

基于快速全线性预测控制的混沌系统控制与同步

张园 徐琦 孙明玮 陈增强

Control and synchronization in chaotic systems based on fast linear predictive control

Zhang Yuan Xu Qi Sun Ming-Wei Chen Zeng-Qiang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 010502 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.010502

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.010502>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I1>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于扩张状态观测器的永磁同步电机混沌系统自适应滑模控制

[Adaptive sliding-mode control of chaotic permanent magnet synchronous motor system based on extended state observer](#)

物理学报.2014, 63(22): 220506 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.220506>

多源激励下双层隔振浮筏系统的线谱混沌化

[Line spectrum chaoticification of a double-layer vibration isolation floating raft system under multi-source excitation](#)

物理学报.2014, 63(18): 180505 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.180505>

具有对应分段系统和指数系统的新混沌系统的Hopf分岔控制研究

[Anti-control of Hopf bifurcation in the new chaotic system with piecewise system and exponential system](#)

物理学报.2014, 63(16): 160505 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.160505>

Willis 环脑动脉瘤系统的混沌分析及随机相位控制

[Analysis of the Willis chaotic system and the control of random phase](#)

物理学报.2014, 63(16): 160506 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.160506>

离散 Arnold 变换改进及其在图像置乱加密中的应用

[An improved discrete arnold transform and its application in image scrambling and encryption](#)

物理学报.2014, 63(9): 090504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.090504>

# 基于快速全线性预测控制的混沌系统控制与同步\*

张园<sup>1)</sup> 徐琦<sup>1)2)</sup> 孙明玮<sup>1)†</sup> 陈增强<sup>1)</sup>

1)(南开大学计算机与控制工程学院, 天津 300071)

2)(军事交通学院, 天津市 300161)

(2014年7月13日收到; 2014年8月16日收到修改稿)

针对连续时间混沌(超混沌)系统的控制问题, 提出了一种基于扩张状态观测器的快速全线性广义预测控制算法. 利用线性扩张状态观测器估计和补偿混沌(超混沌)系统的非线性动力学和存在的不确定性, 将原始对象近似转化为积分器形式, 随后针对单积分器设计广义预测控制, 解决了预测控制计算量大的问题. 阶跃系数矩阵可以直接得到解析解, 而对于未来输出的预测则可以根据最近两个时刻的输出采样值直接计算得到, 避免了使用自校正算法和在线求解丢番图方程. 该线性算法可以直接应用于非线性对象的控制系统设计. 将该算法应用于典型 Lorenz 混沌系统的控制中, 数学仿真结果验证了有效性.

**关键词:** 混沌, 广义预测控制, 扩张状态观测器, 同步控制

**PACS:** 05.45.Gg, 02.30.Yy, 05.45.Pq

**DOI:** 10.7498/aps.64.010502

## 1 引言

混沌是非线性系统的一种特有属性, 表现为有界的不稳定, 其基本特征是具有正的 Lyapunov 指数、运动轨迹的不确定性和非周期性、对初值的极端敏感性、长期行为的不可预测性、无线宽频功率谱及遍历性等. 混沌系统的控制问题一直是一个研究热点. 自从 1990 年 Ott, Grebogi 和 York 提出 OGY 混沌控制方法以来<sup>[1]</sup>, 涌现了许多混沌系统控制方法, 如神经网络控制<sup>[2,3]</sup>、非线性反馈控制<sup>[4]</sup>、分数阶 PID 控制<sup>[5]</sup>、自适应控制<sup>[6-8]</sup>、滑模控制<sup>[9]</sup>等. 这些方法基本上都是非线性控制方法. 事实上, 由于混沌是一类非线性系统的本质属性, 所以人们自然更多地考虑到使用非线性控制非线性. 在为数不多的完全线性控制方法中<sup>[10]</sup>, 控制器的设计需要混沌模型的特征参数. 到目前为止, 还没有通用的线性控制方法可以实现对于一般的混沌系统进行控制, 并且设计过程不直接依赖于系统的

特征参数.

在对混沌系统的控制与同步中, 预测控制的设计受到一定关注<sup>[11-13]</sup>. 预测控制中, 广义预测控制<sup>[14-17]</sup> (generalized predictive control, GPC) 是 Clarke 等在 1987 年提出的, 并结合了辨识与自校正机制, 与以往一些预测控制方法相比, 具有鲁棒性强、能够处理开环不稳定和开环非最小相位对象、能够有效克服系统滞后等优点, 并在线性系统中获得成功的应用. 对于非线性系统, 预测控制在机理上存在本质性缺陷, 也就是一般的非线性系统导致模型预测难以进行<sup>[18]</sup>. 因此, 为了在混沌系统中应用 GPC, 文献<sup>[11-13]</sup>都使用递推最小二乘法在线辨识混沌系统, 通过自校正机制实时对于混沌模型进行线性化处理, 本质依然是一种非线性算法. 文献<sup>[11-13]</sup>在算法简化方面开展了工作, 但由于针对的是一个一般的线性模型, 还要求解丢番图方程, 计算量依然比较大.

本文通过引入线性扩张状态观测器<sup>[19-21]</sup> (extended state observer, ESO), 对混沌(超混沌)系

\* 国家自然科学基金(批准号: 61174094, 61273138)和天津市自然科学基金(批准号: 13JCYBJC17400, 14JCYBJC18700)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: smw\_sunmingwei@163.com

统进行反馈补偿化简,使得每个控制通道近似简化为单积分器.然后,针对单积分器这种特殊的线性对象设计GPC,此时阶跃系数矩阵可以直接得到解析解,而通过分析丢番图方程的求解过程,证明了未来的输出预测可以根据最近两个时刻的输出采样值计算得到,避免了自校正算法和在线丢番图方程的求解,克服了计算量大的问题.通过对于典型Lorenz混沌系统的控制与同步,验证了算法的有效性.

## 2 混沌系统的动态补偿线性化

设  $n$  维混沌(超混沌)系统为

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}), \quad (1)$$

其中  $\mathbf{X} = [x_1, \dots, x_n]^T$  为系统状态,  $\mathbf{F} = [f_1, \dots, f_n]^T$  为状态右函数向量,这里  $f_i (i = 1, \dots, n)$  为  $n$  元连续函数.设其中  $m (m \leq n)$  个状态直接可控,其角标分别是  $r_1, \dots, r_m$ ,也就是被控分系统为

$$\dot{x}_{r_k} = f_{r_k}(\mathbf{X}) + u_{r_k}, \quad (2)$$

其中  $u_{r_k}$  为对应的控制分量.

令  $x_{k,1} = x_{r_k}$  和  $x_{k,2} = f_{r_k}(\mathbf{X})$ , 得到状态方程

$$\begin{aligned} \dot{x}_{k,1} &= x_{k,2} + u_{r_k}, \\ \dot{x}_{k,2} &= \dot{f}_{r_k}(\mathbf{X}), \\ y_{r_k} &= x_{k,1}. \end{aligned} \quad (3)$$

这里的  $x_{k,2}$  定义为扩张状态.针对(3)式设计线性ESO

$$\begin{aligned} \dot{z}_{k,1} &= z_{k,2} + l_1(y_{r_k} - \bar{y}_{r_k}) + u_{r_k}, \\ \dot{z}_{k,2} &= l_2(y_{r_k} - \bar{y}_{r_k}), \\ \bar{y}_{r_k} &= z_{k,1}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $l_1$  和  $l_2$  为线性ESO的设计参数.在文献[22]中给出了线性ESO的频带参数化设计方法,即

$$\begin{aligned} l_1 &= 2\omega_o, \\ l_2 &= \omega_o^2. \end{aligned} \quad (5)$$

选择合适的  $\omega_o$ , 可使

$$z_{k,2} \approx f_{r_k}(\mathbf{X}). \quad (6)$$

令

$$u_{r_k} = u_{0,k} - z_{k,2} \approx u_{0,k} - f_{r_k}(\mathbf{X}), \quad (7)$$

其中  $u_{0,k}$  为虚拟控制量.将(7)式代入到(2)式中,得到

$$\dot{x}_{r_k} \approx u_{0,k}, \quad (8)$$

它的传递函数为

$$\frac{x_{r_k}(s)}{u_{0,k}(s)} \approx \frac{1}{s}. \quad (9)$$

因此,通过线性ESO的动态补偿线性化作用,可将原非线性混沌(超混沌)系统的被控分系统转化为了易于控制的积分器形式,为后续使用预测控制创造了便利.这个设计过程与混沌(超混沌)非线性模型的具体形式和参数没有直接关系,极大降低了对于模型的敏感性.

## 3 混沌系统的快速全线性GPC算法

通过上述线性ESO的动态补偿线性化将混沌(超混沌)系统的被控分系统近似转化成积分器形式,随后针对积分器设计GPC,即得到基于ESO的快速全线性GPC,其设计结构框图如图1所示.

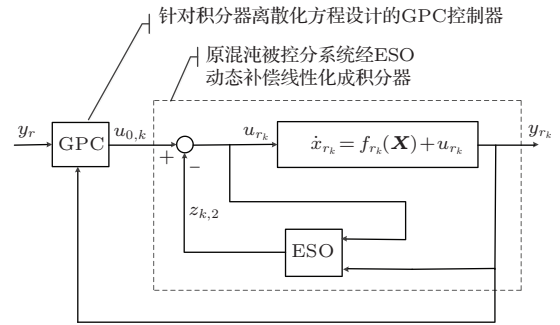


图1 基于ESO的GPC控制框图

积分器(9)式的离散形式为

$$\frac{x_{r_k}(z^{-1})}{u_{0,k}(z^{-1})} \approx z^{-1} \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}, \quad (10)$$

其中  $A(z^{-1}) = 1 - z^{-1}$  和  $B(z^{-1}) = h$ ,  $h$  为采样步长.

考虑如下性能指标:

$$\begin{aligned} J &= \sum_{j=1}^N [\hat{y}_{r_k}(k+j|k) - y_{r_k-d}(k+j)]^2 \\ &+ \lambda \sum_{j=1}^{N_u} [\Delta u_{0,k}(k+j-1)]^2, \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $\lambda > 0$  为控制增量加权因子,  $N$  为预测步长,  $N_u \leq N$  为控制步长, 即当  $j > N_u$  时,  $\Delta u_{0,k}(k+j-1) = 0$ ,  $\hat{y}_{r_k}(k+j|k)$  表示向前  $j$  步

的预测输出,  $y_{r_{k-d}}(k+j)$  表示经过柔化后的参考轨迹

$$\begin{aligned} y_{r_{k-d}}(k) &= y_{r_k}(k), \\ y_{r_{k-d}}(k+j) &= \alpha y_{r_{k-d}}(k+j-1) \\ &\quad + (1-\alpha)y_r(k), \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $y_r(k)$  为当前设定值,  $0 \leq \alpha \leq 1$  为柔化因子.

根据文献 [14, 15], 令  $\frac{\partial J}{\partial \Delta U_{0,k}(k)} = 0$ ,

$$\begin{aligned} \Delta U_{0,k}(k) &= (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T \\ &\quad \times [\mathbf{Y}_{r_{k-d}}(k) - \mathbf{Y}_{r_{k-0}}(k)], \end{aligned} \quad (13)$$

取  $\Delta U_{0,k}(k)$  的第一个分量  $\Delta u_{0,k}(k)$  为

$$\begin{aligned} \Delta u_{0,k}(k) &= [1 \ 0 \ \dots \ 0] \Delta U_{0,k}(k) \\ &= [1 \ 0 \ \dots \ 0] (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{G}^T \\ &\quad \times [\mathbf{Y}_{r_{k-d}}(k) - \mathbf{Y}_{r_{k-0}}(k)]. \end{aligned} \quad (14)$$

针对积分器的 GPC 具有特殊的形式, 主要是包括预测方程和未来控制增量系数矩阵可以直接得到, 避免了一般系统的繁杂递推计算.

**定理 1** 针对 (10) 式设计 GPC 时, 当未来控制增量为零时, 未来的输出预测  $\hat{y}_{r_k}(k+j|k) = (j+1)y_{r_k}(k) - jy_{r_k}(k-1)$ ,  $j = 1, \dots, N$  也就是求解中用到的未来输出预测值与输入量无关.

**证明** 为对未来的输出值  $\hat{y}_{r_k}(k+j|k)$  进行预测, 需要求解丢番图方程 [14,15]

$$1 = E_j(z^{-1})A(z^{-1})\Delta + z^{-j}F_j(z^{-1}), \quad (15)$$

其中  $\Delta = 1 - z^{-1}$ ,  $E_j$  和  $F_j$  为  $z^{-1}$  的待求多项式

$$E_j(z^{-1}) = e_0 + e_1 z^{-1} + \dots + e_{j-1} z^{-(j-1)}, \quad (16)$$

$$F_j(z^{-1}) = f_{j0} + f_{j1} z^{-1}. \quad (17)$$

由于  $A(z^{-1})$  和  $B(z^{-1})$  的形式很简单, 利用数学归纳法, 可直接求得

$$E_j(z^{-1}) = 1 + 2z^{-1} + \dots + jz^{-(j-1)}, \quad (18)$$

$$F_j(z^{-1}) = (j+1) - jz^{-1}.$$

对丢番图方程 (15) 式两边同时乘以  $B(z^{-1})$ , 有

$$\begin{aligned} B(z^{-1}) &= B(z^{-1})E_j(z^{-1})A(z^{-1})\Delta \\ &\quad + B(z^{-1})z^{-j}F_j(z^{-1}). \end{aligned} \quad (19)$$

令

$$B(z^{-1})E_j(z^{-1}) = G_j(z^{-1}) + z^{-j}H_j(z^{-1}), \quad (20)$$

其中  $G_j$  和  $H_j$  为  $z^{-1}$  的待求多项式, 且  $\deg G_j(z^{-1}) = j-1$ , 可得

$$G_j(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})\Delta}. \quad (21)$$

因此,  $G_j(z^{-1})$  的系数为系统的阶跃响应系数的前  $j$  项, 也就是

$$G_j(z^{-1}) = h + 2hz^{-1} + \dots + jhz^{-(j-1)}. \quad (22)$$

因为  $\deg(B(z^{-1})E_j(z^{-1})) = j-1$  和  $\deg G_j(z^{-1}) = j-1$ , 可得

$$H_j(z^{-1}) = 0, \quad (23)$$

而未来输出预测值为

$$\begin{aligned} \hat{y}_{r_k}(k+j|k) &= G_j(z^{-1})\Delta u_{0,k}(k+j-1) + F_j(z^{-1})y_{r_k}(k) \\ &\quad + H_j(z^{-1})\Delta u_{0,k}(k-1) \\ &= G_j(z^{-1})\Delta u_{0,k}(k+j-1) \\ &\quad + F_j(z^{-1})y_{r_k}(k). \end{aligned} \quad (24)$$

此时, 当未来控制增量为零时, 未来输出预测为

$$\begin{aligned} \hat{y}_{r_k}(k+j|k) &= F_j(z^{-1})y_{r_k}(k) \\ &= (j+1)y_{r_k}(k) - jy_{r_k}(k-1), \quad j = 1, \dots, N. \end{aligned}$$

证毕.

此外, (13) 式中的  $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$  可以直接写出解析的形式. 由 (22) 式可得

$$\mathbf{G}(i, j)_{N \times N_u} = \begin{cases} (i-j+1)h, & i \geq j, \\ 0, & i < j. \end{cases} \quad (25)$$

因此, 通过简单推导可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{G}^T \mathbf{G}(i, j) &= h^2 \left\{ \frac{1}{6} (N(N+1)(2N+1)) \right. \\ &\quad - \max(i, j)(\max(i, j) - 1)(2\max(i, j) - 1) \\ &\quad - (i+j-2) \left[ \frac{1}{2} (N(N+1)) \right. \\ &\quad \left. \left. - \max(i, j)(\max(i, j) - 1) \right] \right. \\ &\quad \left. + (N - \max(i, j) + 1)(i-1)(j-1) \right\}, \end{aligned} \quad (26)$$

这也可以极大地降低计算量.

## 4 数值仿真研究

为了验证基于 ESO 的快速全线性 GPC 算法的有效性, 将该算法应用于 Lorenz 混沌系统的控制和

同步问题.

### 4.1 Lorenz 混沌系统的控制

Lorenz 混沌系统模型为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y - x), \\ \dot{y} &= bx - xz - y, \\ \dot{z} &= xy - cz, \end{aligned} \quad (27)$$

其中参数为  $a = 10$ ,  $b = 28$  和  $c = 8/3$  时, Lorenz 系统处于混沌状态 [23].

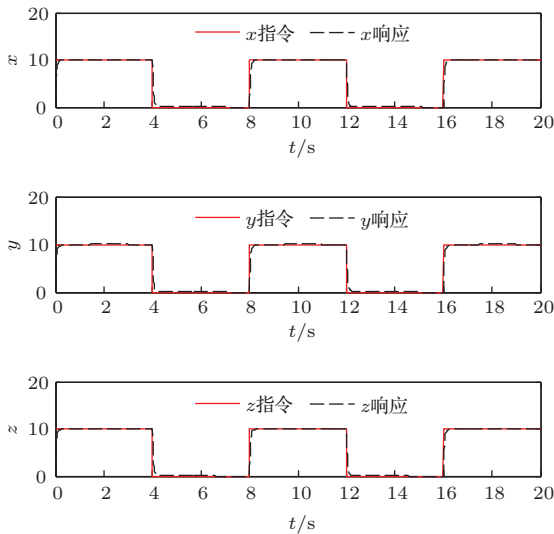


图2 (网刊彩色) 状态响应曲线

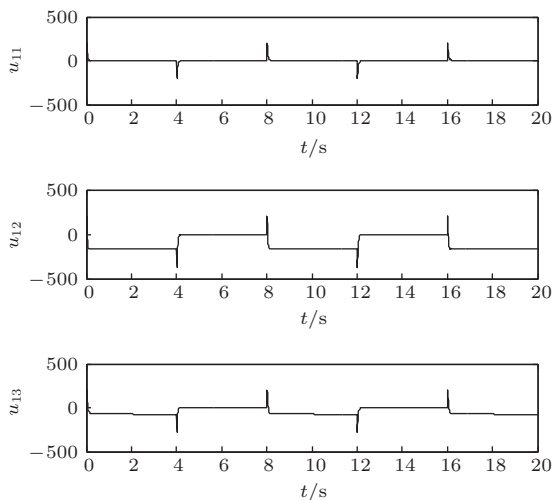


图3 控制量曲线

分别对3个状态量  $x$ ,  $y$  和  $z$  加入控制信号  $u_{11}(k)$ ,  $u_{12}(k)$  和  $u_{13}(k)$ , 控制任务为3个状态分别跟踪周期为8, 幅值为10的方波指令信号. 仿真的

积分步长设为0.01 s, 采样控制步长也是0.01 s; 初始条件为  $x(0) = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $z(0) = 0$ ,  $u_{11}(0) = 0$ ,  $u_{12}(0) = 0$  和  $u_{13}(0) = 0$ ; 三通道的控制参数均选取为  $N = 5$ ,  $N_u = 2$ ,  $\lambda = 0.00001$  和  $\alpha = 0.4$ ; ESO 的频带参数为  $\omega_o = 20$ .

系统的状态响应曲线如图2所示, 控制量曲线如图3所示, ESO 的估计曲线如图4所示.

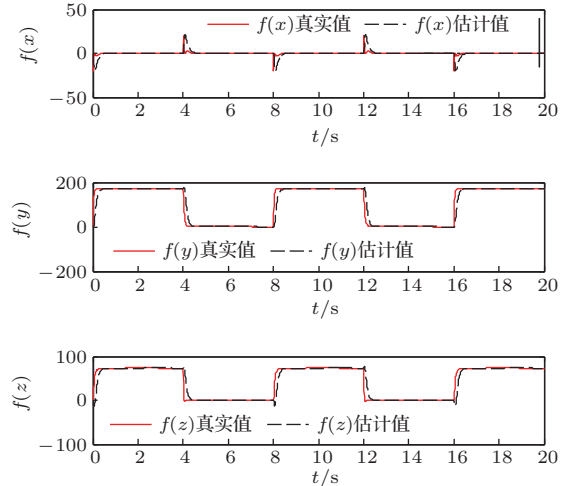


图4 (网刊彩色) ESO 估计曲线

从图2可以得出, Lorenz 系统的每个状态都可以很好地跟踪指令信号. 从图4可以看出 ESO 快速捕获了扩张状态的动态变化.

### 4.2 Lorenz 混沌系统的自同步

同步的主动 Lorenz 系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a(y_1 - x_1), \\ \dot{y}_1 &= bx_1 - x_1z_1 - y_1, \\ \dot{z}_1 &= x_1y_1 - cz_1. \end{aligned} \quad (28)$$

从动 Lorenz 系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= a(y_2 - x_2) + u_{21}, \\ \dot{y}_2 &= bx_2 - x_2z_2 - y_2, \\ \dot{z}_2 &= x_2y_2 - cz_2. \end{aligned} \quad (29)$$

系统参数的选取与4.1一致. 与前一个例子不同, 这里只采用一个通道的控制, 要实现三个通道的同步. 这充分利用了混沌系统的本质特性: 可以用较少的控制变量和能量实现对于全局的控制.

控制任务为使初始条件为  $x_2(0) = 0.5$ ,  $y_2(0) = 0.5$ ,  $z_2(0) = 0.5$  和  $u_{21}(0) = 0$  的从动系统与初始条件为  $x_1(0) = 3$ ,  $y_1(0) = 3$  和  $z_1(0) = 3$

的主动系统运动状态达成一致同步. 仿真的积分步长设为0.001 s, 采样控制步长是0.01 s; 控制参数选取为  $N = 50$ ,  $N_u = 2$ ,  $\lambda = 0.00001$  和  $\alpha = 0.1$ ; ESO的频带参数为  $\omega_o = 15$ . 系统的状态响应曲线

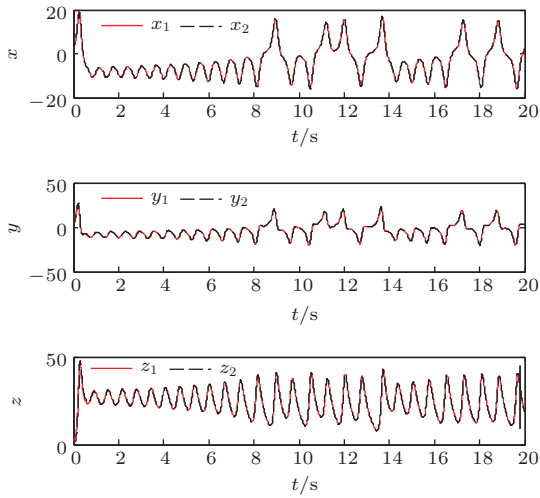


图5 (网刊彩色) 状态响应曲线

如图5所示, 主动系统和从动系统状态误差如图6所示, 从动系统控制量  $u_{21}$  曲线如图7所示,  $x$  通道ESO的估计曲线如图8所示. 从图5和图6可以得出, 尽管只使用了一个通道的控制, 系统的3个状态都实现了自同步.

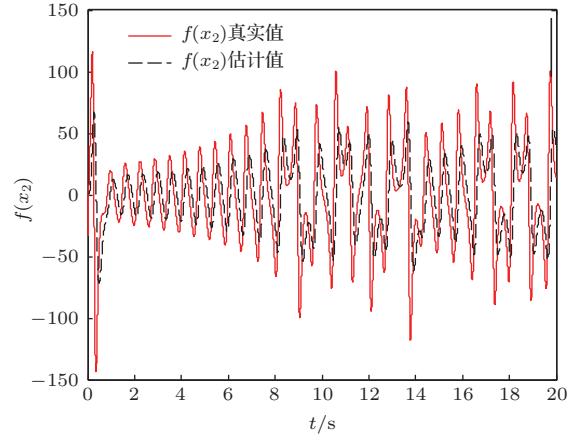


图8 (网刊彩色) ESO估计曲线

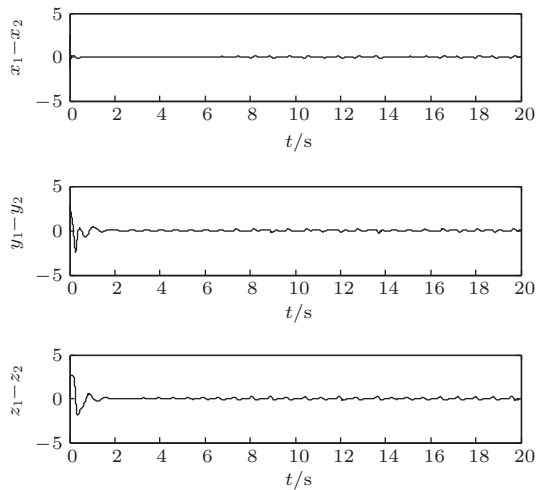


图6 误差曲线

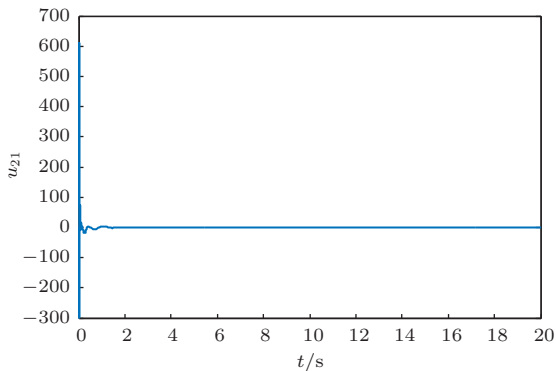


图7 控制量曲线

## 5 结 论

本文给出了一种应用于混沌(超混沌)系统上的基于ESO的快速全线性GPC算法, 利用线性ESO实时地估计并且补偿混沌系统被控分系统的非线性函数部分, 将被控分系统转换为单积分器形式, 然后针对积分器设计GPC. 该算法避免了递推最小二乘法和参数自校正辨识的使用, 解决了非线性模型难以预测的问题; 同时, 阶跃系数矩阵可以直接得到解析解, 并通过分析丢番图方程, 证明了未来的输出预测可以根据输出采样值直接计算得到, 避免了在线丢番图方程的求解, 解决了计算量大的问题. 通过对于Lorenz系统的控制同步数值仿真, 验证了所提算法的有效性, 具有较强的实践意义.

## 参考文献

- [1] Ott E, Gregori C, Yorke A J 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [2] Tan W, Wang Y N, Liu Z R 2004 *Control Theory and Appl.* **20** 951 (in Chinese) [谭文, 王耀南, 刘祖润 2004 控制理论与应用 **20** 951]
- [3] Wang Z Y, Cai Y L, Jia D, Liu W J 2000 *Control and Decision* **15** 55 (in Chinese) [王忠勇, 蔡远利, 贾冬, 刘文江 2000 控制与决策 **15** 55]



- [4] Zhang Q S, Ding W C, Sun C 2008 *Journal of Vibration and Shock* **27** 155 (in Chinese) [张庆爽, 丁旺才, 孙闯 2008 振动与冲击 **27** 155]
- [5] Das S, Pan I, Das S, Gupta A 2012 *Nonlinear Dyn.* **69** 2193
- [6] Yao J, Guan Z H, Hill D J 2005 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **15** 3381
- [7] Sun K H, Chen Z S, Zhang T S 2005 *Control and Decision* **20** 207 (in Chinese) [孙克辉, 陈志盛, 张泰山 2005 控制与决策 **20** 207]
- [8] Chang K M 2008 *Chaos Soliton. Fract.* **36** 460
- [9] Chang J F, Hung M L, Yang Y S, Liao T L, Yan J J 2008 *Chaos Soliton. Fract.* **37** 609
- [10] Yassen M T 2005 *Chaos Soliton. Fract.* **26** 913
- [11] Wen S H 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 5209 (in Chinese) [温淑焕 2009 物理学报 **58** 5209]
- [12] Wen S H, Wang Z, Liu F C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3753 (in Chinese) [温淑焕, 王哲, 刘福才 2009 物理学报 **58** 3753]
- [13] Chen Z W, Liu W L 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 050506 (in Chinese) [陈志旺, 刘文龙 2011 物理学报 **60** 050506]
- [14] Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S 1987 *Automatica* **23** 137
- [15] Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S 1987 *Automatica* **23** 149
- [16] Xi Y G, Li J Y 1991 *Control Theory and Appl.* **8** 419 (in Chinese) [席裕庚, 厉隽恂 1991 控制理论与应用 **8** 419]
- [17] Wang W, Yang J J 1997 *Control Theory and Appl.* **14** 777 (in Chinese) [王伟, 杨建军 1997 控制理论与应用 **14** 777]
- [18] Henson M A 1998 *Comput. Chem. Eng.* **23** 187
- [19] Han J Q 2009 *IEEE Trans. Ind. Electron.* **56** 900
- [20] Gao Z Q 2010 *Proceedings of the 29th Chinese Control Conference* Beijing, China, July 29–31, 2010 p6071 (in Chinese) [高志强 2010 第29届中国控制会议论文集 北京, 中国, 7月29—31日, 2010 第6071页]
- [21] Huang Y, Xue W C, Zhao C Z 2012 *J. Sys. Sci. & Math. Scis.* **31** 1111 (in Chinese) [黄一, 薛文超, 赵春哲 2012 系统科学与数学 **31** 1111]
- [22] Gao Z Q 2003 *Proceedings of the American Control Conference* Denver, Colorado, June 4-6, 2003 p4989
- [23] Li S, Li Y, Liu B, Murray T 2012 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **17** 12

# Control and synchronization in chaotic systems based on fast linear predictive control\*

Zhang Yuan<sup>1)</sup> Xu Qi<sup>1)2)</sup> Sun Ming-Wei<sup>1)†</sup> Chen Zeng-Qiang<sup>1)</sup>

1) (*College of Computer and Control Engineering, Nankai University, Tianjin 300071, China*)

2) (*Military Traffic Institute, Tianjin 300161, China*)

( Received 13 July 2014; revised manuscript received 16 August 2014 )

## Abstract

A kind of fast linear generalized predictive control (GPC) algorithm is proposed based on the extended state observer for chaotic (hyperchaotic) systems. The linear extended state observer is employed to estimate and compensate the nonlinear dynamics and the existing uncertainties of the chaotic (hyperchaotic) systems so that an integrator can be obtained to serve as the model for GPC design. Using this scheme, the computational complexity can be substantially reduced. A step coefficient matrix can be derived analytically and a future output prediction can be explicitly calculated by only using the last two samples of the output. Therefore, the self-tuning algorithms and the Diophantine equation can be completely avoided. The proposed method can be used to control nonlinear targets in a straightforward manner. Simulation results show the effectiveness of this linear algorithm.

**Keywords:** chaos, generalized predictive control, extended state observer, synchronization control

**PACS:** 05.45.Gg, 02.30.Yy, 05.45.Pq

**DOI:** [10.7498/aps.64.010502](https://doi.org/10.7498/aps.64.010502)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61174094, 61273138), and the Tianjin Natural Science Foundation, China (Grant Nos. 13JCYBJC17400, 14JCYBJC18700).

† Corresponding author. E-mail: [smw\\_sunmingwei@163.com](mailto:smw_sunmingwei@163.com)