C_4(0) = 1/\sqrt{3}$

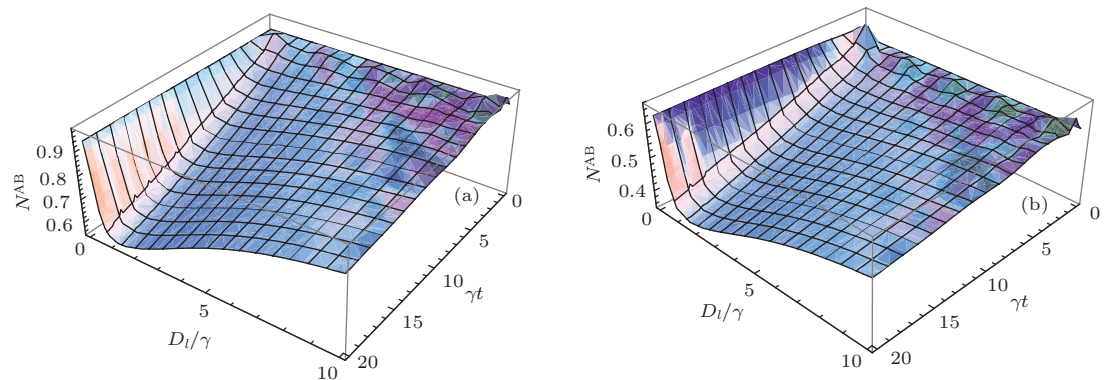


图4 偶极-偶极相互作用强度对两原子间纠缠随时间演化 (参数 $r_1 = \sqrt{2}/3$, $r_2 = 1/\sqrt{3}$, $\lambda/\gamma = 5$) (a) $C_1(0) = 1/\sqrt{3}$, $C_2(0) = \sqrt{2}/3e^{i\pi}$, $C_4(0) = 0$; (b) $C_1(0) = 1/\sqrt{6}$, $C_2(0) = \sqrt{1/2}e^{i\pi}$, $C_4(0) = \sqrt{2}/3$

4 结 论

本文研究了初态为W型纠缠态的三个二能级原子与共同热库发生相互作用的系统纠缠动力学演化, 利用三体负本征值方法讨论了初始状态和偶极-偶极相互作用对原子激发态布居和三原子间纠缠特性影响. 通过数值计算发现, 两种初始状态中相位 $\beta \in [0, \pi/2)$ 时, 将减弱量子干涉作用; 当相位 $\beta \in (\pi/2, \pi]$ 时, 将增强量子干涉作用. 长时间演化后, 无论在 Markovian 环境中还是在 non-Markovian 环境中原子 A 激发态布居随着相位 β 值增加而增加. 在 Markovian 环境中三原子间纠缠

和两原子间纠缠都随着偶极-偶极相互作用增加而先减小后增加直至提升到初始纠缠附近, 并且振荡加快.

参考文献

- [1] Lazarou C, Luoma K, Maniscalco S, Piilo J, Garraway B M 2012 *Phys. Rev. A* **86** 012331
- [2] Yu T, Eberly J H 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 140404
- [3] Maniscalco S, Francica F, Zaffino R L, Gullo N L, Plastina F 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 090503
- [4] Zhang Y J, Yang X Q, Han W, Xia Y J 2013 *Chin. Phys. B* **22** 090307
- [5] Chen Z F, Liu J M, Ma L 2014 *Chin. Phys. B* **23** 020312

- [6] Yonac M, Yu T, Eberly J H 2007 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **40** S45
- [7] Man Z X, Xia Y J, An N B 2008 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **41** 155501
- [8] Li Y, Zhou J, Guo H 2009 *Phys. Rev. A* **79** 012309
- [9] Man Z X, Su F, Xia Y J 2013 *Chin. Sci. Bull.* **58** 2423
- [10] Lehmburg R H 1970 *Phys. Rev. A* **2** 883
- [11] Tahira R, Ikrama M, Zubairy M S 2011 *Opt. Commun.* **284** 3643
- [12] Hu M L, Fan H 2012 *Ann. Phys.* **327** 851
- [13] Ban M, Kitajima S, Shibata F 2011 *Phys. Lett. A* **375** 2283
- [14] Han W, Cui W K, Zhang Y J, Xia Y J 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 230302 (in Chinese) [韩伟, 崔文凯, 张英杰, 夏云杰 2012 物理学报 **61** 230302]
- [15] Man Z X, Zhang Y J, Su F, Xia Y J 2010 *Eur. Phys. J. D* **58** 147
- [16] Weinstein Y S 2010 *Phys. Rev. A* **82** 032326
- [17] An N B, Kim J, Kim K 2011 *Phys. Rev. A* **84** 022329
- [18] Sabin C, Garcia-Alcaine G 2008 *Eur. Phys. J. D* **48** 435
- [19] Dür W, Vidal G, Cirac J I 2000 *Phys. Rev. A* **62** 062314
- [20] Acín A, Andrianov A, Costa L, Jané E, Latorre J I, Tarrach R 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 1560

Entanglement evolution of three interacting twolevel atoms within a common environment*

Feng Ling-Juan Xia Yun-Jie[†]

(Shandong Provincial Key Laboratory of Laser Polarization and Information Technology, Department of Physics, Qufu Normal University, Qufu 273165, China)

(Received 26 May 2014; revised manuscript received 2 September 2014)

Abstract

Entanglement dynamical evolution of three two-level atoms coupled to a common environment is investigated. We utilize the tripartite negativity to quantify entanglement and analyze the effect of the initial state, pairwise dipole-dipole interactions on the entanglement dynamical properties of the system by means of numerical calculations. Results show that a novel quantum interference can be controlled by the relative phase of initially entangled states of the atoms. And the excited-state population can be trapped in the long time limit. Besides, the tripartite entanglement can be enhanced by choosing the appropriate conditions.

Keywords: quantum entanglement, dipole-dipole interaction, quantum interference

PACS: 03.65.Ud, 03.67.Hk

DOI: 10.7498/aps.64.010302

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61178012, 11204156, 11304179, 11247240), the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant Nos. ZR2012FQ024, BS2013DX034), and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant Nos. 20123705120002, 20133705110001).

[†] Corresponding author. E-mail: yjxia@mail.qfnu.edu.cn