

双复杂网络间的演化博弈

向海涛 梁世东

Evolutionary gambling dynamics for two growing complex networks

Xiang Hai-Tao Liang Shi-Dong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 018902 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.018902

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.018902>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I1>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

非均匀超网络中标度律的涌现 -----富者愈富导致幂律分布吗?

Emergence of scaling in non-uniform hypernetworks-----does 搵 he rich get richer□ lead to a power-law distribution?

物理学报.2014, 63(20): 208901 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.208901>

基于复杂网络理论的微博用户关系网络演化模型研究

An evolution model of microblog user relationship networks based on complex network theory

物理学报.2014, 63(20): 208902 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.208902>

复杂网络中带有应急恢复机理的级联动力学分析

Analysis of cascading dynamics in complex networks with an emergency recovery mechanism

物理学报.2014, 63(15): 158901 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.158901>

动态银行网络系统中系统性风险定量计算方法研究

Calculation of system risk in a dynamical bank network system

物理学报.2014, 63(3): 038902 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.038902>

一种复杂网络路由策略的普适优化算法

A pervasive optimized algorithm for complex network routing strategy

物理学报.2014, 63(2): 028901 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.028901>

双复杂网络间的演化博弈*

向海涛¹⁾ 梁世东^{1)2)3)†}

1)(中山大学物理科学与工程技术学院, 广州 510275)

2)(光电材料与技术国家重点实验室, 广州 510275)

3)(广东省显示材料与技术重点实验室, 广州 510275)

(2014年6月23日收到; 2014年8月27日收到修改稿)

复杂网络的演化博弈是社会结构与稳定的重要模型. 基于单网络演化博弈模型, 提出了一种双复杂动态网络的演化博弈模型, 考虑双复杂网络在两个不同收益矩阵的囚徒困境博弈下增长, 当两个网络没有相互联系时, 发现增长网络中的空间互利性所导致的平均合作水平的突变, 推广了前人的结论. 在两个网络有相互联系时, 平均合作水平可以两者出现高度同步. 在网络的收益系数达到一定时, 才实现较高的合作水平. 增加网络内连接数量时, 自然选择不利于网络的合作, 而公平选择却有利于网络的合作, 说明了更新策略的影响. 当增加网络间连接数量时, 两个网络合作水平都下降. 当保持网络间和网络内的连接比例不变时, 网络的平均度越大, 平均合作水平越小. 本文发现了背叛领袖的存在, 并揭示了双网络模型下背叛领袖对平均合作水平的影响及其与合作领袖的互动机理, 这结果给出社会结构、稳定和演化的重要信息和启示.

关键词: 双网络, 不同收益矩阵, 演化博弈

PACS: 89.75.Hc, 87.23.Ge, 02.50.Le, 89.75.Fb

DOI: 10.7498/aps.64.018902

1 引言

复杂网络的研究是近10年来的网络、图论及社会学的应用研究热点之一. 很多现实系统都可以等效成复杂网络, 例如, 合作网络^[1], 社会网络^[2], 互联网^{[3],[4]}等. 而在社会网络中, 由于社会中成员与成员之间的互动至关重要, 演化博弈下的动态网络成为社会网络的研究热点之一^[5]. 在无标度小世界网络上的囚徒困境演化博弈下^[6], 网络结构会深刻影响网络中成员间的合作水平. 其中空间互利性, 即网络成员倾向于聚集成小集团, 就是一类典型的网络结构. 许多演化博弈研究^[7-10]都表明这些小集团往往能够很好的抵御背叛者的入侵. 当互动由网络内部转向两个网络之间时, 不同度的节点之间的连接形式会影响合作^[11]. Wang等发现了当两个网络的小集团以某种方式互相联系时才最有利于

两个网络的合作^[11], Guan等发现互动网络和学习网络的差别会影响最终合作的结果^[12]. 但是, 他们用同一个博弈的收益矩阵来表示两个网络之间的博弈, 这样可能与实际情况不太符合. 如果考虑两个网络具有不同的博弈收益矩阵对网络中成员合作水平有怎样的影响, 这对理解动态网络博弈的演化与合作有很大的帮助.

本文章主要研究双复杂网络的博弈演化, 我们基于双复杂网络具有各自的和网络间的囚徒困境博弈收益矩阵, 研究双网络的动态演化的网络结构和合作水平. 与之前工作^[11]不同的是, 我们在两个网络1和2中引入了两种不同的博弈收益矩阵, 用来表示两个网络中的成员对于合作的偏好, 即网络1的成员合作得到的收益 R_1 少于网络2的成员得到的收益 R_2 . 这样的引入考虑了网络与网络之间的文化差异, 即文化是否认同合作.

* 中央高校基本科研业务费专项和光电材料与技术国家重点实验室的资助的课题.

† 通信作者. E-mail: stslsd@mail.sysu.edu.cn

2 双演化博弈模型

我们首先建立了基本的双网络演化博弈模型. 在此模型的基础上, 我们构建了三种理论模型: 独立自然选择双网络演化博弈模型、共享自然选择双网络演化博弈模型和共享公平选择双网络演化博弈模型.

2.1 基本模型

我们考虑一个双网络博弈演化模型, 记为网络 $W_\vartheta(i^\vartheta, l_i^\vartheta, s_i^\vartheta)$, 其中 $\vartheta = 1, 2$ 表示网络 1 和 2, $i^\vartheta = 1, 2, \dots, N^\vartheta$ 标记网络 ϑ 的成员, l_i^ϑ 表示网络 ϑ 第 i^ϑ 个成员的度 (即与其他成员连接的数目), s_i^ϑ 表示网络 ϑ 第 i^ϑ 个成员的博弈策略. 成员之间进行囚徒困境博弈. 博弈收益矩阵形式为

$$A = \begin{pmatrix} R & S \\ T & P \end{pmatrix}. \quad (1)$$

在囚徒困境博弈中, 博弈中的两个成员拥有两个策略, 合作或者背叛. 当背叛遭遇合作时, 背叛的收益 T 很高而合作的收益 S 很低, 即 $T > S$; 如果两者同时决定合作, 设他们的收益都是 R . 如果两者同时决定背叛, 他们的收益都为 P . 而且这四种情况的收益满足不等式 $T > R > P > S$ 和 $T + S < 2R$, 从而保证背叛者的背叛合作的收益最高但两者合作时两者的总收益最大. 我们使用二维矢量来表示每个成员的策略, $s_i^\vartheta = (1, 0)$ 表示合作策略, $s_i^\vartheta = (0, 1)$ 表示背叛策略.

双网络博弈演化模型建立如下:

1) 初始化: 给定两个网络, 每个内部有 N_0 个完全连接的成员, 网络间没有连接.

2) 生长: 每一个时间步, 每个网络各自加入一个新成员. 新成员会在本网络 ϑ 中拥有 m ($1 \leq m \leq 4$) 个连接, 也会在外网络 $\vartheta' (\vartheta \neq \vartheta')$ 中拥有 n ($1 \leq n \leq m$) 个连接. 新加入成员的策略随机等概率为合作或者背叛.

3) 连接的选择: 新成员在本网络 ϑ 中挑选某位成员 i 建立连接的概率正比于该成员 i 的度 $l_{i\vartheta}$:

$$\Pr_{i\vartheta} = \frac{l_{i\vartheta}}{\sum_k l_{k\vartheta}}. \quad (2)$$

新成员在外网络 ϑ' 中挑选某位成员 i 建立连接的概率也正比于该成员 i 的度 $l_{i\vartheta'}$:

$$\Pr_{i\vartheta'} = \frac{l_{i\vartheta'}}{\sum_k l_{k\vartheta'}}. \quad (3)$$

4) 博弈: 每加入一个新成员后, 在两个网络上进行一次全局的囚徒困境博弈. 博弈形式如下: 网络 1 的一个成员 x_1 和他的所有邻居 (包括网络 1 和网络 2) 进行一次囚徒困境博弈, 收集他跟每个邻居的博弈结果得到相应的总收益

$$P_{x_1} = \sum_{y \in \Omega_{x_1}} s_{x_1} A_1 s_y^T, \quad (4)$$

其中 Ω_{x_1} 表示 x_1 的所有邻居组成的集合, s_{x_1} 表示成员 x_1 的策略, s_y^T 表示成员 y 的策略的转置.

网络 2 的一个成员 x_2 和他的所有邻居 (包括网络 1 和网络 2) 进行一次囚徒困境博弈, 收集他跟每个邻居的博弈结果得到相应的总收益

$$P_{x_2} = \sum_{y \in \Omega_{x_2}} s_{x_2} A_2 s_y^T, \quad (5)$$

其中 Ω_{x_2} 表示 x_2 的所有邻居组成的集合, s_{x_2} 表示成员 x_2 的策略, s_y^T 表示成员 y 的策略的转置.

5) 策略更新: 在一轮博弈后, 每个成员 x 以均匀分布随机挑选他的一个邻居 y , 和他进行总收益的比较, 并以一定的概率 $W_{s_x \rightarrow s_y}$ 学习 y (更新 x 的策略) 的策略.

6) 回到 2): 经过一定的时间步后, 使网络演化达到稳态后, 进行统计测量.

7) 2)—6) 完成了模型的一定时间步后, 我们统计各网络的稳定平均合作水平,

$$\overline{r^{c\vartheta}} = E \left[\frac{N_t^{c\vartheta}}{N_t^\vartheta} \right] \approx \frac{1}{M} \sum_t \frac{N_t^{c\vartheta}}{N_t^\vartheta}, \quad (6)$$

和网络合作水平稳定后的方差

$$\sigma_\vartheta^2 = D \left[\frac{N_t^{c\vartheta}}{N_t^\vartheta} \right] \approx \frac{1}{M} \sum_t \left(\frac{N_t^{c\vartheta}}{N_t^\vartheta} - \overline{r^{c\vartheta}} \right)^2,$$

其中 $N_t^{c\vartheta}$ 表示 t 时刻网络 ϑ 中合作者成员的数量, N_t^ϑ 表示 t 时刻网络 ϑ 中成员的总数量, $\overline{r^{c\vartheta}}$ 表示网络 ϑ 的稳定合作水平, $N_t^{c\vartheta}/N_t^\vartheta$ 表示网络 ϑ 在第 t 个时间步的合作水平, N 表示最终各个网络的成员数量, M 是有效统计步数.

在这个双网络博弈演化模型中, 可以根据不同的实际问题给定不同的博弈模型 (博弈收益矩阵 A) 和不同的策略更新概率 $W_{s_x \rightarrow s_y}$. 为了研究空间互

利性导致的合作水平的突变, 并初步揭示出网络间的相互联系对于平均合作水平的影响, 我们选择两个独立的博弈收益矩阵和自然选择的更新概率, 研究双网络的博弈演化模型的合作水平的演化. 另外, 为了比较不同的策略更新对网络内禀特征的影响, 我们选择共享公平选择的策略更新概率, 比较研究双网络在自然选择和公平选择的博弈演化中的合作水平.

2.2 独立自然选择双网络演化博弈模型

为了给出空间互利性的效应和网络间互相联系的影响, 我们选择两个独立的博弈收益矩阵, 设 $\vartheta = 1$ 是低合作倾向的网络, 不利于其成员的合作; $\vartheta = 2$ 是高合作倾向的网络, 有利于其成员的合作. 我们用不同的收益矩阵 A 来表示合作倾向的高低,

$$A_1 = \begin{pmatrix} R & S \\ T & P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 - c_1 & -c_1 \\ b_1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} R & S \\ T & P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_2 - c_2 & -c_2 \\ b_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

其中 b_1, b_2 为各个网络的收益系数. 为了方便, 我们令 $c_1 = c_2 = 1$, 和 $b_1 \leq b_2$ 表示两个网络不同的合作倾向, 即网络 2 的合作倾向比网络 1 高.

策略的更新满足自然选择的更新概率, 即成员 x 学习 y 的策略的概率为^[13]

$$W_{s_y \rightarrow s_x} = \frac{1}{1 + \exp(-\beta \times (P_y - P_x))}, \quad (8)$$

参数 β 表征自然选择的强度.

这个模型我们称为独立自然选择双网络演化博弈模型, 之所以称之为独立, 是因为博弈过程中成员 x 得到的收益与成员 y 无关.

2.3 共享自然选择双网络演化博弈模型

不同于独立自然模型, 共享模型考虑到真实世界的博弈中, 合作-合作的双方会共享获得的收益, 合作-背叛的双方中背叛者会卷走所有的收益, 当成员 x 和 y 博弈时, 成员 x 得到的收益与成员 x 和 y 所在的网络都有关, 从而我们需要定义四个收益矩阵, 每个收益矩阵 $A_{\vartheta\vartheta'}$ 的下标 ϑ 表示成员 x 所在的网络, ϑ' 表示成员 y 所在的网络,

$$A_{11} = \begin{pmatrix} R & S \\ T & P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 - c_1 & -c_1 \\ b_1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_{12} = \begin{pmatrix} R & S \\ T & P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(b_1 + b_2)}{2} - c_1 & \\ b_2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_{21} = \begin{pmatrix} R & S \\ T & P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{(b_1 + b_2)}{2} - c_2 & \\ b_1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{pmatrix} R & S \\ T & P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_2 - c_2 & -c_2 \\ b_2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

在博弈过程中, 每加入一个新成员后, 在两个网络上进行一次全局的囚徒困境博弈. 博弈形式如下: 网络 ϑ 的一个成员 x_ϑ 和他的所有邻居 y (包括网络 ϑ 和网络 ϑ' 中的邻居) 进行一次博弈, 收集他跟每个邻居的博弈结果得到相应的总收益

$$P_{x_\vartheta} = \sum_{y_\vartheta \in \Omega_{x_\vartheta}} s_{x_\vartheta} A_{\vartheta\vartheta} s_{y_\vartheta}^T + \sum_{y_{\vartheta'} \in \Omega_{x_\vartheta}} s_{x_\vartheta} A_{\vartheta\vartheta'} s_{y_{\vartheta'}}^T, \quad (10)$$

其中 y_ϑ 表示 x_ϑ 的属于网络 ϑ 的邻居, $y_{\vartheta'}$ 表示 x_ϑ 的属于网络 ϑ' 的邻居, s_{x_ϑ} 表示成员 x_ϑ 的策略, $s_{y_\vartheta}^T$ 表示成员 y_ϑ 的策略的转置, $s_{y_{\vartheta'}}^T$ 表示成员 $y_{\vartheta'}$ 的策略的转置. 策略的更新与独立自然选择双网络演化博弈模型相同,

$$W_{s_y \rightarrow s_x} = \frac{1}{1 + \exp(-\beta \times (P_y - P_x))}. \quad (11)$$

2.4 共享公平选择双网络演化博弈模型

我们进一步我们考虑不同的更新策略对双网络演化的影响, 我们推广了常用的策略更新模式^[14], 选择共享公平选择的策略更新概率,

$$W_{s_y \rightarrow s_x} = \frac{P_y - P_x}{b_y \times \max(k_x, k_y)}, \quad (12)$$

其中 b_y 代表了 y 所在网络的收益系数. 这种模式更加接近真实世界的模仿和学习. 人们评价个体的成功往往会考虑这个体所具有的禀赋的影响, 禀赋利用的越好的个体越成功, 而不是成就越大越成功. 所以人们会学习那些能够最大化利用现有资源的个体. 这种更新策略可以统计上消除网络间收益的不平等以及邻居数不相等的影响, 只是挑选出能够最大化利用他们邻居的成员, 我们称为公平选择的策略更新模式.

3 模拟结果与讨论

我们选择初始化的双网络为各有4个独立的成员, 初始的策略为合作. 对独立和共享模型, 自然选择参数为0.01, 每个网络的成员数上限设置为1000以达到演化的稳定, 对最后100个成员进行统计. 每个数据点来自50次模拟的平均值. 由于这个网络演化过程是Moran过程^[15], 因此, 经过一定的演化稳定后, 统计结果与网络初始化参数的选择无关. 我们研究以上三种模型在稳定演化过程中的平均合作水平与网络中成员的博弈及其收益的关系, 从而给出双网络博弈演化的基本行为.

3.1 独立自然模型

为了比较连接和非连接的独立自然选择双网络博弈演化模型, 我们先研究非连接的独立自然选择双网络博弈演化模型, 我们考察网络演化稳定后的平均合作水平及其与网络收益系数的关系. 在图1, 令 $b_1 = b_2$ 以控制变量, 令网络内连接数 $m = 2$, 网络间连接数 $n = 0$, 我们改变 b_2 .

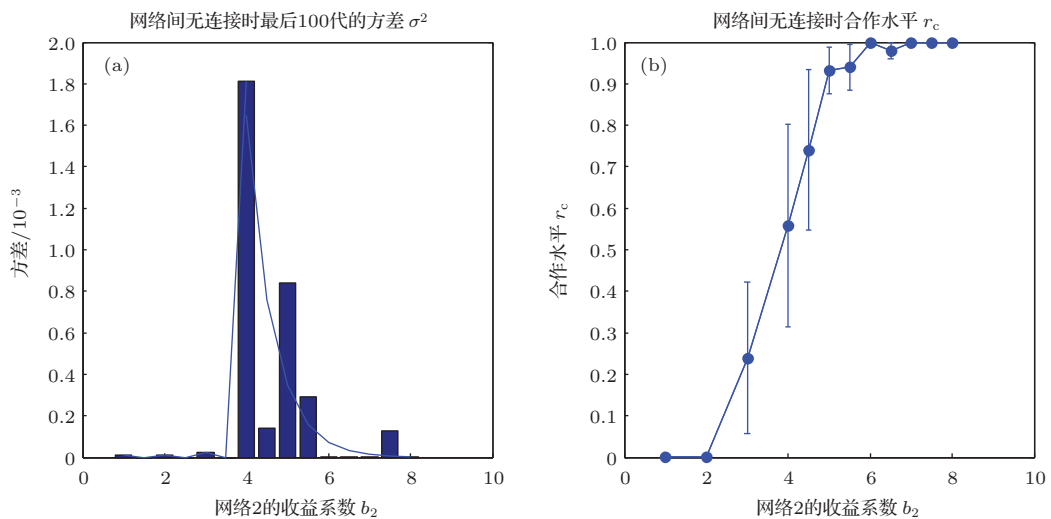


图1 (a) 网络平均合作水平和收益系数 b_2 的关系; (b) 网络平均合作水平的方差与收益系数 b_2 的关系

对于连接的独立自然选择双网络博弈演化模型, 图2和图3给出了连接的独立自然选择双网络博弈演化模型的平均收益及其方差, 此时网络内连接数 $m = 2$, 网络间连接数 $n = 1$. 我们发现两个网络的平均合作水平与收益系数的关系基本上是一致的, 差别少于0.1. 这是由于连接后每个网络的成员都至少有与另外网络的成员连接, 这种

我们从图1(a)可以发现平均合作水平在 $b_2 = 2$ 有一个明显的突变. 为了确定突变点, 我们考察图1(b)中合作水平方差的变化, 我们发现 $b_2 = 4$ 时的方差达到最大, 可以认为此处为突变, 这种突变可以认为是网络的一种相变. 这与文献^[13]的给出的相变行为非常相似. 而文献^[13]中的相变点表示平均场理论失效的临界点: 相变前的网络因为没有显著的小集团成核长大, 故可以用平均场理论描述; 在相变点, 小集团的形成极易受外界微扰影响, 一旦形成小集团, 就不同程度地使合作扩散到与背叛者的入侵相抗衡的程度. 这些小集团种类各异, 随着新成员的加入而相互转换, 在动态网络生长的过程中使得合作水平发生较大的波动. 相变后的网络中小集团成核长大效应不可忽视, 所形成的小集团都会很快收敛到全局的大合作集团, 从而保持较高的合作水平并且波动较小, 平均场近似失效. 之前的工作^[16]说明空间互利性(网络成员聚集成小集团的倾向)是静态网络演化博弈发生相变的关键. 而在动态网络演化博弈中, 我们也发现了来源于动态空间互利性的相变.

邻居关系可以保证两个网络的合作水平差别不会太大. 另外, 我们从(a), (b)图中, 比较非连接和连接双网络的平均合作水平, 可以看到连接双网络的相变点比非合作双网络的相变点向右移动. 可以认为这是三种效应的结果: 策略扩散DS, 网络间收益扩散 DP_{outer} 和网络内收益扩散 DP_{inner} . 因为网络2的合作水平高于网络1的合作水平, 主

要的策略扩散DS来自于网络2向网络1的合作扩散. 这种策略扩散对于网络2的影响不大, 但是可以极大的提高策略更新过程中网络1的合作水平. 而网络间收益扩散 DP_{outer} 则主要是网络1的背叛者对于网络2的合作者的剥削和攫取. 这种收益

扩散则不利于两个网络的合作水平的提高. 网络内收益扩散 DP_{inner} 指的是网络1内部收益的产生与流动以及网络2内部收益的产生与流动. 这三种效应相互和竞争, 最终体现在策略更新的合作水平.

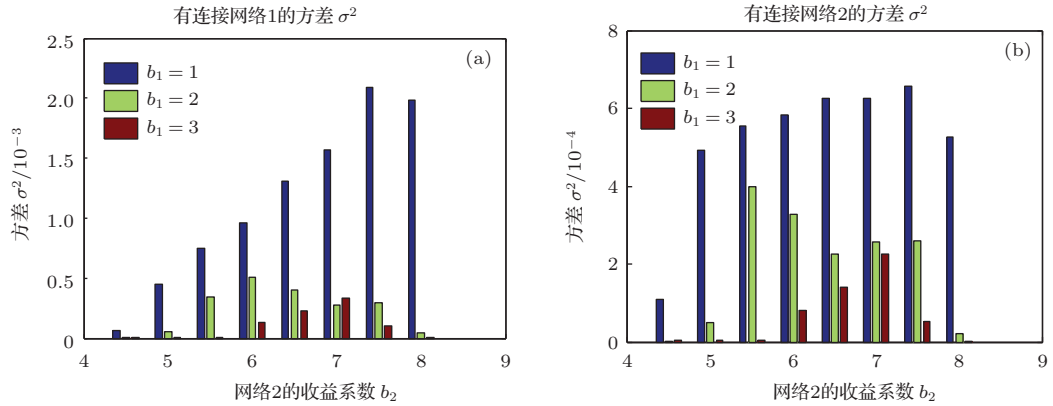


图2 连接后的两个网络的方差与 b_1, b_2 的关系 (a) 是网络1的方差; (b) 是网络2的方差

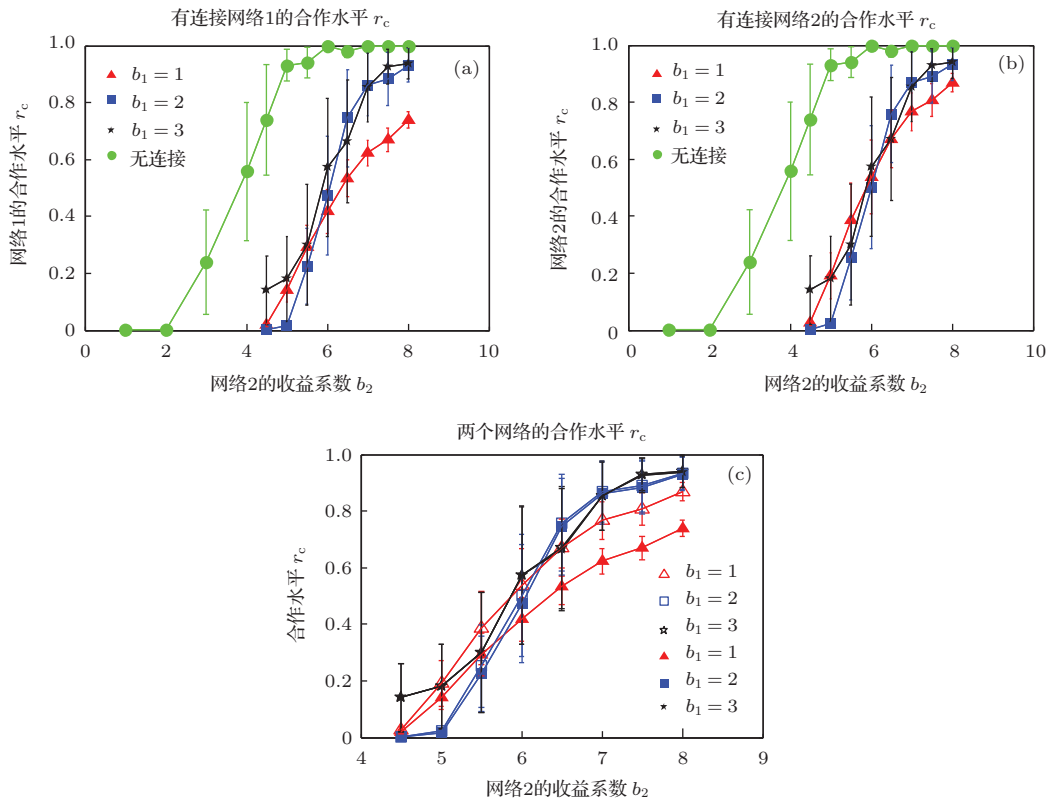


图3 连接后的合作水平与 b_1, b_2 的关系, 网络内连接数 $m = 2$, 网络间连接数 $n = 1$ (a) 是网络1在 $b_1 = 1, 2, 3$ 时的合作水平与 b_2 的关系; (b) 是网络2在 $b_2 = 1, 2, 3$ 时的合作水平与 b_2 的关系, 两图中都加入了无连接网络的合作水平以示对照; (c) 是两个网络合作水平的对比. 其中空心图形代表网络2, 实心图形代表网络1

当 b_2 增大时, 更新过程自然选择效应愈发明显, 策略扩散DS增强, 而网络间收益扩散 DP_{outer} 也增强. 但是由于外网络邻居数的限制, 网络1的一个背叛者的外网络合作者最多只有两个, 从而网

络间收益扩散 DP_{outer} 增强有限; 而网络2内部合作者之间联系可以有很多, 从而形成稳定的小集团, 使网络内收益扩散强度 DP_{inner} 大大增强. 最终 $DP_{inner} + DP_{outer} > 0, DS > 0$. 从而可以看到

大趋势是随 b_2 增加两个网络的合作水平都在增加. 由于网络 2 的背叛者数量相对于无连接时有所增加, 所以网络 2 的合作水平势必相对无连接有所下降. Wang 等^[8] 提出网络中的领导者——那些因外部连接而平均得到更高收益的人——可以极大的提高整体合作水平. 然而, 我们指出, 高合作倾向的网络中的成员可以帮助低合作倾向的网络提高他们的合作水平, 并且在合作倾向足够高时, 两个网络都可以达到可观的合作水平.

随 b_1 增加, 网络 1 中的合作水平相对有所增加, 并且两个网络的合作水平趋于一致. $b_1 = 1$ 时, 两个网络在 b_2 较小的时候较为相似, b_2 增加, 两者逐渐分离. $b_1 = 2$ 时, 两者在 b_2 的整个区间内都较为相似; $b_1 = 3$ 时, 两者都在开始时都有一定的合作水平. 有趣的是, $b_1 = 1$ 的前半部分超过了 $b_1 = 2$ 的前半部分. 直观上看, 这是因为 $b_1 = 1$ 的斜率初始很大, 然后一直在下降, 而 $b_1 = 2$ 的斜率初始很小, 然后先升后降, 得出 S 形的曲线. 这种斜率变化的不一致说明了合作水平相对于 b_1 也会发生相变, 估计是在网络 1 的独立博弈 (网络间连接数 $n = 0$) 时由完全不可能合作 $b_1 = 1$ 过渡到在某些结构下可能出现大范围合作 $b_1 = 2$; 当网络间连接数 $n = 1$ 时, 这种网络 1 的内禀属性导致了 b_1 上的相变.

在图 3(a), (b) 中, 可以发现网络 1 的方差比网络 2 的方差大, 这是由于网络 1 中有两股力量的抗衡: 网络 1 中的背叛领袖 (领袖指邻居相对很多的成员) 和网络 2 中的合作领袖都在争取追随者; 而网络 2 中, 合作领袖的影响力都远远大于两个网络中的背叛领袖. 这样导致网络 1 中的竞争要比网络 2 中的竞争要激烈, 所以网络 1 的方差比网络 2 的方差大. 同样可以发现 b_1 越大, 方差越小, 而且, 两个网络的合作水平的差别也越小. 说明 b_1 的增长导致合作——合作逐渐有利可图, 极大的削弱网络 1 中的背叛领袖的影响力, 使得局势偏向合作, 使得两个网络都处在网络 2 的合作领袖的影响之下, 从而合作水平趋于一致. 网络 1 的方差随 b_2 增大而一直增大, 在 $b_2 = 7.5$ 时达到最大, 并且超过了独立网络 (网络间连接数 $n = 0$) 时的方差的最大值. 这说明网络 2 中的合作领袖在网络 1 中的影响力随 b_2 逐渐增大到可以和网络 1 中的背叛领袖抗衡的地步, 并且在 $b_2 = 7.5$ 时完全势均力敌. 而有趣的是, 在 $b_2 = 7.5$ 时网络 1 的合作水平和网络 2 的合作水平差别也最大.

3.2 共享自然模型和共享公平模型

为了研究不同的邻居数量以及邻居组成会对网络的合作水平造成什么样的影响, 以及在共享模型的框架下, 更新策略的变化是否会对结果有很大的影响, 我们比较不同的网络内连接数 m 和网络间连接数 n 下两种更新策略对于合作水平的影响, 从而理解策略更新形式的重要性.

对于给定网络间的连接, 我们考察网络内连接变化对于合作水平的影响. 由图 4(b) 可以看出, 比较两个更新策略, 在网络间连接 n 给定时, 网络内部连接网络内连接数 m 越大, 越不利于网络 1 的合作, 却越有利于网络 2 的合作. 之前的工作已经证明稀疏网络中高连通性有利于无标度网络中合作水平的提高^[17], 因为无标度的网络中连通度越高, 合作者形成小集团就会越多, 越有利于抵御背叛者的侵略; 这与网络 2 的结果一致, 却与网络 1 相反. 网络 1 异常的原因是网络内连接数 m 越大, 网络 1 中背叛领袖的度 (邻居数) 就越大, 背叛领袖的影响力就越大, 而网络 2 的合作领袖的影响保持不变. 这样, 网络内连接数 m 增大就会导致网络 1 中合作水平的下降. 图 4(a) 可以看出网络 2 的合作水平与 (b) 不同, 而两图惟一的差别只是更新策略的差别. 我们认为, 这是由于自然选择无法剔除掉度的影响和收益的影响, 使得网络 2 中相比于公平选择有更多成员追随了网络 1 中的背叛领袖, 也确实获得了更高的收益; 并且随着网络内连接数 m 的增加, 网络 1 中背叛领袖的收益越大, 追随的成员也会越来越多, 从而导致了网络内连接数 m 增大反而不利于网络 2 的合作水平提升. 双网络演化博弈下, 不同的更新策略会逆转网络平均度与合作水平的相关关系, 这个发现揭示了更新策略对于网络特性的深刻影响, 而之前的研究都忽视了这一点.

对于给定网络内连接时, 我们研究网络间连接 n 变化对合作水平的影响. 此时的图 5(a) 和 (b) 给出的两种更新策略下的平均收益水平较为相似, 可以看出, 网络间连接 n 越多, 合作水平越低. 这是由于网络 1 和网络 2 的联系越密切, 网络 1 背叛领袖所能够得到的收益越大, 这样就会有更多的来自两个网络的追随者. 但是网络 2 的合作领袖的收益并未有所增加, 反而持续下降 (因为要与网络 1 的合作者分享收益或者被网络 1 的背叛者卷走收益), 从而降低其影响力. 这样使得两个网络趋同: 两个网络合作水平下降, 但是网络 2 下降的更厉害.

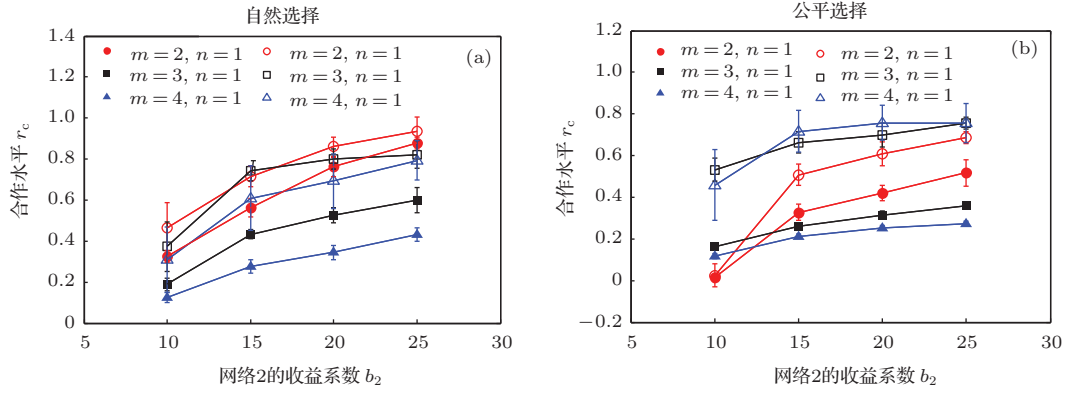


图4 给定网络间连接数 $n=1$, 网络内连接数 $m=2, 3, 4$ 时两个网络的合作水平的变化 (空心代表网络 2 而实心代表网络 1) (a) 是自然选择的更新策略下的结果; (b) 是公平选择的更新策略下的结果

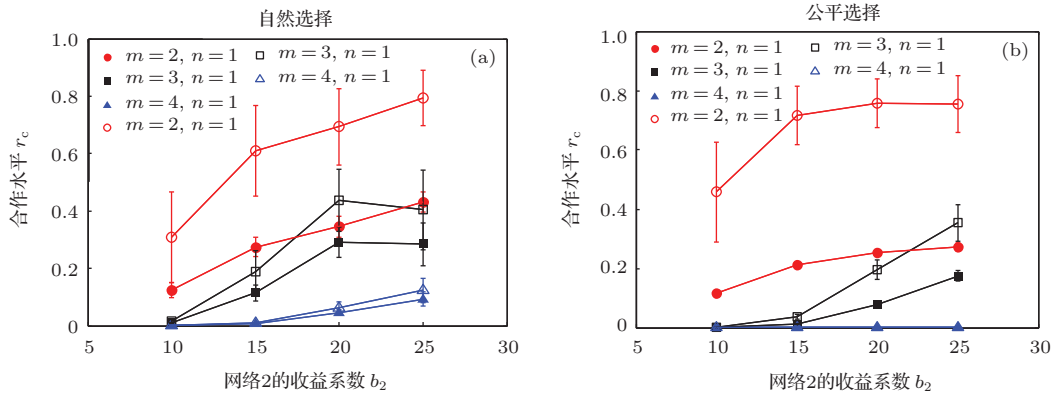


图5 给定网络内连接数 $m=4$, 网络间连接数 $n=1, 2, 3$ 时两个网络的合作水平的变化 (空心代表网络 2 而实心代表网络 1) (a) 是自然选择的更新策略下的结果; (b) 是公平选择的更新策略下的结果

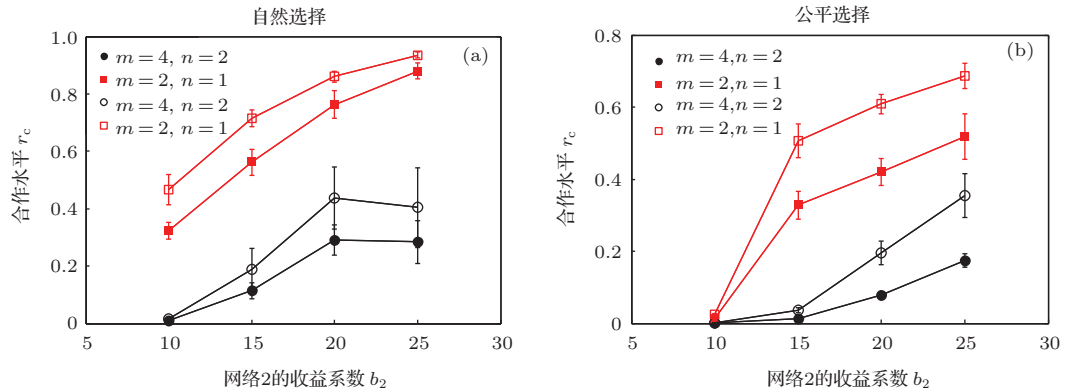


图6 给定 $m/n=2$ 时两个网络随平均度的合作水平的变化 (空心代表网络 2 而实心代表网络 1) (a) 是自然选择的更新策略下的结果; (b) 是公平选择的更新策略下的结果

最后我们研究给定两个网络的 m/n 时, 考察平均度的不同对于网络结果的影响. 为了方便取 $m/n=2$, 这样完全剔除了连接比例可能带来的领袖影响力的差别. 由图 6 (a) 和 (b) 可见, 平均度越高, 合作比例越低, 这说明就影响力而言, 当平均度增大时, 网络 1 背叛者的影响力的增长速度超过了网络 2 合作者的影响力的增长速度. 这是由于, 度增大给背叛者带来的是实实在在的收益, 但是给合

作者带来的只是抵抗背叛的更加稳固联盟. 两相比较, 背叛者的收获更大.

4 结 论

我们研究了无标度特性下偏好连接的双增长网络动态博弈模型, 包括独立的自然选择双网络博弈演化模型、共享自然选择双网络博弈演化模型和

共享公平选择双网络博弈演化模型. 我们发现增长网络中的空间互利性可以导致相变, 推广了前人的结论. 在两个网络有相互联系时, 我们发现了背叛领袖对网络的平均合作水平有不可忽视的作用. 两个网络会出现高度同步, 这时合作领袖和背叛领袖相抗衡; 在收益系数 b_2 达到一定程度时, 合作领袖才可能战胜背叛领袖, 实现较高的合作水平. 当增加网络内连接数量时, 在自然选择下, 背叛领袖影响增大, 超过了合作领袖的空间互利性的影响, 但是在公平选择下, 空间互利性仍占主导. 当增加网络间连接数量时, 合作领袖影响力持续下降, 而背叛领袖影响力持续上升, 导致合作水平的下降. 当保持 m/n 比例不变时, 网络的平均度越大, 平均合作水平越小, 这说明背叛领袖的影响增长大于合作领袖的影响增长, 也揭示出不同更新策略会导致不同的网络内禀特性, 而合作领袖占主导向背叛领袖占主导的转变机理有待进一步研究. 我们的模型可以推广到存在选择压力的文化间的互动, 说明当存在正向选择压力且有外在社群的持续作用时, 本土社群由于所谓背叛领袖的存在仍可以保持较高的本土特性, 比如全球化浪潮下伊斯兰文化仍然保持强烈的本土意识.

这些结果也说明了合理的社会分层的重要性. 精英阶层(收益系数高)与平民阶层(收益系数低)的融合越密切, 即 n 越大, 来自平民阶层的破坏者——背叛领袖, 影响也越大, 导致社会整体的合作水平下降. 而即使两个阶层的融合程度保持不变, 即 m/n 保持不变, 当社会总体的互动增强时, 背叛领袖也会扩大影响, 使社会的合作水平降低. 只有在两个阶层的融合程度下降, 即 m 越大, 而且社会采取公平选择的标准来评判个人的成就时, 合作领袖才能引领社会潮流, 提高社会合作水平. 所以, 进行社会分层, 并以个人能力和成就为标准分配财富, 有利于精英阶层内部的合作和创造, 推动人类生产力向前发展, 为人类创造更多的财富. 而采取自然选择, 依靠先天禀赋的继承和拼爹, 不仅不利

于有能力的合作领袖的成长, 更给背叛领袖掠夺社会资源以可乘之机. 但是分层过于严重导致两极分化时, 精英阶层(收益系数高)往往很难直接影响平民阶层(收益系数低)使他们愿意合作, 而平民阶层的大量背叛会使精英阶层损失惨重. 在这个过程中, 合作领袖和背叛领袖激烈竞争可能导致社会不稳定(社会风气的时好时坏).

作者向海涛感谢余向阳老师和聂海峰老师的悉心指导, 也感谢陈栩江老师和张祥栋同学在程序实现中给予的指导 and 帮助.

参考文献

- [1] Satoru M, Jin Y 2013 *Phys. Rev. E* **88** 052809
- [2] Cui A X, Fu Y, Shang M S, Chen D B, Zhou T 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 038901 (in Chinese) [崔爱香, 傅彦, 尚明生, 陈端兵, 周涛 2011 物理学报 **60** 038901]
- [3] Maslov S, Sneppen K, Zaliznyak A 2004 *Physica A* **333** 529
- [4] Jin-Li G 2010 *Chin. Phys. B* **19** 120503
- [5] Casasnovas J P 2012 *Ph. D. Dissertation* (Zaragoza, Spain: University of Zaragoza)
- [6] Wu Z X, Guan J Y, Xu X J, Wang Y H 2007 *Physica A* **379** 672
- [7] Tomassini M, Luthi L, Giacobini M 2006 *Phys. Rev. E* **73** 016132
- [8] Nowak M A 2006 *Science* **314** 1560
- [9] Wang Z, Szolnoki A, Perc M 2013 *Scientific Report* **3** 1183
- [10] Wang Z, Kokubo S, Tanimoto J, Fukuda E, Shigaki K 2013 *Phys. Rev. E* **88** 042145
- [11] Chen X, Fu F, Wang L 2007 *Physica A* **378** 512
- [12] Guan J Y, Zhi-Xi W, Zi-Gang H, Ying-Hai W 2010 *Chin. Phys. B* **19** 020203
- [13] Floría L, M, Gracia-Lázaro C, Gómez-Gardeñes J, Moreno Y 2009 *Phys. Rev. E* **79** 026106
- [14] Ichinose G, Tenguishi Y 2013 *Phys. Rev. E* **88** 052808
- [15] Wu, B, Altrock P M, Wang L, Traulsen A 2010 *Phys. Rev. E* **82** 046106
- [16] Portillo I G 2012 *Eur. Phys. J. B* **85** 409
- [17] Santos F C, Pacheco J M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 098104

Evolutionary gambling dynamics for two growing complex networks^{*}

Xiang Hai-Tao¹⁾ Liang Shi-Dong^{1)2)3)†}

1) (School of Physics and Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

2) (State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies, Guangzhou 510275, China)

3) (Provincial Key Laboratory of display Materials and Technologies, Guangzhou 510275, China)

(Received 23 June 2014; revised manuscript received 27 August 2014)

Abstract

The dynamic complex network is an important model of social structure and stability. Based on the single dynamic complex network, we propose a growing double-network evolutionary gambling model. When the two networks are separated, we find that the average of cooperation strategy has a jump as the payoff increases, which can be regarded as a phase transition. This result is a generalized result of static gambling network. When the two networks are connected, their averages of cooperation strategy are synchronized. When the intra-linkages are increased, the natural selection does not favor cooperation, while the fair selection does. When the inter-linkages are increased, the average of cooperation strategy decreases for both networks. As the ratio of inter- and intra- linkage is constant, the more the average degree, the less the cooperation. We find the existence of defection leader, and uncover its influence on the average of cooperation strategy and how it interacts with cooperation leader. These results provide some hints to understand the social structure, stability and evolution.

Keywords: two networks, different payoff matrices, evolutionary games

PACS: 89.75.Hc, 87.23.Ge, 02.50.Le, 89.75.Fb

DOI: 10.7498/aps.64.018902

^{*} Project supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities, and the State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies Funds, and the Provincial Key Laboratory of display Materials and Technologies Funds.

[†] Corresponding author. E-mail: stslsd@mail.sysu.edu.cn