

振动颗粒混合物中的周期性分聚现象与能量耗散

何菲菲 彭政 颜细平 蒋亦民

Energy dissipation and periodic segregation of vibrated binary granular mixtures

He Fei-Fei Peng Zheng Yan Xi-Ping Jiang Yi-Min

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 134503 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.134503

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134503>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I13>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

玻璃橡胶混合颗粒的力学响应研究

Mechanical response study of glass-rubber particle mixtures

物理学报.2015, 64(15): 154502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154502>

二维晶格颗粒堆积中侧壁的压力分布与转向系数

Lateral pressure distribution and steering coefficient in two-dimensional lattice pile of granular material

物理学报.2015, 64(13): 134502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134502>

垂直振动激励下颗粒材料有效质量和耗散功率的研究

Dynamic effective mass and power dissipation of the granular material under vertical vibration

物理学报.2015, 64(4): 044501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.044501>

孤立波在一维复合颗粒链中传播特性的模拟研究

Simulation study on the propagation of solitary waves in a one-dimensional composite granular chain

物理学报.2014, 63(15): 154502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.154502>

粮仓内颗粒压力的测量: Janssen 行为及其偏差

Measurements of granular pressure in silo: Janssen behaviour and deviation

物理学报.2014, 63(10): 104503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.104503>

# 振动颗粒混合物中的周期性分聚现象与能量耗散\*

何菲菲 彭政† 颜细平 蒋亦民

(中南大学物理与电子学院, 长沙 410083)

(2014年12月21日收到; 2015年1月14日收到修改稿)

在垂直振动的激励下, 铜和玻璃珠组成的二元颗粒混合样品存在依次出现分界清晰的三明治, 巴西果, 反巴西果三种分聚结构的周期循环变化现象, 其中出现三明治结构的时段最长(大于90%). 循环周期随振动台频率的增加而增大, 随加速度的增加而减小. 对三种分聚结构的样品能量耗散功率的测量显示, 在相同的振动条件下反巴西果结构的能耗功率最大, 巴西果结构的最小. 利用Hong的凝聚和渗透两机理相互竞争的观点, 并结合能耗功率的测量结果, 可定性解释这个周期性分聚现象.

**关键词:** 颗粒物质, 能量耗散, 分聚

**PACS:** 45.70.-n, 45.70.Mg, 62.40.+i

**DOI:** 10.7498/aps.64.134503

## 1 引言

颗粒物质是典型的能量耗散系统, 输入颗粒系统的机械能会由于颗粒之间或颗粒与器壁之间的非弹性碰撞而快速耗散(转化成热能). 如果存在一个外界激励源, 如周期性的振动台, 不断的将机械能输给颗粒系统, 由于内部不断的能量耗散与外界持续能量输入之间的竞争, 颗粒系统将被推入远离平衡的状态, 表现出丰富的实验现象, 能重现很多典型的非平衡态热力学耗散结构与时空斑图<sup>[1]</sup>. 例如在机械振动下, 较高密度的颗粒层可以展现驻波斑图(standing wave pattern)<sup>[1]</sup>, 局域振子(localized oscillon)<sup>[1]</sup>; 低密度的颗粒气体可以展现周期变化的颗粒钟(granular clock)<sup>[2]</sup>, 就像非平衡态化学中著名的BZ反应(Belousov-Zhabotinsky reaction)那样出现时空周期振荡; 而对于二元颗粒混合体系则会在不同的振动条件激励下表现出巴西果(BNE), 反巴西果(RBN)或三明治(SW)等著名的尺寸分聚斑图(Segregation Pattern)<sup>[3-5]</sup>. 由于受振动激发的颗粒体系能表现出如此之多的非平衡态耗散结构, 而颗粒系统的组成基元又是肉眼可见的毫米级颗粒, 因此有人认为, 颗粒系统

是研究非平衡态动力学行为的一个很方便的宏观模型<sup>[1,6]</sup>.

系统内部存在强烈的能量耗散是振动颗粒系统会表现出这些丰富耗散结构的主要原因. 也就是说, 内部的能量耗散功率(即单位时间因颗粒间碰撞和摩擦, 以及间隙空气运动等耗散掉的机械能)与观测到的各种耗散结构有密切关系. 然而由于测量探头通常不能无干扰的深入材料内部, 能量耗散功率难以直接测量. 在已报道的众多振动颗粒系统耗散结构的实验中, 人们通常用振动台施加于样品池的外部机械运动参数, 如样品池的振动频率 $f$ 与加速度 $\Gamma$ <sup>[1,3,4,7]</sup>, 或振动速度 $v$ <sup>[2]</sup>来表征实验现象, 特别是测定出现不同斑图的区域相图. 但考虑到能量因素的重要性, 有必要进一步研究和测定不同耗散结构斑图与能量耗散功率之间的对应关系. 虽然目前还难以测量样品内部的能耗分布, 作为外部激励源的振动台与样品之间的能量交换(即样品的总能耗功率)是可以直接测定的<sup>[8]</sup>. 本文将用此方法系统研究垂直振动激励下, 铜和玻璃二元颗粒系统在不同斑图时的能量耗散情况.

垂直振动两种大小不同颗粒组成的二元系统, 通常会出现大颗粒在上小颗粒在下的分层聚集现

\* 国家自然科学基金(批准号: 11274390)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zpeng@csu.edu.cn

象,称为巴西果分聚(BNE).后来的研究发现BNE并不是唯一的分聚结构.如果调节合适的振动频率与强度,系统也有可能出现小颗粒在上大颗粒在下的反巴西果分聚现象(RBN),甚至可能出现大颗粒在中间层,小颗粒分聚在上下两层的三明治式分聚现象(SW)<sup>[3-5]</sup>.文献[4]的作者用频率 $f$ 和振动加速度 $\Gamma$ 标识出了铜颗粒和玻璃颗粒的二元混合物在不同振动条件下出现分聚清晰的巴西果,反巴西果,和三明治结构的相图.近年来更仔细的观测倾向认为,二元颗粒混合物除了以上三种分层界面比较清晰、分聚比较彻底、表现稳定的斑图形态外,还存在一些分聚不完全的情况.它们的分层界面模糊,分聚不完全(每层是两种颗粒不同比例的混合),但斑图仍可长时间稳定存在<sup>[7]</sup>.特别是一些报道发现,三维<sup>[9]</sup>和准二维<sup>[10,11]</sup>的二元颗粒混合物在某些振动条件下还可能发生在BNE-RBN-SW三种分聚形态之间动态循环翻转的现象.这些复杂现象对样品情况和实验环境比较敏感,尝试澄清它们的差别是当前一个感兴趣和值得研究的课题.

本文采用与文献[4]类似的装置研究三维系统里的铜和玻璃颗粒二元混合物的分聚现象,但增加了对能量耗散的监测.我们观测到的与文献[4]不同的现象是,在三明治分聚区域附近会发生周期循环分聚,即在给定的合适振动条件下,混合物会依次出现三明治,巴西果和反巴西果等分聚结构的循环.对此系统测量显示循环周期受振动条件的调节,在给定 $\Gamma$ 下随 $f$ 增加而增大,给定 $f$ 下随 $\Gamma$ 的增加而减小.另外与文献[9]发现的三维动态循环略有不同的是,我们样品的周期循环分聚,出现的三个分聚相都特别清晰和完整,这使得能够在振动条件保持不变(给定 $\Gamma$ 的和 $f$ )下,在一个周期内测量这三种分聚相的能耗功率差别.值得提到的是,我们发现循环分聚的出现与否对样品颗粒的几何细节很敏感,特别是铜颗粒是否偏离球形.目前有关分聚的研究仍处于试验积累阶段,系统的物理理论尚有待建立.本文的结果要求这个理论的一些动态斑图解应该对其中的材料参数值足够敏感.此外,本文测量的样品与振台之间的能量交换值,可作为理论的一个重要边界条件.

## 2 实验装置和测量结果

对周期性振动台驱动样品池,实验同步测量可发现样品池受到的力 $F(t)$ 与速度 $v(t)$ 都以周

期 $T$ 变化.这时 $P = \frac{1}{T} \int_0^T Fv dt$ 就是振动台对样品池的平均能量输入功率.(注意 $T$ 一般是振动台周期的2倍<sup>[8]</sup>).如果此时颗粒样品正处于某种相对稳定的耗散结构形态的话,基于内部耗散等于外部输入的能量守恒,可得 $P$ 就是此种耗散结构对应的内部平均能耗功率.从实验角度看,振动台对样品池的作用力 $F(t)$ 或者加速度 $a(t)$ 的监控可以基于常见的压电陶瓷传感器得到,但样品池的速度 $v(t)$ 则需要用到一些特别的方式,例如在文献[12, 13]就分别采用了一些高级的位移探测方法(如Hall-effect-based position encoders<sup>[12]</sup>和laser vibrometer<sup>[13]</sup>)来得到 $v(t)$ ,进而计算样品池的能量耗散.文献[8]中提出,只要实时同步监控的 $F(t)$ 和 $a(t)$ 都以周期 $T$ 变化,就可以很方便的基于

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) \left( \int_0^t a(t') dt' \right) dt$$

数值积分计算出振台对系统的能量输入功率,而不必去监控样品池的速度 $v$ (或初速度 $v_0$ ),并据此测量了单组元的铜或玻璃颗粒在不同 $f$ 与 $\Gamma$ 下的能量耗散功率.原则上,只要力与加速度传感器的测量精度足够好,文献[8]提出的测量方法适用于一切周期激励的颗粒振动系统.

实验采用的样品池是一个镶嵌在铝合金底座上的圆柱形玻璃管,圆柱内径为40 mm,柱高157.5 mm.样品池的铝合金底座通过一个双通道的压电陶瓷传感器(CL-YD-331A)刚性固定在电磁激励振动台(JZK-150T)上,此双通道传感器可以实时同步地记录振动台对样品池的作用力 $F(t)$ 以及样品池的振动加速度 $a(t)$ ,并将信号输入示波器分析处理.信号发生器(AFG-3051)发出正弦信号(频率10—100 Hz)并由功率放大器(YE5878)放大后,驱动振动台作垂直振动.实验采用的样品为粒径0.22—0.25 mm的球形铜颗粒和粒径0.1—0.12 mm的球形玻璃颗粒,两种颗粒用量均为5 ml(铜颗粒19.58 g,玻璃颗粒6.84 g).为消除静电效应,空气湿度保持在49%—52%.每次实验之前,将颗粒混合物尽量搅拌均匀,以保证每次实验的初始情况相同.振动强度采用无量纲振动加速度 $\Gamma = 4\pi^2 f^2 A/g$ (其中 $A$ 为振幅, $f$ 为振动频率, $g$ 为重力加速度).实验中振动频率和振动加速度的变化范围为 $20 \text{ Hz} \leq f \leq 80 \text{ Hz}$ ,  $1 \leq \Gamma \leq 8$ .

由振动条件标识的实验相图如图1所示:A区域和B区域是常见的静止区域和稳定巴西果区

域<sup>[4,9]</sup>,在C区域激振开始加剧,巴西果结构被破坏,铜颗粒层中开始夹杂些许玻璃珠,铜和玻璃颗粒交替出现在上表面,始终没有出现稳定的分层结构,称之为混乱激振区域.本文关注的重点是D区域,此区域的频率 $f \geq 55$  Hz,振动加速度 $\Gamma \geq 5.5$ ,在这个区域内出现了周期性分聚的现象,即在此区域的每一个确定的振动条件下,都会依次出现三明治,巴西果,反巴西果等三个分聚结构的循环,虽然随着振动条件的变化,循环的周期有所差别(具体结果见后文),但几乎每个循环中出现的三个典型分聚结构都相当纯粹干净,因此让我们可以在不变的振动实验条件下研究同一个循环中不同分聚结构的能量耗散率.

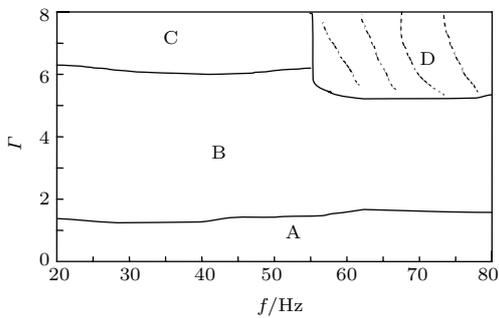


图1 分聚相图(A为静止区域, B为巴西果分聚区域, C混乱激振区域, D为循环振荡区域)  
Fig. 1. Phase diagram of Segregation Patterns. A, Static region; B, stable BNE region; C, over-excited and confused region; D, Periodic Segregation region.

一个典型的周期性分聚时序图如图2所示,  $t = 0$  s对应了上下对称的三明治结构,随着时间的迁移,最下层的玻璃珠逐渐变厚,最上层的玻璃珠慢慢变薄,可知上层的玻璃珠在内部通过铜颗粒层向下渗透,从 $t = 310$  s到 $t = 434$  s,可以看到上层的玻璃珠越来越稀薄,慢慢露出了原本处于中间层的铜颗粒,在 $t = 466$  s,最上层的玻璃珠完全渗透到底部,形成铜颗粒在上玻璃颗粒在下的完美的巴西果结构,记录此时刻的能量耗散作为巴西果结构的能量耗散(计此时刻为 $t_1$ ,这一时刻也是实验中实际记录周期 $T$ 的参考点).然而巴西果结构的寿命并不长,在 $t = 472$  s,底部的玻璃颗粒层发生倾斜,并在铜颗粒层的薄弱处(图中的远端)冒出,整体翻转覆盖在铜颗粒层上方( $t = 480$  s),并最终在 $t = 484$  s达到稳定的玻璃颗粒在上,铜颗粒在下的完美的反巴西果结构,记录此时刻的能量耗散作为反巴西果结构的能量耗散(计此时刻为 $t_2$ ).反巴西果结构的寿命也很短,大约在 $t = 494$  s,图中近端的铜颗粒层似乎出现一个裂口让上层的玻璃颗粒流动至最下层,很快裂口消失, $t = 508$  s在铜颗粒的下层出现了薄薄的一层玻璃颗粒,之后随着上层玻璃颗粒不断向下的渗透,最下层的玻璃颗粒逐渐变厚,最终在 $t = 548$  s达到如 $t = 0$  s一样完美的上下对称的三明治结构,进入下一个循环(在某些振动条件下,并不会如 $t = 494$  s一样出现边界

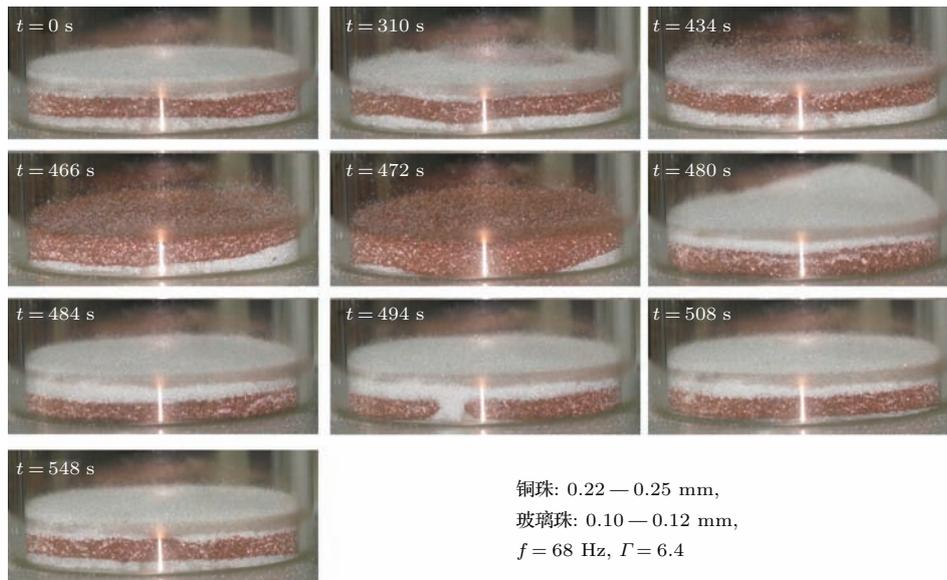


图2 (网刊彩色)典型的周期性分聚的时序图

Fig. 2. (color online) Series of consecutive snapshots of a typical Periodic Segregation.

裂口, 而是玻璃颗粒直接通过铜颗粒层内部向下渗透). 从时序图可以看出, 在整个循环周期的 548 s 中, 巴西果和反巴西果的寿命都很短, 即使加上中间的转换过程, 巴西果和反巴西果加起来的时间也不超过 30 s(其中稳定的巴西果和反巴西果结构均只有几秒的时间), 即在一个循环中 90% 以上的时间是三明治结构或其渗透过程. 由于计算能量耗散功率的数据采集需要手动触发, 每一个周期各采集一次巴西果和反巴西果结构的能量耗散数据, 而对于三明治结构由于其稳定时间很长, 一个周期可采集三次数据.

对每个确定的振动条件取了 6 个以上的周期做平均, 得到的平均周期  $T$  随振动频率  $f$  的变化关系如图 3 所示. 此外, 由于稳定的巴西果 ( $t_1$  时刻) 和反巴西果 ( $t_2$  时刻) 寿命都很短, 计时相对精确, 我们将  $t_2 - t_1$  记作一个周期中非三明治结构时段的特征时间, 见图 3 插图. 由图 3 可见, 对于确定的振动加速度  $\Gamma$ , 循环周期  $T$  大体上随着振动频率  $f$  单调增加, 且  $\Gamma$  越大, 周期  $T$  越小(分析见后文). 图 3 插图中  $t_2 - t_1$  的非三明治结构的特征时段也具有类似的频率特征. 但不管怎样改变振动条件, 三明治结构时段在一个周期中所占据的时间都大于 90%. 在文献 [9] 的报道中, 循环周期中占时最长的是巴西果结构, 且周期随频率的变化关系也与本文不同. 由于文献 [9] 采用的是与本文不一样的颗粒样品(铜颗粒和氧化铝颗粒的混合物), 因此这种差异可能来源于样品的差别.

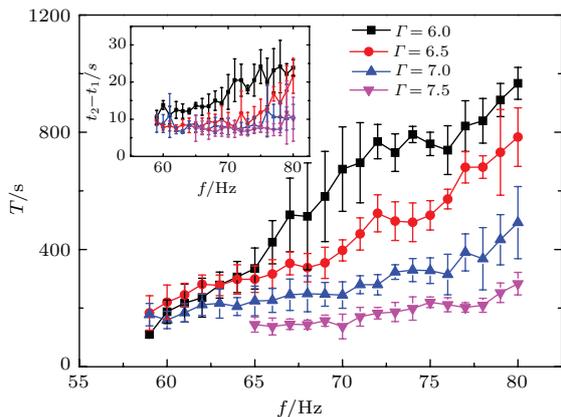


图 3 (网刊彩色) 周期  $T$  随振动频率  $f$  的变化关系(插图为非三明治结构的特征时间 ( $t_2 - t_1$ ) 随频率  $f$  的变化关系)  
 Fig. 3. (color online) Variation of periodic time  $T$  with frequency  $f$ . The inset shows that the characteristic time of BNE-RBN ( $t_2 - t_1$ ) varies with frequency  $f$ .

值得注意的是, 本文采用了和文献 [4] 尺寸类似的铜颗粒和玻璃颗粒样品, 但在实验条件范围内并没有观测到文献 [4] 中报到的稳定的三明治结构

和稳定的反巴西果结构, 而是会出现周期循环. 其中, 本文图 1 中的循环分聚区域(D 区域)几乎就对应了文献 [4] 中稳定的三明治结构区域. 我们认为带来差异的原因可能有两个, 首先, 在本文发现的所有周期性分聚现象中, 在长达几百秒甚至上千秒的周期里面, 三明治结构均占据了 90% 以上的时间, 因此如果不是特别关注的话, 有可能将周期中短暂的巴西果和反巴西果结构当成了三明治结构的暂态过程而忽略. 其次, 虽然本文实验使用了与文献 [4] 尺寸类似的颗粒, 但颗粒(尤其是铜颗粒)的粒径分布和形状等微观参数可能差异较大, 而颗粒的微观参数可能会较显著影响实验结果. 例如, 在实验过程中, 我们曾使用过同样尺寸筛分, 但标识为非球形的铜颗粒与前述的玻璃颗粒混合实验, 结果在振动条件范围内连稳定的巴西果结构也没有发现. 这表明分聚行为对颗粒材料的几何等细节物性特别敏感.

图 4 所示是在四种振动强度下, 分别测量的巴西果(BNE), 反巴西果(RBN)和三明治(SW)等三种结构随振动频率变化的能量耗散功率. 可以看到, 虽然能量耗散功率有较大涨落, 但仍可清晰分辨出在同样的振动条件下, 一个循环周期内出现的三种结构的平均能量耗散功率是明显不同的, 其中巴西果最小, 反巴西果最大, 三明治结构居中(其原因将在后文讨论), 其中  $P_{RBN}/P_{BNE}$  的比值多在 2—3 之间(如图 4 插图所示), 对于确定的  $\Gamma$ ,  $P_{RBN}/P_{BNE}$  平均值约为 2.1—2.3(图 4 插图的实线). 需要说明的是, 图 4(d)  $\Gamma = 7.5$  的低频段 ( $f < 65$  Hz), 虽然仍有周期循环现象和较长时间稳定的三明治结构, 但是巴西果结构和反巴西果结构已经不完整(周期中的巴西果结构尚未完全形成就开始向反巴西果结构转变), 因此没有采集能量耗散功率的数据, 对应的图 3 中也没有记录此条件下周期的长短.

图 4 的结果似乎表明, 对于四种振动强度, 能量耗散功率在  $f = 74—75$  Hz 附近均存在一个吸收峰. 能量耗散功率随频率的变化存在一个单峰结构, 在单组元颗粒振动的实验中也有过类似报道 [8]. 但在本文中出现的吸收峰的峰值功率仅仅超过非峰值功率不到 50%, 而在文献 [8] 中的峰值功率超过非峰值功率一个量级 (10 倍) 以上, 这表明本文二元颗粒系统出现的能量吸收峰与文献 [8] 单组元颗粒系统中的能量吸收峰应该属于不同来源. 一般来说, 能量谱出现吸收峰意味着系统内部结构出现了某些变化, 但图 3 的周期数据却并没有在

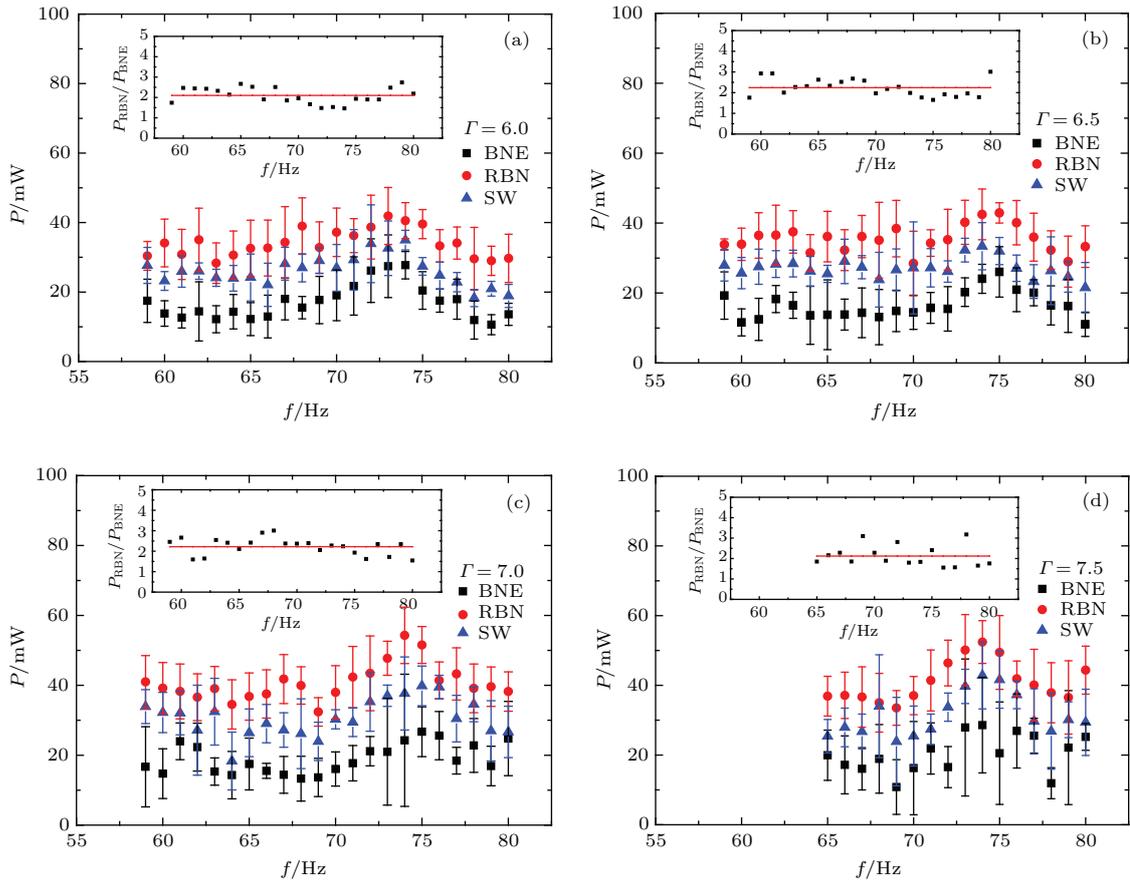


图4 (网刊彩色) 不同振动加速度  $\Gamma$  下能量耗散功率  $P$  随振动频率  $f$  的变化关系 (a), (b), (c), (d) 分别对应了  $\Gamma = 6.0, 6.5, 7.0, 7.5$  (各插图为比值  $P_{RBN}/P_{BNE}$  随  $f$  的变化关系, 插图中的实线为  $P_{RBN}/P_{BNE}$  的平均值示意)  
 Fig. 4. (color online) Variation of energy dissipation power  $P$  with frequency  $f$  for different Patterns in a cycle: (a)–(d) correspond to dimensionless acceleration  $\Gamma = 6.0$ – $7.5$  respectively. Insets show the variation of  $P_{RBN}/P_{BNE}$  with  $f$ , and solid lines in insets are the average of  $P_{RBN}/P_{BNE}$ .

$f = 74$ – $75$  Hz 附近出现对应的变化, 这说明能量耗散出现的这个吸收峰 (对应的内部结构变化) 并不会显著影响循环周期的长短. 此外, 由于图4中 BNE, SW 和 RBN 三种结构几乎是在同一频率位置出现吸收峰, 这意味着内部结构的些许变化对三种分聚结构能量耗散的影响是同步的, 并不会改变其能量耗散的相对大小 (如图4插图所示). 这个能量耗散吸收峰产生的具体原因和细微影响还有待将来进一步仔细研究.

图5按照巴西果 (BNE), 反巴西果 (RBN) 和三明治 (SW) 三种结构分类, 给出了不同振动加速度下, 能量耗散功率随频率变化的曲线. 可以看出, 在误差范围内, 很难区分同样结构不同  $\Gamma$  的能量耗散功率值. 这表明, 至少在出现循环分聚结构的振动条件范围内, 不同振动强度下的同种分聚结构几乎具有相同的能量耗散功率. 由于图1分层相图中的B区域对应了稳定的巴西果分聚, 为了对照, 图5的上图额外给出了一条  $\Gamma = 2.8$  时的稳定 BNE 状态能耗功率曲线.

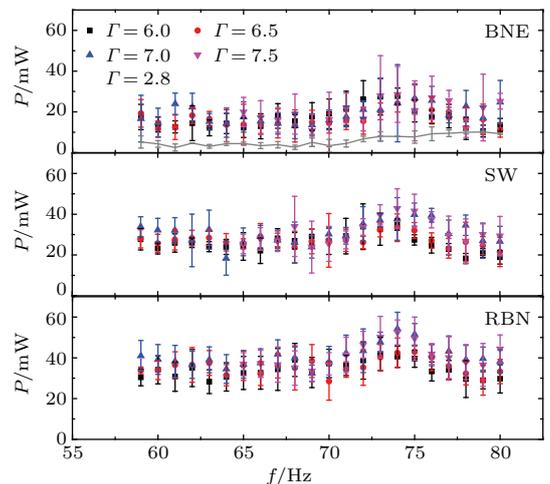


图5 (网刊彩色) 按分聚结构分类, 不同  $\Gamma$  下的能量耗散功率  $P$  随振动频率  $f$  的变化 (上图中的实线为  $\Gamma = 2.8$  时的纯 BNE 状态的能耗功率)  
 Fig. 5. (color online) Variation of energy dissipation power  $P$  with frequency  $f$ , classified by pattern BNE, RBN and SW in a cycle. A power curve for  $\Gamma = 2.8$ , which correspond to the stable BNE (fig. 1 B region) is shown as reference.

### 3 实验结果分析与讨论

在文献[5]中,为了解释巴西果现象并预言得到反巴西果现象的途径,Hong等提出了在二元振动颗粒系统中存在凝聚(Condensation)和渗透(Percolation)竞争机理的观点,认为对于二元颗粒混合物,可通过改变两种颗粒的尺寸比和质量比来调节凝聚和渗透作用的强弱,最终在合适的比例情况下实现巴西果或反巴西果结构.

Hong的模型是一个定性的模型,模型里面只有尺寸比和质量比两个参数,而没有考虑颗粒碰撞恢复系数的影响.其用来验证模型结果的计算机模拟也被认为与真实振动系统有差别[14].因为计算机模拟中假设了颗粒系统处于一个均匀的整体温度 $T$ ,然后再发生凝聚,而在真实的振台振动中(如果把振动台看成热库的话),没有全部流化的颗粒床中一定会存在较明显的温度梯度[14].尽管如此,Hong模型中关于不同颗粒有不同流化临界温度 $T_c$ 的观点,以及颗粒尺寸差别会带来渗透效应的观点具有一定的合理性.下面结合真实系统中会出现温度梯度的实际情况,我们尝试对本文观测到的周期性分聚现象从能量耗散的角度给出一些解释.

按照Hong的理论,在本文的铜珠和玻璃珠构成的二元颗粒系统中,铜珠的质量和尺寸均较大,即 $T_c(\text{铜珠}) > T_c(\text{玻璃珠})$ ,换言之,完全流化铜珠需要更高的颗粒温度,即更大的能量输入.但是和Hong的理论不同的是,我们认为这种临界温度的差别并不仅仅是尺寸和质量带来的,颗粒间不同的碰撞恢复系数也是重要原因(铜颗粒间恢复系数较小,玻璃颗粒间则较大).在实际的实验测量中,也的确发现单组元铜颗粒的能量耗散功率比同体积的单组元玻璃颗粒的能量耗散功率大[8].对于出现周期性分聚的区域(图1的D区域),由于此时混合颗粒系统并没有完全流化,因此如果将振动台看成向系统输出热量的热库,则颗粒系统内部的温度梯度不可忽略.对振动颗粒系统的计算机模拟[15]也显示了在部分流化的颗粒系统中,的确存在着明显的颗粒温度梯度,靠近振台底部的颗粒温度较高,而靠近顶部的颗粒温度相对较低.由于颗粒温度正比于颗粒速度涨落的平方[15],因此颗粒温度高(或称之为被流化)的地方意味着碰撞剧烈,是系统能量耗散的主要来源.对于没有完全流化的颗粒床(比如本文的二元颗粒系统),热库(振台)输入

的能量主要耗散在加热流化靠近底部的颗粒.以巴西果结构(BNE)作为能量输入的起点来看一个周期性分聚的循环,由于此时尺寸较大的铜颗粒在上,尺寸较小的玻璃颗粒在下(图2,  $t = 466$  s),因此振台输入的能量先加热底部的玻璃颗粒,而玻璃颗粒的临界温度较低(玻璃颗粒间碰撞恢复系数较大,对应了此时较小的能量耗散功率),玻璃颗粒很快被完全流化,此时上部的铜颗粒并没有获得足够的能量流化,基本处于凝聚状态,铜颗粒间隙较小,已经流化的玻璃颗粒难以从铜颗粒的缝隙钻出,因此只能选择积蓄能量不断扰动两层的分界面(图2,  $t = 472$  s),并最终选择在铜颗粒层的薄弱处一涌而出(图2,  $t = 480$  s),还未流化的铜颗粒层下沉将已流化的玻璃颗粒全部挤出,最终形成玻璃颗粒在上铜颗粒在下的反巴西果结构(图2,  $t = 484$  s).当形成反巴西果结构(RBN)以后,振台输入的能量开始主要加热底部的铜颗粒,使之流化(铜颗粒碰撞的恢复系数小,对应了此时较大的能量耗散功率),随着铜颗粒流化程度增加,其间隙逐渐变大,导致上层较小的玻璃颗粒开始由于渗透作用(Percolation)往底部渗透(图2,  $t = 494$  s),并逐步过渡到三明治状态(图2,  $t = 508$  s),之后由于上层玻璃颗粒不断渗透而使底部玻璃颗粒层不断变厚(这个渗透过程很长,占据了90%以上的周期时长),随着底部玻璃颗粒层的变厚,被垫高的铜颗粒层逐渐远离振动热源而开始趋于凝聚(Condensation),最终玻璃颗粒完全渗透至底部形成巴西果结构开始下一个循环.

如图4测量结果所示,当系统处于巴西果结构(BNE)时,振台能量的输入主要是耗散在加热流化底部的玻璃颗粒,因此能量输入功率最低;而当系统处于反巴西果结构时(RBN),振台能量的输入主要是耗散在加热流化底部的铜颗粒,因此能量输入功率最高;而当系统处于渗透过程的三明治结构(SW)时,能量输入功率介于前两者之间.文献[8]基于简单的气体分子碰撞模型估计了流化单组元颗粒系统的能量耗散功率,得到 $P = 8\sqrt{\pi/3}md^2(1 - e^2)n^2v_{\text{rms}}^3V$ ,其中 $m$ 和 $d$ 是单个颗粒的质量和直径, $n$ 是样品的颗粒数密度, $e$ 是恢复系数, $v_{\text{rms}}$ 为颗粒的均方根速率, $V$ 是样品流化部分的体积(假设未流化部分的能量耗散可以忽略).一般来说,加大振动强度,会增加颗粒样品的流化程度,决定流化程度的主要有两个参数,流化部分的体积 $V$ 与流化后颗粒的均方根速率 $v_{\text{rms}}$ .增加系统的流化程度首先体现在增大流

化体积, 只有当颗粒样品的体积被全部流化以后继续增大振动强度, 才会显著提高流化颗粒的均方根速率. 因此我们假设对于本文没有全部流化的二元颗粒系统, 其底部流化部分的颗粒具有相同的均方根速率, 将此能耗估算运用到本文的实验结果, 并取巴西果结构 (BNE, 主要流化底部玻璃颗粒) 的有效恢复系数为 0.9, 反巴西果结构 (RBN, 主要流化底部的铜颗粒) 的有效恢复系数为 0.8, 估算得到  $P_{\text{RNB}}/P_{\text{BNE}} \approx 2.5$ , 与图 4 插图所示的平均 2.1—2.3 的结果比较接近.

值得注意的是, 在能耗估算公式里  $P \propto v_{\text{rms}}^3 V$ , 而  $v_{\text{rms}}$  与  $V$  都与颗粒床的流化程度有关, 即与系统的振动强度有关, 但图 5 的结果显示, 在出现循环分聚现象的振动条件范围内, 振动加速度的增加并没有显著改变同种分聚结构的能耗功率. 我们认为这可能与存在两种颗粒介质的界面有关. 以 BNE 结构为例, 在本文的实验条件范围有两处出现了 BNE, 分别是图 1 的 B 区域 (纯 BNE) 和 D 区域 (循环分聚中的一个相). 图 5 上图给出了 B 区域的一个 BNE 结构 ( $\Gamma = 2.8$ ) 的能耗功率测量值, 可以看出, 此低  $\Gamma$  下的 BNE 结构的确比高  $\Gamma$  (图 1 的 D 区域) 出现的 BNE 能耗功率小. 这是因为两种 BNE 结构的流化体积  $V$  是不同的, 当振动强度较小时, 由尺寸渗透作用形成的 BNE 结构中的流化体积很小, 只有最靠近底部热库的部分玻璃颗粒被流化, 因此对应了较小的能量耗散功率. 随着振动强度的增大, 底层玻璃颗粒的流化厚度 (流化体积  $V$ ) 逐渐增加, 对应的 BNE 结构的能耗功率也逐渐增加, 当 BNE 结构中的底层玻璃颗粒全部流化以后, 就进入了我们观测到的循环分聚现象区域 (图 1 D 区域). 此时由于玻璃颗粒层与铜颗粒层物理性质的不同 (密度, 尺寸, 碰撞恢复系数等), 上层较重的铜颗粒在与下层较轻的玻璃颗粒碰撞中获得的动能很小, 难以被流化, 因此即使再增加振动强度, 流化层的厚度也不会直接向铜颗粒层扩展. 此时的能量耗散主要来源于下层已被完全流化的玻璃颗粒间的碰撞, BNE 对应的能耗达到饱和, 继续增大振动强度只会加快下层玻璃颗粒流化后突破铜颗粒层的过程, 缩短循环分聚的周期 (参见图 3 周期结果及后文分析). 流化的玻璃颗粒突破铜颗粒层后到达上方形成 RBN 结构, 此时铜颗粒在底层被振台直接加热, 由于铜颗粒与玻璃颗粒具有同样的体积 (同样的层厚), 因此振台在不变的振动条件下同样可以完全流化底部的铜颗粒层, 不过由于铜颗粒间的碰撞恢复系数较小, 对应了较大的能量耗散功

率. 如果此时增大振动强度, 虽然完全流化后的铜颗粒可能继续提供能量使上方的部分玻璃颗粒流化, 但由于铜铜间碰撞的能量耗散才是最大的 (相对于铜玻璃或玻璃-玻璃), 而且此时铜颗粒层已经全部流化达到效应极大化, 部分玻璃颗粒的流化能耗即使存在对总能耗的贡献也较小. 实际上, RBN 结构的寿命很短, 在 BNE 结构中被流化而跃居上层的玻璃颗粒可能还没有完全冷却到需要铜颗粒层提供能量维持流化, 就由于铜颗粒层已被完全流化, 而在尺寸效应的作用开始向下层渗透了, 由此进入 SW 过程. SW 结构由于夹杂了铜-玻璃的碰撞, 因此能耗功率介于 RBN 和 BNE 之间. 对于 RBN 结构, 由于底部铜颗粒层已经完全流化, 增大振动强度同样不会显著增加能耗功率, 而只是加快 RBN 向 SW 转化的渗透过程 (如后文分析). 当然, 二元颗粒系统能量耗散功率最终一定会随着振动强度的增大而增大, 例如在我们的系统中持续增大振动加速度, 一定可以将颗粒系统全部流化, 并增大颗粒的均方根速率, 从而增大能耗功率. 但此时颗粒系统的循环分聚现象已经消失, 系统进入没有任何稳定结构的混乱激振区.

在我们得到的实验相图 (图 1) 里, 具有相对稳定结构的只有循环分聚区域 (D 区域) 和纯 BNE 区域 (B 区域), 并没有如文献 [4] 一样发现长期稳定的 RBN 区域和 SW 区域, 因此我们无法比较循环分聚区域出现的 RBN (或 SW) 结构与其他区域也许存在的长期稳定的 RBN (或 SW) 结构的能耗差别. 但至少循环分聚区域内, 同样的 BNE, RBN, SW 结构 (几乎不受振动加速度的影响) 具有相似的能量耗散功率.

图 3 的周期测量结果显示, 随着频率  $f$  的降低或振动强度  $\Gamma$  的增加, 均会使得周期  $T$  变短. 这是因为  $\Gamma = 4\pi^2 f^2 A/g$ , 因此固定  $\Gamma$  减小  $f$ , 和固定  $f$  增大  $\Gamma$  实质上都是使得振动的振幅  $A$  变大, 而振幅  $A$  变大会使得颗粒系统中的颗粒间距变大, 更利于三明治结构的渗透进行, 从而有效缩短周期  $T$ ; 同时, 振幅  $A$  变大也会使得不同颗粒层的分界面稳定性变差, 而使得巴西果结构向反巴西果结构转变的时间 ( $t_2 - t_1$ ) 变短.

## 4 结 论

本文报道了铜和玻璃珠构成的二元颗粒混合物在一定的垂直振动条件下会出现动态的周期性分聚现象: 即在一个周期中会依次出现分界清晰的

三明治, 巴西果和反巴西果结构. 其中三明治结构占据了90%以上的周期时长, 并且循环的周期随着振动加速度的增大而减小, 随着振动频率的增大而增大. 另外铜颗粒的几何细节(如偏离球形)对分聚现象有显著影响. 对这三种分聚结果能量耗散功率的系统测量显示, 不同分聚结构有不同的能量耗散功率. 同种的分聚结构, 即使振动加速度不同, 能量耗散功率基本相同(在实验误差范围内). 这意味着能量耗散功率与耗散结构之间有一定的对应关系. 利用Hong关于振动颗粒系统的凝聚和渗透相互竞争的观点, 进一步结合能量耗散功率的测量结果, 可定性解释这个周期性分聚现象和相关测量结果. 目前定量描述颗粒混合物时空变化和分聚行为的理论还有待建立, 本文试验结果能在分聚形态的动态稳定性和材料参数的影响, 能量边界条件等方面对此提供帮助.

#### 参考文献

- [1] Aranson I S, Tsimring L S 2006 *Rev. Mod. Phys.* **78** 641
- [2] Li Y, Liu R, Hou M 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 198001
- [3] Kudrolli A 2004 *Rep. Prog. Phys.* **67** 209
- [4] Shi Q, Yan X, Hou M, Niu X, Lu K 2003 *Chin. Sci. Bull.* **48** 627
- [5] Hong D C, Quinn P V, Luding S 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 3423
- [6] Rohit A I 2008 *Ph.D. Dissertation* (New York: City University of New York)
- [7] Shi Q, Sun G, Hou M, Lu Q 2007 *Phys. Rev. E* **75** 061302
- [8] Peng Z, Jiang Y, Liu R, Hou M 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 024502 (in Chinese) [彭政, 蒋亦民, 刘锐, 厚美瑛 2013 物理学报 **62** 024502]
- [9] Liang X W, Li L S, Hou Z G, Lv Z, Yang L, Sun G, Shi Q F 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 2300 (in Chinese) [梁宣文, 李粮生, 侯兆国, 吕震, 杨雷, 孙刚, 史庆藩 2008 物理学报 **57** 2300]
- [10] Burtally N, King P J, Swift M R, Leaper M 2003 *Granular Matter* **5** 57
- [11] Du S, Shi Q, Sun G, Li L, Zheng N 2011 *Phys. Rev. E* **84** 041307
- [12] Sack A, Heckel M, Kollmer J E, Zimmer F, Pöschel T 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 018001
- [13] Yang M Y 2003 *PhD Dissertation* (Pennsylvania: The Pennsylvania State University)
- [14] Canul-Chay G A, Belmont P A, Nahmad-Molinari Y, Ruiz-Suarez J C 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 189601
- [15] Liu C P, Wang L, Zhang F W 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 044502 (in Chinese) [刘传平, 王立, 张富翁 2014 物理学报 **63** 044502]

# Energy dissipation and periodic segregation of vibrated binary granular mixtures\*

He Fei-Fei Peng Zheng<sup>†</sup> Yan Xi-Ping Jiang Yi-Min

(School of Physics and Electronics, Central South University, Changsha 410083, China)

( Received 21 December 2014; revised manuscript received 14 January 2015 )

## Abstract

For a vertically vibrating column filled with binary mixtures consisting of big copper beads and small glass beads, the phenomenon of periodic segregation (PS) is observed experimentally, in which distinct segregation patterns of Brazil nut effect (BNE), reversed Brazil nut (RBN) and sandwich (SW) are emerged successively under a certain vibration condition. The periodic time increases with increasing vibration frequency or decreasing acceleration, and the SW pattern holds 90% duration of a cycle. Since the three segregation patterns emerging sequentially in a cycle are all well defined, the energy dissipation power for each segregation pattern is measured under the same vibration condition. It is found that the dissipation power is the largest in RBN pattern and the smallest in BNE pattern during a cycle. Moreover, in the periodic segregation region the same patterns (BNE, RBN or SW) emerging at different vibration accelerations have almost the same dissipation power within the experimental error. Based on the viewpoint of competition between condensation and percolation from Hong, the periodic segregation phenomenon can be explained qualitatively by combining with our measurements of energy dissipation power.

**Keywords:** granular matter, energy dissipation, segregation

**PACS:** 45.70.-n, 45.70.Mg, 62.40.+i

**DOI:** [10.7498/aps.64.134503](https://doi.org/10.7498/aps.64.134503)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11274390).

† Corresponding author. E-mail: [zpeng@csu.edu.cn](mailto:zpeng@csu.edu.cn)