

基于单粒子模型与偏微分方程的锂离子电池建模与故障监测

黄亮 李建远

Modeling and failure monitor of Li-ion battery based on single particle model and partial difference equations

Huang Liang Li Jian-Yuan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 108202 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.108202

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.108202>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I10>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[Co<sub>2</sub>SnO<sub>4</sub>/Graphene 复合材料的制备与电化学性能研究](#)

[Preparation and electrochemical properties of Co<sub>2</sub>SnO<sub>4</sub>/graphene composites](#)

物理学报.2014, 63(19): 198201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.198201>

[锂离子电池 SnSb/C 复合负极材料的热碳还原法制备及电化学性能研究](#)

[Lithium intercalation properties of SnSb/C composite in carbonthermal reduction as the anode material for lithium ion battery](#)

物理学报.2014, 63(16): 168201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.168201>

[LiCoO<sub>2</sub> 电池正极微结构模拟退火重构及传输物性预测](#)

[Simulated annealing reconstruction of LiCoO<sub>2</sub> cathode microstructure and prediction of its effective transport properties](#)

物理学报.2014, 63(4): 048202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.048202>

[锂离子电池 SnSb/MCMB 核壳结构负极材料嵌锂性能研究](#)

[The lithium intercalation properties of SnSb/MCMB core-shell composite as the anode material for lithium ion battery](#)

物理学报.2013, 62(9): 098201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.098201>

[不同气氛下裂解含苯环聚硅氧烷制备锂离子电池 Si-O-C 复合负极材料的电池性能研究](#)

[Electrochemical property of Si-O-C composite anode materials prepared by pyrolyzing polysiloxane containing phenyl under different atmospheres](#)

物理学报.2011, 60(11): 118202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.60.118202>

# 基于单粒子模型与偏微分方程的锂离子 电池建模与故障监测\*

黄亮<sup>1)†</sup> 李建远<sup>2)</sup>

1) (北京交通大学电子信息工程学院, 北京 100044)

2) (北京大学物理学院, 北京 100871)

(2014年11月7日收到; 2014年12月21日收到修改稿)

锂离子电池内部结构是一种复杂的分布参数系统, 如果为了降低计算难度而使用常微分方程描述锂离子电池, 可能会引入系统误差, 降低系统模型的可信度, 需要使用偏微分方程建立分布参数系统的精确模型. 本文提出了一种基于单粒子模型和抛物型偏微分方程的锂离子电池系统建模与故障监测系统设计方法, 当锂离子浓度实测值与理想值的残差大于预设阈值时判定分布参数系统处于故障状态. 通过一个仿真实例进行了锂离子电池系统建模和故障诊断实验, 实验证明基于单粒子模型和偏微分方程的锂离子电池故障监测系统具有更高的精确度和可信度.

**关键词:** 锂离子电池, 单粒子模型, 分布参数系统, 偏微分方程**PACS:** 82.47.Aa, 02.30.Jr, 87.57.R-**DOI:** 10.7498/aps.64.108202

## 1 引言

分布参数系统 (distributed parameter system, DPS)<sup>[1]</sup> 的状态变量、控制变量和被控制变量不仅是时间的函数, 而且是空间坐标的函数, 例如物理系统中常见的流体动力系统、热传递系统、柔性飞行器、电磁系统等<sup>[2]</sup>. 分布参数系统的边界条件和反馈作用非常复杂, 具有无穷多状态参数, 通常需要用场论和偏微分方程 (partial difference equation, PDE)<sup>[3]</sup> 进行精确描述. 与可以用常微分方程<sup>[4]</sup> 描述的集中参数系统<sup>[5]</sup> 相比, 分布参数系统的建模、分析、设计和故障诊断<sup>[6]</sup> 难度较高.

随着工业系统复杂度和安全性要求的提高, 对分布参数系统进行建模仿真和故障监测成为目前国内外学者面临的复杂而又迫切的研究课题. Oh 和 Pantelides<sup>[7]</sup> 提出了一种基于积分、偏微分与代数方程的联合集中参数系统与分布参数系统的建

模与仿真方法. Ghantasala 和 El-Farra<sup>[8,9]</sup> 提出了一种基于抛物型偏微分方程的分布参数系统故障隔离与故障容差控制方法, 使用近似有限维系统捕捉偏微分方程系统的动力学. Demetriou<sup>[10]</sup> 提出了一种基于学习系统的分布参数系统故障检测方法, 将有限维空间的检测结果应用于分布参数系统. Armaou 和 Demetriou<sup>[11]</sup> 提出了一种基于非线性偏微分方程的分布参数系统故障检测方法, 提高了故障检测的速度和鲁棒性. 这些方法使用有限维的常微分方程代替偏微分方程进行分布参数系统的故障检测, 增大了分布参数系统描述误差和不可靠性. 当系统发生故障时, 系统的特征参数会发生变化, 常微分方程不能准确地描述系统状态, 因此这些方法仅在系统处于完全已知和常规动作时才能进行系统故障检测.

锂离子电池<sup>[12-15]</sup> 因为能量密度大、自放电小、循环性能好等优点被广泛应用于计算机、数码

\* 中央高校基本科研业务费专项资金 (批准号: 2013JBM016)、国家自然科学基金 (批准号: 61201363, 61172130) 和国家留学基金 (批准号: 201307095030) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: HUANGL@bjtu.edu.cn

产品、电动汽车以及军事领域。但是锂离子电池在使用与存放过程中存在过充放电损坏、温度湿度环境差和性能衰退等问题,甚至发生起火、爆炸等安全事故,因此锂离子电池建模与在线故障监测是锂离子电池应用的关键研究领域。目前国内外学者提出了几种锂离子电池模型。Chen和Rincon-Mora<sup>[12]</sup>提出了一种基于常微分方程的锂离子电池模型和电池性能分析方法,模型简单,计算速度快,但是精度不足。Santhanagopalan等<sup>[13]</sup>提出了一种基于化学反应和常微分方程的锂离子电池模型和性能预测方法。Moura等<sup>[14]</sup>开发了一种基于偏微分方程的锂离子电池充电状态与正常状态的监测器。针对锂离子电池单粒子模型仿真速度快但是精度不足的特点,Schmidt等<sup>[15]</sup>对单粒子模型进行了改进,考虑了液相电势与液相浓度的分布,温度与荷电状态对电极扩散系数的影响。

本文将锂离子电池视为分布参数系统,在不借助有限维常微分方程的情况下,使用偏微分方程对锂离子电池进行建模和故障监测系统设计。为了验证本文提出方法的有效性和稳定性,对锂离子电池系统进行了基于单粒子模型的仿真实验。实验结果显示,本文方法能够根据测量数据预测锂离子电池阳极锂离子密度,精确地实现锂离子电池的描述和实时故障监测。

## 2 故障分布参数系统描述

标准抛物型偏微分方程的基本形式为

$$d \frac{\partial u}{\partial t} - \nabla(c \cdot \nabla u) + a \cdot u = f,$$

初始条件为

$$u_0 = u(t_0),$$

其中  $\nabla$  为

$$\begin{aligned} \nabla &= e_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + e_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \cdots + e_n \frac{\partial}{\partial x_n}, \\ \Delta &= \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \cdots + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2}. \end{aligned}$$

使用标准抛物型偏微分方程描述非线性分布参数系统:

$$\frac{\partial x(z, t)}{\partial t} = \zeta_1 \cdot \frac{\partial^2 x(z, t)}{\partial z^2} + s(z) \cdot x(z, t), \quad (1)$$

其中  $x$  表示系统状态, 时间  $t > 0$ , 坐标  $z \in (0, 1)$ , 系数  $\zeta_1 > 0$ ,  $s(z)$  为平滑函数。分布参数系统的边界条件:

$$\begin{cases} \zeta_2 \cdot x(0, t) = \frac{\partial x(0, t)}{\partial z}, \\ u(t) = \frac{\partial x(1, t)}{\partial z}, \end{cases} \quad (2)$$

其中  $\zeta_2$  为系数,  $u(t)$  表示  $z = 1$  时的系统控制输入。假设在相同激励条件下测量输出信号, 则  $y(t) = x(1, t)$ 。当系统发生故障时, 设故障函数为  $f[z, t, y(t)]$ 。则故障分布参数系统的偏微分方程描述为

$$\begin{aligned} \frac{\partial x(z, t)}{\partial t} &= \zeta_1 \cdot \frac{\partial^2 x(z, t)}{\partial z^2} + s(z) \cdot x(z, t) \\ &+ f[z, t, y(t)]. \end{aligned} \quad (3)$$

对故障函数  $f[z, t, y(t)]$  进行描述:

$$f[z, t, y(t)] = \bar{f} \cdot E(\tau) = \bar{f} \cdot E(t - t_0), \quad (4)$$

$E(\tau) = E(t - t_0)$  为随时间变化的故障误差函数,  $E(\tau) \in (0, 1)$ ; 其中  $\bar{f}$  为故障系数。系统在发生故障时刻  $t_0$  之前故障为 0:  $E(\tau) = 0, \tau < 0$ ;  $t_0$  之后系统故障逐渐增大,  $E(\tau) = 1 - e^{-k\tau}, \tau \geq 0$ , 其中  $k$  为故障变化速率系数,  $k$  越大, 系统瘫痪速度越快。

## 3 故障监测系统设计

故障监测系统能够实时获取分布参数系统的实测参数, 并将实测值与系统正常工作时的理想参数进行对比, 当实测值与理想值的差值超出预设报警阈值时, 故障监测系统给出故障信号。将 (1), (2) 式转换为基于龙贝格观测器<sup>[16]</sup>的分布参数系统理想状态的描述函数:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{x}(z, t)}{\partial t} &= \zeta_1 \cdot \frac{\partial^2 \hat{x}(z, t)}{\partial z^2} + s(z) \cdot \hat{x}(z, t) \\ &+ L_1(z) \cdot [y(t) - \hat{y}(t)], \end{aligned} \quad (5)$$

边界条件为

$$\begin{cases} \zeta_2 \cdot \hat{x}(0, t) = \frac{\partial \hat{x}(0, t)}{\partial z}, \\ u(t) - L_2 \cdot [y(t) - \hat{y}(t)] = \frac{\partial \hat{x}(1, t)}{\partial z}, \end{cases} \quad (6)$$

其中  $\hat{x}$  是系统状态理想值,  $\hat{y}$  是输出理想值,  $\hat{y}(t) = \hat{x}(1, t)$ ;  $y(t) - \hat{y}(t)$  是输出实测值与理想值的残差;  $L_1$  和  $L_2$  是调节参数, 用来纠正不同初始条件的检测误差; 系统状态实测值  $x$  与系统状态理想值  $\hat{x}$  的差值为系统状态残差;  $\tilde{x} = x - \hat{x}$ 。处于正常工作状态的分布参数系统状态残差描述为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{x}(z, t)}{\partial t} &= \zeta_1 \cdot \frac{\partial^2 \tilde{x}(z, t)}{\partial z^2} + s(z) \cdot \tilde{x}(z, t) \\ &- L_1(z) \cdot \tilde{x}(1, t), \end{aligned} \quad (7)$$

边界条件为

$$\begin{cases} \zeta_2 \cdot \tilde{x}(0, t) = \frac{\partial \tilde{x}(0, t)}{\partial z}, \\ L_2 \cdot \tilde{x}(1, t) = \frac{\partial \tilde{x}(1, t)}{\partial z}. \end{cases} \quad (8)$$

(7) 式中

$$\tilde{x}(z, t) = \psi(z, t) - \int_z^1 L(z, \tau) \cdot \psi(\tau, t) \cdot d\tau. \quad (9)$$

当分布参数系统处于正常工作状态时, 状态残差  $\tilde{x} = x - \hat{x}$  和输出残差  $\tilde{y} = y - \hat{y}$  处在容差范围内, (7)–(9) 式可以描述分布参数系统. 假设故障监测器对输出信号  $y(t)$  的采样间隔时间为  $T$ ,  $t$  为当前时间, 则故障监测器仅在  $t + k \cdot T$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) 时刻获取  $y$ , 而在采样间隔时间  $T$  之间  $y$  视为不变. 将 (9) 式代入 (7), (8) 式得

$$\frac{\partial \psi(z, t)}{\partial t} = \zeta_1 \cdot \frac{\partial^2 \psi(z, t)}{\partial z^2} - \zeta_3 \cdot \psi(z, t), \quad (10)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi(0, t)}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial \psi(1, t)}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad (11)$$

其中  $\zeta_3$  为用户自定义参数, 以使分布参数系统处于稳态, 要求  $\zeta_3 > 0$  [17]. 使用莱布尼兹积分法则 [18] 对 (10) 式推导得

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \psi(z, t)}{\partial t} - \int_z^1 L(z, \tau) \\ & \times \left[ \zeta_1 \cdot \frac{\partial^2 \psi(\tau, t)}{\partial \tau^2} - \zeta_3 \cdot \psi(\tau, t) \right] \cdot d\tau \\ & = \zeta_1 \cdot \left[ \psi(z, t) \cdot \frac{2\partial L(z, z)}{\partial z} + L(z, z) \cdot \frac{\partial \psi(z, t)}{\partial z} \right. \\ & \left. + \frac{\partial^2 \psi(z, t)}{\partial z^2} - \int_z^1 \psi(\tau, t) \cdot \frac{\partial^2 L(z, \tau)}{\partial z^2} \cdot d\tau \right] \\ & - \psi(1, t) \cdot L_1(z) + s(z) \cdot \left[ \psi(z, t) \right. \\ & \left. - \int_z^1 \psi(\tau, t) \cdot L(z, \tau) \cdot d\tau \right], \end{aligned}$$

整理得

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \psi(z, t)}{\partial t} \\ & = \zeta_1 \frac{\partial^2 \psi(z, t)}{\partial z^2} + \psi(z, t) \cdot \left[ 3\zeta_1 \frac{\partial L(z, z)}{\partial z} + s(z) \right] \\ & - \psi(1, t) \left[ L_1(z) + \zeta_1 \frac{\partial L(z, 1)}{\partial \tau} \right] \\ & + \int_z^1 \zeta_1 \psi(\tau, t) \cdot \left[ \frac{\partial^2 L(z, \tau)}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 L(z, \tau)}{\partial z^2} \right] d\tau \end{aligned}$$

$$- \int_z^1 [\zeta_3 + s(z)] \cdot \psi(\tau, t) \cdot L(z, \tau) d\tau. \quad (12)$$

使用莱布尼兹积分法则对 (11) 式推导得

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi(0, t)}{\partial z} + \psi(0, t)L(0, 0) \\ - \int_0^1 \psi(\tau, t) \frac{\partial L(0, \tau)}{\partial z} d\tau \\ = \zeta_2 \left[ \psi(0, t) - \int_0^1 \psi(\tau, t)L(0, \tau) d\tau \right], \\ \frac{\partial \psi(1, t)}{\partial z} + \psi(1, t)L(1, 1) = L_2\psi(1, t), \end{cases}$$

整理得到边界条件:

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi(0, t)}{\partial z} = \psi(0, t)[\zeta_2 - L(0, 0)] \\ + \int_0^1 \psi(\tau, t) \left[ \frac{\partial L(0, \tau)}{\partial z} - \zeta_2 L(0, \tau) \right] d\tau, \\ \frac{\partial \psi(1, t)}{\partial z} = \psi(1, t) \cdot [L_2 - L(1, 1)]. \end{cases} \quad (13)$$

(12) 和 (13) 式描述的偏微分方程系统与 (10) 和 (11) 式描述的偏微分方程系统等价, 联合 (10)–(13) 式解得

$$\begin{aligned} & \zeta_1 \left[ \frac{\partial^2 L(z, \tau)}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 L(z, \tau)}{\partial z^2} \right] \\ & = [\zeta_3 + s(z)]L(z, \tau), \end{aligned} \quad (14)$$

边界条件为

$$\begin{cases} \frac{\partial L(0, \tau)}{\partial z} = \zeta_2 L(0, \tau), \\ L(z, z) = \zeta_2 - \frac{1}{3\zeta_1} \int_0^z [\zeta_3 + s(\omega)] d\omega, \end{cases} \quad (15)$$

解得调节参数

$$\begin{cases} L_1(z) = -\zeta_1 \frac{\partial L(z, 1)}{\partial \tau}, \\ L_2 = L(1, 1). \end{cases} \quad (16)$$

(14) 式描述的偏微分方程满足 (15) 式边界条件时有惟一解. 因为 (14)–(16) 式与时间  $t$  无关, 所以可以在进行分布参数系统故障监测之前求解, 然后再将参数用于故障监测.

(1) 和 (2) 式描述了分布参数系统的正常状态, (3) 和 (4) 式描述了分布参数系统的故障状态, (5) 和 (6) 式描述了分布参数系统的理想状态, (7) 和 (8) 式描述了分布参数系统实测状态与理想状态之间的残差. (16) 式给出了 (5)–(8) 式的调节参数  $L_1, L_2$ . 当分布参数系统发生故障时, 根据 (3)–(5) 式给出故障分布参数系统的评估描述为

$$\frac{\partial \tilde{x}(z, t)}{\partial t}$$

$$= \zeta_1 \cdot \frac{\partial^2 \hat{x}(z, t)}{\partial z^2} + s(z) \cdot \hat{x}(z, t) + L_1(z) \cdot [y(t) - \hat{y}(t)] + \hat{f}[z, \hat{w}(t), y(t)], \quad (17)$$

$$\hat{f}[z, \hat{w}(t), y(t)] = \hat{w}^T(t) \cdot \sigma[z, y(t)]. \quad (18)$$

(17) 式在系统理想状态基础上增加了一个评估系统输出故障函数  $\hat{f}[\cdot]$ . 其中  $\hat{w}(t)$  是未知参数矩阵,  $\sigma(z, y(t))$  是已知非线性函数<sup>[1]</sup>. (17) 式的边界条件如 (6) 式所示. 根据 (7), (17), (18) 式, 给出处于故障状态的分布参数系统状态残差描述为

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \tilde{x}(z, t)}{\partial t} \\ &= \zeta_1 \cdot \frac{\partial^2 \tilde{x}(z, t)}{\partial z^2} + s(z) \cdot \tilde{x}(z, t) \\ & \quad - L_1(z) \cdot \tilde{x}(1, t) + \tilde{w}^T(t) \cdot \sigma[z, y(t)]. \end{aligned} \quad (19)$$

(19) 式的边界条件为 (8) 式. 其中  $\tilde{w} = w - \hat{w}$  为未知参数残差,  $\tilde{x} = x - \hat{x}$  为系统状态残差,  $\tilde{y} = y - \hat{y}$  为输出残差. 当系统输出信号的残差超出预设门限值时, 判定分布参数系统处于故障状态.

#### 4 锂离子电池故障监测系统设计

使用 MATLAB PDE 工具箱和单粒子模型<sup>[14,15]</sup>对锂离子电池系统进行基于偏微分方程的锂离子电池系统建模和故障监测系统设计. 基于单粒子模型的锂离子电池系统如图 1 所示.

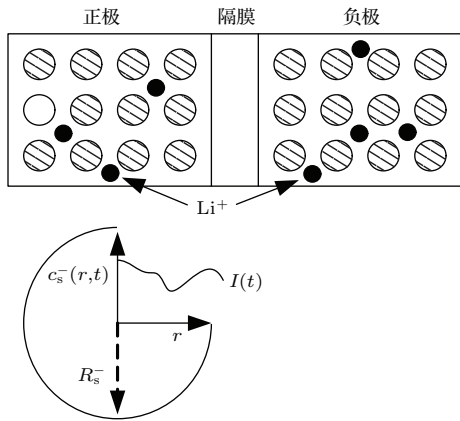


图 1 锂离子电池单粒子模型示意图

Fig. 1. Single particle model of Li-ion battery.

假定电池内电解液浓度保持不变, 电极内各处的固相电势相等, 则电极内各处的反应离子流密度相等, 可以忽略液相电势对电池端电压的影响, 电极内一个活性粒子的电化特性可以代表一个电极的特性, 锂离子电池模型偏微分方程描述为

$$\frac{\partial c_s^-}{\partial t}(r, t)$$

$$= D_s^- \cdot \left[ \frac{\partial^2 c_s^-}{\partial r^2}(r, t) + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial c_s^-}{\partial r}(r, t) \right], \quad (20)$$

边界条件为

$$\begin{cases} \frac{\partial c_s^-}{\partial r}(0, t) = 0, \\ \frac{\partial c_s^-}{\partial r}(R_s^-, t) = -\frac{I(t)}{D_s^- \cdot F \cdot a^- \cdot A \cdot L^-}, \end{cases} \quad (21)$$

其中  $c_s^-$  是锂离子阳极浓度,  $r$  是径向坐标,  $D_s^-$  是固相扩散系数,  $R_s^-$  是粒子半径,  $I$  是电池输入电流,  $F$  是法拉第常数,  $a^-$  是界面面积,  $A$  是电池单元横切面积,  $L^-$  是阳极厚度<sup>[19,20]</sup>. 使用如下坐标变换对 (20) 和 (21) 式描述的电池模型进行标准化:

$$\begin{cases} \bar{r} = \frac{r}{R_s^-}, \\ \begin{cases} r \rightarrow r \cdot R_s^-, \\ t \rightarrow t \cdot \frac{(R_s^-)^2}{D_s^-}, \\ c(r, t) \rightarrow r \cdot c_s^-(r, t), \end{cases} \end{cases}$$

$\bar{r}$  为标准化径向坐标, 当  $r = R_s^+$  时,  $\bar{r} = 0$ ; 当  $r = R_s^-$  时,  $\bar{r} = 1$ . 可将处于正常工作状态的电池模型描述为 (4) 式的形式:

$$\frac{\partial c}{\partial t}(r, t) = \frac{\partial^2 c}{\partial r^2}(r, t), \quad (22)$$

边界条件为

$$\begin{cases} \frac{\partial c}{\partial r}(1, t) - c(1, t) = -\frac{R_s^- \cdot I(t)}{D_s^- \cdot F \cdot a^- \cdot A \cdot L^-}, \\ c(0, t) = 0. \end{cases} \quad (23)$$

可以将锂离子电池的端点输出电压作为锂离子电池阳极密度  $c(1, t)$ . 在  $t = 60$  s 时仿真一个锂离子电池故障:

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t}(r, t) &= \frac{\partial^2 c}{\partial r^2}(r, t) + 0.1 \cdot e^{-0.001(t-60)} \\ & \quad \times c(1, t) \cdot r, \end{aligned} \quad (24)$$

其中  $t > 60$  s. 处于故障状态的锂离子电池模型描述为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{c}}{\partial t}(r, t) &= \frac{\partial^2 \hat{c}}{\partial r^2}(r, t) + L_1(r) \\ & \quad \times [c(1, t) - \hat{c}(1, t)], \end{aligned} \quad (25)$$

边界条件为

$$\begin{cases} \hat{c}(1, t) = L_2 \cdot [c(1, t) - \hat{c}(1, t)] \\ + \frac{\partial \hat{c}}{\partial r}(1, t) + \frac{R_s^- \cdot I(t)}{D_s^- \cdot F \cdot a^- \cdot A \cdot L^-}, \\ \hat{c}(0, t) = 0, \end{cases} \quad (26)$$



$c(1, t) - \hat{c}(1, t)$  为锂离子电池锂离子阳极密度实际信号与理想信号之间的残差. 对 (14)—(16) 式进行数值求解得  $L_1, L_2$ . 在仿真时, 定义参数  $\zeta_1 = 1, \zeta_3 = 2$  [21]; 将故障监测器的采样间隔时间设为 1 s. 故障监测器有三个输入信号: 输入电流  $I(t)$ 、锂离子阳极密度  $c(1, t)$  和上一秒故障监测器的计算结果. 在仿真过程中, 偏微分方程给出的理想锂离子阳极密度  $c_s^-$  如图 2 所示, 锂离子电池系统仿真输入电流  $I(t)$  如图 3 所示.

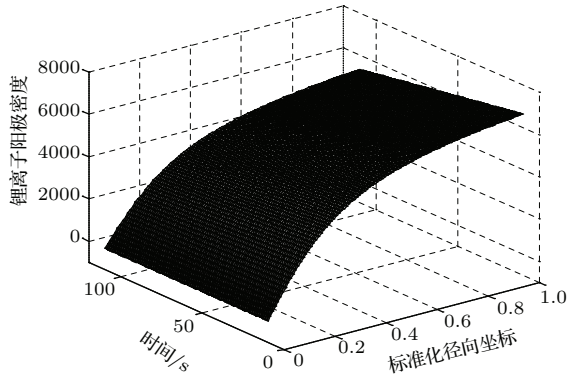


图 2 理想的锂离子阳极密度  $c_s^-$

Fig. 2. Ideal Li-ion concentration in anode.

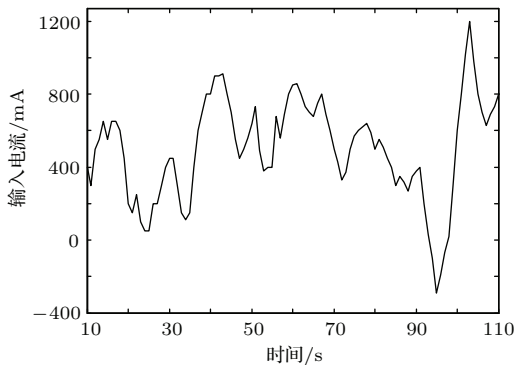


图 3 系统输入电流  $I(t)$

Fig. 3. System input current  $I(t)$ .

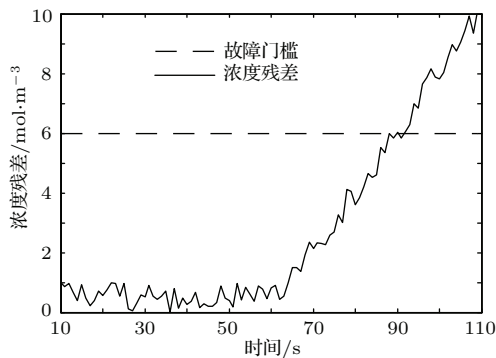


图 4 故障监测

Fig. 4. Failure monitor.

当锂离子电池系统发生故障时, 锂离子阳极密度会因为系统故障发生显著变化,  $\hat{c}(1, t) = c(1, t) - \hat{c}(1, t), r = 1$ . 图 4 给出了故障监测系统仿真结果. 在  $t < 60$  s 时, 系统处于正常工作状态, 随机残差很小. 锂离子电池在  $t = 60$  s 时发生故障. 当  $t > 60$  s 系统发生故障后, 系统故障逐渐增大, 锂离子阳极密度故障残差逐渐增加. 将系统故障门槛预设设为  $6 \text{ mol}\cdot\text{m}^{-3}$ . 在  $t = 90$  s 时, 系统残差超过预设故障门槛, 故障监测系统报警.

## 5 结 论

本文提出了一种基于抛物型偏微分方程和单粒子模型的锂离子电池故障监测系统设计方法. 首先使用偏微分方程构建分布参数系统模型, 然后将锂离子电池视为分布参数系统, 在合理选择设计参数的基础上, 构建了锂离子电池抛物型偏微分方程模型和故障监测系统, 故障监测系统实时跟踪锂离子电池的锂离子阳极密度, 并与理想参数进行对比, 当残差大于预设故障门槛时故障报警. 结果表明, 本文方法实现了更精确、更可靠的锂离子电池建模和故障实时监测.

## 参考文献

- [1] Ucinski D 2004 *Optimal Measurement Methods for Distributed Parameter System Identification* (Boca Raton: CRC Press Inc.) p1
- [2] Ma X K, Yang M, Zou J L, Wang L T 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5648 (in Chinese) [马西奎, 杨梅, 邹建龙, 王玲桃 2006 物理学报 **55** 5648]
- [3] Hou X L, Zheng X J, Zhang L, Liu T L 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 180201 (in Chinese) [侯祥林, 郑夕健, 张良, 刘铁林 2012 物理学报 **61** 180201]
- [4] Hong L, Xu J X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1228 (in Chinese) [洪灵, 徐健学 2000 物理学报 **49** 1228]
- [5] Wang C, Zhou Y Q, Shen G W, Wu W W, Ding W 2013 *Chin. Phys. B* **22** 124601
- [6] Huang L, Hou J J, Liu Y, Guo Y 2013 *Chin. J. Electron.* **22** 615
- [7] Oh M, Pantelides C C 1996 *Comput. Chem. Eng.* **20** 611
- [8] Ghantasala S, El-Farra N H 2011 *Int. J. Robust Nonlin.* **22** 24
- [9] Ghantasala S, El-Farra N H 2009 *Automatica* **45** 2368
- [10] Demetriou M A 2002 *ESAIM. COCV* **7** 43
- [11] Armaou A, Demetriou M A 2008 *AIChE J.* **54** 2651
- [12] Chen M, Rincon-Mora G A 2006 *IEEE Trans. Energy Conver.* **21** 504
- [13] Santhanagopalan S, Guo Q Z, Ramadass P, White R E 2006 *J. Pow. Sour.* **156** 620

- [14] Moura S J, Chaturvedi N A, Krstic M E 2013 *J. Dyn. Sys., Meas., Control* **136** 011015
- [15] Schmidt A P, Bitzer M, Imre A W, Guzzella L 2010 *J. Pow. Sour.* **195** 5071
- [16] Andrieu V, Praly L 2006 *SIAM J. Control Optim.* **45** 432
- [17] Smyshlyaev A, Orlov Y, Krstic M 2009 *Int. J. Adapt. Control Process.* **23** 131
- [18] Osler T J 1972 *Math. Comput.* **26** 903
- [19] De Las Casas C, Li W Z 2012 *J. Pow. Sour.* **208** 74
- [20] Zhang W J 2011 *J. Pow. Sour.* **196** 13
- [21] Wouwer A V, Saucez P, Schiesser W E 2004 *Ind. Eng. Chem. Res.* **43** 3469

## Modeling and failure monitor of Li-ion battery based on single particle model and partial difference equations\*

Huang Liang<sup>1)†</sup> Li Jian-Yuan<sup>2)</sup>

1) (School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

2) (School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

( Received 7 November 2014; revised manuscript received 21 December 2014 )

### Abstract

Li-ion battery is a complicated distributed parameter system that can be described precisely by field theory and partial differential equations. In order to reduce the calculation amount and the solution difficulty, a distributed parameter system is often described by ordinary differential equation model during the design and the analysis. As a result, systemic error is caused, and the reliability of the system model is reduced. The rechargeable Li-ion batteries are widely used in many fields because of their excellent properties. The research on the modeling and failure monitor of Li-ion battery can evaluate its working state, and improve the security during its servicing. Li-ion battery system is regarded as a distributed parameter system in this paper. Single particle model is a simplification of a Li-ion battery under a few assumptions. According to the measured data, single particle model can be used for estimating the parameter at a fast simulation speed. Li-ion battery model based on partial difference equations and single particle model is proposed to detect the failure and evaluate the working state of Li-ion battery system. Lithium ion concentration is an unmeasurable distributed variable in the anode of Li-ion battery. The failure monitor system can track the real-time Li ion concentration in the anode of Li-ion battery, calculate the residual which is the difference between the measured value and the ideal value. A failure can be judged when the residual is beyond a predefined failure threshold. A simulation example verifies that the accuracy and the effectiveness of Li-ion battery failure monitor system based on parabolic partial difference equations and single particle model is reliable.

**Keywords:** Li-ion battery, single particle model, distributed parameter system, partial difference equation

**PACS:** 82.47.Aa, 02.30.Jr, 87.57.R-

**DOI:** 10.7498/aps.64.108202

\* Project supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China (Grant No. 2013JBM016), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61201363, 61172130) and the Studying Abroad Funding of China Scholarship Council, China (Grant No. 201307095030).

† Corresponding author. E-mail: HUANGL@bjtu.edu.cn