

基于高级统计能量分析的周期加筋板振动特性研究

尹剑飞 温激鸿 肖勇 温熙森

Study of vibration propagation in periodic rib-stiffened plates using advanced statistical energy analysis

Yin Jian-Fei Wen Ji-Hong Xiao Yong Wen Xi-Sen

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 134301 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.134301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I13>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一种含横向圆柱形空腔的声学覆盖层的去耦机理分析

[Analysis of decoupling mechanism of an acoustic coating layer with horizontal cylindrical cavities](#)

物理学报.2015, 64(15): 154301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154301>

局域共振型声学超材料机理探讨

[Mechanism for local resonant acoustic metamaterial](#)

物理学报.2015, 64(15): 154302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154302>

研究激光激发的声表面波与材料近表面缺陷的振荡效应

[Research on the oscillation effect of near-surface metal defect based on laser-generated acoustic surface wave](#)

物理学报.2015, 64(13): 134302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134302>

基于周期结构负反射的远场增强成像研究

[Research on far-field enhanced imaging based on negative reflection of periodic structure](#)

物理学报.2015, 64(5): 054301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.054301>

双层周期加肋有限长圆柱壳声散射精细特征研究

[Acoustic scattering from the finite periodically ribbed two concentric cylindrical shells](#)

物理学报.2014, 63(21): 214301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.214301>

基于高级统计能量分析的周期加筋板 振动特性研究*

尹剑飞[†] 温激鸿 肖勇 温熙森

(国防科学技术大学机电工程与自动化学院, 装备综合保障技术重点实验室, 长沙 410073)

(2014年12月4日收到; 2015年1月14日收到修改稿)

统计能量分析 (statistical energy analysis, SEA) 是复杂耦合系统中、高频动力学特性计算的有力工具. 本文以波传播理论和 SEA 的基本原理为基础, 研究周期加筋板中弯曲波传播特性. 分析了周期结构的频率带隙特性和加强筋对板上弯曲波的滤波特性对 SEA 计算结果的影响规律, 发现经典 SEA 由于忽视了加筋板中物理上不相邻子系统间存在的能量隧穿效应, 而导致响应预测结果产生最高近 40 dB 的误差. 为了解决这一问题, 本文应用高级统计能量分析 (advanced statistical energy analysis, ASEA) 方法, 考虑能量在相邻子系统间的传递、转移和转化的物理过程, 从而大幅提高子系统响应的预测精度, 将误差在大部分频段降低至小于 5 dB. 设计了模拟简支边界条件的加筋板振动测试实验装置, 实验测试结果与有限元结果符合较好, 对理论模型进行了验证.

关键词: 加筋板, 统计能量分析, 周期结构, 隧穿效应

PACS: 43.20.+g, 43.40.+s, 43.55.+p

DOI: 10.7498/aps.64.134301

1 引言

加筋板由于具有刚度大、重量轻、易于制造及装配等优点, 大量应用于飞行器、列车、船舶等复杂工程装备中^[1]. 在这类结构中, 振动问题广泛存在, 能够准确预测振动在结构中的传播特性是有效抑制有害振动的前提和基础, 对于提高装备安全性、可靠性和使用寿命具有重要意义.

加筋板是由一些结构相同的单元, 以相同方式连接而成的典型周期结构, 对于其振动特性的认识, 一般可从两个角度加以考虑^[2], 一是从模态的角度, 二是从波动的角度. 在低频段, 由于加筋板结构中的弹性波波长远大于加强筋的间距, 加筋板可以近似等效为均匀板结构^[3], 于是从振动模态的角度进行分析比较方便, 而且这种情况下加筋板的振动特性和均匀板类似. 在中、高频段, 结构中的弹性波波长与加强筋周期间距相当或更小, 必须充分

考虑结构的周期性^[4-6].

针对无限尺寸的周期加筋板结构振动分析, Mead等作了开创性的工作^[7], 他们利用周期结构理论, 主要借助色散曲线(能带结构)/相位常数面等来分析结构中的本征波传播特性, 包括弹性波带隙(禁带)行为、波传播方向性等. 针对有限尺寸加筋板的振动分析, 发展的方法主要包括传递矩阵法^[8]、动刚度矩阵法^[9]、模态展开法^[10]、导纳法等^[11]解析方法和有限元、边界元等数值方法^[12,13]. 需要指出的是, 解析方法一般适用于简单结构, 而数值方法主要适用于低频问题, 解决复杂结构中、高频问题在工程中通常需要借助于统计能量分析 (statistical energy analysis, SEA)^[14].

在工程中, SEA广泛应用于复杂系统的动力学响应预测问题. 它通过将复杂系统按模态近似的原则划分为若干相互耦合的子系统, 以子系统的统计平均总能量为基本研究变量, 通过建立功率流平衡

* 国家自然科学基金 (批准号: 51405502, 51305448) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: nmhsyjf@nudt.edu.cn

方程求解所有子系统的动态响应。但是,许多研究工作发现^[15-17]将SEA用于复杂耦合系统,特别是含有周期结构的系统时,由于其方法本身的局限和周期结构特有的动力学特性,预测结果可能产生显著的误差。Langley等^[15,18],在高频段将加筋板每个周期单元均视为一个子系统进行建模,但是预测结果低估子系统响应约20 dB,他们将这一误差归结为周期结构对扩散场的滤波效应^[19]:即当激励源为扩散场时,波在周期加筋板传播过程中逐渐趋向正入射波,离激励源越远的周期单元,这一效应越为显著。这就背离了SEA中各子系统响应均应为扩散场的假设条件。盛美萍^[20]也指出造成这一问题的主要原因是:经典SEA基本假设的物理含义是任何两个直接连接结构之间的振动功率流只与它们本身有关,而与和它们间接连接的其他结构无关。这一假设在复杂耦合系统中不成立,因此必须考虑间接耦合结构的影响。Heron^[21]在用SEA研究一维梁耦合系统时,提出物理上不连接的子系统之间可以通过非共振传振这一机制耦合起来,并称之为能量隧穿现象。

为解决SEA的这一应用局限,国内外文献中也有很多相关的研究工作。Langley提出了波强分析法(wave intensity analysis)^[22],与经典SEA相比,WIA大幅提高了周期结构高频响应预测的准确性,但这一方法没有考虑周期结构带隙特性,且由于其忽略了波的相位效应,预测结果仍有一定误差。文献^[23, 24]等工作提出了利用测量子系统振动能量来确定直接和间接耦合损耗因子的方法,这种方法最大的优点是:结果准确并避免了计算复杂结构模态密度的困难;缺点是费时,且对于一些复杂工程结构测量比较困难,对于处于设计阶段的结构系统,直接测量系统整体响应也难以实现。Yin和Hopkins^[25]将隧穿效应引入统计能量分析建模中,提出了高级统计能量分析(advanced SEA, ASEA),并将其应用于平板与周期加筋板耦合系统的动力学分析中,显著提高了响应预测结果,证明了方法在处理复杂耦合问题时的有效性。但是,并没有进一步分析周期结构的带隙特性与耦合系统动力学响应之间的联系。

本文希望进一步深入研究和阐明这一问题,所以选取单一周期加筋板为对象,研究基于高级统计能量分析的周期结构动力学响应精确预报方法,分析周期加筋板中波传播带隙特性和滤波特性对统计能量分析建模的影响规律,最后进行实验验证。

2 模型

2.1 加筋板结构模型

图1为本文所选取的周期加筋板结构示意图。该加筋板的面板与加强筋均由有机玻璃构成,其杨氏模量、密度、泊松比和阻尼损耗因子分别为 $E = 4.6 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\rho = 1218 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 0.3$, $\eta = 0.06$ 。平板尺寸 $L_x \times L_y = 1.2 \text{ m} \times 0.8 \text{ m}$,板厚 $h_p = 0.01 \text{ m}$,加强筋总高度 $h_b = 0.025 \text{ m}$,宽度 $b_b = 0.03 \text{ m}$,间距 $l = 0.15 \text{ m}$ 。为了简化问题,本文仅考虑弯曲波在板中的传播,故令加强筋对称分布于板两侧,以抵消弯曲波在由平板传播至加强筋处产生的波场转换效应^[26]。

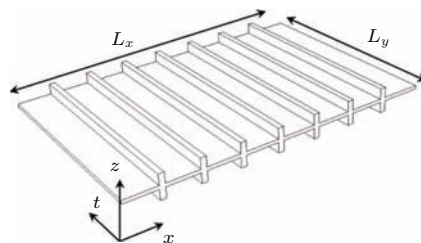


图1 双侧对称加筋板结构示意图

Fig. 1. Schematic of the rib-stiffened plate with ribs symmetrically attached to both sides of the plate.

2.2 无限大周期加筋板带隙特性

假设弯曲波以与 x 轴为 θ 的夹角入射,则加筋板第 n 个周期单元上的弯曲波波场可以表示为^[27]

$$\xi_n(x_n, y, t) = \left[\sum_{m=1}^4 A_m \exp(k_{mx} x_n) \right] \times \exp(\pm i k_B \sin \theta y) \exp(i \omega t), \quad (1)$$

其中 ξ_n 为弯曲位移, A_m 为与波幅相关的常数, k_B 为平板的弯曲波波数, $k_B \sin \theta$ 为板沿 y 方向的弯曲波波数, $\exp(i \omega t)$ 为时域项。 k_{mx} 为加筋板沿 x 方向的波数,可以由以下公式求得:

$$\begin{aligned} k_{1x} &= i k_B \cos \theta, \\ k_{2x} &= -i k_B \cos \theta, \\ k_{3x} &= k_B \sqrt{(1 + \sin^2 \theta)}, \\ k_{4x} &= -k_B \sqrt{(1 + \sin^2 \theta)}, \end{aligned} \quad (2)$$

分别表示沿 x 正向和负向的传递波和近场波。

加筋板是典型的周期结构,对于周期结构,Bloch定理给出其相邻周期单元之间的变形协调条

件 [28], 对于加筋板第 n 个单元和第 $n+1$ 个单元, 可以得到

$$\begin{aligned} \exp(\lambda)\xi_n(x_n, y, t) &= \xi_{n+1}(x_{n+1}, y, t) \\ \Rightarrow \exp(\lambda)\xi_n(x_n, y, t) &= \xi_{n+1}(x_n + l, y, t), \end{aligned} \quad (3)$$

其中, λ 为传播常数.

考虑平板与加强筋处的耦合边界条件, 并结合 (3) 式 Bloch 边界条件, 可以得到以下关系式:

$$\mathbf{A}[A_m] = \exp(\lambda)[A_m], \quad (4)$$

$\mathbf{A}$ 为 4×4 复矩阵, 其各项元素由平板和加强筋的各项参数决定, 详见附录 A. (4) 式是典型的特征值问题, $\mathbf{A}$ 的特征值即为 $\exp(\lambda)$, 其对应的特征向量为 $[A_m]$.

对于特定入射角, 弯曲波的传播存在频率带隙现象, 即在带隙频率范围内, 弯曲波不能在板中传播, 即对应非零实传播常数, 而在其他频率范围内, 弯曲波可以自由传播, 对应的传播常数为纯虚数. 图 2 显示了弯曲波在加筋板中传播的通带域 (黑色区域) 和带隙域 (白色区域). 可以看到, 在正入射条件下 ($\theta = 0^\circ$), 带隙与通带交替出现, 且随着频率的升高, 带隙宽度逐渐增大, 可见高频对弯曲波的滤波效应较低频而言更加显著. 随着入射角的增大, 带隙的频带宽度也逐渐增大, 当 $\theta > 50^\circ$ 时, 带隙宽度在整个频谱上占主导, 弯曲波的传播被限制在狭小的频率范围内, 当 $\theta > 75^\circ$ 时, 通带完全消失, 即弯曲波不能在板内传播.

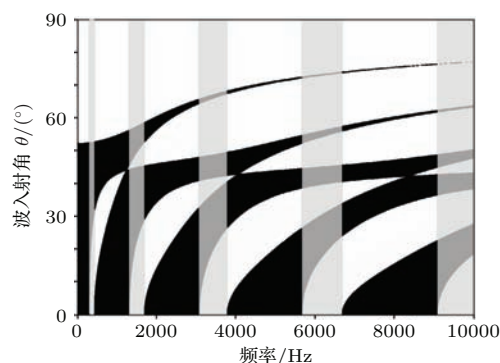


图 2 加筋板中弯曲波的通带域和带隙域

Fig. 2. Propagation and attenuation zones of bending waves in the rib-stiffened plate.

与一维周期结构存在完全带隙不同, 弯曲波在加筋板中的传播总是存在一定角度范围的, 因此很少能够出现完全带隙现象. 比如 SEA 中假设的子系统扩散场条件, 就认为波在 $(0^\circ, 180^\circ)$ 范围内从

各个角度以相同的概率入射, 因此不存在某一频率下的完全带隙.

尽管如此, 在图 2 所示的灰色频率范围内, 可以认为带隙效应在波传播中占主导地位, 因此会出现波传播谷.

2.3 周期加强筋的滤波效应

上节主要讨论了弯曲波在加筋板中传播的角度和频率带隙特性. 在统计能量建模中, 若将加筋板每个周期单元作为子系统进行考虑, 还需要研究弯曲波在两相邻子系统间传播的规律. 弯曲波在被加筋梁分隔的两平板之间的传播可以由其传输系数 τ 进行描述, 用以下公式计算 [26]:

$$\begin{aligned} \tau &= i\alpha(4 + \gamma - \beta) \times \left\{ i\alpha(4 + \gamma - \beta - \beta\gamma/2) \right. \\ &\quad \left. - [\gamma + \alpha^2\beta - \beta\gamma(1 - \alpha^2)/4] \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 α, β, γ 是和加筋板材料结构、弯曲波入射角以及频率相关的参数, 具体表达式见附录 B.

图 3 显示了相邻周期单元间传输系数随频率及入射角的变化. 可以看到, 加筋板对于弯曲波的传播具有频率选择过滤性: 当 $\theta > 30^\circ$ ($\sin \theta > 0.5$) 时, 传输系数几乎在整个频域范围内小于 0.1; $\theta < 30^\circ$ 时, 在一些狭窄的频段范围内存在传输系数为 1 的峰值, 这是由于平板与加强筋中波数一致, 产生符合效应而导致的, 此时, 加筋板的波传播特性与均匀平板完全一致; 在低频段, 高传输系数峰的宽度比高频段的更宽, 说明加筋板在高频段的滤波效应比低频段更强.

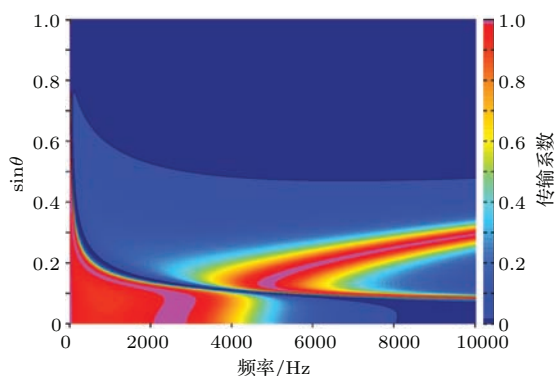


图 3 (网刊彩色) 加筋板相邻周期单元弯曲波传输系数随角度、频率变化规律

Fig. 3. (color online) Transmission coefficients between two adjacent periodic elements of the rib-stiffened plate with different incident wave angles and frequencies.

3 统计能量分析与高级统计能量分析建模

3.1 经典统计能量分析

对于一个含 N 个子系统的耦合系统, 经典统计能量分析的功率平衡方程表达如下^[14]:

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_N \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \sum_{k \neq 1}^N \eta_{1k} & -\eta_{21} & \cdots & -\eta_{N1} \\ -\eta_{12} & \sum_{k \neq 2}^N \eta_{2k} & \cdots & -\eta_{N2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\eta_{1N} & \cdots & \cdots & \sum_{k \neq N}^N \eta_{Nk} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_N \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中 W_i 是子系统 i 的输入功率, E_i 是子系统 i 的响应能量级. η_{ij} 是子系统 i 到 j 的耦合损耗因子 ($i \neq j$), 若 $i = j$, η_{ii} 称为子系统 i 的内损耗因子. ω 是圆频率.

如果输入功率和全部损耗因子已知, 即可直接通过矩阵转置求得各子系统能量响应. (6) 式中 N 阶方阵的对角元素用来度量离开每个子系统的总能量, 称为总损耗因子.

$$\eta_i = \sum_{k=1}^N \eta_{ik} = \eta_{ii} + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \eta_{ik}. \quad (7)$$

对于本文研究的加筋板结构, 将每个周期板单元作为一个子系统进行考虑, 可以构建一个 8 子系统 SEA 模型. 其中每个子系统的内损耗因子认为等于材料的阻尼损耗因子, 而任意两相邻子系统 i 到 j 的耦合损耗因子 η_{ij} 可以由 2.3 节中周期单元间的传输系数求得^[29], 如下式所示:

$$\eta_{ij} = \frac{c_{g,i} L_{ij}}{\omega \pi S_i} \bar{\tau}_{ij}, \quad (8)$$

其中 $c_{g,i}$ 为子系统 i 的弯曲波群速度, L_{ij} 为耦合边的长度, S_i 为子系统 i 的面积. 由于 SEA 假设各子系统均为扩散场, 即波以相同的概率从各个方向传播至耦合连接处, 因此耦合损耗因子通常由空间平均传输系数 $\bar{\tau}_{ij}$ 计算求得, $\bar{\tau}_{ij}$ 可以由下式计算得到:

$$\bar{\tau}_{ij} = \int_0^{\pi/2} \tau_{ij}(\theta) \cos \theta d\theta. \quad (9)$$

在经典统计能量分析中, 认为物理上不相邻的子系统之间耦合损耗因子为零. 至此, 所有损耗因子均已知, 即可以求解系统响应.

假设对加筋板端部第一个子系统进行激励, 另其输入功率为 1, 求解系统响应. 同时, 采用商用软件 Comsol 4.4 进行有限元建模计算, 与 SEA 预测结果进行比较, 结果如图 4 所示. 首先, 从图中可以看出, 100 Hz—1 kHz 范围内, 各子系统的响应几乎相同, 能级差不超过 5 dB. 造成这一现象的原因主要是因为在低频段, 各子系统模态密度较低 (周期单元一阶模态频率 427 Hz), 系统的响应由整个加筋板的全局模态决定. 因此, 在这个频率范围内将加筋板每个周期单元作为单独子系统考虑并不合理. 在 1 kHz 以上, 各子系统模态密度逐渐变大, 响应能级差也增大, 此时, 局部模态决定系统响应, 因此可以将加筋板各周期单元作为独立子系统进行建模.

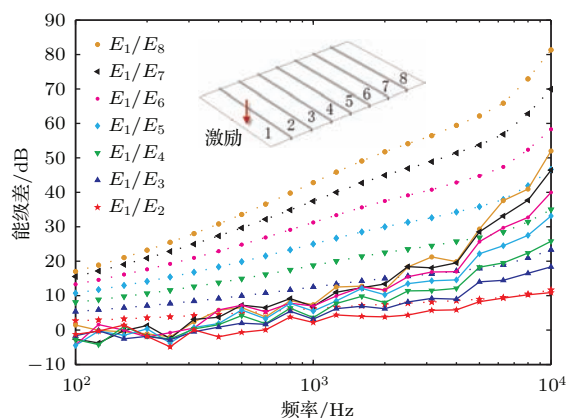


图 4 (网刊彩色) 加筋板激励子系统与其他各子系统响应能级差 (虚线为 SEA 计算结果, 实线为有限元计算结果)

Fig. 4. (color online) Energy level difference between the exciting subsystem and all the other subsystems of the rib-stiffened plate (dash lines are SEA calculation results, solid lines are results calculated from finite element method).

如图 4 结果所示, SEA 仅仅对子系统 2 的响应预测结果与有限元比较接近, 而其他子系统预测误差均比较大, 且距离激励源越远的子系统, 预测误差越大, 子系统 8 的误差最高可达近 40 dB. 造成这一误差的原因在引言中做了简要解释, 文献^[25]也分析了经典 SEA 产生误差的原因: 通过采用实验统计能量分析的方法获取各子系统间的耦合损耗因子, 发现物理上不相邻的子系统间也存在正耦合

损耗因子, 尽管与相邻子系统间的耦合损耗因子相比在数值上小若干个数量级, 但如果在SEA中不考虑这种微弱的隧穿现象, 计算结果就会产生显著的误差.

3.2 高级统计能量分析的基本思想与建模

为解决经典统计能量分析在处理周期结构问题时的局限, 本文应用高级统计能量分析(ASEA)^[25]对研究的加筋板进行建模求解.

ASEA的基本思想是: 将每个子系统的能量划分为可传输能量(即子系统中可用于传输至相邻子系统的能量, 经典SEA认为所有子系统能量均为可传输能量)和不可传输能量(子系统阻尼耗散掉的能量, 不能用于传输至其他相邻子系统), 通过引入射线追踪思想和波传播的基本理论, 描述两种能量以功率流的形式在子系统之间转移、转化的过程, 并不断更新SEA功率平衡方程, 求解系统响应并反馈计算结果, 直至结果收敛.

ASEA的核心思路仍基于经典SEA方法. 首先, 可将(6)式中子系统*i*的响应能量级表示为模态能量 e_i , 即每个模态的平均能量.

$$e_i = E_i/n_i, \quad (10)$$

其中是 n_i 子系统*i*的模态密度, 多数情况下, 模态密度是频率的函数. 那么(6)式可以写为

$$\mathbf{P} = (\mathbf{H} + \mathbf{M})\mathbf{e}, \quad (11)$$

$$\mathbf{e} = [E_1/n_1 \ E_2/n_2 \ \cdots \ E_N/n_N]^T, \quad (12)$$

$\mathbf{P}$ 是输入功率列向量, $\mathbf{M}$ 是表示子系统模态密集程度的对角矩阵, 可以表达为

$$\mathbf{M} = \omega \begin{bmatrix} \eta_1 n_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \eta_2 n_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \eta_N n_N \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$\mathbf{H}$ 矩阵由子系统间耦合损耗因子和子系统总损耗因子组成:

$$\mathbf{H} = \omega \begin{bmatrix} \sum_{k \neq 1}^N n_1 \eta_{1k} & -n_2 \eta_{21} & \cdots & -n_N \eta_{N1} \\ -n_1 \eta_{12} & \sum_{k \neq 2}^N n_2 \eta_{2k} & \cdots & -n_N \eta_{N2} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ -n_1 \eta_{1N} & \cdots & \cdots & \sum_{k \neq N}^N n_N \eta_{Nk} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

经典SEA认为子系统所有能量均是可传输能量, 即可以用于传输至其他相邻子系统. 而ASEA将每个子系统能量划分为可传输能量和不可传输能量两部分, 则(11)式可以拆分为

$$\mathbf{P} = \mathbf{A}\mathbf{e} + \mathbf{M}\mathbf{e}, \quad (15)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{B}\mathbf{e} + \mathbf{M}\mathbf{d}. \quad (16)$$

可传输模态能量仍用 $\mathbf{e}$ 表示, 不可传输模态能量用 $\mathbf{d}$ 表示. 这里 $\mathbf{d}$ 的物理意义为能量在子系统内的耗散, 实际上与模态无关, 将其称为不可传输模态能量仅仅是为了数学表达和处理的方便. $\mathbf{P}$ 和 $\mathbf{Q}$ 分别表示可传输和不可传输的输入功率. 对于弯曲波机械激励, 可以认为 $\mathbf{Q}$ 为0. $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 为 $N \times N$ 矩阵, $\mathbf{A}$ 表示子系统间可传输能量向可传输能量的转移, $\mathbf{B}$ 表示子系统间可传输能量向不可传输能量的转移.

子系统的总响应由可传输能量和不可传输能量之和获得

$$\mathbf{e} + \mathbf{d} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{Q} + \mathbf{R}), \quad (17)$$

其中 $\mathbf{R} = (\mathbf{M} - \mathbf{B})(\mathbf{M} + \mathbf{A})^{-1}\mathbf{P}$.

ASEA算法的核心在于获得矩阵 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$, 即计算可传输能量和不可传输能量在子系统间的传输和转化. 对于二维板子系统, 可以采用射线追踪算法实现对能量的追踪. 算法核心流程描述如下: 分别考虑结构中所有子系统, 对于任意一个子系统, 首先确定该子系统与其他所有相邻子系统的耦合边界. 对于任意耦合边界, 考虑可传输能量以任意角度传输至耦合边界, 依据斯奈尔原理和波传播理论, 计算传递到耦合边相邻子系统的可传输能量和经耦合边反射回原子系统的可传输能量. 对于原子系统, 反射的可传输能量在子系统中传播, 可由射线追踪算法计算其传播路径, 从而确定子系统中阻尼耗散能量, 即可传输能量向不可传输能量的转化; 对于耦合边相邻子系统, 进行相同的工作. 之后按照相同的原理, 继续追踪能量与下一相邻子系统的交换. 需要注意的是, 本次计算所有追踪的能量均来源于第一子系统, 在算法中, 体现的是第一子系统与耦合系统中其他子系统之间的能量传递关系. 这其中既包含直接相邻子系统, 也包括非相邻子系统. 因此, 这一过程表明第一子系统与其物理上不相邻的子系统之间仍然能够发生能量的交换, 即隧穿现象. 在完成对原子系统任意耦合边界、任意角度的追踪计算后, 需要对 $(0, 90^\circ)$ 所有角度进行计算, 之后该子系统的其他耦合边界进行相同的计算, 在完成对该子系统的运算后, 需要对系统

中其他所有子系统重复相同的计算. 在整个射线追踪算法过程中, 矩阵 A 和 B 随着能量追踪的过程不断更新, 每次更新后, 均可以计算一次各子系统的响应, 计算直至结果收敛停止. 从这里可以看出, ASEA 的预测结果与射线追踪算法对能量追踪的距离有关, 因此可以用连续追踪的子系统个数表示 ASEA 计算结果的精度. 如 ASEA1 表示仅追踪能量在相邻子系统的传输, ASEA0 则表示不考虑可传输能量向不可传输能量的转移, 即等效于经典 SEA. 详细的算法流程及 A , B 矩阵的计算方法见文献. 文献 [25] 指出, 对于二维耦合系统, 用 ASEA 获得收敛的结果, 应至少对能量在所有子系统内的传播进行一次追踪. 以本文结构为例, 应至少计算到 ASEA8, 已获得最精确的响应解.

4 实验验证与讨论

4.1 简支撑边界条件的实验模拟

对 2.1 节中描述的加筋板结构进行加工和实验测试, 从而验证理论模型. 实验装置如图 5 所示, 加筋板由间隔 20 mm 的钢钉沿板厚度方向中线支撑, 钢钉另一端固定在钢质框架上. 该实验装置的设计主要用以板的模拟简支边界条件, 以便更好的有限元和 ASEA 模型计算结果进行比较. 实验模型的有效性通过测试板上点输入导纳进行验证. 从图 6 可以看到, 该装置能够比较准确的模拟简支边界条件, 尽管在 20 Hz 以下与理论解和有限元计算结果有一定偏差, 但是该频段不属于本文所考虑的频率范围, 因此可以接受.

实验振动激励源为宽带白噪声信号, 通过激振器激励加筋板最端部的板单元, 并用加速度计测试每一个周期板单元的振动响应.

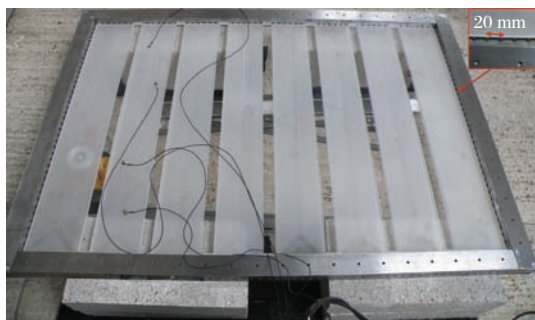


图 5 (网刊彩色) 加筋板在模拟简支撑边界条件下振动测试实验装置照片

Fig. 5. (color online) Photo of the experimental rig to simulate simply-supported boundary conditions for the edges of the rib-stiffened plate.

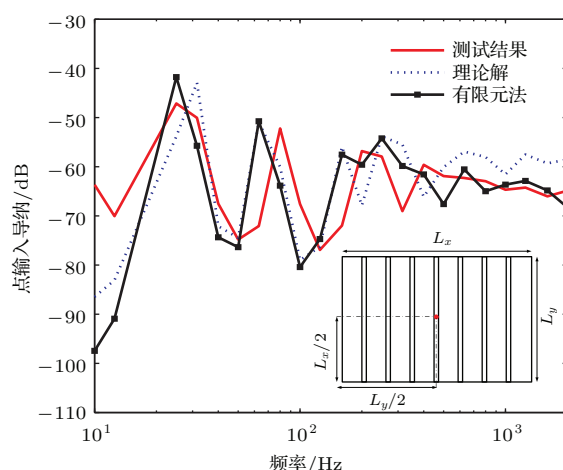


图 6 (网刊彩色) 简支撑边界条件下加筋板点输入导纳计算结果

Fig. 6. (color online) Driving-point mobility of the rib-stiffened plate under simply-supported boundary conditions.

4.2 结果分析与讨论

图 7 是子系统 3—8 实验测试结果与有限元计算结果、ASEA8 计算结果和经典 SEA (ASEA0) 计算结果的比较. 为了结果表达的一致性, 图 7 中计算结果的频率范围从 100 Hz—10 kHz, 但是, 由 3.1 节的讨论可知, 高级统计能量分析的有效作用频段应为 1 kHz 以上的中、高频段.

首先, 实验测试结果与有限元计算结果符合较好, 大部分频段响应误差不超过 3 dB, 但是在 1.6 kHz—2 kHz 频段内, 实验结果出现一个较大的峰值, 与有限元计算结果差距最大可达近 20 dB. 造成这一现象的主要原因是加筋板支撑框架的共振导致加筋板上部分能量通过钢钉向承载框架流动, 导致测试得到的子系统响应低于有限元计算结果. 但是, 综合来看, 有限元和实验测试结果均可以作为评估 SEA 和 ASEA 计算结果准确性的参考.

其次, 与经典 SEA 计算结果相比, ASEA8 可以大幅提高子系统响应的预测精度, ASEA8 的预测结果与有限元和实验测试结果在大部分频段误差不超过 5 dB. 与有限元结果相比, ASEA8 的预测结果高估能级差, 即低估了子系统响应.

5 结 论

本文基于高级统计能量分析, 研究了加筋板中的弯曲波传播特性. 由于加筋板结构具有空间周期性, 弯曲波在板中传播时, 存在随传播角度变化的频率带隙现象, 且加强筋对于波的传播具有选择滤

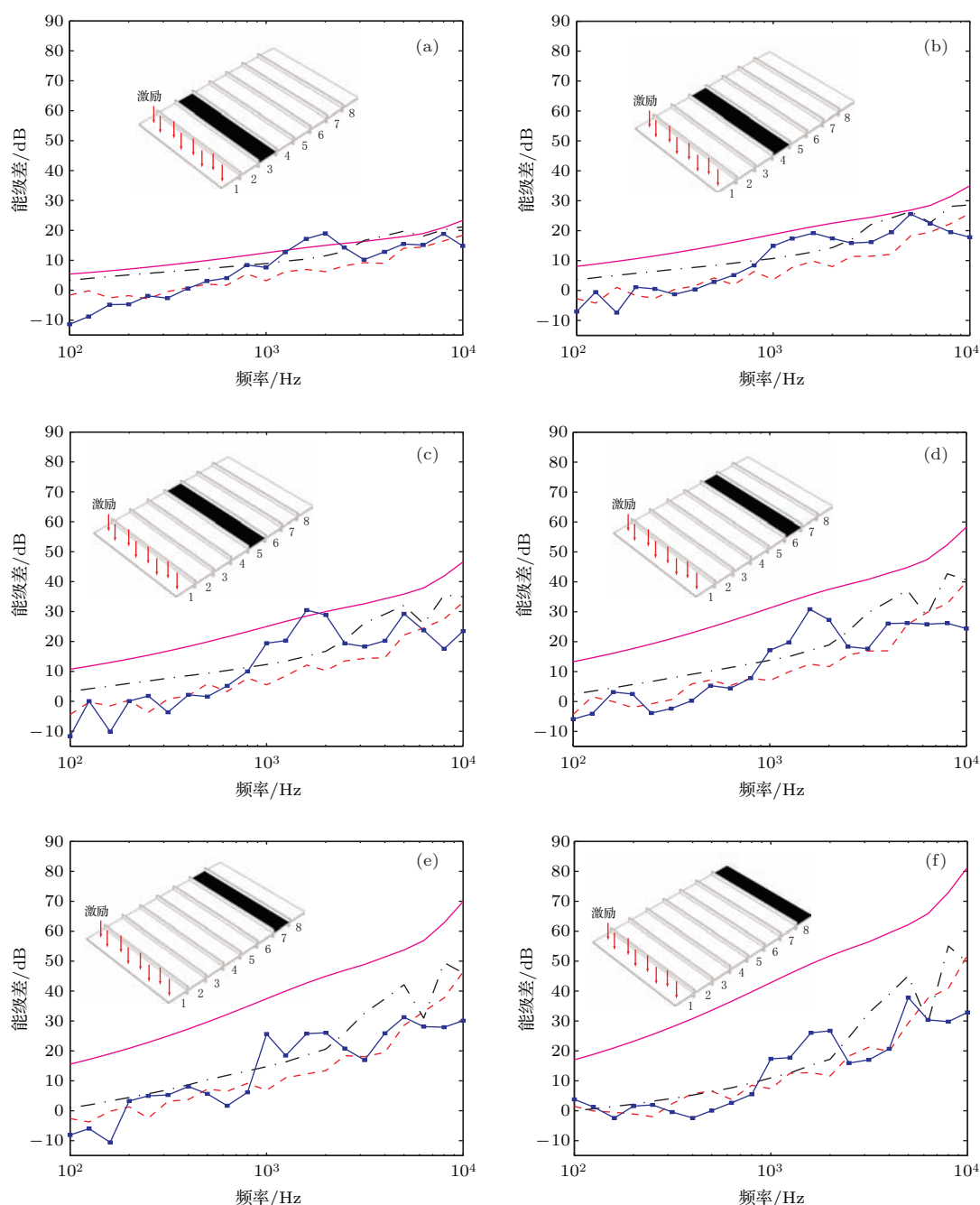


图7 (网刊彩色) 加筋板各子系统响应结果(带标记的折线为实验测试结果, 虚线为有限元计算结果, 点划线为 ASE A8 计算结果, 实线为 SEA(ASE A0) 计算结果)

Fig. 7. (color online) Subsystem response of the rib-stiffened plate in terms of energy level difference (solid lines with markers are experiment results, dash lines are finite element results, dashdot lines are ASE A8 results and the solid lines are SEA(ASE A0) results).

波特特性. 这些特殊的动力学特性导致经典统计能量分析在处理加筋板响应问题时, 出现一定误差, 可大幅低估子系统的响应. 造成这一误差的主要原因从波传播的角度可以归结为加强筋对激励子系统扩散场的滤波效应, 使子系统不再满足统计能量分析的基本假设条件; 从模态的角度分析, 可以归结为经典统计能量分析忽略了物理上不直接连接的

子系统之间的能量耦合关系, 即能量隧穿效应, 从而导致对子系统响应的低估. 和一般耦合系统相比, 对于周期结构, 由于其子系统间为链状连接, 隧穿效应的积累作用导致预测误差的增大. 为解决这一问题, 本文应用高级统计能量分析进行建模, 考虑物理上不直接连接子系统间的耦合, 用射线追踪算法计算能量在子系统间的储存、转移和传输过

程. 计算结果显示, 高级统计能量分析与经典方法相比, 可以大幅提高子系统响应预测精度, 就本文研究结构而言, 在大部分频段, 高级统计能量分析可将预测误差由最高 40 dB 降低至小于 5 dB.

为了验证方法的有效性, 设计并制备了可以模拟简支承边界条件的实验装置, 测试加筋板振动响应. 测试结果与有限元符合较好, 对理论模型起到了验证作用.

附录 A

(4) 式中 Λ 矩阵由加筋板的结构及材料决定, 可以表示为

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ k_{1x} & k_{2x} & k_{3x} & k_{4x} \\ q_1 & q_2 & q_3 & q_4 \\ p_1 & p_2 & p_3 & p_4 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \exp(k_{1x}l) & \exp(k_{2x}l) & \exp(k_{3x}l) & \exp(k_{4x}l) \\ k_{1x} \exp(k_{1x}l) & k_{2x} \exp(k_{2x}l) & k_{3x} \exp(k_{3x}l) & k_{4x} \exp(k_{4x}l) \\ u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \end{bmatrix}, \quad (\text{A1})$$

其中

$$q_m = k_{mx}^2 + \nu_p k_{yp}^2, \quad (\text{A2})$$

$$p_m = k_{mx}^3 + (2 - \nu_p) k_{yp}^2 k_{mx}, \quad (\text{A3})$$

$$u_m = \left(k_{mx}^2 - \frac{I_{bc} \omega^2 k_{mx}}{B_p} - \frac{G_b J_b k_{yp}^2 k_{mx}}{B_p} + \nu_p k_{yp}^2 \right) \times \exp(k_{mx}l), \quad (\text{A4})$$

$$z_m = \left[k_{mx}^3 + \frac{\rho_b S_b \omega^2}{B_p} - \frac{E_b I_{bc} k_{yp}^4}{B_p} + (2 - \nu_p) k_{yp}^2 k_{mx} \right] \times \exp(k_{mx}l). \quad (\text{A5})$$

上式中下标 p 表示平板, b 表示加筋梁. B_p 和 ν_p 分别是平板的弯曲刚度和泊松比, $S_b = h_b \cdot b_b$ 是加筋梁的横截面积, I_{bc} 是加筋梁沿中心线的单位长度转动惯量, 可以由下式计算得到^[26]:

$$I_{bc} = \frac{b_b h_b^3 + h_b b_b^3}{12} = \frac{S_b^2}{12} \left(\frac{b_b}{h_b} + \frac{h_b}{b_b} \right), \quad (\text{A6})$$

其中 J_b 是加筋梁的扭转常数^[26]:

$$J_b = \frac{h_b b_b^3}{3} \left[1 - 192 \frac{b_b}{\pi^5 h_b} \tanh \left(\frac{\pi h_b}{2 b_b} \right) \right], \quad (\text{A7})$$

G_b 是加筋梁的剪切模量

$$G_b = \frac{E_b}{2(1 + \nu_b)}. \quad (\text{A8})$$

附录 B

(5) 式中参数 α, β, γ 可由一下公式求得^[26]:

$$\alpha = \frac{\cos \theta}{\sqrt{1 + \sin^2 \theta}}, \quad (\text{B1})$$

$$\beta = \frac{I_{bc} k_{Bp}^3}{h_p \sqrt{1 + \sin^2 \theta}} \left(1 - \frac{k_{Bp}^2 \sin^2 \theta}{k_{Tb}^2} \right), \quad (\text{B2})$$

$$\gamma = \frac{\rho_b h_b b_b k_B^3}{\rho_p h_p \sqrt{1 + \sin^2 \theta}} \left(1 - \frac{k_{Bp}^4 \sin^4 \theta}{k_{Bb}^2} \right), \quad (\text{B3})$$

其中 k_{Tb} 为加强筋梁的扭转波数, 可以由下式求得:

$$k_{Tb} = \sqrt{\frac{\omega^2 \rho_b I_{bc}}{T_b}}, \quad (\text{B4})$$

其中 T_b 为梁的扭转刚度, $T_b = \frac{1}{3} G_b b_b^3 h_b$,

另外, 式 (B3) 中 k_{Bb} 为梁的弯曲波波数, 可以由下式求得:

$$k_{Bb} = \sqrt[4]{\frac{\omega^2 \rho_b h_b b_b}{B_b}}, \quad (\text{B5})$$

其中 B_b 为梁的弯曲刚度, $B_b = \frac{1}{12} E_b h_b^3 b_b$.

参考文献

- [1] Lu T J, Xin F X 2012 *Fundamentals of vibration and acoustics for structural design of lightweight plates and shells* (Beijing: Science Press) p1 (in Chinese) [卢天健, 辛锋先 2012 轻质板壳结构设计的振动和声学基础 (北京: 科学出版社) 第 1 页]
- [2] Fahy F, Gardonio P 2007 *Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response 2nd Ed.* (Oxford: Academic Press)
- [3] Yin J, Yin J F, Hopkins C 2015 *J. Sound Vib.* **344** 221
- [4] Wen J H, Yu D L, Wang G 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 2298 (in Chinese) [温激鸿, 郁殿龙, 王刚 2007 物理学报 **56** 2298]
- [5] Xiao Y, Wen J H, Wen X S 2012 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **45** 195401
- [6] Xiao Y, Wen J H, Huang L 2014 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **47** 045307
- [7] Mead D J 1996 *J. Sound Vib.* **190** 495
- [8] Golub M V, Fomenko S I, Bui T Q 2012 *Int. J. Solids Struct.* **49** 344
- [9] Ji L, Joki C M, Huang Z 2013 *Trans. FAMENA* **37** 29
- [10] Brunskog J, Chung H 2011 *J. Acoust. Soc. Am.* **129** 1336
- [11] Zhao Z M, Sheng M P, Yang Y 2013 *Eng. Mech.* **30** 239 (in Chinese) [赵芝梅, 盛美萍, 杨阳 2013 工程力学 **30** 239]
- [12] Remillieux M C, Burdisso R A 2012 *J. Acoust. Soc. Am.* **132** 36

- [13] Li S, Zhao D Y 2001 *Acta Acoust.* **26** 174 (in Chinese) [黎胜, 赵德有 2001 声学学报 **26** 174]
- [14] Lyon R H, Dejong R G 1995 *Theory and application of Statistical Energy Analysis* (2nd Ed.) (Newton: Butterworth-Heinemann)
- [15] Langley R S, Smith J R, Fahy F J 1997 *J. Sound Vib.* **208** 407
- [16] Blakemore M, Woodhouse J, Hardie D 1999 *J. Sound Vib.* **222** 813
- [17] Blakemore M, Woodhouse J 1998 *IUTAM Symposium on Statistical Energy Analysis* (London: Kluwer Academic Publishers) p163
- [18] Langley R S 1989 *J. Sound Vib.* **135** 499
- [19] Langley R S, Bercin A N 1994 *Phil. Trans. B* **346** 489
- [20] Sheng M P 2002 *Eng. Sci.* **6** 77 (in Chinese) [盛美萍 2002 中国工程科学 **6** 77]
- [21] Heron K H 1994 *Phil. Trans. A* **346** 501
- [22] Langley R S 1992 *J. Sound Vib.* **159** 483
- [23] Sun J C 1995 *Acta Acoust.* **2** 127 (in Chinese) [孙进才 1995 声学学报 **2** 127]
- [24] Lalor N 1990 *ISVR Report No. 190* (University of Southampton)
- [25] Yin J F, Hopkins C 2013 *J. Acoust. Soc. Am.* **4** 2069
- [26] Cremer L, Heckl M, Ungar E E 1988 *Structure-Borne Sound* (2nd Ed.) (Berlin: Springer-Verlag)
- [27] Tso Y K, Hansen C H 1998 *J. Sound Vib.* **215** 63
- [28] Wen X S, Wen J H, Yu D L, Wang G, Liu Y Z, Han X Y 2009 *Phononic crystals* (Beijing: National Defense Industry Press) p34 (in Chinese) [温熙森, 温激鸿, 郁殿龙, 王刚, 刘耀宗, 韩小云 2009 声子晶体 (北京: 国防工业出版社) 第 34 页]
- [29] Hopkins C 2007 *Sound insulation* (Oxford: Butterworth-Heinemann) p580

Study of vibration propagation in periodic rib-stiffened plates using advanced statistical energy analysis*

Yin Jian-Fei[†] Wen Ji-Hong Xiao Yong Wen Xi-Sen

(Science and Technology on Integrated Logistics Support Laboratory, College of Mechatronic Engineering and Automation,
National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

(Received 4 December 2014; revised manuscript received 14 January 2015)

Abstract

Statistical energy analysis (SEA) is widely used in predicting dynamic response of complex coupled systems. This paper studies the bending wave propagation in periodic rib-stiffened plates in the framework of SEA. Effect of frequency band gap property of the rib-stiffened plate and wave filtering characteristics of the stiffened ribs on the prediction results of SEA is analyzed by using the wave approach and Bloch theory. It is found that due to the fact that classic SEA ignores an energy “tunneling mechanism” between subsystems that are not physically connected, large error up to almost 40 dB is generated in the subsystems of the plate compared with the results calculated from the finite element method. This tunneling mechanism mainly results from the wave filtering effects caused by the periodic arrangement of the ribs and it plays a significant role on the subsystem response at high frequencies. However, this is not incorporated in the modelling of classic SEA thus large errors can occur. To solve this problem, an advanced statistical energy analysis (ASEA) is used to consider the transition, transmission and transport of energy between unconnected subsystems. ASEA divides the energy of each subsystem into two parts: available energy which is the modal energy that could transmit into connected subsystems, and unavailable energy that dissipates within the subsystem; therefore the energy cannot propagate further away. Then the ray tracing algorithm is used to track the power flow across subsystems. By using ASEA, the accuracy of the prediction results can be greatly improved so that the error is reduced to less than 5 dB in most frequency bands. An experimental set-up is also designed to support the plate by simulating the simply-supported boundary conditions along the edges. The test results agree well with the finite element method, and it is sufficient to validate the theoretical models.

Keywords: rib-stiffened plate, statistical energy analysis, periodic structures, tunneling mechanism

PACS: 43.20.+g, 43.40.+s, 43.55.+p

DOI: 10.7498/aps.64.134301

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51405502, 51305448).

[†] Corresponding author. E-mail: nmhsyjf@nudt.edu.cn