

无衍射 Mathieu 光束自重建特性的理论和实验研究

李冬 吴逢铁 谢晓霞 孙川

Theoretical and experimental studies on the self-reconstruction property of non-diffracting Mathieu beam

Li Dong Wu Feng-Tie Xie Xiao-Xia Sun Chuan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 014201 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.014201

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.014201>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I1>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

光纤激光器自混合干涉效应研究

[Self-mixing interference effect based on fiber laser](#)

物理学报.2014, 63(23): 234202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.234202>

一种基于双光束干涉的分级身份认证方法

[Multi-level authentication based on two-beam interference](#)

物理学报.2013, 62(6): 064205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.064205>

静态傅里叶变换超光谱全偏振成像技术

[Static Fourier-transform hyperspectral imaging full polarimetry](#)

物理学报.2013, 62(4): 044206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.044206>

光谱分辨率可调的新型干涉成像光谱技术研究

[Spectral zooming birefringent imaging spectrometer](#)

物理学报.2013, 62(2): 024205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.024205>

目标粗糙对合成孔径激光雷达回波的退相干效应

[Decoherence effect of target roughness in synthetic aperture ladar](#)

物理学报.2013, 62(2): 024204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.024204>

无衍射 Mathieu 光束自重建特性的理论和实验研究*

李冬 吴逢铁† 谢晓霞 孙川

(华侨大学信息科学与工程学院, 福建省光传输与变换重点实验室, 厦门 361021)

(2014年6月17日收到; 2014年7月14日收到修改稿)

首次对无衍射 Mathieu 光束的自重建特性进行理论和实验研究, 利用 Mathieu-Hankel 波理论分析了 Mathieu 光束的自重建机理. 基于菲涅尔衍射积分理论, 推导出了高斯吸收型圆形障碍物部分遮挡后的 Mathieu 光场重建后的解析表达式, 并数值模拟了无衍射 Mathieu 光束的经圆形障碍物部分遮挡后光场的自重建过程. 采用柱透镜-轴棱锥组合光学系统产生近似零阶无衍射 Mathieu 光束, 实验分别验证了轴上和轴外障碍物遮挡时近似零阶无衍射 Mathieu 光束的自重建特性. 理论模拟与实验结果相符.

关键词: 无衍射 Mathieu 光束, Mathieu Hankel 波理论, 自重建特性

PACS: 42.25.Hz, 24.10.Ht, 42.25.-p

DOI: 10.7498/aps.64.014201

1 引言

自从1987年无衍射光束^[1]的概念被提出以来, 由于其独特的无衍射特性和自重建特性而受到广泛的关注. 研究发现无衍射光束可以应用于光学微操作^[2,3], 医学成像^[4], 光通信和检测^[5]等领域. 无衍射光束是自由空间亥姆赫兹方程的解, Gutierrez-Vega 和 Bandres^[6]给出亥姆赫兹方程在矩形柱坐标, 椭圆柱坐标以及抛物柱坐标下的无衍射光束解, Durnin 等提出的无衍射 Bessel 光束只是亥姆赫兹方程在圆柱坐标系下的一组特解, 其他三组对应的无衍射光束解分别是 Cosine 光束, Mathieu 光束和 Parabolic 光束, 其中 Mathieu 光束为椭圆柱坐标下的无衍射光束解.

对无衍射光束的研究发现, 当光束被小的障碍物部分遮挡后, 光束在障碍物后传播一段距离后光束会发生自愈, 恢复未遮挡前的光斑形状和场分布, 这种现象称为无衍射光束的重建特性. 2002年 Garace-Chavez 等^[7]创造性的将无衍射 Bessel 光束

的自愈特性应用于光学微操作, 即当一个粒子被无衍射光束俘获时, 粒子附近的光场受粒子的影响发生畸变, 但是在粒子后的一定传播距离处, 光束恢复原来分布, 这种自愈特性使得多层面操控粒子成为可能, 因此无衍射光束的自重建特性使得它在光镊和其他一些领域有着重要的应用. 最近, Chu 和 Zhou 等^[8,9]对无衍射 Bessel 光束和 Airy 光束的自重建特性进行了解析研究, 我们课题组^[10-12]对无衍射 Bessel 光束的自重建特性的理论和实验也做了相关的研究, 但是至今尚无其他三类无衍射光束的自重建特性研究, 本文首次对无衍射 Mathieu 光束的自重建特性进行了理论和实验研究, 利用 Mathieu-Hankel 波理论^[13]解释了无衍射 Mathieu 光束的形成和自重建过程, 基于菲涅尔衍射积分理论, 导出了障碍物后自重建 Mathieu 光场的准确解析表达式, 并基于解析表达式数值模拟了圆形障碍物后的无衍射 Mathieu 光场在不同传播距离处的强度分布, 展示了 Mathieu 光束的自重建过程. 设计实验光路产生零阶无衍射 Mathieu 光束, 并且观

* 国家自然科学基金(批准号: 61178015)、福建省科技创新平台计划项目(批准号: 2012H2002)和泉州市科技重点项目(批准号: 2014Z127)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: fengtie@hqu.edu.cn

察了光束通过障碍物的自重建过程, 用 CCD 照相机拍摄了圆形障碍物后不同传播距离处的近似零阶无衍射 Mathieu 光场的强度分布, 实验结果与理论模拟相符.

2 理论分析

无衍射 Bessel 光束的自愈特性可以用 Hankel 波理论^[11]进行解释. 类似的, 无衍射 Mathieu 光束的自愈特性可以用相对应的 Mathieu-Hankel 波理论来解释. 自由空间中标量波动方程可以表示

$$\nabla^2 U + k^2 U = 0. \quad (1)$$

利用椭圆柱坐标与直角坐标之间的变换关系

$$\begin{aligned} x &= h \cosh \xi \cos \eta, & y &= h \sinh \xi \sin \eta, & z &= z, \\ (n \leq \xi < \infty, 0 \leq \eta < 2\pi). \end{aligned} \quad (2)$$

椭圆坐标系中两个焦点的坐标为 $(\pm h, 0)$, 在椭圆柱坐标系下, 令 $U = F(\xi)G(\eta)Z(z)$ 并分离变量可得

$$Z''(z) + mZ(z) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{d^2 R(\xi)}{d\xi^2} + (2q \cosh 2\xi - a)R(\xi) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{d^2 G(\eta)}{d\eta^2} + (a - 2q \cos 2\eta)G(\eta) = 0, \quad (5)$$

其中 k 是波数, $q = h^2 k_t^2 / 4$, k_t 是波矢的径向分量, a 是一个常数. (1) 式波动方程两组线性无关的解为

$$\begin{aligned} U_{e_m}(\xi, \eta, z; q) &= U_0 He_m^{(1),(2)}(\xi) ce_m(\eta; q) \exp(ik_z z), \\ m &= 0, 2, 4, 6 \dots, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} U_{o_m}(\xi, \eta, z; q) &= U_0 Ho_m^{(1),(2)}(\xi) se_m(\eta; q) \exp(ik_z z), \\ m &= 1, 3, 5, 7 \dots, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $ce_m(\eta; q)$ 和 $se_m(\eta; q)$ 分别是 m 阶偶角 Mathieu 函数和奇角 Mathieu 函数, k_z 是波矢的轴向分量, U_0 是常数, 为了简便一般令 $U_0 = 1$, $He(\xi)$ 和 $Ho(\xi)$ 是 Mathieu-Hankel 函数, 可以表示为

$$He_m^{(1),(2)}(\xi; q) = \begin{cases} Je_m(\xi; q) + iNe_m(\xi; q), \\ Je_m(\xi; q) - iNe_m(\xi; q), \end{cases} \quad (8)$$

$$Ho_m^{(1),(2)}(\xi; q) = \begin{cases} Jo_m(\xi; q) + iNo_m(\xi; q), \\ Jo_m(\xi; q) - iNo_m(\xi; q). \end{cases} \quad (9)$$

(8), (9) 式中 $H(\xi; q)$ 的上标 (1) 对应“+”表示第一类 Mathieu-Hankel 函数, 上标 (2) 对应“-”表示第

二类 Mathieu-Hankel 函数. 下标 e_m 和 o_m 表示 m 阶偶模和奇模, $J(\xi; q)$ 和 $N(\xi; q)$ 分别代表第一类径向和第二类径向 Mathieu 函数. 描述奇 Mathieu-Hankel 波与偶 Mathieu-Hankel 波方式一样, 为了简单, 文章只介绍偶 Mathieu-Hankel 波, 第一类偶 Mathieu-Hankel 函数 $He_m^{(1)}(\xi; q)$ 描述的是沿径向 ξ 的正方向传播的椭圆波, 第二类偶 Mathieu-Hankel 函数 $He_m^{(2)}(\xi; q)$ 描述的是沿径向 ξ 的负方向传播的椭圆波, 则 (5) 式中 $He_m^{(1)}(\xi; q) ce_m(\eta; q) \exp(ik_z z)$ 表示沿轴线向外传播的椭圆锥面波 (outgoing conical wave, OCW), $He_m^{(2)}(\xi; q) ce_m(\eta; q) \exp(ik_z z)$ 表示沿轴线向内传播的椭圆锥面波 (incoming conical wave, ICW), 表示这两类锥波叠加产生 m 阶偶无衍射 Mathieu 光束的公式为

$$\begin{aligned} & \left[He_m^{(1)}(\xi; q) + He_m^{(2)}(\xi; q) \right] ce_m(\eta; q) \exp(ik_z z) \\ &= [Je_m(\xi; q) + iNe_m(\xi; q) + Je_m(\xi; q) \\ & \quad - iNe_m(\xi; q)] ce_m(\eta; q) \exp(ik_z z) \\ &= Je_m(\xi; q) ce_m(\eta; q) \exp(ik_z z). \end{aligned} \quad (10)$$

当 $m = 0$ 时, (10) 式表示第一类零阶偶 Mathieu-Hankel 波与第二类零阶偶 Mathieu-Hankel 波叠加产生零阶无衍射 Mathieu 光束

$$U(\xi, \eta, z; q) = Je_0(\xi; q) ce_0(\eta; q) \exp(ik_z z). \quad (11)$$

如图 1 (a) 所示, 两个椭圆锥面波叠加的区域即为 Mathieu 光束区域, 当放置障碍物后, ICW 或 OCW 被遮挡, 或者二者同时被遮挡. 在没有 ICW 和 OCW 相互叠加的区域将无法形成 Mathieu 光束, 但是没有被挡住的 ICW 和 OCW 继续传播后叠加仍然可以形成 Mathieu 光, 表现出 Mathieu 光束经过障碍物一段距离后发生自重建现象, 如图 1 (b) 所示.

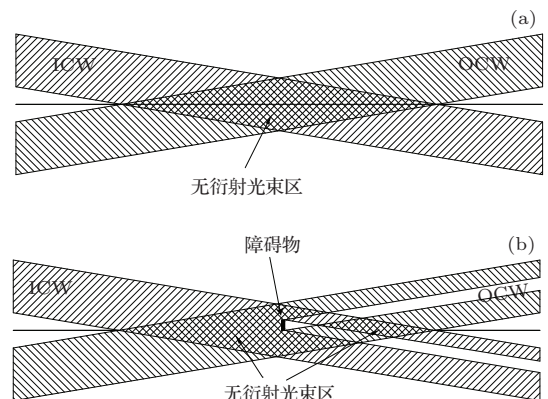


图 1 用 Mathieu-Hankel 波描述 Mathieu 光束 (a) 形成示意图; (b) 自重建特性示意图

3 数值模拟

Mathieu 光束可以展开为一系列的 Bessel 函数的叠加 [14].

$$\begin{aligned}
 & uc_{2n}(\rho, \theta, z = 0; q) \\
 &= \sum_{j=0}^{\infty} A_{2j}^{(2n)}(q) (-1)^j \cos(2j\theta) J_{2j}(k_t \rho), \\
 & uc_{2n+1}(\rho, \theta, z = 0; q) \\
 &= \sum_{j=0}^{\infty} A_{2j+1}^{(2n+1)}(q) (i)^{2j+1} \cos[(2j+1)\theta] \\
 & \quad \times J_{2j+1}(k_t \rho), \\
 & us_{2n+2}(\rho, \theta, z = 0; q) \\
 &= \sum_{j=0}^{\infty} B_{2j+2}^{(2n+2)}(q) (-1)^{2j+2} \sin[(2j+2)\theta] \\
 & \quad \times J_{2j+2}(k_t \rho), \\
 & us_{2n+1}(\rho, \theta, z = 0; q) \\
 &= \sum_{j=0}^{\infty} B_{2j+1}^{(2n+1)}(q) (i)^{2j+1} \sin[(2j+1)\theta] \\
 & \quad \times J_{2j+1}(k_t \rho), \tag{12}
 \end{aligned}$$

其中 uc_m 和 us_m 分别表示 Mathieu 光束的偶模和奇模, ρ, θ, z 是柱坐标变量, k_t 是波矢 \mathbf{k} 的径向分量, 椭圆率参数 $q = h^2 k_t^2 / 4$, 系数 $A_{2j}^{(2n)}(q), A_{2j+1}^{(2n+1)}(q), B_{2j+2}^{(2n+2)}(q), B_{2j+1}^{(2n+1)}(q)$ 是 Mathieu 函数的展开系数, J 是第一类 Bessel 函数. 为了模拟 Mathieu 光束的自重建, 假设障碍物具有高斯型振幅吸收特性, 障碍物的振幅透过率函数可以表示为

$$\begin{aligned}
 T(\rho, \theta) &= 1 - \exp \left[- \frac{\rho^2 + \rho_0^2 - 2\rho\rho_0 \cos(\theta - \theta_0)}{\omega^2} \right] \\
 & \quad \times Ap(\rho, \theta), \tag{13}
 \end{aligned}$$

其中 (ρ, θ) 是 $z = 0$ 平面上的极坐标位置, (ρ_0, θ_0) 是圆形障碍物中心的位置, 当 $\rho_0 = 0$ 时, 表示障碍物在轴上, ω 是与障碍物吸收特性有关的参数, 当 $\omega \rightarrow 0$ 表示不存在障碍物, 当 $\omega \rightarrow \infty$ 表示完全吸收障碍物, $Ap(\rho, \theta)$ 用来描述障碍物的形状的函数, 当障碍物为圆形时, 可以用 $\text{circ}(\rho)$ 函数代替, $Ap(\rho, \theta)$ 可以展开成一系列复高斯函数的叠加 [15], 对于离轴圆形障碍物

$$Ap(\rho, \theta) = \sum_{v=1}^N A_v \exp \left(- B_v$$

$$\times \frac{\rho^2 + \rho_0^2 - 2\rho\rho_0 \cos(\theta - \theta_0)}{a^2} \right), \tag{14}$$

a 是圆形障碍物的半径, (ρ_0, θ_0) 表示圆形障碍物的中心位置, A_v 和 B_v 是展开系数, 可以通过优化方法获得, N 是展开项数, 一般取前十项就能满足要求.

为了说明 Mathieu 函数的自重建特性, 本文将考虑偶模 Mathieu 光束经轴上或者离轴圆形障碍物后的自重建特性, 对于奇模 Mathieu 光束的自重建可以用同样的方法求得.

初始平面处 Mathieu 光场可以表示为

$$u_0(\rho, \theta, z = 0) = uc_{2n}(\rho, \theta, z = 0; q) T(\rho, \theta). \tag{15}$$

根据菲涅尔衍射积分公式, 障碍物后传播距离 z 处的光场可以表示为

$$\begin{aligned}
 u(r, \phi, z) &= - \frac{ik \exp(ikz)}{2\pi z} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} u_0(\rho, \theta, z = 0) \\
 & \quad \times \exp \left[\frac{ik}{2z} (\rho^2 - 2r\rho \cos(\theta - \phi) + r^2) \right] \\
 & \quad \times \rho d\rho d\theta. \tag{16}
 \end{aligned}$$

将 (15) 式代入 (16) 式利用公式

$$\exp(iz \cos(\varphi)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n J_n(z) \exp(in\varphi), \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_0^\infty x J_l(\alpha x) J_l(\delta x) \exp(-\gamma x^2) dx \\
 &= \frac{1}{2\gamma} I_l \left(\frac{\alpha\delta}{2\gamma} \right) \exp \left(- \frac{\alpha^2 + \delta^2}{4\gamma} \right), \\
 & |\arg \gamma| < \pi/4, \quad \text{Re}\alpha > 0, \quad \text{Re}\delta > 0, \tag{18}
 \end{aligned}$$

其中, I_l 是 l 阶第一类修正 Bessel 函数, 通过积分计算后, (16) 式障碍物后的光场可以化简为

$$u(r, \phi, z) = u_1(r, \phi, z) - u_2(r, \phi, z), \tag{19}$$

其中

$$\begin{aligned}
 & u_1(r, \phi, z) \\
 &= \exp \left[ikz \left(1 - \frac{k_t^2 z}{2k^2} \right) \right] \\
 & \quad \times \sum_{j=0}^{\infty} A_{2j}^{(2n)} (-1)^j \cos(2j\phi) J_{2j}(k_t r), \tag{20} \\
 & u_2(r, \phi, z) \\
 &= \exp \left[ikz \left(1 + \frac{r^2}{2z^2} \right) \right] \exp \left(- \frac{\rho_0^2}{\omega^2} \right) \\
 & \quad \times \sum_{v=1}^N A_v \frac{-ika^2 \omega^2}{2zB_v \omega^2 + 2za^2 - ika^2 \omega^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \exp\left(-B_v \frac{\rho_0^2}{a^2}\right) \\
 & \times \exp\left\{\frac{-ika^2\omega^2 z[k_t^2 + W^2]}{2(k^2 a^2 \omega^2 + 2izk B_v \omega^2 + 2izka^2)}\right\} \\
 & \times \sum_{j=0}^{\infty} A_{2j}^{(2n)}(q)(-1)^j \cos(2j\psi) \\
 & \times J_{2j}\left(\frac{-k_t z a^2 \omega^2 W}{k^2 a^2 \omega^2 + 2izk B_v \omega^2 + 2izka^2}\right), \quad (21)
 \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned}
 W &= \left\{ \left(\frac{2i\rho_0^2}{\omega^2} + \frac{2i\rho_0 B_v}{a^2} \right)^2 + \frac{k^2 r^2}{z^2} \right. \\
 & \left. + 2 \left(\frac{2i\rho_0^2}{\omega^2} + \frac{2i\rho_0 B_v}{a^2} \right) \frac{kr}{z} \right. \\
 & \left. \times \cos(\phi - \theta_0) \right\}^{1/2}, \quad (22) \\
 \psi &= \arctan \left\{ \left[\left(\frac{2i\rho_0^2}{\omega^2} + \frac{2i\rho_0 B_v}{a^2} \right) \sin(\theta_0) \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$\left. + \frac{kr}{z} \sin(\varphi) \right] \left[\left(\frac{2i\rho_0^2}{\omega^2} + \frac{2i\rho_0 B_v}{a^2} \right) \cos(\theta_0) + \frac{kr}{z} \cos(\varphi) \right]^{-1} \}. \quad (23)$$

利用(19)到(23)式可以求出障碍物后光场的准确解析表达式.

为了展示障碍物后 Mathieu 光束的自愈特性, 以零阶 Mathieu 光束为例, 设置 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, 圆形障碍物的半径 $a = 0.2 \text{ mm}$, 障碍物的高斯吸收参数 $\omega = 100 \text{ mm}$, 放置 $z = 0 \text{ mm}$ 处, 离轴时障碍物的中心位置 $(r_0, \theta_0) = (0.25 \text{ mm}, \frac{\pi}{2})$. 图 2 分别展示了圆形障碍物中心在轴上和离轴时零阶 Mathieu 光束的自重建过程. 从图 2 中可以看出, 无衍射 Mathieu 光束被圆形障碍物部分遮挡后, 在障碍物后传播一段距离后, 它将发生完整的自愈现象.

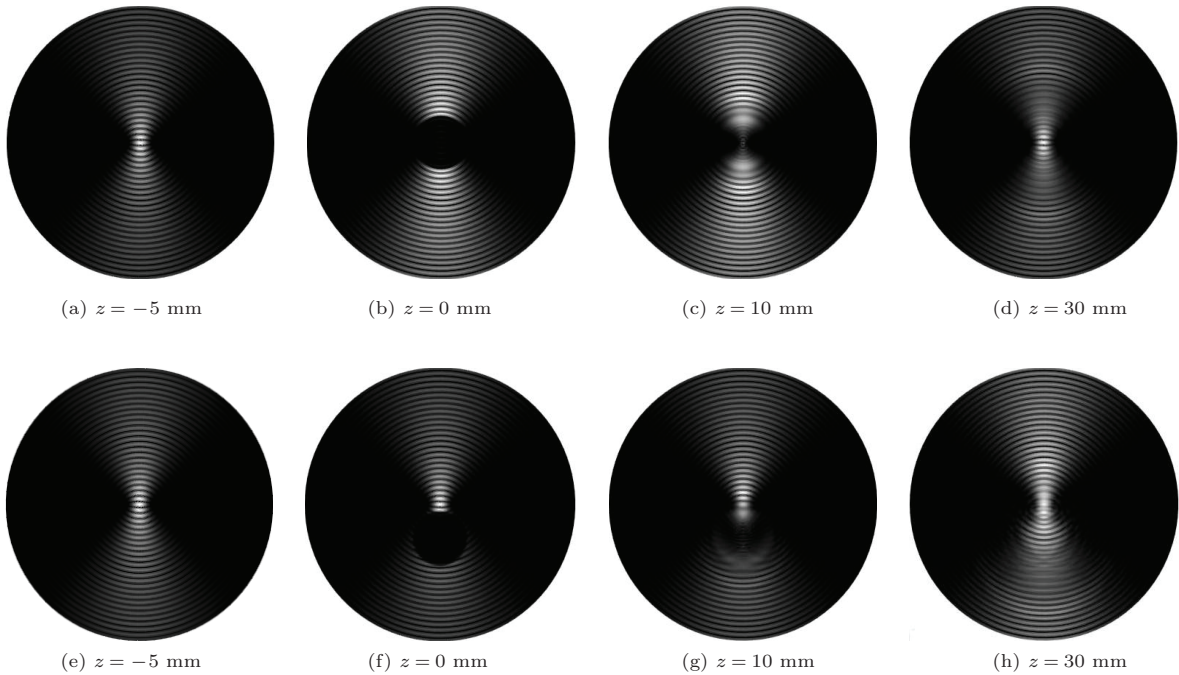


图 2 圆形障碍物后无衍射 Mathieu 光束的自重建

4 实验验证

利用柱透镜-轴棱锥系统产生近似零阶无衍射 Mathieu 光束^[16], 再经过圆形障碍物, 实验装置如图 3 所示.

实验中选择光源为 $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ 的氦氖激光, 柱透镜的焦距为 $f = 130 \text{ mm}$, 透镜 $f_1 = 15 \text{ mm}$,

透镜 $f_2 = 190 \text{ mm}$, 柱透镜用于将圆高斯光束变换为椭圆高斯光束, 透镜 f_1 和 f_2 组成望远镜系统用于准直扩束, 将椭圆高斯光束变换成具有椭圆高斯振幅调制的平面波, 该平面波经过轴棱锥聚焦后可以产生零阶近似无衍射 Mathieu 光束, 圆形障碍物的半径为 0.2 mm . 利用 CCD 成像系统拍摄得到不同传播距离处截面光强分布如图 4 所示, 实验结果与理论模拟很好的重合.

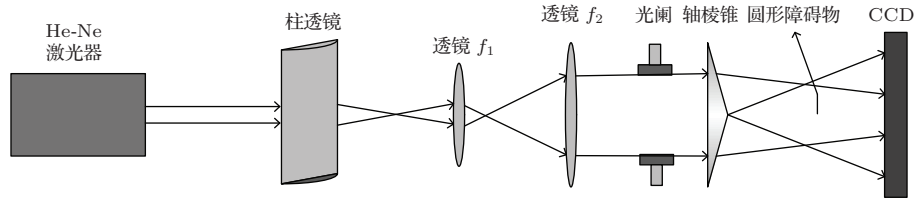


图3 近似无衍射 Mathieu 光束的自重建实验光路图

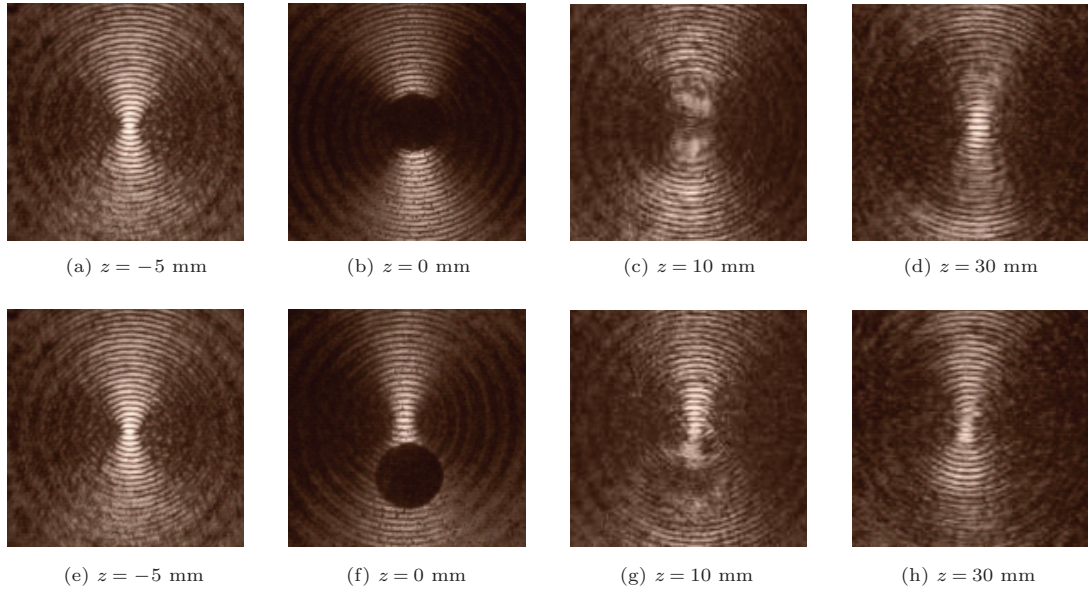


图4 实验拍摄得到的近似无衍射 Mathieu 光束的自重建过程

5 结 论

利用 Mathieu-Hankel 波理论解释了无衍射 Mathieu 光束的自重建现象, 基于菲涅尔衍射积分公式推导出了自重建后 Mathieu 光束的光场的解析表达式, 并数值模拟了 Mathieu 光束的自重建过程. 为了观察无衍射 Mathieu 光束的自重建过程, 利用柱透镜-轴棱锥组合产生了近似无衍射 Mathieu 光束, 并观察其经过轴上或者离轴障碍物遮挡后的自重建过程. 其自重建过程与无衍射 Bessel 光束类似. 无衍射 Mathieu 光束可以光学微操作, 光学测量, 光通信等领域, 因此研究无衍射 Mathieu 光束的自重建特性, 对无衍射 Mathieu 光束的在工程上的应用具有现实的指导意义.

参考文献

- [1] Durnin J 1987 *J. Opt. Soc. Am.A* **4** 651
- [2] Grier D G 2003 *Nat.* **424** 810
- [3] Wang Z L, Yin J P 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2466
- [4] Planchon T A, Gao L, Milkie D E, Davidson M W, Galbraith J A, Galbraith C G, Betzig E 2011 *Nat. Meth.* **8** 417
- [5] Ok G, Choi S W, Park K H, Chun H S 2013 *IEEE Sens. J.* **13** 71
- [6] Gutiérrez-Vega J C, Bandres M A 2005 *J. Opt. Soc. Am.A* **22** 289
- [7] Garcés-Chávez V, McGloin D, Melville H, Sibbett W, Dholakia K 2002 *Nat.* **419** 145
- [8] Chu X 2012 *Eur. Phys. J. D* **66** 259
- [9] Chu X, Zhou G, Chen R 2012 *Phys. Rev. A* **85** 013815
- [10] Fan D D, Zhang Q A, Cheng Z M, Zheng W T, Wu F T 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 164103 (in Chinese) [范丹丹, 张前安, 程治明, 郑维涛, 吴逢铁 2012 物理学报 **61** 164103]
- [11] Zhang Q A, Wu F T, Zheng W T, Pu J X 2011 *Sci. Sin.G: Phys. Mech. Astron.* **41** 1131 (in Chinese) [张前安, 吴逢铁, 郑维涛, 蒲继雄 2011 中国科学 G 辑:**41** 1131]
- [12] Fan D D, Wu F T, Cheng Z M, Zhu J Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 104219 (in Chinese) [范丹丹, 吴逢铁, 程治明, 朱健强 2013 物理学报 **62** 104219]
- [13] Vega J G, Cerda S C <http://homepages.mty.itesm.mx/~jgutierrez/> [2014-6-15]
- [14] Chafiq A, Hricha Z, Belafhal A 2006 *Opt. Commun.* **265** 594
- [15] Wen J J, Breazeale M A 1988 *J. Acoust. Soc. Am.* **83** 1752
- [16] Li D, Wu F T, Xie X X 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 152401 (in Chinese) [李冬, 吴逢铁, 谢晓霞 2014 物理学报 **63** 152401]

Theoretical and experimental studies on the self-reconstruction property of non-diffracting Mathieu beam*

Li Dong Wu Feng-Tie[†] Xie Xiao-Xia Sun Chuan

(College of Information Science and Engineering, Huaqiao University, Fujian Key Laboratory of Optical Beam Transmission and Transformation, Xiamen 361021, China)

(Received 17 June 2014; revised manuscript received 14 July 2014)

Abstract

Self-reconstruction properties of the Mathieu beam are studied theoretically and experimentally. By means of the Mathieu-Hankel wave's theory, the self-reconstruction mechanism of Mathieu beam is analyzed. Based on the Fresnel diffraction theory, an analytical expression for the optical field of a Mathieu beam partially blocked by a circular opaque obstacle is derived, and the self-reconstruction process of Mathieu beam is simulated based on the analytical expression. Using a cylindrical lens and an axicon system to generate Mathieu beam, the self-reconstruction properties of the Mathieu beam partially blocked by a circular opaque obstacle on axis and off axis are verified. Experimental results agree well with the theoretical analysis.

Keywords: non-diffracting Mathieu beam, Mathieu Hankel wave's theory, self-reconstructing property

PACS: 42.25.Hz, 24.10.Ht, 42.25.-p

DOI: 10.7498/aps.64.014201

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61178015), the Program of Innovation of Science and Technology of Fujian Province, China (Grant No. 2012H2002), and the Science and Technology Key Project of Quanzhou, China (Grant No. 2014Z127).

[†] Corresponding author. E-mail: fengtie@hqu.edu.cn