

基于轨道角动量的多自由度 W 态纠缠系统

范榕华 郭邦红 郭建军 张程贤 张文杰 杜戈

Entangled W state of multi degree of freedom system based on orbital angular momentum

Fan Rong-Hua Guo Bang-Hong Guo Jian-Jun Zhang Cheng-Xian Zhang Wen-Jie Du Ge

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 140301 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.140301

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.140301>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I14>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

Dzyaloshinskii-Moriya 相互作用和内禀消相干对基于两量子比特 Heisenberg 自旋系统的量子密集编码的影响

Effects of Dzyaloshinskii-Moriya interaction and intrinsic decoherence on quantum dense coding via a two-qubit Heisenberg spin system

物理学报.2015, 64(8): 080302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.080302>

非均匀磁场和杂质磁场对自旋 1 系统量子关联的影响

Effects of inhomogeneous magnetic field and magnetic impurity on the quantum correlation of spin-1 system

物理学报.2015, 64(3): 030301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.030301>

共同环境中三原子间纠缠演化特性研究

Entanglement evolution of three interacting twolevel atoms within a common environment

物理学报.2015, 64(1): 010302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.010302>

极性分子摆动态的三体量子关联

Tripartite quantum correlations of polar molecules in pendular states

物理学报.2014, 63(20): 200302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.200302>

光与物质相互作用系统中的量子 Fisher 信息和自旋压缩

Quantum Fisher information and spin squeezing in the interaction system of light and matter

物理学报.2014, 63(17): 170302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.170302>

基于轨道角动量的多自由度W态纠缠系统*

范榕华¹⁾ 郭邦红^{1)†} 郭建军¹⁾ 张程贤¹⁾ 张文杰¹⁾ 杜戈²⁾

1)(华南师范大学信息光电子科技学院, 广东省微纳光子功能材料与器件重点实验室, 广州 510631)

2)(广东有线广播电视网络股份有限公司, 广州 510066)

(2015年1月4日收到; 2015年2月22日收到修改稿)

提出了一种制备三光子纠缠W态的方案, 该方案利用携带轨道角动量为 lh 的光子(其中 l 可取 $(-\infty, +\infty)$ 的任意整数)可构成无穷维向量空间的特性, 采用两种类型的参量下转换, 产生轨道角动量-自旋角动量纠缠的两对光子和一对偏振纠缠光子, 通过纠缠交换制备三光子多自由度的W态, 实现三光子体系纠缠的高维度、大容量量子信息处理. 方案采用q-plate相位光学器件和单模光纤等器件制备两个不同自由度(轨道角动量与偏振)混合的W态, 并利用计算机全息相位图改进方案制备三个不同自由度(轨道角动量、线动量和偏振)混合的W态. 本方案可稳定产生两种等概率互为对称的W态, 具有高维度、强纠缠特性与抗比特丢失能力, 信息量达 $\log_2 m + 2$ 比特(m 为 l 的可取值个数), 有望实现可扩容量子比特的安全通信.

关键词: 轨道角动量, 量子纠缠, W态, 多自由度

PACS: 03.65.Ud, 03.67.Hk, 42.50.Tx

DOI: 10.7498/aps.64.140301

1 引言

量子纠缠是多粒子量子系统中的一种非定域关联. 纠缠Bell态和Greenberger-Horne-Zeilinger态在量子隐形传态、量子密集编码、量子密钥分配等领域取得了很多成果^[1-6]. 目前, 纠缠W态由于其抗比特丢失能力和强纠缠特性受到极度关注. W态不同于常见的纠缠态, 即使非可信用户测量多粒子体系中某一粒子、可信用户通信协商舍弃某一粒子等原因丢失可加载比特信息的粒子, 剩余粒子仍然存在纠缠关联. 2000年, Dür等^[7]首次提出了W态, 并证明W态中任意粒子间都存在纠缠关联特性. W态的制备有基于离子阱装置制备的冷囚禁多离子W态^[8]; 通过腔量子电动力学(QED)的跃迁或腔场绝热技术等制备的原子W态^[9-11]; 而利用光学器件制备光子W态的研究更为广泛. 2002年, Zou等^[12]利用一个Einstein-Podolsky-Rosen (EPR)对和两个单光子在四个偏

振分束器与透镜的作用下实现四光子W态的制备; 2003年, Eibl等^[13]通过Type-II参量下转换过程实现了双光子的偏振W态的制备; 2004年, 日本的Mikami等^[14]结合两种类型的参量下转换过程实现 N 个光子的偏振W态的制备. 为提高W态在实际应用中的纯度与概率, 也提出了很多改进方案. 2009年, Tashima等^[15]利用Type-I参量下转换产生两组EPR对, 通过本地量子体系操作和远程经典通信操作实现保真度为 0.778 ± 0.0043 的三光子W态制备; 2010年, 该小组^[16]改进方案不仅将三光子W态的保真度提高到 0.836 ± 0.042 , 还实现 N 光子W态的制备; 2013年, Wang和Long^[17]利用混合偏振分束器与探测器测量, 实现两组三光子偏振纠缠态的W态重置, 简化实验过程并提高保真度与实现概率. 但上述方案是基于单一自由度的量子纠缠, 未涉及W态的多自由度扩展. 在实际量子通信中, 单一自由度的量子纠缠受到量子信道的限制, 量子信道中的噪声、衰减、保偏等影响使

* “十二五”国家密码发展基金密码理论课题研究项目(批准号: MMJJ201401011)、广东省省部产学研引导项目(批准号: 2012B091100063)和广州市科技计划项目科学研究专项(批准号: 2014J4100050)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: guobangh@163.com

得单一自由度的纠缠不能满足实际通信系统的需求, 如何制备多个自由度混合的纠缠态成为关注的焦点. 2014年, Gräfe等^[18]提出了多个自由度混合的W态的制备. 该方案利用单光子的多自由度(自旋、频率和其他空间模式)实现信息容量的扩展, 采用多种模式的叠加提高了单光子在量子通信中的鲁棒性(robust); 但受理想单光子制备水平的限制, 未在实际的量子通信领域中得到应用.

本文针对三粒子体系提出一种多个自由度混合纠缠W态的制备方案. 主要利用自发参量下转换过程制备三组纠缠光子对^[19-21], 产生可控高纯度稳定的纠缠光源; 通过q-plate和单模光纤等光学器件和光子数探测器的测量实现轨道角动量(orbital angular momentum, OAM)和偏振两个不同自由度的混合纠缠; 提出利用计算机全息相位图(computer-generated hologram, CGH)改进方案实现OAM、线动量(path)与偏振三个不同自由度混合的W态的制备.

2 多自由度混合纠缠的W态产生原理

W态的纠缠体系中每个粒子都是等价的, 任何一个粒子丢失, 其余粒子仍然处于最大纠缠态. 实际应用中即便发生粒子丢失或者消相干的情况, 也可以很好地保留光子间的纠缠关联^[22,23]. 三粒子体系的W态纠缠形式为

$$|\varphi\rangle_W = \frac{1}{\sqrt{3}} (|001\rangle + |010\rangle + |100\rangle), \quad (1)$$

其中, $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 对应为光子任一自由度的不同状态, 本文将设计OAM、偏振两个自由度纠缠的方案.

利用非线性晶体的自发参量下转换过程制备可控的OAM纠缠态. 参量下转换过程有Type-I和Type-II两种纠缠类型. Type-I参量下转换可得到具有高维OAM纠缠的光子对^[24], 表示为

$$|\psi\rangle_{aa'} = \sum_l C_{l,-l} | -l \rangle_a | l \rangle_{a'} | H \rangle_a | H \rangle_{a'}, \quad (2)$$

其中, $C_{l,-l}$ 表示得到一个OAM为 $l\hbar$ 的信号光与 $-l\hbar$ 的闲频光的概率^[25], a, a' ($a = 1, 2$)分别表示信号光和闲频光. 而Type-II参量下转换产生的光子是互为垂直的偏振纠缠, 对应的纠缠态为

$$|\psi\rangle_{33'}^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H_3V_{3'}\rangle + |V_3H_{3'}\rangle). \quad (3)$$

通过增加特定光学器件改变1-1', 2-2'两组纠缠光子对的纠缠自由度, 使其与3-3'混合, 三个闲频光通过分束器(BS)叠加到同一路径上, 由此复合系统的状态为

$$|\varphi\rangle_{11'22'33'}^{(0)} = |\psi\rangle_{11'}^{(1)} |\psi\rangle_{22'}^{(1)} |\psi\rangle_{33'}^{(0)}. \quad (4)$$

将(4)式中的不同偏振态的光子通过偏振分束器在链路上传输, 光子数探测器测量水平偏振与垂直偏振的闲频光子数, 可确定获得的W态. 改进方案实现OAM、线动量和偏振三个自由度纠缠的W态制备.

3 系统方案设计

3.1 OAM与偏振纠缠W态的方案

OAM是描述螺旋波前特征的一个物理量, 当光束的振幅函数含有方位角相位项 $\exp(il\varphi)$ 时, 光束携带轨道角动量. 在光束传播方向上具有OAM为 $l\hbar$, l 可取 $(-\infty, +\infty)$ 区间内的任意整数, 构成无穷维向量空间, 理论上可携带无穷大的信息量. 利用光子OAM的这一物理特性, 我们设计了如图1所示的方案. 首先, 产生OAM-SAM (spin angular momentum) 两对纠缠光子和一对偏振纠缠光子, 再通过纠缠交换实现OAM-OAM-偏振三光子W态的纠缠, 即制备了OAM与偏振纠缠两种自由度混合的W态, 实现三光子体系纠缠的高维度、大信息存储的量子信息处理.

方案采用紫外激光作为抽运光源, 分别通过非线性晶体 β 相偏硼酸钡(BBO)与周期极化磷酸钛氧钾(PPKTP)产生两种类型的纠缠光子对(信号光、闲频光). q-plate (QP₁, QP₂)使Type-I产生的两束闲频光分别实现OAM与SAM之间的纠缠关联^[26,27].

QP是一种单轴双折射介质, 是具有特殊的Pancharatnam-Berry相位光学器件^[28], 在极坐标下沿光轴的方向可以描述为 $\alpha(\phi) = q\phi + \alpha_0$, 其中, q 和 α_0 都是常数. 当 $\alpha_0 = 0$ 时, 对于具有OAM为 $m\hbar$ 的入射光子, 用算符表示^[29]:

$$\hat{Q}(q) = |R, m + 2q\rangle \langle L, m| + |L, m - 2q\rangle \langle R, m|, \quad (5)$$

其中, $|L\rangle$ 和 $|R\rangle$ 是自旋本征态, 分别表示左旋偏振和右旋偏振, $|m\rangle$ 则表示OAM本征态.

单模光纤 (single mode fiber, SMF) 选择经过 QP 变换后的闲频光、模式为零的高斯光通过; $\lambda/4$ 玻片 (quarter wave plate, QWP) 将自旋偏振态转换成水平垂直偏振态; BS 将三个闲频光耦合到同一路径上; 偏振分束器 (polarizing beam splitter, PBS) 将复合光束偏振分离; 光子数探测器 (detector, D) 测量水平和垂直偏振态上的光子数。

实际光路中, 一束抽运光照射到 Type-I 型的 BBO 晶体产生 2-2' 纠缠光子对, 透射光束由反射镜再次反射到晶体上, 产生 1-1' 纠缠光子对, 由 (1) 式可知:

$$|\psi\rangle_{11'}^{(0)} = \sum_l C_{l,-l} | -l \rangle_1 | l \rangle_{1'} | H \rangle_1 | H \rangle_{1'}, \quad (6)$$

$$|\psi\rangle_{22'}^{(0)} = \sum_l C_{l,-l} | -l \rangle_2 | l \rangle_{2'} | H \rangle_2 | H \rangle_{2'}. \quad (7)$$

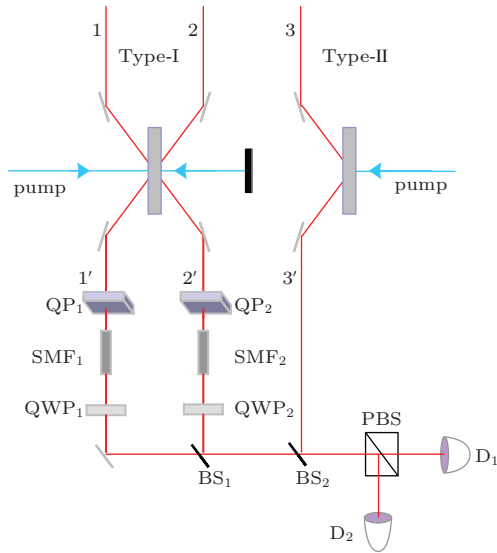


图 1 OAM 与偏振纠缠 W 态的方案 其中 pump 为抽运源; QP_n 为 q-plate; SMF_n 为单模光纤; QWP_n 为 $\lambda/4$ 玻片; BS_n 为分束器; PBS 为偏振分束器; D_n 为光子数探测器 ($n = 1, 2$)

Fig. 1. W state scheme of OAM and polarized entangled. pump is ultraviolet laser, QP_n denote q-plate, SMF_n denote single mode fiber, QWP_n denote quarter wave plate, BS_n are beam splitters, PBS is polarizing beam splitter, D_n are detectors ($n = 1, 2$).

闲频光 1' 进入 QP_1 后, 量子态转化为

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{11'}^{(1)} &= \hat{Q}(q_1) |\psi\rangle_{11'}^{(0)} \\ &= \sum_l C_{l,-l} (|R, l+k\rangle_{1'} \\ &\quad + |L, l-k\rangle_{1'}) | -l, H \rangle_1, \end{aligned} \quad (8)$$

闲频光 2' 进入 QP_2 后, 量子态转化为

$$|\psi\rangle_{2,2'}^{(1)} = \hat{Q}(q_2) |\psi\rangle_{22'}^{(0)}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_l C_{l,-l} (|R, l+\iota\rangle_{2'} \\ &\quad + |L, l-\iota\rangle_{2'}) | -l, H \rangle_2, \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $k = 2q_1$, $\iota = 2q_2$ 分别代表 QP_1 与 QP_2 所产生的变化值。

单模光纤 SMF_1 , SMF_2 选择 OAM 为零的高斯光, 由于参量下转换的对称性, 则 $C_{-l,l} = C_{l,-l}$ [30], 可得 1-1' 和 2-2' 量子态:

$$|\psi\rangle_{11'}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|k\rangle_1 |R\rangle_{1'} + |-k\rangle_1 |L\rangle_{1'}), \quad (10)$$

$$|\psi\rangle_{22'}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\iota\rangle_2 |R\rangle_{2'} + |-\iota\rangle_2 |L\rangle_{2'}). \quad (11)$$

闲频光 1', 2' 经过 $\lambda/4$ 玻片 QWP_1 , QWP_2 后, 右旋偏振光与左旋偏振光转化为水平偏振光与垂直偏振光. 因此, 对量子态为

$$|\psi\rangle_{11'}^{(3)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|k\rangle_1 |H\rangle_{1'} + |-k\rangle_1 |V\rangle_{1'}), \quad (12)$$

$$|\psi\rangle_{22'}^{(3)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\iota\rangle_2 |H\rangle_{2'} + |-\iota\rangle_2 |V\rangle_{2'}). \quad (13)$$

当另一束抽运光照射到 Type-II 型的 PPKTP 晶体, 参量下转换将得到 3-3' 偏振纠缠光子对, 如 (3) 式所示。

则 1-1', 2-2', 3-3' 三对纠缠光子对所构成的多自由度粒子系统可表示为 (未考虑归一化系数)

$$\begin{aligned} |\varphi\rangle_{11'22'33'}^{(0)} &= |\psi\rangle_{11'}^{(3)} |\psi\rangle_{22'}^{(3)} |\psi\rangle_{33'}^{(0)} \\ &= (|k_1 H_{1'}\rangle + |(-k)_1 V_{1'}\rangle) \\ &\quad \times (|\iota_2 H_{2'}\rangle + |(-\iota)_2 V_{2'}\rangle) \\ &\quad \times (|H_3 V_{3'}\rangle + |V_3 H_{3'}\rangle). \end{aligned} \quad (14)$$

根据 (14) 式, 信号光与闲频光可表示为

$$\begin{aligned} |\varphi\rangle_{1231'2'3'}^{(1)} &= |k_1 \iota_2 H_3 H_{1'} H_{2'} V_{3'}\rangle \\ &\quad + |(-k)_1 \iota_2 H_3 V_{1'} H_{2'} V_{3'}\rangle \\ &\quad + |k_1 (-\iota)_2 H_3 H_{1'} V_{2'} V_{3'}\rangle \\ &\quad + |(-k)_1 (-\iota)_2 H_3 V_{1'} V_{2'} V_{3'}\rangle \\ &\quad + |k_1 \iota_2 V_3 H_{1'} H_{2'} H_{3'}\rangle \\ &\quad + |(-k)_1 \iota_2 V_3 V_{1'} H_{2'} H_{3'}\rangle \\ &\quad + |k_1 (-\iota)_2 V_3 H_{1'} V_{2'} H_{3'}\rangle \\ &\quad + |(-k)_1 (-\iota)_2 V_3 V_{1'} V_{2'} H_{3'}\rangle, \end{aligned} \quad (15)$$

其中, 1' 和 2' 闲频光由分束器 BS_1 合束, 再和 3' 闲频光在 BS_2 合束, 叠加到同一路径上. 三个光子同时到达偏振分束器 PBS 时, 由于偏振状态的不同, PBS 将使水平偏振光透射, 而垂直偏振光则被反射。

1) 若探测器 D_1 探测到两光子, 则可知任意三个闲频光存在两个 H 偏振态, 则系统将塌缩到 W_1 态上:

$$|\varphi\rangle_{W_1} = |k_1 l_2 H_3\rangle + |(-k)_1 l_2 V_3\rangle + |k_1 (-l)_2 V_3\rangle. \quad (16)$$

2) 若探测器 D_2 探测到存在任意两光子为 V 偏振态, 则系统将塌缩到 W_2 态上:

$$|\varphi\rangle_{W_2} = |(-k)_1 l_2 H_3\rangle + |k_1 (-l)_2 H_3\rangle + |(-k)_1 (-l)_2 V_3\rangle. \quad (17)$$

因此, 制备的 W 态实现了 OAM 与偏振两个不同自由度的混合纠缠, 且 W_1 态与 W_2 态互为对称, 即实现两种等概率的 W 态制备.

3.2 OAM-线动量-偏振混合纠缠 W 态方案

多自由度纠缠在量子编码与量子通信中更具优势. 因此, 我们进一步改进方案, 可制备 OAM-线动量-偏振混合纠缠 W 态. 基于方案 1, 利用 CGH 来实现 OAM-线动量-偏振三个自由度的纠缠 W 态的制备, 改进的方案如图 2.

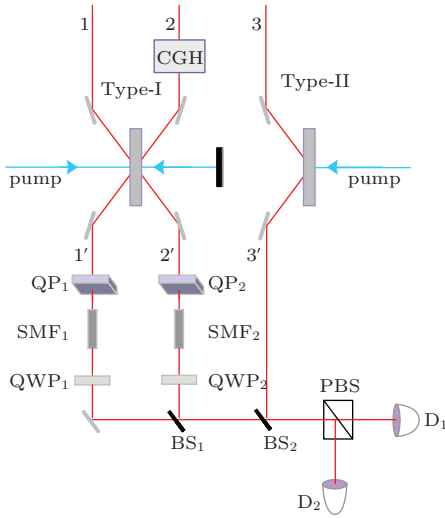


图 2 改进的 OAM-线动量-偏振混合纠缠 W 态方案, 其中 CGH 为计算机相位全息图

Fig. 2. W state scheme of OAM-linear momentum-polarization entangled, where CGH denote computer-generated hologram.

实验中, CGH 是利用叉形衍射光栅将高斯光束转换成携带 OAM 的螺旋位相光束, 其逆过程也成立: 携带 OAM 的光束照射在具有 $\exp(il\varphi)$ 位相结构的叉形光栅, 将产生高斯平面波, 这主要是与 OAM 中的螺旋相位结构有关^[31].

若把具有 $\exp(il\varphi)$ 螺旋相位的光束经过一级衍射光栅后, 将得到 $\exp(il_0 \pm l_h)$, 再将衍射光束耦合进单模光纤 SMF 中, 由于 SMF 对零阶高斯光的选择作用, 使得 OAM 加载的初始信息传递到衍射路径为 $|k_+\rangle$ 和 $|k_-\rangle$ 的线动量态上. 此时, CGH 对应算符可表示为^[32]

$$\hat{H}(l_h) = |k_+, l_0 + l_h\rangle \langle l_0| + |k_-, l_0 - l_h\rangle \langle l_0|. \quad (18)$$

实际光路中, 光子对 1-1' 与 3-3' 由方案 1 得

$$|\psi\rangle_{11'}^{(3)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|l\rangle_1 |H\rangle_{1'} + |-l\rangle_1 |V\rangle_{1'}), \quad (19)$$

$$|\psi\rangle_{33'} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H_3 V_{3'}\rangle + |V_3 H_{3'}\rangle), \quad (20)$$

其中, l 表示 OAM 的自由度.

光子对 2-2' 在经过 CGH 和 QP_2 后, 两个算符将分别作用到粒子 2 和 2' 上:

$$|\psi\rangle_{22'}^{(1)} = \hat{H}\hat{Q}|\varphi\rangle_{22}^{(0)} = \frac{1}{2} \sum_l C_{l,-l} (|k_+, -l + l_h\rangle_2 + |k_-, -l - l_h\rangle_2) \otimes (|R, l + k\rangle_{2'} + |L, -l - k\rangle_{2'}). \quad (21)$$

然后再经过 SMF_2 的筛选与 $\lambda/4$ 玻片 QWP_2 的作用, 光子对 2-2' 的量子态为

$$|\psi\rangle_{22'}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|k_+\rangle_2 |V\rangle_{2'} + |k_-\rangle_2 |H\rangle_{2'}). \quad (22)$$

则 1-1', 2-2', 3-3' 纠缠光子对所构成的多自由度粒子系统可表示为 (未考虑归一化系数)

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{1231'2'3'}^{(1)} &= |\psi\rangle_{11'}^{(3)} |\psi\rangle_{22'}^{(2)} |\psi\rangle_{33'}^{(0)} \\ &= |l_1 (k_+)_2 H_3 H_{1'} V_2' V_{3'}\rangle + |(-l)_1 (k_+)_2 H_3 V_{1'} V_2' V_{3'}\rangle \\ &\quad + |l_1 (k_-)_2 H_3 H_{1'} H_2' V_{3'}\rangle + |(-l)_1 (k_-)_2 H_3 V_{1'} H_2' V_{3'}\rangle \\ &\quad + |l_1 (k_+)_2 V_3 H_{1'} V_2' H_{3'}\rangle + |(-l)_1 (k_+)_2 V_3 V_{1'} V_2' H_{3'}\rangle \\ &\quad + |l_1 (k_-)_2 V_3 H_{1'} H_2' H_{3'}\rangle + |(-l)_1 (k_-)_2 V_3 V_{1'} H_2' H_{3'}\rangle, \end{aligned} \quad (23)$$

其中, 1' 和 2' 闲频光由分束器 BS_1 合束, 再和 3' 闲频光在 BS_2 合束, 叠加到同一路径上, 同时到达偏振分束器 PBS, 则水平、竖直偏振态分离.

1) 当 D_1 探测到两光子, 则可知闲频光中存在两个 H 偏振态, 则系统将塌缩到 $W_{1'}$ 态上:

$$|\varphi\rangle_{W_{1'}} = |l_1(k_-)_2 H_3\rangle + |l_1(k_+)_2 V_3\rangle + |(-l)_1(k_-)_2 V_3\rangle. \quad (24)$$

2) 若探测结果中存在两个闲频光为 V 偏振态, 则系统将塌缩到 $W_{2'}$ 态上:

$$|\varphi\rangle_{W_{2'}} = |l_1(k_+)_2 H_3\rangle + |(-l)_1(k_-)_2 H_3\rangle + |(-l)_1(k_+)_2 V_3\rangle. \quad (25)$$

因而, 基于 W 态制备实现了 OAM、线动量和偏振的混合纠缠. 三个不同自由度的混合纠缠, 降低了 W 态在各种量子通信介质中的信息丢失概率, 提高了 W 态在不同信道中的鲁棒性与抗干扰性, 可应用于稳定高效率的量子通信.

3.3 讨论

3.3.1 纠缠特性

在量子信道即自由空间与光纤中, OAM、线动量和偏振三个自由度的传输存在差异. 量子通信普遍采用偏振、线动量等自由度, 在光纤信道的传输上有了较为成熟的实现手段与改进的实验方案. 而携带 OAM 的光束, 具有与其他自由度不同的传输特性, 它的螺旋光束奇异性可以减少其受到大气湍流的影响. 研究表明其光束质量、焦面光强分布、OAM 探测概率等受大气湍流的影响较小, 适用于自由空间的高码率量子通信.

上述方案可制备 OAM、线动量和偏振三个不同自由度的 W 态纠缠, 具有强纠缠特性与抗比特丢失能力. 实际量子通信应用中由于非可信用户测量多粒子系统中某一粒子、可信用户根据误码率阈值舍弃某一粒子、远程传输噪声影响等原因丢失可加载比特信息的粒子, 但其余粒子仍然存在强纠缠关联. 以 (24) 式为例讨论.

1) 若在光纤信道中携带 OAM 的光子 $1-1'$ 丢失时, 则从 (24) 式可知, 将仍然保留 $|\varphi\rangle_{W_{1'}} = |(k_-)_2 H_3\rangle + |(k_+)_2 V_3\rangle$, 即 $2-2'$ 与 $3-3'$ 间仍存在纠缠, 所加载的信息仍可进行有效通信.

2) 当在自由空间中的偏振纠缠光子 $3-3'$ 丢失时, 则根据 (24) 式, 由于 W 态的关联性, 将仍然保留 $|\varphi\rangle_{W_{1'}} = |l_1(k_+)_2\rangle + |(-l)_1(k_-)_2\rangle$, 即 $1-1'$ 与 $2-2'$ 间仍存在纠缠, 同样表现出强健的纠缠特性与抗比特丢失能力.

3) 同理可分析丢失 $2-2'$, $1-1'$ 与 $3-3'$ 间仍存在纠缠.

综上, 也可论证 OAM 与偏振纠缠的 W 态方案的纠缠特性与抗丢失能力.

3.3.2 量子比特信息量

光场中各螺旋谐波上的能量由光的轨道角动量谱构成, 每个光子所携带的 OAM 为 $l\hbar$, 因为 l 为任意整数, 所以 OAM 有无限个本征态, 即用 OAM 特征来表述信息时, 轨道角动量态可以携带无穷大的信息量. 方案引入的 OAM 这一自由度, 具有高维度特性. 因此, 光子轨道角动量的这一特性构建的不同自由度的 W 态, 可实现三光子纠缠高维度大容量的量子信息存储.

在信息学中, 若信源有 m 种消息, 且每个消息是以相等可能发生的, 则该信源的信息量可表示为 $I = \log_2 m$ 比特.

文献 [11] 方案采用受激拉曼绝热技术在原子系综中制备基于能级跃迁的原子数 W 态:

$$|W_n\rangle = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n \left(|F\rangle_i \prod_{j=1, j \neq i}^n |G\rangle_j \right),$$

其中 $|F\rangle_i$ 表示原子系统中第 i 个原子处于激发态上, 而 $|G\rangle_j$ 则表示第 j 个原子处于基态上. 当原子数 $n = 3$ 时有

$$|W_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|FGG\rangle + |GFG\rangle + |GGF\rangle),$$

对应量子态所携带的信息量 $I = \log_2 2 + \log_2 2 + \log_2 2 = 3$ 比特.

文献 [15, 16] 方案采用 Type-I 类参量下转换制备高保真度的三光子偏振 W 态:

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|HVV\rangle + |VHV\rangle + |VVH\rangle),$$

所携带的信息量为 3 比特, 该方案也扩展为任意光子数的 W 态制备.

文献 [14] 方案采用 Type-I 和 Type-II 参量下转换制备 N 光子偏振 W 态:

$$|\varphi\rangle = |H\rangle_a (|V_{k_1} H_{k_2} \cdots H_{k_n}\rangle + |H_{k_1} V_{k_2} \cdots H_{k_n}\rangle + \cdots + |H_{k_1} H_{k_2} \cdots V_{k_n}\rangle),$$

携带信息量为 $I = \log_2 2 + \cdots + \log_2 2 = n \log_2 2 = n$ 比特, 当 $n = 3$ 时信息量为 3 比特.

本文上述方案采用两种类型参量下转换制备了三光子 OAM、线动量与偏振三个不同自由度的 W 态: $|\varphi\rangle_{W_{1'}} = |l_1(k_-)_2 H_3\rangle + |l_1(k_+)_2 V_3\rangle +$

$|(-l)_1(k_-)_2V_3\rangle$, 量子比特信息量为 $I = \log_2 m + \log_2 2 + \log_2 2 = (\log_2 m + 2)$ 比特 (m 为 l 的可值个数), 理论上 l 可取任意整数, 如调制 l 取 $0, \pm 1, \pm 2$, 则 $m = 5$, 对应携带信息量 $I = (\log_2 5 + 2) = 4.32$ 比特. 增加 l 取值个数时, 则实现可扩容的信息比特量. 上述三粒子体系的 W 态制备方案对照如表 1.

表 1 四种方案所制备 ($n = 3$) W 态的信息量对比
Table 1. Contrastion of W state information quantity of four schemes.

方案	产生机理	量子态	信息量 I (比特)
文献 [11]	STIRAP	$ F\rangle, G\rangle$	3
文献 [15, 16]	Type-I	$ H\rangle, V\rangle$	3
文献 [14]	Type-I, Type-II	$ H\rangle, V\rangle$	3
本文	Type-I, Type-II	$ l\rangle, -l\rangle$ $ k_+\rangle, k_-\rangle$ $ H\rangle, V\rangle$	$\log_2 m + 2$

STIRAP 为受激拉曼绝热通道技术 (stimulated raman adiabatic passage)

3.3.3 安全性分析

方案制备出两种等概率的 W 态, 通信双方可在通信过程中随机选择加载信息的量子态, 窃听者将无法确定所截获的信息是否有效.

以方案 1 为例, 发送者可随机发送两种形式的 W 态 $|\varphi\rangle_{W1}$ 与 $|\varphi\rangle_{W2}$ 给接收者, 双方通过协商或共享随机码来确定通信过程中某一 W 态为有效信息载体. 以 $|\varphi\rangle_{W1}$ 为有效信息, 双方取 $|k\rangle, |l\rangle, |V\rangle$ 为 $|0\rangle$, 满足 W 态 $|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|001\rangle + |010\rangle + |100\rangle)$; 以 $|\varphi\rangle_{W2}$ 为有效信息时, 取 $|-k\rangle, |-l\rangle, |H\rangle$ 为 $|0\rangle$, 也满足 W 态 $|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|001\rangle + |010\rangle + |100\rangle)$. 同理, 方案 2 所制备的 W 态也同样具有随机性.

因此, 当窃听者截获部分光子时无法确定具体 W 态的形式, 且剩余光子由于 W 态的纠缠性仍可进行通信; 当窃听者截获全部光子时, 通信双方将无法测得该量子态而舍弃, 保证通信安全.

4 结 论

利用两种类型的参量下转换过程, 可制备偏振与 OAM 两个不同自由度的纠缠 W 态. 运用 CGH 简单改进方案, 可实现三个自由度 (OAM、线动量与偏振) 纠缠 W 态的制备. 制备的 W 态是基

于多个自由度的混合纠缠, 在自由空间与光纤中有强纠缠特性和抗比特丢失能力, 消减了噪声、消相干等因素的影响; 两种等概率互为对称 W 态, 有利于提高量子通信的安全性; 采用携带 OAM 的信号光进行纠缠制备, 实现了高维度、可扩容的量子信息处理, 具有应用前景.

参考文献

- [1] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [2] Zhou X Q, Wu Y W 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 1881 (in Chinese) [周小清, 鄂云文 2007 物理学报 **56** 1881]
- [3] Karlsson A, Bourennane M 1998 *Phys. Rev. A* **58** 4394
- [4] Zhou N R, Song H C, Gong L H, Liu Y 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 214203 (in Chinese) [周南润, 宋汉冲, 龚黎华, 刘晔 2012 物理学报 **61** 214203]
- [5] Ekert A K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 661
- [6] Lin Q, Bai Y K, Ye M Y, Lin X M 2015 *Chin. Phys. B* **24** 030304
- [7] Dür W, Vidal G, Cirac J 2000 *Phys. Rev. A* **62** 062314
- [8] Häffner H, Hänsel W, Roos C F, Benhelm J 2005 *Nature* **438** 643
- [9] Guo G C, Zhang Y S 2002 *Phys. Rev. A* **65** 054302
- [10] Chen L B, Ye M Y, Lin G W, Du Q H, Lin X M 2007 *Phys. Rev. A* **76** 062304
- [11] Zhang C L, Li W Z, Chen M F 2013 *Opt. Commun.* **311** 301
- [12] Zou X B, Pahlke K, Mathis W 2002 *Phys. Rev. A* **66** 044302
- [13] Eibl M, Kiesel N, Bourennane M, Kurtsiefer C, Weinfurter H 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 077901
- [14] Mikami H, Li Y, Kobayashi T 2004 *Phys. Rev. A* **70** 052308
- [15] Tashima T, Wakatsuki T, Özdemir S K, Yamamoto T, Koashi M, Imoto N 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 130502
- [16] Tashima T, Kitano T, Özdemir S K, Yamamoto T, Koashi M, Imoto N 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 210503
- [17] Wang T J, Long G L 2013 *JOSA B* **30** 1069
- [18] Gräfe M, Heilmann R, Perez-Leija A, Keil R, Dreisow F, Heinrich M, Moya-Cessa H, Nolte S, Christodoulides D N, Szameit A 2014 *Nature Photon.* **8** 791
- [19] Shih Y H, Alley C O 1988 *Phys. Rev. Lett.* **61** 2921
- [20] Kwiat P G, Mattle K, Weinfurter H, Zeilinger A, Sergienko A V, Shih Y 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 4337
- [21] Kwiat P G, Waks E, White A G, Appelbaum I, Eberhard P H 1999 *Phys. Rev. A* **60** R773
- [22] Dür W 2001 *Phys. Rev. A* **63** 020303
- [23] Koashi M, Bužek V, Imoto N 2000 *Phys. Rev. A* **62** R050302
- [24] Leach J, Jack B, Romero J, Ritsch-Martens M, Boyd R W, Jha A K, Barnett S M, Franke-Arnold S, Padgett M J 2009 *Opt. Express* **17** 8287

- [25] Mair A, Vaziri A, Weihs G, Zeilinger A 2001 *Nature* **412** 313
- [26] Karimi E, Leach J, Slussarenko S, Piccirillo B, Marrucci L, Chen L X, She W L, Franke-Arnold S, Padgett M J, Santamato E 2010 *Phys. Rev. A* **82** 022115
- [27] Zhang C X, Guo B H, Cheng G M, Guo J J, Fan R H 2014 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **57** 2043
- [28] Marrucci L, Manzo C, Paparo D 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 163905
- [29] Chen L X, She W 2010 *JOSA B* **27** A7
- [30] Torres J P, Deyanova Y, Torner L, Molina-Terriza G 2003 *Phys. Rev. A* **67** 052313
- [31] Franke-Arnold S, Barnett S M, Yao E, Leach J, Courtial J, Padgett M 2004 *New J. Phys.* **6** 103
- [32] Chen L X, She W 2011 *Phys. Rev. A* **83** 032305

Entangled W state of multi degree of freedom system based on orbital angular momentum*

Fan Rong-Hua¹⁾ Guo Bang-Hong^{1)†} Guo Jian-Jun¹⁾ Zhang Cheng-Xian¹⁾
Zhang Wen-Jie¹⁾ Du Ge²⁾

1) (Guangdong Provincial Key Laboratory of Nanophotonic Functional Materials and Devices, School of Information and Optoelectronic Science and Engineering, South China Normal University, Guangzhou 510631, China)

2) (Guangdong Cable TV Network Co., LTD, Guangzhou 510066, China)

(Received 4 January 2015; revised manuscript received 22 February 2015)

Abstract

We propose a method of generating the three-photon W state. The method uses parametric down-conversion process and hybrid entanglement swapping from multiphoton spin-entangled states to multiphoton orbital angular momentum (OAM) entangled states, with the aid of a pair of polarization photons. They generate W state entangled in different degrees of freedom of polarization and OAM with a high-dimensional Hilbert space. By simply changing the methods of generating a polarization-OAM-linear momentum entangled W state. Our method produces two mutually symmetric W states with strong entanglement and high dimension, which is expected to realize the secure communication of extending quantum bits.

Keywords: orbital angular momentum, quantum entanglement, W state, multi degree of freedom

PACS: 03.65.Ud, 03.67.Hk, 42.50.Tx

DOI: 10.7498/aps.64.140301

* Project supported by the Program of the National Code Development Foundation and Cryptography Project Research during the 12st Five-Year Plan Period of China (Grant No. MMJJ201401011), the Program of Provincial Guidance for Producing, Studying and Researching of Guangdong Province, China (Grant No. 2012B091100063) and the Program of Science and Technology for the Special Scientific Research, Guangzhou, China (Grant No. 2014J4100050).

† Corresponding author. E-mail: guobangh@163.com