

随时间变化的非平整壁面对液膜表面波演化特性的影响

王松岭 刘梅 王思思 吴正人

Influence of uneven wall changing over time on the characteristics of liquid surface wave evolution

Wang Song-Ling Liu Mei Wang Si-Si Wu Zheng-Ren

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 014701 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.014701

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.014701>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I1>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

连续凹槽基底对含非溶性表面活性剂薄液膜流动特性的影响

Effect of periodic grooving topography on dynamics of Insoluble surfactant-laden thin film flow

物理学报.2014, 63(22): 224703 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.224703>

非平整基底上受热液膜流动稳定性研究

Stability of heated liquid film on an uneven substrate

物理学报.2014, 63(15): 154702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.154702>

双液滴撞击平面液膜的流动与传热特性

The flow and heat transfer characteristics of double droplets impacting on flat liquid film

物理学报.2014, 63(9): 094702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.094702>

倾斜粗糙壁面上含不溶性表面活性剂溶液的动力学特性

Dynamics of insoluble surfactant-laden thin films flow over inclined random topography

物理学报.2013, 62(21): 214704 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.214704>

实验观测液滴撞击倾斜表面液膜的特殊现象

Special phenomena of droplet impact on an inclined wetted surface with experimental observation

物理学报.2013, 62(8): 084707 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.084707>

随时间变化的非平整壁面对液膜表面波演化特性的影响^{*}

王松岭 刘梅 王思思 吴正人[†]

(华北电力大学能源动力与机械工程学院, 保定 071000)

(2014年5月13日收到; 2014年6月13日收到修改稿)

本文对非平整壁面上的液膜表面波演化过程进行了研究. 针对非平整壁面随时间变化的特性, 采用小参数摄动法对控制方程和边界条件进行求解, 推导出波动壁面上液膜表面波的扰动方程, 采用导数展开法对其进行求解, 并选取简谐波形状的壁面进行数值研究. 对波动壁面下不同参数的影响规律研究可得, 当壁面频率较小时, 静态波与行进波的波长比较相近, 促进表面波之间的合并, 且壁面频率、壁面振幅及 Re 数的增加, 均会使表面波的振幅明显增大; 对比波动壁面与非平整壁面可得, 在相同位置处, 随着时间的演化, 非平整壁面上表面波呈周期变化, 而波动壁面上表面波呈波长更大的近周期变化; 壁面振幅和壁面频率的降低, 均会使两种壁面结构下的表面波振幅减小, 但所形成的表面波形有所不同, 即波动壁面引起的表面波可看作波动壁面结构与非平整壁面引起的表面波叠加而成.

关键词: 非平整壁面, 小参数摄动法, 表面波, 液膜

PACS: 47.15.gm, 47.63.mf, 47.11.St

DOI: 10.7498/aps.64.014701

1 引言

在对液膜表面波的理论研究中, 壁面结构的不同将很大程度上影响表面波的演化情况, 随着壁面结构的变化, 液膜的流动结构和状态也会随之发生改变, 导致自由界面产生一系列复杂的表面波, 其演化情况在热交换器、凝汽器、微流体和核电站的冷却系统等工业设备中有重要应用, 因此对不同壁面结构下表面波演化情况的理论和数值研究具有重要意义^[1-3].

在现有文献中, 师晋生^[4]对高黏度流体在波纹板通道内的流动以及低雷诺数的液膜在正弦型波纹壁面上的自由降落分别进行了摄动分析, 同时也对竖直放置的横向波纹壁面上的定型层流自由降落液膜的运动与蒸发传热进行了分析, 表明在一定的壁面波幅和波数条件下, 横向波纹对这种流动的

传热有增强作用. 朴明日和胡国辉^[5]采用VOF方法, 在入口处引入周期扰动, 对沿矩形结构底板下落的二维非定常薄膜流动进行直接数值模拟, 研究了壁面结构对液膜流动的演化过程和频率响应. 李春曦^[6]针对非平整壁面表面上的超薄液膜流动, 分析了不同壁面表面液膜轮廓的变化特征及壁面结构参数和重力对液膜流动的影响. Shi^[7]考虑惯性力作用, 采用积分水动力边界层理论, 对液膜流经竖直长周期正弦波状壁面进行了研究.

在以上这些研究中, 液膜流经的非平整壁面都是刚性的且不随时间改变, 然而, 在一些情况下, 壁面变形是不可忽略的, 如在生理学及某些涂层工程中的流动^[8,9]. 而在现有文献中考虑到底部随时间变化的情况非常少, 李振等^[10]研究了壁面的弹性变形对蒸发超薄膜的稳定性和去湿动力学过程的影响, 指出增大壁面弹性系数或减小液体表面张力都能加速液膜的破碎, 并影响气液界面波的波长.

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 11302076)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号: 20110036110009)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: zhengren_wu@163.com

Matar 对弹性变形壁面下的液膜流动进行了研究, 应用润滑理论得出关于壁面挠曲及液膜厚度的演化方程, 研究发现减小壁面阻力或壁面张力的影响, 将导致稳定性降低, 并提高弱非线性区域混沌的发展, 进而通过考虑详细的壁面弹性变形计算得出行波频谱^[11-13]. Eyov 等^[14] 则考虑可压流体在弹性壁面的流动, 得出表面波的物理特性, 并与流经刚性壁面的情况进行了对比. Howell 等^[15] 应用润滑理论对液膜流经弹性壁面的情况进行了研究, 得出了关于梁的长度及刚度对液膜流场及梁的变形所产生影响的完整特性. 现有的波动壁面的研究主要关注了液膜流动内部机理的研究, 而对液膜流动所产生的表面波形的研究却很缺乏, 因此本文将主要研究非平整壁面随时间变化对液膜表面波演化情况的影响.

本文将随时间变化的非平整壁面定义为波动壁面, 将固定的非平整壁面定义为非平整壁面, 建立了波动壁上液膜流动的物理模型, 从液膜流动的基本方程和边界条件出发, 采用小参数摄动法对控制方程和边界条件进行求解, 推导在波动壁面下液膜表面波满足的扰动方程, 基于导数展开法, 得出壁面结构波动与否对表面波的影响特性, 并分析结构参数等对表面波演化过程的影响.

2 扰动方程的推导与求解

本文研究二维不可压缩、黏性流体在竖直波动壁面上的流动. 如图 1 所示, x 轴沿波动壁面平衡位置处竖直向下, z 轴与壁面方向垂直. 其中, $h(x, t)$ 表示自由表面演化函数, $\eta(x, t)$ 表示波动壁面函数, 且 $\eta(x, t)$ 与 $h(x, t)$ 数量级相同.

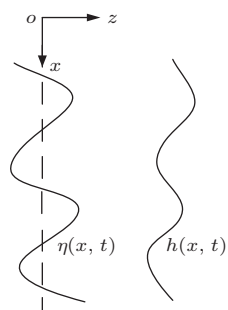


图 1 物理模型示意图

其控制方程为

$$u_x + v_z = 0, \quad (1)$$

$$u_t + uu_x + vv_z = -\frac{p_x}{\rho} + \nu(u_{xx} + u_{zz}) + g, \quad (2)$$

$$v_t + uv_x + vv_z = -\frac{p_z}{\rho} + \nu(v_{xx} + v_{zz}). \quad (3)$$

边界条件为

$$z = \eta(x, t), \quad \eta_t + u\eta_x = v, \quad (4)$$

$$u + v\eta_x = 0, \quad (5)$$

$$z = h(x, t),$$

$$p_g - p + 2\mu \frac{1 + h_x^2}{1 - h_x^2} v_z = \sigma \frac{h_{xx}}{(1 + h_x^2)^{3/2}}, \quad (6)$$

$$(u_z + v_x)(1 - h_x^2) + 4h_x v_z = 0, \quad (7)$$

$$h_t + uh_x = v, \quad (8)$$

其中, u, v 分别表示 x 和 z 方向上的速度分量, p 为流体的压力, p_g 为大气环境压力, g 为重力加速度, σ 为表面张力, t 表示时间, ρ 为流体的密度, μ 为流体的动力黏度, ν 为运动黏度.

引入下列无量纲变量: $x^* = x/L$, $z^* = z/h_0$, $t^* = UL^{-1}t$, $u^* = u/U$, $v^* = v/\varepsilon U$, $p^* = (p - p_g)/\rho gh_0$, $h^* = h/h_0$, $\eta^* = \eta/h_0$, $\varepsilon = h_0/L$.

其中, h_0 表示液膜特征厚度, L 表示波动壁面函数 $\eta(x, t)$ 沿 x 轴的特征长度, L' 表示自由表面波函数 $h(x, t)$ 沿 x 轴的特征长度, $U = gh_0^2/2\nu$ 表示液膜特征速度.

对 u, v, p 和 h 进行如下展开:

$$f = f_0 + \varepsilon f_1 + \varepsilon^2 f_2 + \dots$$

代入控制方程和边界条件, 并令小参量 ε 同次幂的系数相等, 省略角标 “*” 分别得到波动壁上液膜流动表面波满足的零阶、一阶方程为

$$h_{0t} - \eta_t + \frac{2}{3}[(h_0 - \eta)^3]_x = 0, \quad (9)$$

$$h_{1t} + (h_0 - \eta)^2 h_{1x} + \frac{2}{3}\varepsilon^2 We[(h_0 - \eta)^3 h_{0xxx}]_x + \frac{8}{105} Re[(h_0 - \eta)^7]_{xx} = 0, \quad (10)$$

其中, $Re = gh_0^3/2\nu^2$, $We = \sigma/\rho gh_0^2$.

将自由表面基本稳定流动表示为

$$\bar{h}(x) = \bar{h}_0(x) + \varepsilon \bar{h}_1(x) + \dots \quad (11)$$

其中, $\bar{h}_0 = 1 + \eta$, $\bar{h}_1 = -\frac{2}{3}\varepsilon^2 We \eta_{xxx}$.

自由表面波 h 可以表示为 $h = \bar{h} + \hat{h}$, $\hat{h}$ 表示扰动解

$$\hat{h} = \hat{h}_0 + \varepsilon \hat{h}_1 + \dots \quad (12)$$

则扰动方程为

$$\hat{h}_{0t} + \frac{2}{3}[(1 + \hat{h}_0)^3]_x = 0, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \hat{h}_{1t} + (1 + \hat{h}_0)^2 \left(-\frac{2}{3}\varepsilon^2 We \eta_{xxx} + \hat{h}_1 \right)_x \\ + \frac{2}{3}\varepsilon^2 We [(1 + \hat{h}_0)^3 h_{0xxx}]_x \\ + \frac{8}{105} Re [(1 + \hat{h}_0)^7]_{xx} = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

引入小参数 ε_0 , 设

$$\begin{aligned} \hat{h}_m = \varepsilon_0 H^{(m,1)} + \varepsilon_0^2 H^{(m,2)} + \dots, \\ m = 0, 1, \dots \end{aligned} \quad (15)$$

基于导数展开法, 引入新的时间尺度

$$t_0 = t, \quad t_1 = \varepsilon t, \quad t_2 = \varepsilon_0 t. \quad (16)$$

令含有 ε 和 ε_0 相同次幂的系数等于 0, 可以得到关于 $H^{(m,n)}$ 的方程, 结合 (12) 式, 则有

$$\begin{aligned} \hat{h}_{0t} + 4\hat{h}_0\hat{h}_{0\xi} + \varepsilon \left(\frac{5}{18} Re \hat{h}_{0\xi\xi} + \frac{2}{3} \varepsilon^2 We \hat{h}_{0\xi\xi\xi} \right) \\ = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\hat{h}_1 = -\frac{1}{3} \{ \varepsilon^2 We (\eta_{\xi\xi} \hat{h}_0)_{\xi} \}, \quad (18)$$

其中, $\xi \equiv x - 2t_0$.

根据 (17) 式, 利用傅里叶级数展开法, 忽略 a^4 及以上高阶项, 求得 $\hat{h}_0(\xi, t)$:

$$\begin{aligned} \hat{h}_0 = a(e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}) \\ + a^2 \{ c^{(2,2)} e^{2i\varphi} + c^{(2,-2)} e^{-2i\varphi} \} \\ + a^3 \{ c^{(3,3)} e^{3i\varphi} + c^{(3,-3)} e^{-3i\varphi} \}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$a = \frac{1}{6} \sqrt{\frac{2\varepsilon^3 We k^4 - \frac{5}{6} k^2 \varepsilon Re}{\left(\frac{5}{12} \varepsilon Re - 7\varepsilon^3 We k^2 \right)^{-1}}},$$

$$\varphi = k\xi,$$

$$k = \frac{L}{L'},$$

$$c^{(2,2)} = -c^{(2,-2)}$$

$$= i \left\{ k\varepsilon \left[\frac{5}{36} Re - \frac{7}{3} (\varepsilon^2 We) k^2 \right] \right\}^{-1},$$

$$c^{(3,3)} = c^{(3,-3)}$$

$$\begin{aligned} = - \left\{ k^2 \varepsilon^2 \left[\frac{5}{36} Re - \frac{7}{3} (\varepsilon^2 We) k^2 \right] \right\}^{-1} \\ \times \left[\frac{5}{36} Re - \frac{13}{3} (\varepsilon^2 We) k^2 \right]^{-1}. \end{aligned}$$

且随着时间的演化, 波动将达到一种平衡状态, 此时的振幅即为平衡振幅 a .

$\hat{h}_1$ 则可以通过 (18) 式, 由得到的 $\hat{h}_0$ 直接计算得出, 从而根据 (12) 式可得自由表面的扰动解 $\hat{h}$, 结合 (11) 式即可得自由表面波函数 $h(x, t)$.

3 数值模拟及结果分析

上文通过计算得出了液膜流经波动壁面时所形成的自由表面波 $h(x, t)$, 其中基本稳定流为 $\bar{h}(x)$, 自由表面的扰动解 $\hat{h}$, 本文将针对基本稳定流上的扰动波波形进行深入研究.

3.1 波动壁面对扰动波演化的影响

对得到的表面波扰动解进行数值模拟, 取 $\varepsilon = 1/15$, $We = 582$, $t = n\pi$, $k = 0.64$. 当壁面形状为简谐波时, 设壁面函数为 $\eta(x, t) = A \sin(\omega x + mt)$. 图 2 显示为 $Re = 5$ 时基本稳定流上的扰动波波形. 由图可知, 对比流经平板 $\eta = 0$ 的情形, 对于液膜流经波动壁面 $\eta(x, t) = 3 \sin(x + 0.5t)$ 时, $\hat{h}$ 在空间上不再呈周期性变化, 且随时间的增加扰动波振幅不再保持不变, 波形也会产生相应的变化.

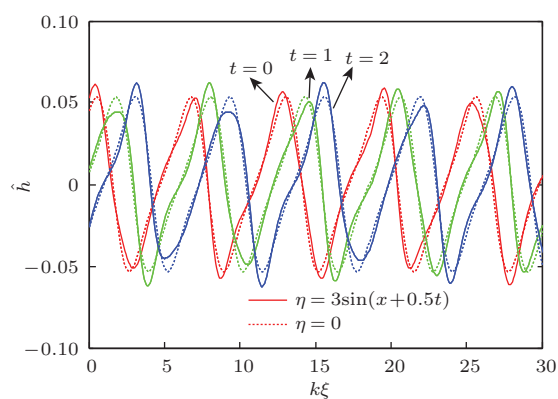


图 2 基本稳定流上的扰动波波形 ($Re = 5$)

图 3 所示为两种壁面下扰动波瀑布图, 图 3(a) 为非平整壁面 $\eta = 3 \sin(1.5x)$ 下扰动波的瀑布图, 图 3(b) 为波动壁面 $\eta = 3 \sin(1.5x + 1.1t)$ 下扰动波的瀑布图. 对比两图可知, 两种壁面下扰动波的演化情况基本一致, 但是波动壁面对应的扰动波演化时的波数明显增加, 波动情况更加剧烈.

图 4 所示为相同位置下非平整壁面与波动壁面下扰动波的演化波形, 波动壁面随时间呈正弦曲线变化, 而非平整壁面随时间不发生变化. 由图可

知,随着时间的演化,非平整壁面下扰动波呈周期变化,如曲线 β 所示.而对于波动壁面,从局部来看扰动波不再呈简单的周期变化,但从整体的波形分析发现扰动波的运动呈现更大波长的近周期变化,波动情况更为复杂,即 γ 所示曲线,此时扰动波波形可以看作非平整壁面对应的扰动波 β 与波动壁面 $\eta = 3\sin(1.5x + 1.1t)$ 波形相互叠加的结果,即当波动壁面与非平整扰动波相位相差近半个周期时,扰动波振幅明显减小,随着相位差的减小,扰动波振幅逐渐增加,当相位差几乎为零时,扰动波振幅达到最大值,因此波动壁面下的扰动波运动情况使得流体运动更复杂.

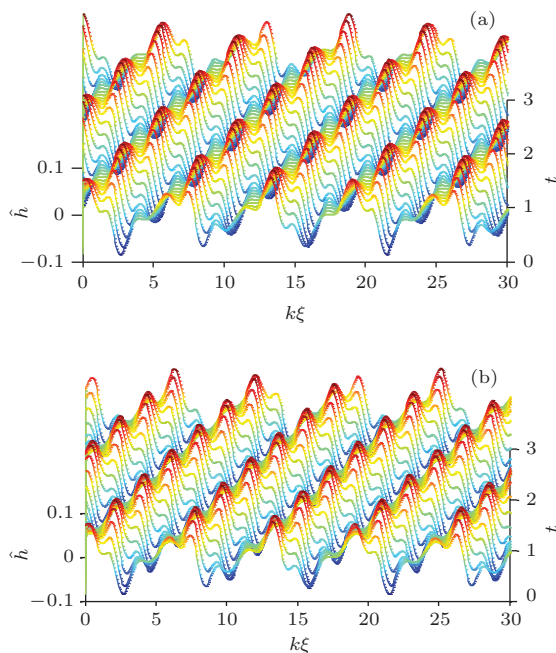


图3 两种壁面下表面波瀑布图 (a) 非平整壁面 $\eta = 3\sin(1.5x)$; (b) 波动壁面 $\eta = 3\sin(1.5x + 1.1t)$

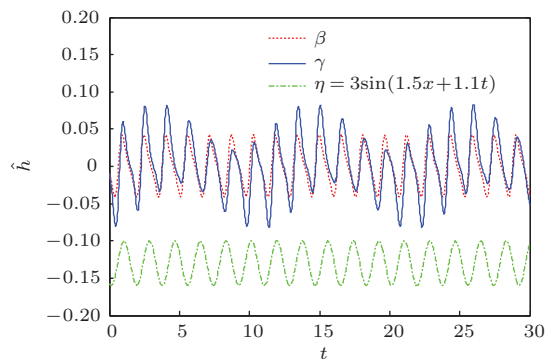


图4 波动壁面对扰动波演化的影响 ($A = 3, w = 1.5, m = 1.1$)

图5为不同参数对扰动波随时间演化的影响.对比图4和图5(a), (b)可知,壁面振幅和频率的

改变,对应的波动壁面和非平整壁面下的扰动波振幅均有所改变,随着壁面振幅降低,扰动波振幅均减小,而壁面频率升高时,扰动波振幅均增大,而扰动波演化规律基本一致.图5(c)所示为改变壁面波动频率时对应的扰动波波形,对比图4和图5(c)可知,图4情况下 $m = 1.1$,此时壁面 $\eta = 3\sin(1.5x + 1.1t)$ 与扰动波 β 相互叠加,使得 γ 振幅增大,而改变 m 值,如图5(c)所示,增大振动频率,此时扰动波的演化情况同样符合两种波形的叠加原则,即波动壁面引起的扰动波 γ 为波动壁面与表面波 β 相互叠加的结果.

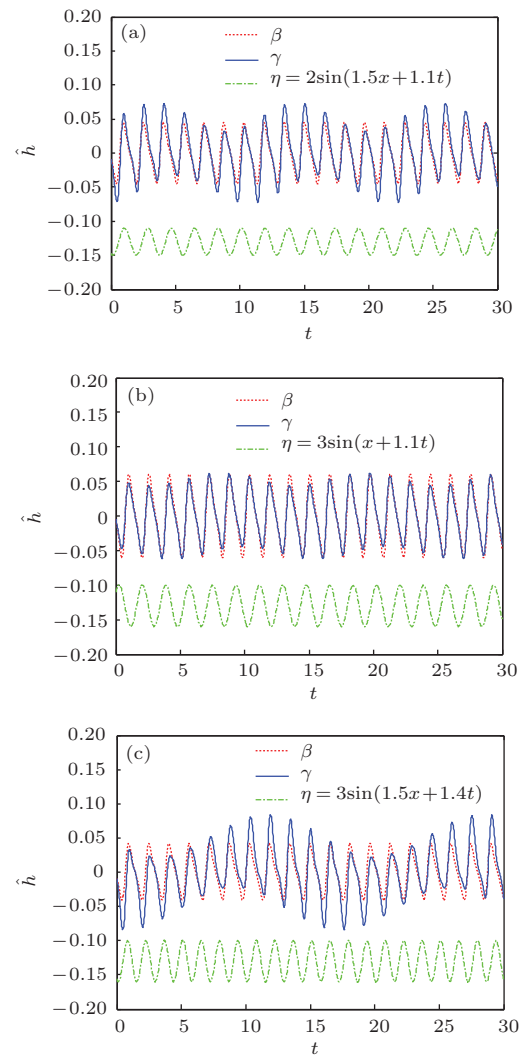


图5 不同参数对扰动波随时间演化的影响 (a) 壁面振幅对扰动波演化的影响 ($A = 2, w = 1.5, m = 1.1$); (b) 壁面频率对扰动波演化的影响 ($A = 3, w = 1, m = 1.1$); (c) 振动频率对扰动波演化的影响 ($A = 3, w = 1, m = 1.4$)

对比图5中不同参数对扰动波演化的影响,图5(a)中改变壁面振幅将对扰动波振幅产生影响,

而图 5(b) 中壁面频率的改变同样改变了扰动波振幅, 且影响程度明显大于前者, 同时壁面频率的改变使得对应扰动波相位发生移动. 而图 5(c) 中振动频率的改变显著影响了扰动波演化波长, 而对扰动波振幅的影响却不明显.

3.2 波动壁面下不同参数对扰动波波形的影响

液膜流经非平整壁面时, 由于壁面的非平整性, 会对扰动波的演化产生影响, 而流经波动壁面时, 由于壁面存在波动, 将壁面的波动视为外加周期扰动, 沿波动壁面的液膜流动受到外加周期扰动和壁面结构构成的空间扰动的相互影响, 将显示出不同的表面波形态, 并对壁面形状为简谐波时的扰动波进行分析.

将壁面函数设为 $\eta(x, t) = A \sin(\omega x + mt)$, 研究在外加周期扰动不变的情况下, 随着壁面频率的变化而形成的扰动波. 图 6 为 $Re = 5$, $A = 1$, 时间间隔 $\Delta T = 0.5\pi$ 时, 不同壁面频率下扰动波随时间的演化. 该图显示沿简谐波壁面向前传播的表面波由行进波和静态波组成. 行进波的形态与扰动频率有关, 而静态波只与壁面结构有关, 其波长等于壁面的周期. 已知壁面频率为 $f = \omega/2\pi$, 由图可知, 壁面频率较高时, 外部扰动对扰动波的形态影响较大, 孤立波形态的行进波形成后, 由于壁面结构产生的小振幅静态波骑行在其行进波上. 随着壁面频率的降低, 扰动波的振幅逐渐减小. 当壁面频率较小时, 此时静态波与行进波的波长比较相近, 促进了扰动波之间的合并, 这正是由非线性效应加强所引起的.

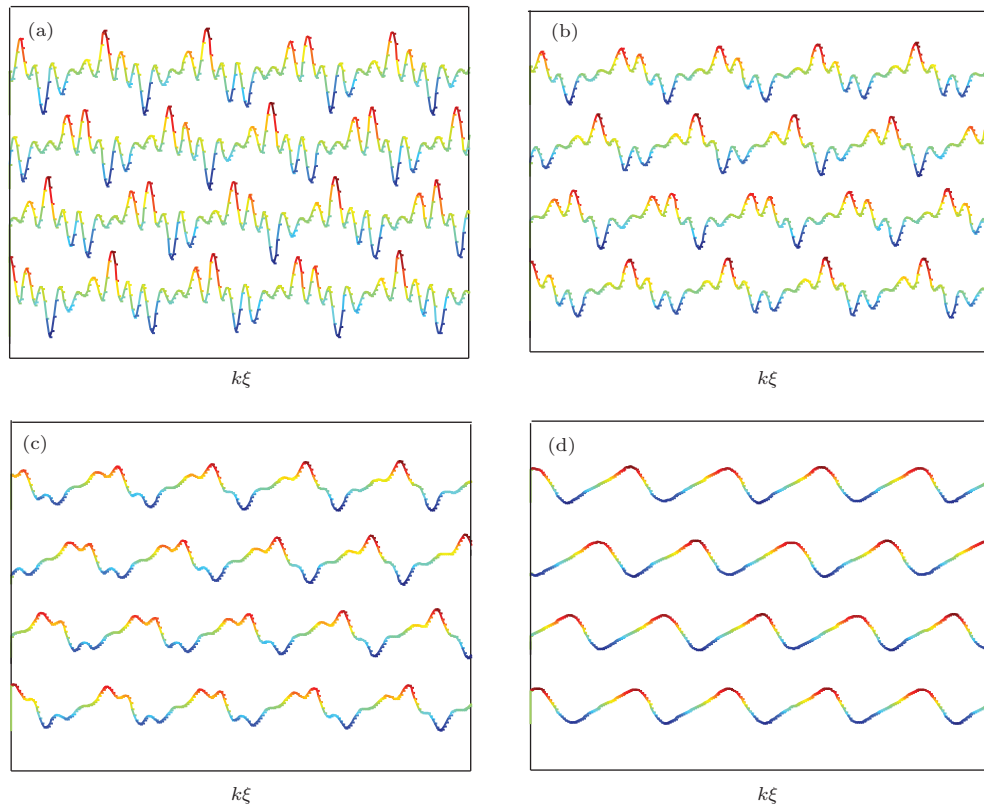


图 6 不同壁面频率时扰动波的演化 ($\Delta T = 0.5\pi$, $Re = 5$, $A = 1$) (a) $f = \frac{3}{2\pi}$; (b) $f = \frac{2.5}{2\pi}$; (c) $f = \frac{2}{2\pi}$; (d) $f = \frac{1}{2\pi}$

图 7 为 $Re = 5$, $f = 2/(2\pi)$ 时, 不同壁面振幅下扰动波波形. 壁面振幅对液膜表面状态和流动结构有很大的影响, 如图 7 所示, 其他条件不变的情况下, 随着壁面振幅的增加, 由壁面结构形成的静态波的振幅逐渐增加, 从而更加充分的体现出壁面效果对波形的影响, 扰动波的振幅明显增大.

图 8 为 $A = 1$, $f = 2/(2\pi)$ 时, 不同 Re 数下对应的扰动波波形. 在壁面频率和扰动频率不变的情况下, Re 数的变化对液膜扰动波波峰所处位置基本没有影响, 但随着 Re 数的增加, 由壁面结构形成的静态波结构更加扭曲, 扰动加强, 扰动波振幅逐渐增加. 对比图 7 和图 8 可知, 尽管壁面振幅和 Re

数的变化均会使静态波的形态更加扭曲,由壁面振幅引起的静态波在振幅增加时,波峰处始终保持峰值状态,且其峰值优势逐渐增加,而由 Re 数引起的静态波峰值处相对平缓,且相邻静态波区分更加模糊,因此展现的扰动波波形有明显不同.

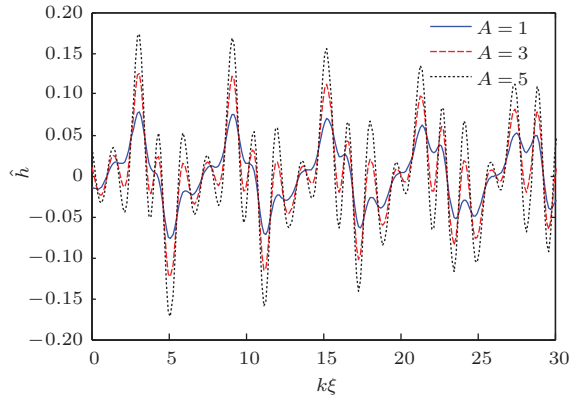


图7 不同壁面振幅下扰动波波形 ($Re = 5$, $f = 2/(2\pi)$)

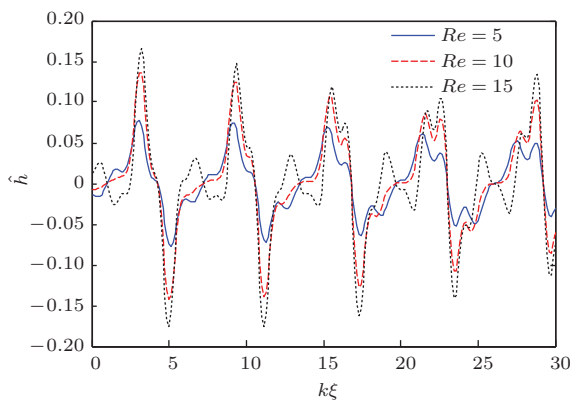


图8 不同 Re 数下对应的扰动波波形 ($A = 1$, $f = 2/(2\pi)$)

4 结 论

本文对非平整壁面上的液膜表面波演化过程进行了研究. 针对非平整壁面随时间变化的特性, 采用小参数摄动法对控制方程和边界条件进行求解, 推导出波动壁面下液膜表面波所满足的零阶、一阶方程. 通过计算得到表面波的扰动方程, 采用导数展开法对其进行求解, 选取壁面形状为简谐波, 对扰动波波形进行数值研究, 结果表明:

对比壁面为平板的情形, 扰动波波形在空间上不再呈周期性变化, 随时间的演化扰动波振幅不再保持不变, 且波形也产生了相应变化.

考虑壁面是否波动对扰动波演化的影响: 由相同位置下非平整壁面与波动壁面下扰动波的演化波形图可知, 随着时间的演化, 非平整壁面下扰动波呈周期变化, 而波动壁面下, 从整体的波形分析发现扰动波的运动为更大波长的近周期变化, 且壁面振幅和壁面频率的降低, 均会使两种壁面结构下的表面波振幅减小, 但所形成的表面波形有所不同, 扰动波波形可看作非平整壁面引起的扰动波与波动壁面相互叠加的结果.

考虑波动壁面下不同参数对扰动波波形的影响: 壁面频率较小时, 由于静态波与行进波的波长比较相近, 使得非线性效应加强进而促进扰动波之间的合并, 且壁面频率、壁面振幅及 Re 数的增加, 均使扰动波的振幅明显地增大.

参考文献

- [1] Usha R, Uma B 2004 *Int. J. Nonlin. Mech.* **39** 1589
- [2] Yao W, Zhou Z W, Hu G H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 134701 (in Chinese) [姚炜, 周哲玮, 胡国辉 2013 物理学报 **62** 134701]
- [3] Li C X, Pei J Z, Ye X M 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 214704 (in Chinese) [李春曦, 裴建军, 叶学民 2013 物理学报 **62** 214704]
- [4] Shi J S 2009 *J. Eng. Thermophys-Rus.* **30** 1726 (in Chinese) [师晋生 2009 工程热物理学报 **30** 1726]
- [5] Piao M R, Hu G H 2011 *Chin. J. Comput. Phys.* **28** 843 (in Chinese) [朴明日, 胡国辉 2011 计算物理 **28** 843]
- [6] Li C X 2013 *J. Xi'an Jiaotong Univ.* **47** 40 (in Chinese) [李春曦 2013 西安交通大学学报 **47** 40]
- [7] Shi J S 2013 *J. Energy Power Eng.* **7** 899
- [8] Wang Q C, Ma X H, Chen J B, Bo S S, Chen H X, Su F M 2007 *J. Eng. Thermophys-Rus.* **28** 37 (in Chinese) [王群昌, 马学虎, 陈嘉宾, 薄守石, 陈宏霞, 苏凤民 2007 工程热物理学报 **28** 37]
- [9] Zhang S G, Hu W X 2008 *Chin. Phys. Lett.* **25** 4314
- [10] Li Z, Hu G H, Zhou J J, Zhou Z W 2011 *Acta Mech. Sinica.* **43** 699 (in Chinese) [李振, 胡国辉, 周继杰, 周哲玮 2011 力学学报 **43** 699]
- [11] Matar O K, Kumar S 2007 *J. Eng. Math.* **57** 145
- [12] Matar O K, Craster R V, Kumar S 2007 *Phys. Rev. E* **76** 056301
- [13] Sisoiev G M, Matar O K, Craster R V, Kumar S 2010 *Chem. Eng. Sci.* **65** 950
- [14] Eyov E, Klar A, Kadri U, Stiassine M 2013 *Wave Motion.* **50** 929
- [15] Howell P D, Robinson J, Stone H A 2013 *J Fluid Mech.* **732** 190

Influence of uneven wall changing over time on the characteristics of liquid surface wave evolution*

Wang Song-Ling Liu Mei Wang Si-Si Wu Zheng-Ren[†]

(School of Energy Power and mechanical Engineering, North China Electric Power University, Baoding 071000, China)

(Received 13 May 2014; revised manuscript received 13 June 2014)

Abstract

This paper mainly studied the evolution of liquid surface waves along an uneven wall. Considering the characteristic of the uneven wall changing over time, the perturbation equation for the surface waves is derived by using the small parameter perturbation method to solve the control equations under the given boundary conditions. The method of derivative expansion is used to find the solution to the equation and numerical research is then carried out for the wall shape of a simple harmonic. By studying the influence of different parameters on the wavy wall, it can be found that when the frequency of the wall is small, the wavelengths of static waves and traveling waves are close to each other, promoting the merger between the surface waves, and the surface wave amplitude is obviously increased when the wall frequency and wall depth or Re increase. By contrast of the two cases of wavy wall and uneven wall, the surface wave on uneven wall has a periodical change at the same location with the increase of time, while the surface wave on wavy wall has an almost periodic change with a longer wavelength. Although the decrease of the wall amplitude and the wall frequency both can cause surface wave amplitudes reduced, the surface waveforms are different, for the surface wave on the wavy wall can be regarded as the superposition of wavy wall waveform and surface waveform caused by uneven wall.

Keywords: uneven wall, small parameter perturbation method, surface wave, liquid film

PACS: 47.15.gm, 47.63.mf, 47.11.St

DOI: 10.7498/aps.64.014701

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11302076), and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20110036110009).

[†] Corresponding author. E-mail: zhengren_wu@163.com