单模光腔中 N 个二能级原子系统的有限温度特性和相变

贾树芳　梁九卿

Finite-temperature properties of N two-level atoms in a single-mode optic cavity and phase transition

Jia Shu-Fang　Liang Jiu-Qing

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, **64**, 130505 (2015)　DOI: 10.7498/aps.64.130505
在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.130505
当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I13

物理学报 Acta Phys. Sin. Vol. 64, No. 13 (2015) 130505

单模光腔中 N 个二能级原子系统的有限温度特性和相变*

贾树芳† 梁九卿

(山西大学理论物理研究所, 太原 030006)

(2014 年 12 月 3 日收到; 2015 年 3 月 12 日收到修改稿)

本文研究单模光场中 N 个二能级原子 Dicke 模型的有限温度特性和相变. 把原子赝自旋转换为双模费米算符, 用虚时路径积分方法推导出系统的配分函数, 对作用量变分求极值得到系统的热力学平衡方程, 及原子布居数期待值和平均光子数随原子-光场耦合强度变化的解析表达式. 重点研究了在量子涨落起主导作用的低温区, 由耦合强度变化产生的从正常相到超辐射相的相变, 指出该相变遵从 Landau 连续相变理论, 平均光子数可作为序参数, 零值表示正常相, 大于零则为超辐射相. 在零温极限下本文的结果和量子相变理论完全符合. 另外, 本文也讨论了系统的热力学性质, 比较有限温度相变和量子相变的异同. 发现, 在强耦合区低温稳定态的光子数和平均能量都和绝对零度的值趋于一致, 而超辐射相的熵则随耦合强度的增强迅速衰减为零.

关键词: Dicke 模型, 虚时路径积分, 相变

PACS: 05.30.Jp, 03.65.Db, 51.30.+i, 68.35.Rh **DOI:** 10.7498/aps.64.130505

1 引　言

描述 N 个二能级原子和单模光场相互作用的 Dicke 模型给出了超辐射集体效应的理论解释 [1], 是量子光学的理论基础 [2−5]. 该模型在核物理 [6]、量子混沌 [7] 和量子耗散等 [8] 领域都有广泛的应用. 零温下热涨落全部冻结, 而量子涨落引起的相变指系统的基态随耦合参数的突然改变 [9], 已成为近年来的热点研究课题, 在量子信息和量子计算中也起着重要作用, 因其可用于几何相位 [10,11] 和纠缠 [12] 的操控. 非旋波近似 Dicke 模型的纠缠动力学 [13] 更好地揭示出了相空间的规则结构和混沌. Dicke 模型中正常相到超辐射相的二级相变早已被指出 [14−17], 并被广泛研究, 得到了旋波近似下的精确解 [16], 基于玻色子相干态的配分函数和自由能等 [17]. 量子相变基本上是零温理论, 绝大多数的量子相变研究也都限于零温情况, 用 Holstein-Primakoff 变换把赝自旋算符转换为玻色子算符, 热力学极限条件下 ($N \to \infty$) 可得到变分法基态, 及旋波和非旋波近似下 Dicke 模型的量子相变 [18,19]. 自旋相干态变换是一个新发展的变分方法, 其优点是, 无须热力学极限即可得到基态能量和波函数 [20−22]. 近几年, 双模光场 Dicke 模型也引起了重视, 该模型不仅有二级而且还存在一级量子相变 [23]. 随着实验上成功地观测到超辐射量子相变 [24], 一个包含光子和原子非线性相互作用的理论模型 [25,26] 成了极具吸引力的研究课题, 因它可产生新奇的基态特性和量子相变 [22,27−29].

上世纪 70 年代开始用虚时路径积分研究 Dicke 模型, 例如, Popov 等得到了配分函数的渐近行为, 超辐射相变以及临界温度方程 [30]. 目前, 由耦合强度变化引起的相变仅限于零温情况, 研究有限温度稳定态的特性, 探讨热激发对此种相变的影响, 无疑有重要的理论和实际意义, 因为实验观测

∗ 国家自然科学基金 (批准号: 11275118) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: 1042612269@qq.com

 http://wulixb.iphy.ac.cn

到的超辐射量子相变[24]当然是在有限温度. 本文用虚时路径积分方法研究极低温度(量子涨落起主导作用)区, 由原子和光子的耦合强度变化而产生的相变, 推导出了系统的热力学平衡方程、原子布居数期待值、平均光子数、平均能量和熵随耦合强度变化的解析表达式. 应该强调的是, 经典相变是由热涨落驱动随温度变化而产生的, 本文讨论的是在量子涨落起主导作用的低温区, 温度固定, 只改变耦合强度引起的相变. 零温极限下, 本文的结果和HP变换[18,19]以及自旋相干态变分法[20−22]得到的完全一致.

2 Schwinger表示、等效费米子哈密顿算符

Dicke模型描述单模玻色场中的N个二能级原子系统, 非旋波近似下的哈密顿量(用自然单位$\hbar=1$)可表示为

$$H=\omega a^{\dagger}a+\frac{\omega_0}{2}S_z+\frac{g}{\sqrt{N}}(a+a^{\dagger})S_x, \tag{1}$$

其中, $a^{\dagger}$, a代表光子的产生和湮没算符, ω为光场的频率, ω_0为原子的共振频率, g代表光子与原子相互作用的耦合强度, N为原子数目, $S_l=\sum_{i=1}^{N}\sigma_{l,i}(l=x,y,z)$为原子集体赝自旋算符, $S_{\pm}=(S_x\pm \mathrm{i}S_y)/2$和$S_z$满足$SU(2)$角动量对易关系, $[S_z,S_{\pm}]=\pm 2S_{\pm}$和$[S_+,S_-]=S_z$. 定义费米子产生和湮没算符$\alpha_i^{\dagger},\alpha_i,\gamma_i^{\dagger}$和$\gamma_i$, 它们满足反对易关系$\alpha_i\alpha_j^{\dagger}+\alpha_j^{\dagger}\alpha_i=\delta_{ij}$和$\gamma_i\gamma_j^{\dagger}+\gamma_j^{\dagger}\gamma_i=\delta_{ij}$, 用Schwinger表示把赝自旋算符转换为双模费米子算符$\sigma_z(i)\rightarrow(\alpha_i^{\dagger}\alpha_i-\gamma_i^{\dagger}\gamma_i)$, $\sigma_+(i)\rightarrow\alpha_i^{\dagger}\gamma_i$, $\sigma_-(i)\rightarrow\gamma_i^{\dagger}\alpha_i$, 我们得到Dicke模型哈密顿量(1)的费米子算符形式[31]

$$\begin{aligned}H_{\mathrm{F}}={}&\omega a^{\dagger}a+\frac{\omega_0}{2}\sum_{i=1}^{N}(\alpha_i^{\dagger}\alpha_i-\gamma_i^{\dagger}\gamma_i)\\&+\frac{g}{\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N}(a+a^{\dagger})(\alpha_i^{\dagger}\gamma_i+\gamma_i^{\dagger}\alpha_i).\end{aligned} \tag{2}$$

3 稳定态特性和温度固定的相变

我们的出发点是系统的配分函数,

$$Z=\mathrm{Tr}\,\mathrm{e}^{-\beta H},$$

其中, $\beta=1/(k_{\mathrm{B}}T)$, k_{B}为玻尔兹曼常数. 但不能把Dicke模型的原始哈密顿算符H直接换成费米子算符H_{F}来计算, 因为用Schwinger表示把单个自旋换为双模费米子后, 原来的两个自旋态则变成了四个Fock态, 其中$|0,0\rangle$, $|1,1\rangle$两个态是非物理的, 其对配分函数的贡献可用称为“Popov-Fedotov trick”的技术来消除[32], 为此配分函数可表示为[33]

$$Z=\mathrm{i}^N\,\mathrm{Tr}\,\mathrm{e}^{-(\beta H_{\mathrm{F}}+\frac{\mathrm{i}\pi}{2}N_{\mathrm{F}})}, \tag{3}$$

其中

$$N_{\mathrm{F}}=\sum_{i=1}^{N}\left(\alpha_i^{\dagger}\alpha_i+\gamma_i^{\dagger}\gamma_i\right)$$

是总粒子数. 不难看出, 虚数化学势的引入, 正好抵消了非物理态对配分函数的贡献.

用相干态表象把玻色子和费米子算符转换为经典场变量, 即a, a^*,

$$\Phi_i(\tau)=\begin{pmatrix}\alpha_i(\tau)\\ \gamma_i(\tau)\end{pmatrix},$$

$$\Phi_i^{\dagger}(\tau)=(\gamma_i^*(\tau),\alpha_i^*(\tau)),$$

配分函数则可用虚时路径积分计算[34]

$$Z=\int[\mathrm{d}\eta]\exp(-S), \tag{4}$$

$[\mathrm{d}\eta]$表示场变量积分测度. 欧几里得作用量[31]可表示为

$$\begin{aligned}S={}&\int_0^{\beta}a^*(\tau)\left(\frac{\partial}{\partial\tau}+\omega\right)a(\tau)\\&+\sum_{i=1}^{N}\int_0^{\beta}\mathrm{d}\tau\Phi_i^{\dagger}(\tau)G\Phi_i(\tau),\end{aligned} \tag{5}$$

其中

$$G=\begin{pmatrix}\dfrac{\partial}{\partial\tau}+\dfrac{\omega_0}{2} & \dfrac{g}{\sqrt{N}}(a+a^*)\\ \dfrac{g}{\sqrt{N}}(a+a^*) & \dfrac{\partial}{\partial\tau}-\dfrac{\omega_0}{2}\end{pmatrix},$$

$\tau=\mathrm{i}t$是虚时. 费米场的泛函积分是高斯型的, 可以直接积出, 最后得到有效作用量为

$$\begin{aligned}S_{\mathrm{eff}}={}&\int_0^{\beta}\mathrm{d}\tau a^*(\tau)\left(\frac{\partial}{\partial\tau}+\omega\right)a(\tau)\\&-N\,\mathrm{Tr}\ln G.\end{aligned} \tag{6}$$

它可用定态位相微扰方法计算[35]. 为此, 对有效作用量变分,

$$\frac{\delta S_{\mathrm{eff}}(a^*,a)}{\delta a(\tau)}=\frac{\delta S_{\mathrm{eff}}(a^*,a)}{\delta a^*(\tau)}=0. \tag{7}$$

对得到的极值态方程中的玻色场和费米场做傅里叶变换,

$$a(\tau) = \beta^{-1/2} \sum_f a(f)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i} f_n \tau},$$
$$\varPhi_i(\tau) = \beta^{-1/2} \sum_p \varPhi_i(p)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i} p_n \tau},$$

其中, f_n 和 p_n 分别为玻色和费米子场 Matsubara 频率. 注意到玻色场的周期性边界条件, 所以 $f_n = 2\pi n/\beta$, n 为整数. 而费米子场满足反周期性边界条件, 所以 $p_n = (2n+1)\pi/\beta$. 极值态方程可以化简为

$$\omega a^* = \omega a = -\frac{1}{\beta} \sum_n \frac{\dfrac{\omega_0}{2} + 2g^2(a^*+a)}{(\mathrm{i}p_n)^2 - \left(\dfrac{\omega_0^2}{4} + 4\dfrac{g^2}{N} a^* a\right)}. \tag{8}$$

费米场傅里叶分量的频率求和, 可以转化为复平面的环路积分, 最终得到的热力学平衡方程有 $a = a^* = 0$ 的平庸解, 即光子数为零, 称为正常相; 而非零解满足的方程是

$$\omega = \frac{4g^2}{\zeta} \tanh\left(\frac{1}{4}\beta\zeta\right), \tag{9}$$

对应的是超辐射相, 其中 $\zeta = \sqrt{\omega_0^2 + 16g^2\bar{n}}$, $\bar{n} = \langle a^+ a\rangle/N$ 表示平均光子数. 从方程 (9) 可以得到温度为 T 的相变点表达式

$$g_{\mathrm{c}}(T) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\omega\omega_0}{\tanh(\beta\omega_0/4)}}. \tag{10}$$

绝对零温时, 相变点变为

$$g_{\mathrm{c}}(T \to 0) = \frac{\sqrt{\omega\omega_0}}{2},$$

和 HP 变换 [18,19] 以及自旋相干态变分法 [20–22] 的结果完全一致. 耦合强度小于临界值 ($g < g_{\mathrm{c}}$) 时, 平均光子数为零, 称为正常相, 所有的原子都处于基态. 耦合强度增强达到临界值时, 发生由正常相到超辐射相的相变, 此时原子激发态有宏观布居数, 平均光子数大于零. 和热力学相变不同, 这儿从正常相到超辐射相的相变由量子涨落引起而非热涨落, 因为温度保持不变. 零温时平均光子数和原子布居数期待值在正常相和超辐射相时的解析表达式分别是

$$\bar{n}(T \to 0) = \begin{cases} 0, \\ \dfrac{g^2}{\omega^2} - \dfrac{\omega_0^2}{16g^2} \end{cases}$$

及

$$\frac{\langle S_z\rangle}{2N}(T \to 0) = \begin{cases} -1/2, \\ -\omega\omega_0/8g^2. \end{cases}$$

同样和 HP 变换 [18,19] 以及自旋相干态变分法 [20–22] 的结果完全一致.

而在有限温度 T, 正常相和超辐射相时的原子布居数期待值为

$$\frac{\langle S_z\rangle}{2N}(T) = \begin{cases} -\dfrac{1}{2}\tanh\left(\dfrac{1}{4}\beta\omega_0\right), & g < g_{\mathrm{c}}(T), \\ -\dfrac{\omega_0}{2\zeta}\tanh\left(\dfrac{1}{4}\beta\zeta\right), & g > g_{\mathrm{c}}(T). \end{cases} \tag{11}$$

图 1 给出了零温 ($T = 0$ nK)(蓝实线) 和有限温度 ($T = 140$ nK)(红点划线), 蓝失谐 ($\omega_0 < \omega$, $\omega_0 = 0.047$ MHz, $\omega = 20$ MHz) 情况下, 原子布居数期待值随耦合强度 g 的变化曲线.

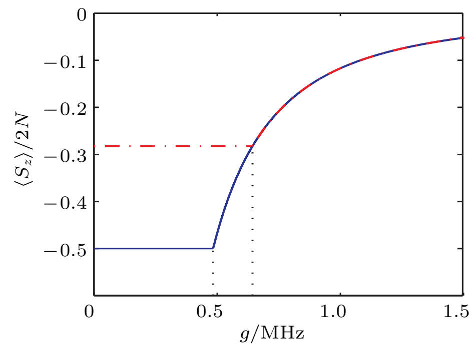

图 1 (网刊彩色) 原子布居数期待值随耦合强度 g 的变化曲线

Fig. 1. (color online) Scaled atomic population as a function of the coupling strength g.

图 2 (a) 平均光子数 T-g 相图, 平均光子数用颜色标度, NP 表示正常相, SP 表示超辐射相; (b) 温度 $T = 0$ nK(蓝实线) 和 $T = 140$ nK(红点划线) 时, 平均光子数随耦合强度 g 的变化曲线.

从图 2 (b) 可看到, 有限温度使相变点向耦合强度大的方向移动, 要特别强调的是, 有限温度时正常相原子激发态布居数不为零, 即, 真空时 (平均光子数为零) 原子可被热跃迁到激发态, 而零温正常相原子恒处于基态. 平均光子数可作为序参数, 无论是零温还是有限温度, 其值大于零为超辐射相, 而零值表示正常相. 因此, 正常相和超辐射相间的相变满足 Landau 连续相变理论. 同样可发现, 低温下 (本文中, $T = 140$ nK), 当耦合强度 g 大于一定值时, 零温和有限温度的平均光子数 (原子布居数) 曲线完全重合.

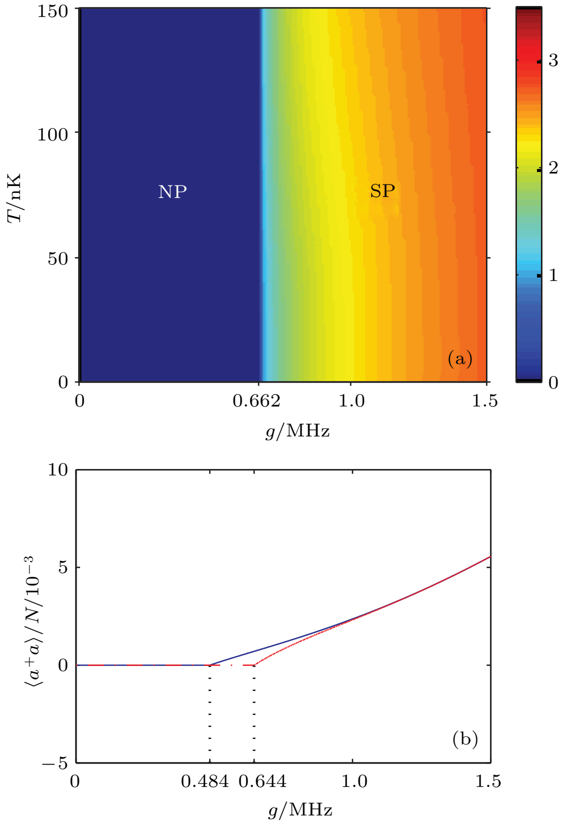

图 2 (a) 平均光子数 T-g 相图; (b) 温度 $T = 0$ nK 和 $T = 140$ nK 时, 平均光子数随耦合强度 g 的变化曲线

Fig. 2. (a) Average photon number as a function of temperature T and the coupling strength g; (b) Average photon number as a function of the coupling strength g at temperature $T = 0$ nK 和 $T = 140$ nK.

4 热力学性质

根据平均能量的定义式

$$E = \frac{\langle H\rangle}{N} = -\frac{1}{N}\frac{\partial}{\partial\beta}\ln Z,$$

可得到有限温度稳定态能量在正常相和超辐射相时分别为

$$E(T) = \begin{cases} -\dfrac{\omega_0}{2}\tanh\left(\dfrac{\beta\omega_0}{4}\right), & g < g_c(T), \\ \omega\,\bar{n} - \dfrac{\zeta}{2}\tanh\left(\dfrac{\beta\zeta}{4}\right), & g > g_c(T). \end{cases} \quad (12)$$

零温极限下, 稳定态能量则变为

$$E(T\to 0) = \begin{cases} -\dfrac{\omega_0}{2}, \\ -\omega\left(\dfrac{g^2}{\omega^2} - \dfrac{\omega_0^2}{16g^2}\right). \end{cases} \quad (13)$$

与 HP 变换 [18,19] 以及自旋相干态变分法 [20—22] 的基态能完全相同. 图 3 分别是蓝失谐 ($\omega_0 < \omega$, 其中 $\omega_0 = 0.047$ MHz, $\omega = 20$ MHz) 时, 零温 $T = 0$ nK(蓝实线) 和有限温度 $T = 80$ nK(红点划线), 120 nK(绿短划线) 稳定态能量随耦合强度 g 的变化.

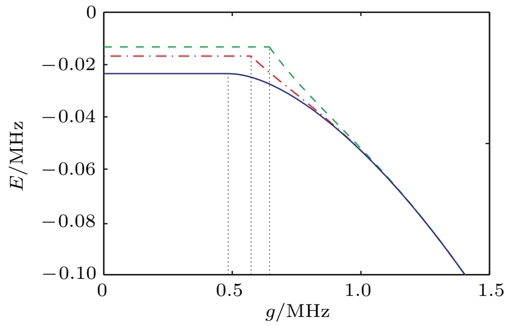

图 3 不同温度的稳定态能量随耦合强度 g 的变化

Fig. 3. Steady-state energy as the coupling strength g for different temperatures.

同样可发现, 当耦合强度 g 大于一定值时, 不同温度的稳定态能量曲线重合. 熵的表达式是

$$S = \begin{cases} 2\ln\left[2\cosh\left(\dfrac{\beta\omega_0}{4}\right)\right] \\ \quad -\dfrac{\beta\omega_0}{2}\tanh\left(\dfrac{\beta\omega_0}{4}\right), & g < g_c(T), \\ 2\ln\left[2\cosh\left(\dfrac{\beta\zeta}{4}\right)\right] \\ \quad -\dfrac{\beta\zeta}{2}\tanh\left(\dfrac{\beta\zeta}{4}\right), & g > g_c(T). \end{cases} \quad (14)$$

图 4 给出了有限温度 $T = 120$ nK(绿短划线), 80 nK(红点划线), 40 nK(蓝实线) 熵随耦合强度 g 的变化图.

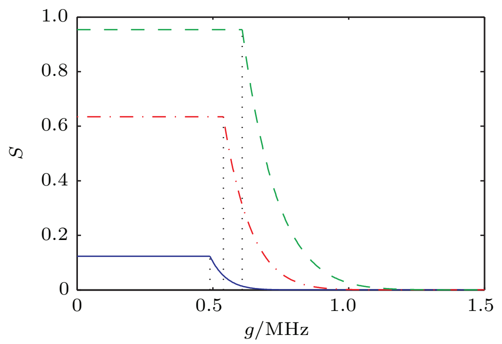

图 4 熵 (S) 随耦合强度 g 的变化

Fig. 4. Entropy S as a function of the coupling strength g.

我们发现, 正常相的熵值随温度升高而增加. 对于给定的温度, 熵值不随耦合强度 g 变化. 超辐射相时, 熵值随耦合强度 g 的增大而迅速衰减到零, 也就是说强耦合集体激发态是高度有序的, 在我们考虑的温度范围内不被热涨落所影响.

5 结 论

我们用虚时路径积分方法给出非旋波近似下Dicke模型的有限温度特性和耦合强度变化引起的相变. 平均光子数可作为序参数, 无论零温还是有限温度, 其值大于零表征超辐射相, 零值则为正常相. 零温正常相时, 原子都在基态, 有限温度时, 原子可被热跃迁到激发态, 而光场仍为真空. 本文得到的有限温度稳定态的光子数, 原子布居数期待值, 以及平均能量解析表达式, 在零温极限下和零温量子相变理论结果完全一致. 随温度升高, 相变点向耦合强度g增大的方向移动. 在我们讨论的温度范围($T = 140$ nK), 当耦合强度高于一定值时, 零温的平均光子数、原子布居数期待值以及基态能量和有限温度的值重合, 换句话说, 强耦合时, 微弱的热涨落不影响光场强度, 原子布居数期待值和平均能量.

参考文献

[1] Dicke R H 1954 *Phys. Rev.* **93** 99

[2] Scully M O, Zubairy M S 1997 *Quantum Optics* (Cambridge University Press) p196

[3] Jurčo B 1989 *J. Math. Phys.* **30** 1289

[4] Bogoliubov N M, Bullough R K, Timonen J 1996 *J. Phys. A: Math. Gen.* **29** 6305

[5] Amico L, Hikami K 2005 *Eur. Phys. J. B* **43** 387

[6] Klein A, Marshalek E R 1991 *Rev. Mod. Phys.* **63** 375

[7] Song L J, Yan D, Gai Y J, Wang Y B 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 3695 (in Chinese) [宋立军, 严冬, 盖永杰, 王玉波 2010 物理学报 **59** 3695]

[8] Weiss U 2008 *Quantum Dissipative Systems* (Singapore:World Scientific) p31

[9] Carollo A C M, Pachos J K 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 157203

[10] Osterloh A, Amico L, Falci G, Fazio R 2002 *Nature* **416** 608

[11] Zhu S L 2006 *Physics* **35** 11 (in Chinese) [朱诗亮 2006 **35** 11]

[12] Vidal G, Lorre J I, Rico E, atKitaev A 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 227902

[13] Song L J, Yan D, Gai Y J, Wang Y B 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 020302 (in Chinese) [宋立军, 严冬, 盖永杰, 王玉波 2011 物理学报 **60** 020302]

[14] Hioes F T 1973 *Phys. Rev. A* **8** 1440

[15] Sachdev S 1999 *Quantum Phase Transitions*(UK:Cambridge University Press)

[16] Hepp K, Lieb E H 1973 *Ann. Phys.* **76** 360

[17] Wang Y K, Hioe F T 1973 *Phys. Rev. A* **7** 831

[18] Emary Clive, Brandes Tobias 2003 *Phys. Rev.* **E67** 066203

[19] Chen G, Li J Q, Liang J Q 2006 *Phys. Rev. A* **74** 054101

[20] Yang X Y, Xue H B, Liang J Q 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 114205 (in Chinese) [杨晓勇, 薛海斌, 梁九卿 2013 物理学报 **62** 114205]

[21] Lian J L, Zhang Y W, Liang J Q 2012 *Chin. Phys. Lett.* **29** 060302

[22] Zhao X Q, Liu N, Liang J Q 2014 *Phys. Rev. A* **90** 023622

[23] Yu L X, Liang Q F, Wang L R, Zhu S Q 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 134204 (in Chinese) [俞立先, 梁奇锋, 汪丽蓉, 朱士群 2014 物理学报 **63** 134204]

[24] Baumann K, Guerlin C, Brennecke F, Esslinger T 2010 *Nature* **464** 1301

[25] Bastidas V M, Emary C, Regler B, Brandes T 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 043003

[26] Nagy D, Kónya G, Szirmai G, Domokos P 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 130401

[27] Zhang Y W, Lian J L, Liang J Q, Chen G, Jia S T 2013 *Phys. Rev. A* **87** 013616

[28] Liu N, Li J D, Liang J Q 2013 *Phys. Rev. A* **87** 053623

[29] Liu N, Lian J L, Ma J, Xiao L T, Chen G, Liang J Q, Jia S T 2011 *Phys. Rev. A* **83** 033601

[30] Popov V N, Fedotov S A 1982 *Theor. Math. Phys* **51** 73

[31] Aparicio Alcalde M, de Lemos A L L, Svaiter N F 2007 *J. Phys. A :Math. Theor* **40** 11961

[32] Popov V N, Fedotov S A 1988 *Sov. Phys. JETP* **67** 535

[33] Aparicio Alcalde M, Pimentel B M 2011 *Physic A* **390** 3385

[34] Kir'yanov V B, Yarunin V S 1982 *Teoret. Mat. Fiz* **51** 456

[35] Liang J Q, Wei L F 2011 *Advances In Quantum Physics* (Beijing: Science Press) p95 (in Chinese) [梁九卿, 韦联福 2011 量子物理新进展 (北京: 科学出版社) 第 95 页]

Finite-temperature properties of N two-level atoms in a single-mode optic cavity and phase transition*

Jia Shu-Fang† Liang Jiu-Qing

(*Institute of Theoretical Physics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

(Received 3 December 2014; revised manuscript received 12 March 2015)

Abstract

In this paper, we investigate the finite-temperature properties and phase transition of the Dicke model. Converting the atomic pseudo-spin operator to the two-mode Fermi operators, we obtain the partition function in terms of the imaginary-time path integral. The atomic population and average photon number as analytic functions of the atom-photon coupling strength are found from the thermodynamic equilibrium equation, which leads to the stationary state at a finite temperature and is determined by the variation in an extremum-condition of the Euclidean action with respect to the bosonic field. In particular we study the phase transition from normal to superradiation phase at a fixed low-temperature, in which the phase transition is dominated by quantum fluctuations. The phase transition induced by the variation of the atom-photon coupling strength indeed obeys the Landau continuous phase-transition theory, in which the average photon-number can serve as an order parameter with non-zero value that characterizes the superradiation phase. In the zero temperature limit our results recover exactly all those obtained from the quantum phase transition theory at zero temperature. In addition, we discuss the thermodynamic properties and compare the difference between finite-temperature phase transition and zero-temperature quantum phase transition. It is discovered that the average photon-number and mean energy in the low-temperature stationary state coincide with the corresponding values of zero-temperature in the strong coupling region. The entropy of the superradiation phase decays rapidly to zero with the increase of coupling strength.

Keywords: Dicke model, imaginary-time path integral, phase transition

PACS: 05.30.Jp, 03.65.Db, 51.30.+i, 68.35.Rh **DOI:** 10.7498/aps.64.130505

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11275118).

† Corresponding author. E-mail: 1042612269@qq.com