

部分道路关闭引起的交通激波特性的研究

孙晓燕 朱军芳

Study of the shock wave induced by closing partial road in traffic flow

Sun Xiao-Yan Zhu Jun-Fang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 114502 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.114502

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.114502>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I11>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于有向渗流理论的关联微博转发网络信息传播研究

Information spreading in correlated microblog reposting network based on directed percolation theory

物理学报.2015, 64(4): 044502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.044502>

考虑动态车间距的一维元胞自动机交通流模型

One-dimensional cellular automaton model of traffic flow considering dynamic headway

物理学报.2015, 64(2): 024501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.024501>

中小学门口道路上学期间的一个元胞自动机模型

A cellular automaton model for the road in front of elementary and middle school gates during students going to school

物理学报.2014, 63(9): 094502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.094502>

双出口房间人群疏散的实验研究和数学建模

Experimental features and mathematical model of pedestrian evacuation from a room with two exits

物理学报.2014, 63(9): 094501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.094501>

交叉口进口道换道行为研究及建模

Research and modeling of the lane-changing behavior on the approach

物理学报.2014, 63(4): 044501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.044501>

# 部分道路关闭引起的交通激波特性的研究\*

孙晓燕<sup>1)2)†</sup> 朱军芳<sup>3)</sup>

1)(北京师范大学系统科学学院, 北京 100875)

2)(广西师范学院物理与电子工程学院, 南宁 530023)

3)(西南科技大学理学院, 绵阳 621010)

(2014年9月9日收到; 2014年11月25日收到修改稿)

本文根据实际交通中经常遇到的交通事故或部分道路施工等情况, 建立了部分道路关闭的交通流模型. 采用平均场理论分析和确定性NS元胞自动机规则分别对模型进行解析和数值模拟, 结果表明, 系统存在三种稳定的物理状态: 低密度相、激波相和高密度相, 并找到了系统发生相变的临界密度. 理论分析和数值模拟能很好地符合.

**关键词:** 交通流, 激波, 相变

**PACS:** 45.70.Vn, 89.40.Bb, 05.70.Fh

**DOI:** 10.7498/aps.64.114502

## 1 引言

近几年, 交通流理论研究已经引起了物理学、力学、应用数学及交通工程等多个领域学者的关注, 很多学者开展了交通流理论相关工作的研究, 建立了诸多模型用于分析及解释交通系统中出现的宏观现象, 揭示其背后的物理特性<sup>[1-6]</sup>. 在实际交通中, 经常会出现突发交通事故、部分道路施工或交通管制等原因造成的部分道路临时关闭的情况. 这些情况下, 车辆的正常行驶会受到影响, 随之交通流的状态会发生明显的变化, 在宏观上表现为从自由(或同步)状态变为拥堵状态, 车辆时走时停等, 在物理上称之为发生了相变或出现了激波. 部分道路关闭对交通流特性有何具体影响? 其宏观特征发生改变的物理机理是什么? 如何在这些情况下保证车辆的安全通畅地行驶? 交通管理部门应该采取什么样的管理措施才不会导致交通堵塞? 这些问题都得到了交通流理论研究者的高度关注<sup>[7-13]</sup>.

元胞自动机模型中时间和空间都是离散的, 可以通过车辆行驶的简单微观局部规则揭示交通

系统中发生的宏观现象. 同时, 元胞自动机模型具有良好的并行性及计算速度快等优点, 可以应用于城市交通系统大规模的仿真模拟. 所以近年来元胞自动机模型在交通流研究中得到了广泛的应用<sup>[14-16]</sup>. 本文采用确定性Nagel-Schreckenberg(NS)元胞自动机更新规则<sup>[17]</sup>研究了部分道路关闭的交通流模型, 发现交通系统中会出现低密度相、高密度相和激波相. 采用平均场理论和数值模拟方法, 分析了交通流量和车辆密度之间的关系, 并找出了交通流发生相变(低密度相到激波相的相变和激波相到高密度相的相变)的临界点. 该研究在一定程度上揭示了部分道路关闭情况下交通系统运行的规律和交通现象的物理本质, 以为交通管理者提供一定的理论支持.

## 2 模型及理论分析

在周期性边界条件下, 道路上的车辆按照确定性NS元胞自动机模型<sup>[17]</sup>并行更新, 即时间、空间和速度都被整数离散化, 道路被划分为离散的格子

\* 国家自然科学基金(批准号: 71461002, 11402058, 11202175)、广西壮族自治区自然科学基金(批准号: 2014GXNSFAA118012)和广西高等学校优秀中青年骨干教师培养工程(第一期)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [sunxy1111@163.com](mailto:sunxy1111@163.com)

(元胞), 每个元胞或者为空, 或者被车辆占据, 每辆车的速度可以取  $0, 1, 2, \dots, v_{\max}$ , 其中  $v_{\max}$  是车辆的最高速度. 在时间  $t \rightarrow t + 1$ , 模型按如下规则并行更新:

- 1) 加速,  $v_n \rightarrow \min(v_n + 1, v_{\max})$ ;
- 2) 减速,  $v_n \rightarrow \min(v_n, d_n)$ ;
- 3) 运动,  $x_n \rightarrow x_n + v_n$ . 其中,  $v_n$  和  $x_n$  分别表示第  $n$  辆车的位置和速度,  $d_n$  表示第  $n$  辆车和第  $n - 1$  辆车的间距.

在模型中, 道路长度取  $L = 4000$  元胞, 根据实际交通情况, 假设每个元胞长度为  $7.5$  m, 因此模型中道路的长度相应于实际交通中  $30$  km. 在部分道路关闭路段(设长度为  $L_1$ )  $v_{\max 1} = 1$ (相当于实际交通中的  $27$  km/h), 在正常路段(设长度为  $L_2$ )  $v_{\max 2} = 2$ (相当于实际交通中的  $54$  km/h).

我们首先利用平均场理论分析一下本模型中交通系统的状态. 在低密度相, 根据部分道路关闭路段和正常路段车辆的最高速度分别是  $v_{\max 1} = 1$  和  $v_{\max 2} = 2$  得到关系式  $\rho_1 = 2\rho_2$  和  $\rho_1 \leq 1/2$ , 这里的  $\rho_1$  和  $\rho_2$  代表道路  $L_1$  和  $L_2$  上的车辆密度, 因此有  $\rho_2 \leq 1/4$ , 所以低密度相整条道路的平均密度  $\rho$  有如下表达式:

$$\rho = \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2) \leq \frac{3}{8} \approx 0.375. \quad (1)$$

同样, 在高密度相, 考虑到非对称排它过程中的粒子-空位对称性, 采用元胞自动机模型分析交通流具有与其相似的性质, 因此有  $(1 - \rho_1) = (1 - \rho_2)$  及  $\rho_1 \geq 1/2$ , 可得  $\rho_2 \geq 1/2$ , 所以在高密度相,  $\rho$  的表达式如下:

$$\rho = \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2) \geq \frac{1}{2} = 0.5. \quad (2)$$

采用文献 [18] 的分析方法可知激波出现在道路  $L_2$  上, 低密度相在激波的左边, 高密度相在激波的右边. 随着道路上车辆密度的增加激波向上游传播. 在激波相,  $\rho$  有如下关系式:

$$3/8 < \rho < 1/2. \quad (3)$$

方程 (1)—(3) 表明发生低密度相到激波相相变的临界密度是  $\rho_{cr1} = 3/8 \approx 0.375$ , 激波相到高密度相相变的临界密度是  $\rho_{cr2} = 0.5$ . 稳态时, 激波的位置可以通过  $\rho$  来确定, 设激波位置为  $S$ , 根据激波左右两侧的密度分布推导出  $S$  和  $\rho$  之间的关系式为

$$\rho = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{4}S + \frac{1}{2}(1 - S) \right]. \quad (4)$$

激波的位置  $S$  可以表示为

$$S_i = i + 4 - 8\rho, \quad (5)$$

其中,  $i = 0, 1$  分别表示激波出现在道路  $L_1$  和  $L_2$  上. 在本模型中, 激波只出现在正常路段  $L_2$  上, 所以在下面的对比中  $i$  只取  $1$ . 例如当  $\rho = 0.45$  和  $0.475$  时, 将其代入方程 (5) 中得到激波的位置分别是  $1.4$  和  $1.2$ , 激波的位置  $1.4$  和  $1.2$  是道路长度归一化处理后得到的数值, 是一个无量纲的数值(见图 3).

接着, 我们分析交通系统平均流量  $J$  和平均密度  $\rho$  之间的关系. 在低密度相, 存在关系式  $J = \rho_1$ ,  $\rho_1 = 2\rho_2$  和  $\rho = (1/2)(\rho_1 + \rho_2) = (3/4)\rho_1$ , 因此有  $\rho_1 = (4/3)\rho$  成立. 所以, 在低密度相, 平均流量和平均密度之间的关系为

$$J = (4/3)\rho. \quad (6)$$

在高密度相, 存在关系式  $J = (1 - \rho_1)$  和  $(1 - \rho_1) = (1 - \rho_2)$ , 与低密度相情况下分析方法相似, 可得

$$J = 1 - \rho. \quad (7)$$

在激波相, 利用文献 [19] 的结论可知平均流量为一个常数

$$J = 0.5. \quad (8)$$

### 3 数值模拟结果

本节讨论采用确定性 NS 元胞自动机更新规则得到的数值模拟结果, 并跟上一节中的理论分析做对比. 在模拟中, 取  $L_1 = L_2 = 2000$  元胞, 模拟时长为  $5 \times 10^6$ , 舍去前  $1 \times 10^6$  时步使系统达到稳态, 取 10 次不同的初始分布做平均. 为了方便观察和讨论, 我们对道路长度做了归一化处理,  $0$  至  $1.0$  是道路  $L_1$ (包括  $1.0$ ),  $1.0$ (不包括  $1.0$ ) 至  $2.0$  是道路  $L_2$ .

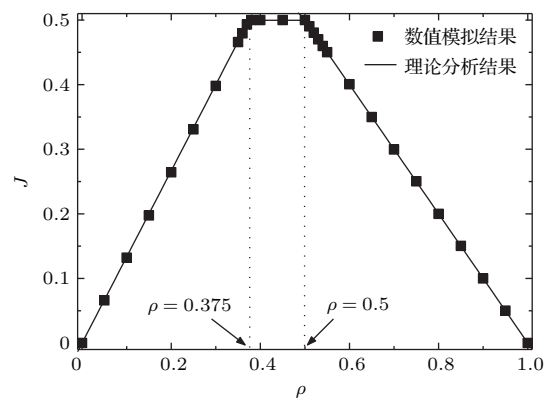


图 1 基本图(符号是模拟结果, 线是理论分析结果)  
Fig. 1. The fundamental diagram. The symbols correspond to simulation results, while the line is for theoretical calculation.

图1是基本图(平均流量 $J$ -平均密度 $\rho$ ), 方形符号是数值模拟结果, 实线由方程(6)—(8)得到. 在图上两个箭头指向的两个密度, 其值为 $\rho_{cr1} = 0.375$ 和 $\rho_{cr2} = 0.5$ 分别是发生低密度相到激波相和激波相到高密度相相变的临界密度, 与上一节中从方程(1)—(3)得到的两个临界密度的值相等, 理论分析与数值模拟十分符合. 在低密度相( $\rho < 0.375$ ), 随着密度的增加, 流量线性增加; 在高

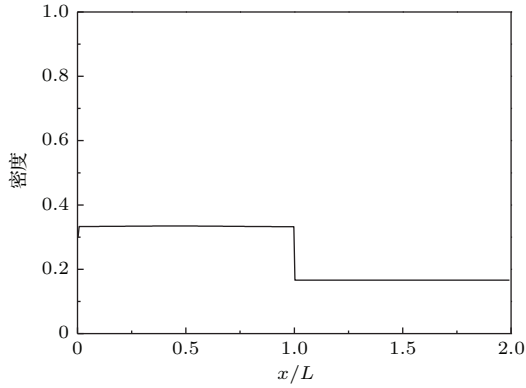


图2 低密度相中的密度分布图. 平均密度为0.25  
Fig. 2. Density profiles are obtained from computer simulations in the low density phase. The average density is 0.25.

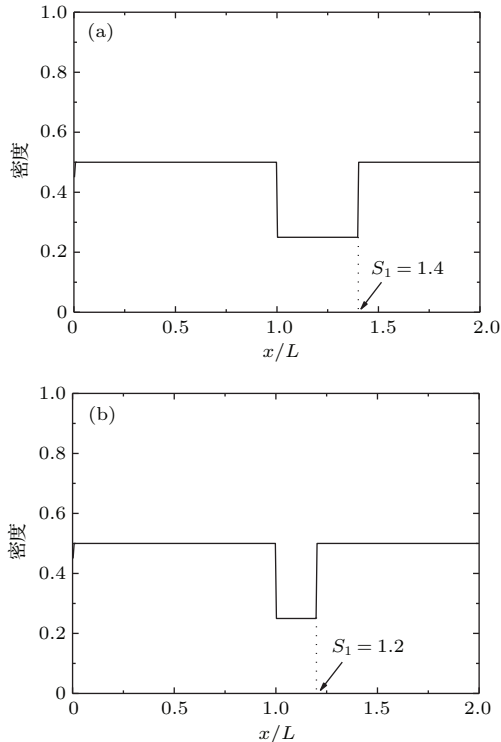


图3 激波相中的密度分布图. 虚线对应的是激波的位置  
(a) 平均密度为0.45; (b) 平均密度为0.475  
Fig. 3. Density profiles are obtained from computer simulations in the shock wave phase. The dot lines represent the position of shocks: (a) the average density is 0.45; (b) the average density is 0.475.

密度相 ( $\rho > 0.5$ ), 随着密度的增加, 流量线性减小; 在激波相 ( $0.375 < \rho < 0.5$ ), 流量达到最大并保持为一常数0.5不变.

图2至图4分别是低密度相、激波相和高密度相的密度分布图, 横轴是归一化后的道路长度. 在低密度相(图2), 道路上车辆都能以最大速度自由行驶,  $L_1$  路段上的密度是  $L_2$  路段上密度的2倍, 这与上一节中的分析是一致的.

在激波相(图3), 道路  $L_1$  上的车辆密度保持0.5不变, 车辆以同步的方式行驶, 即所有车辆都能以  $v_{max1} = 1$  的速度行驶. 当车辆从道路  $L_1$  驶入  $L_2$  时, 由于关闭路段影响, 激波将  $L_2$  路段分成两种不同的状态: 下游状态与  $L_1$  相同, 上游处于自由流状态(见图5的时空图). 激波的位置随着平均密度的增加向  $L_2$  路段上游行进(见图3(a)和(b)).

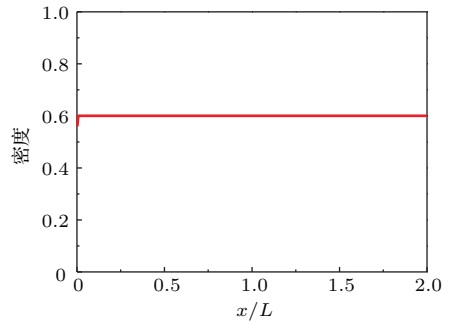


图4 高密度相中的密度分布图. 平均密度为0.6  
Fig. 4. Density profiles are obtained from computer simulations in the high density phase. The average density is 0.6.

在高压相(图4), 密度分布不随车辆所在位置而变, 说明发生了交通拥堵, 系统处于拥堵状态.

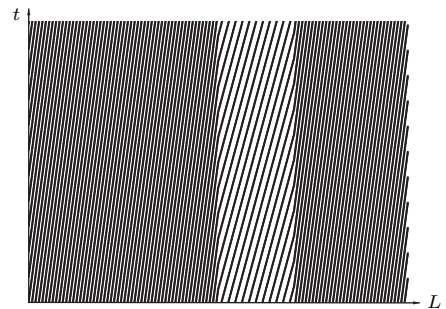


图5 激波相中系统的时空图. 平均密度为0.45  
Fig. 5. Spatio-temporal diagrams in shock wave phase. The average density is 0.45.

## 4 结 论

本文采用平均场理论和确定性NS元胞自动机规则研究了部分道路关闭的交通流模型, 通过理

论分析和数值模拟,发现此交通系统存在三种稳态相:低密度相、激波相和高密度相.系统的平均流量在激波相达到了最大,此时,车辆基本上都能以同步的方式行驶,激波出现的位置与平均密度有关,随平均密度的增加向上游传播,直到系统进入高密度相,激波消失.

根据本文的结论,当由于交通事故或道路施工等原因造成部分道路关闭情况发生时,交通管理部门可以通过控制驶入道路的车辆数(即控制平均密度)使道路的通行能力达到最大,并为有效地控制拥堵的形成提供一定的理论借鉴.下一步,我们将借助先进出行者信息系统,研究发布道路关闭信息条件下,部分道路关闭的交通系统的宏观特征有何明显变化,并采用理论分析的手段研究其稳态物理特性及临界相变问题.

## 参考文献

- [1] Chowdhury D 2000 *Phys. Rep.* **329** 199
- [2] Gao H W, Gao Z Y, Xie D F 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 058902 (in Chinese) [郭宏伟, 高自友, 谢东繁 2011 物理学报 **60** 058902]
- [3] He H D, Lu W Z, Dong L Y 2011 *Chin. Phys. B* **20** 040514
- [4] Lakouari N, Ez-Zahraouy H, Benyoussef A 2014 *Phys. Lett. A* **378** 3169
- [5] Nagatani T 2014 *Physica A* **413** 352
- [6] Tang T Q, Huang H J, Shang H Y 2010 *Chin. Phys. B* **19** 050517
- [7] Jia B, Jiang R, Wu Q S 2003 *Int. J. Mod. Phys. C* **14** 1295
- [8] Zhang L, Du W 2012 *J. Wuhan Univ. Tech.* **36** 886 (in Chinese) [张邻, 杜文 2012 武汉理工大学学报 **36** 886]
- [9] Zhang Ao M H, Gao Z Y 2012 *J. Trans. Sys. Engin. Inf. Tech.* **12** 46 (in Chinese) [张敖木翰, 高自友 2012 交通运输系统工程与信息 **12** 46]
- [10] Qian Y S, Zeng J W, Du J W, Liu Y F, Wang M, Wei J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060505 (in Chinese) [钱勇生, 曾俊伟, 杜加, 刘宇斐, 王敏, 魏军 2011 物理学报 **60** 060505]
- [11] Kanai M *Phys. Rev. E* 2005 **72** 035102(R)
- [12] Yamauchi A, Tanimoto J, Hagishima A, Sagara H 2009 *Phys. Rev. E* **79** 036104
- [13] Nakata M, Yamauchi A, Tanimoto J, Hagishima A 2010 *Physica A* **389** 5353
- [14] Jia B, Gao Z Y, Li K P, Li X G 2007 *Models and Simulations of Traffic System Based on the Theory of Cellular Automaton* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [贾斌, 高自友, 李克平, 李新刚 2007 基于元胞自动机的交通系统建模与模拟 (北京: 科学出版社)]
- [15] Li L, Jiang R, Jia B, Zhao X M 2011 *Theory and Application of Modern Traffic flow(Vol. 1) — freeway traffic flow* (Beijing: Tsinghua University Press) [李力, 姜锐, 贾斌, 赵小梅 2011 现代交通流理论与应用卷I—高速公路交通流 (北京: 清华大学出版社)]
- [16] Sun D 2011 *Ph. D. Dissertation* (Hefei: University of Science and Technology of Chian) (in Chinese) [孙舵 2011 博士学位论文 (合肥: 中国科学技术大学)]
- [17] Nagel K, Schreckenberg M 1992 *J. Phys. I (France)* **2** 2221
- [18] Sun X Y, Xie Y B, He Z W, Wang B H 2011 *Phys. Lett. A* **375** 2699
- [19] Derrida B, Evans M R, Hakim V 1993 *J. Phys. A: Math. Gen.* **26** 1493



# Study of the shock wave induced by closing partial road in traffic flow\*

Sun Xiao-Yan<sup>1)2)†</sup> Zhu Jun-Fang<sup>3)</sup>

1) (School of systems Science, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

2) (College of Physics and Electronic Engineering, Guangxi Teacher Education University, Nanning 530023, China)

3) (School of Science, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, China)

( Received 9 September 2014; revised manuscript received 25 November 2014 )

## Abstract

There often occurs traffic accident or road construction in real traffic, which leads to partial road closure. In this paper, we set up a traffic model for the partial road closure. According to the Nagel-Schreckenberg (NS) cellular automata update rules, the road can be separated into cells with the same length of 7.5 m.  $L = 4000$  (corresponding to 30 km) is set to the road length in the simulations. For a larger system size, our simulations show that the results are the same with those presented in the following. In our model,  $v_{\max}$  denotes the maximum velocity of vehicle. Without loss of generality, we assume  $v_{\max 1} = 1$  (corresponding to 27 km/h), where partial road is closed (for convenience, we define the road length as  $L_1$ ),  $v_{\max 2} = 2$  (corresponding to 54 km/h) in the section of normal road (we define the road length as  $L_2$ ). In our simulations, let  $L_1 = L_2 = 2000$ . We would like to mention that changing these parameter values does not have a qualitative influence on the simulation results. The simulation results demonstrate that three stationary phases exist, that is, low density (LD), high density (HD) and shock wave (SW). Two critical average densities are found: the critical point  $\rho_{\text{cr1}} = 3/8$  separates the LD phase from the SW phase, and  $\rho_{\text{cr2}} = 1/2$  separates the SW phase from the HD phase. We also analyze the relationship between the average flux  $J$  and average density  $\rho$ . In the LD phase  $J = \frac{4}{3}\rho$ , in the HD phase  $J = 1 - \rho$  and  $J$  is 0.5 in the SW phase. We investigate the dependence of  $J$  on  $\rho$ . It is shown that with the increase of  $\rho$ ,  $J$  first increases, at this stage  $J$  corresponds to the LD phase. Then  $J$  remains to be a constant 0.5 when the critical average density  $\rho_{\text{cr1}}$  is reached, and  $J$  corresponds to the SW phase (this time,  $J$  reaches the maximum value 0.5). One goal of traffic-management strategies is to maximize the flow. We find that the optimal choice of the average density is  $3/8 < \rho < 1/2$  in the present model. Similar road situation often occurs in everyday life, so the traffic managers can control the car density in order to alleviate the traffic congestion and enhance the capacity of existing infrastructure. After the second critical average density  $\rho_{\text{cr2}}$  is reached,  $J$  decreases with the increase of average density, which corresponds to the HD phase. We also obtain the relationship between the shock wave position and the average density by theoretical calculations, i.e.  $S_i = i + 4 - 8\rho$ , which is in agreement with simulations.

**Keywords:** traffic flow, shock wave, phase transition

**PACS:** 45.70.Vn, 89.40.Bb, 05.70.Fh

**DOI:** 10.7498/aps.64.114502

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 71461002, 11402058, 11202175), the Natural Science Foundation of Guangxi Province, China (Grant No. 2014GXNSFAA118012), and the project of outstanding young teachers' training in higher education institutions of Guangxi.

† Corresponding author. E-mail: [sunxy1111@163.com](mailto:sunxy1111@163.com)