

基于介质环形柱结构的二维光子晶体中 Dirac 点的实现

张中杰 沈义峰 赵浩

Photonic Dirac point realized in two dimensional annular photonic crystals

Zhang Zhong-Jie Shen Yi-Feng Zhao Hao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 147802 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.147802

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.147802>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I14>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于磁/电介质混合型基体的宽带超材料吸波体的设计与制备

Design and fabrication of a broadband metamaterial absorber based on a dielectric and magnetic hybrid substrate

物理学报.2015, 64(7): 077801 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.077801>

硅太阳能电池的调制载流子红外辐射动态响应与参数分析

Infrared radiation dynamic response and parametric analysis for silicon solar cell using photocarrier radiometry

物理学报.2014, 63(22): 227801 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.227801>

基于圆台结构的超宽带极化不敏感太赫兹吸收器

A polarization-independent and ultra-broadband terahertz metamaterial absorber studied based on circular-truncated cone structure

物理学报.2013, 62(23): 237801 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.237801>

基于电谐振单元的超介质吸波材料及矩形波导匹配终端应用研究

Research of metamaterial absorbers and their rectangular waveguide matching terminal applications based on the electric resonators

物理学报.2013, 62(8): 087801 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.087801>

一维光子晶体中光场分布特性分析

The analysis on the properties of light field distribution in one-dimensional photon crystals

物理学报.2012, 61(23): 237801 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.237801>

基于介质环形柱结构的二维光子晶体中 Dirac 点的实现*

张中杰 沈义峰[†] 赵浩

(中国矿业大学理学院物理系, 徐州 221116)

(2014 年 12 月 26 日收到; 2015 年 3 月 9 日收到修改稿)

利用偶然简并方法在二维正方格子介质环形柱结构光子晶体中成功实现了 Dirac 点, 并利用平面波展开法对实现 Dirac 点的过程进行了研究. 研究表明, 对于二维正方格子介质环形柱结构光子晶体, 在一定的外径 R_O 范围内 ($0.37a < R_O < 0.5a$), 当 Dirac 点存在时 ($n > 1.4$), 介质环内径 R_I 与外径 R_O 满足一个不随介质环折射率 n 变化的恒定关系式. 同时, Dirac 点对应的光子约化频率 f 随折射率 n 及外径 R_O 的增大而减小. 利用所得的关系式对特定介质环折射率 n 条件下能实现 Dirac 点的环形光子晶体进行了预判设计.

关键词: 环形柱结构光子晶体, Dirac 点, 平面波展开法, 偶然简并

PACS: 78.20.Ci, 78.67.Pt, 42.70.Qs, 78.67.Bf

DOI: 10.7498/aps.64.147802

1 引言

自从 Novoselov 等^[1] 在 2004 年成功地通过实验获得单层石墨晶体后, 石墨烯就备受关注. 不同于其他材料, 石墨烯的电子性质是用 Dirac 方程进行描述^[2], 而非传统的薛定谔方程. 对于石墨烯的能带结构, 在其布里渊区边界点上会形成具有线性色散关系的上下锥形结构, 而这些锥形结构的中心点便被称为 Dirac 点^[3]. 由于光子晶体微结构与电子晶体微结构的相似性, 在类石墨烯光子晶体的能带结构中也存在着类似的中心奇异点^[4-6], 相关研究表明类石墨烯光子晶体具有光颤动^[7]、赝散射等^[8] 奇特的物理性质. 当光子在类石墨烯光子晶体中传播时满足线性色散关系, 而通过调节光子晶体的结构参数则可以确定 Dirac 点的位置, 即 Dirac 点所对应的光子约化频率 f 的大小.

Guo 等^[9] 与 Huang 等^[10] 分别利用偶然简并方法在 Honeycomb 光子晶体和正方格子光子晶体

的布里渊区中心对称点 Γ 处实现了 Dirac 点, 并对 Dirac 点在隐身 (cloaking) 方面的应用进行了探究; 同时 Sakoda^[11] 从理论方面对偶然简并方法进行了分析和论证. 环形柱结构光子晶体是一类散射单元为环形柱状结构的光子晶体, 与普通的光子晶体相比, 它多了一个调节参量, 因而在能带设计及调控上具有更大的灵活性^[12-17]. 就我们所知, 目前关于利用环形柱结构光子晶体来实现 Dirac 点的研究尚未见报道. 本文通过偶然简并方法在二维正方格子介质环形柱结构光子晶体的 Γ 点处实现了 Dirac 点, 并对其实现过程进行了系统的研究. 研究发现: 对于二维正方格子介质环形柱结构光子晶体, 在一定的外径 R_O 范围内 ($0.37a < R_O < 0.5a$), 当 Dirac 点出现时 ($n > 1.4$), 介质环内外径之间存在着一个几乎不随介质环折射率变化的一一对应的恒定关系式. 而基于上述关系式, 本文成功地对介质环折射率 n 固定的情况下环形柱结构光子晶体 Dirac 点出现时对应的光子约化频率以及内外半径值进行了预判.

* 中国矿业大学中央高校基本科研业务费专项基金 (批准号: 2013QNA40) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: shenyf@cumt.edu.cn

2 环形柱结构光子晶体及其能带结构

图1是本文讨论的二维介质环形柱结构光子晶体结构示意图,在 $x-z$ 平面内介质环以正方格子均匀排布在空气背景中,并且沿 y 轴方向无限延展,晶格常数为 a ,介质环(红色区域)折射率为 n ,内、外半径分别为 R_1 与 R_0 (图中 $n = 3.4$, $R_1 = 0.28a$, $R_0 = 0.42a$,除红色介质环外其他区域均为空气背景).

采用标准的平面波展开法(PWM)来计算理想的二维正方格子介质环形柱结构光子晶体TM模式(电场方向平行于柱子的轴向)的能带^[18].图2(a)—图2(d)分别对应介质环内径 R_1 取 $0.17a$, $0.245a$, $0.305a$ 及 $0.345a$ 时的能带图(此时介质环折射率 $n = 3.4$,介质环外径 $R_0 = 0.42a$).图中的插图为正方格子的第一布里渊区.从图2中可以看出,随着内径 R_1 逐渐增大,各条能带都逐渐被抬高,并且在 R_1 靠近 $0.305a$ 过程中,在 Γ 点处第二能带和第四能带之间的差值 d 逐渐减小(见图2(a)和图2(b)).而当 $R_1 = 0.305a$ 时,第二、三、

四能带重合,差值 d 为零(见图2(c)).当内径 R_1 超过 $0.305a$ 时,第二、三、四能带又逐渐分开(见图2(d)).特别需要注意的是:在图2(c)中,第二、三、四能带在 Γ 点处重合,且在 Γ 点附近存在着线性变化的色散关系.这表明:此介质环形柱结构光子晶体($n = 3.4$, $R_0 = 0.42a$, $R_1 = 0.305a$)在约化频率 $\omega = 0.438(2\pi c/a)$ 处存在着一个Dirac点, c 为真空中的光速.

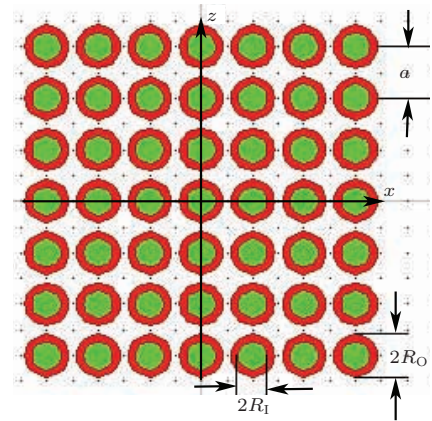


图1 (网刊彩色) 环形柱结构光子晶体结构示意图
Fig. 1. (color online) Schematic diagram of the annular photonic crystal.

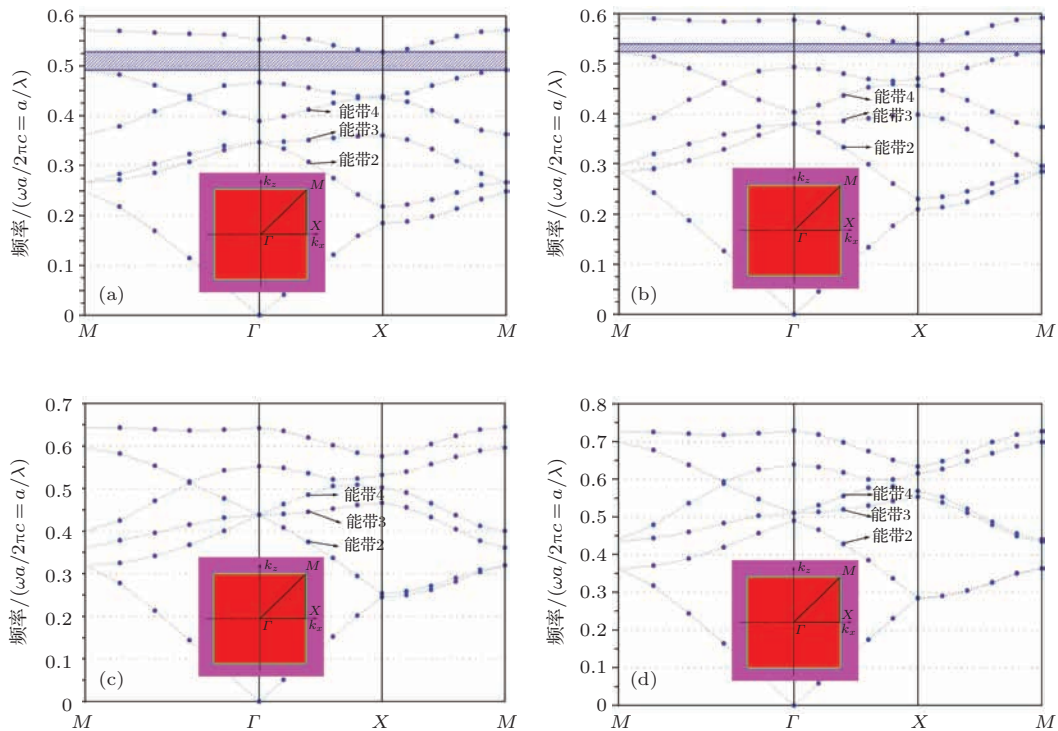


图2 (网刊彩色) 在外径 $R_0 = 0.42a$,内径 R_1 分别取(a) $0.17a$, (b) $0.245a$, (c) $0.305a$, (d) $0.345a$ 时介质环形柱结构光子晶体的TM模式能带图,内插图为第一布里渊区

Fig. 2. (color online) The band structure of TM modes for the annular photonic crystal with a outer radius $R_0 = 0.42a$, and with a inner radius R_1 of (a) $0.17a$, (b) $0.245a$, (c) $0.305a$, (d) $0.345a$, respectively. The insets are the first Brillouin zone.

3 数值模拟与结果分析

在二维正方格子介质环形柱结构光子晶体背景介质不变(空气 $n = 1$)的情况下, 只存在三个影响 Dirac 点的变量, 即介质环外径 R_O , 内径 R_I 以及介质环折射率 n . 在下面的计算过程中, 我们会利用控制变量法依次探究这三个参数对 Dirac 点的影响.

3.1 介质环内外半径对 Dirac 点的影响

如图 1 所示, 介质环的内、外半径分别为 R_I 和 R_O , 其中介质环折射率 n 为 3.4 (硅), 空气背景保持不变. 采用控制变量法探究介质环内径 R_I 以及外径 R_O 与 Dirac 点之间的关系, 计算过程中始终保持介质环折射率 $n = 3.4$ 不变. 具体步骤如下: 1) 使外径 R_O 从 $0.4a$ 以 $0.01a$ 为步长增加到 $0.49a$, 可得到十个 R_O 值; 2) 固定其中一个 R_O 值, 对内径 R_I 进行扫描(从 0 开始以步长 $0.025a$ 依次增大), 分别计算出每组 (R_O, R_I) 数值下晶体的能带, 在计算结果中找寻出实现 Dirac 点所对应的内径值 R_I 及 Dirac 点对应的约化频率值 f ; 3) 重复第 2) 步, 直到 1) 中十个 R_O 数据都被计算完毕, 计算结果如图 3 所示. 在图 3 中圆形-红色曲线表示 Dirac 点出现时内径 R_I 与外径 R_O 之间的变化规律. 从图中可以看出, 对于外径 $R_O \in [0.4a, 0.49a]$ 的每个值, 都存在一个对应的 R_I 值能够实现 Dirac 点, 并且外径 R_O 越大, 对应的内径 R_I 就越小, R_I 与 R_O 一一对应. 而图 3 中正方形-黑色曲线则代表 Dirac 点对应的光子约化频率 f 随外径 R_O 的变化规律, 从图中可以看出外径 R_O 越大则相应的 Dirac 点光子约化频率 f 就越小. 我们对图 3 中 R_I - R_O 变化曲线进行拟合, 可以得到一个简单的形如 $y = b + B_1x + B_2x^2$ 的函数关系式, 其中 y 和 x 分别代表介质环内径 R_I 与外径 R_O , 常数项 b 的值为 -1.104 (标准误差 0.233), 一次项系数 B_1 的值为 8.167 (标准误差 1.091), 二次项系数 B_2 的值为 -11.439 (标准误差 1.268), 即

$$R_I = -1.104 + 8.167R_O + (-11.439)R_O^2, \quad (1)$$

其中拟合的相关系数 $Adj.r$ -square 为 0.993.

因此, 由上述内容我们可得, 在介质环折射率 $n = 3.4$ 的情况下, 一定外径 R_O 范围内, 当在二

维正方格子介质环形柱结构光子晶体中能够实现 Dirac 点时, 介质环内径 R_I 与外径 R_O 之间存在着一个一一对应的函数关系(1)式, 在(1)式中每一组数值都对应着一个 Dirac 点.

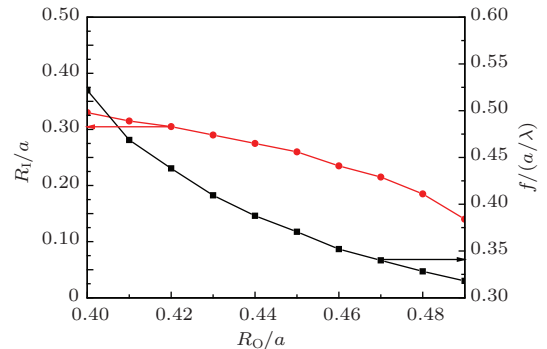


图 3 (网刊彩色) 介质环内径 R_I 及 Dirac 点光子约化频率 f 随外径 R_O 的变化规律

Fig. 3. (color online) The inner radius R_I and the normalized photonic frequency at the Dirac point vary with the outer radius R_O .

3.2 介质环折射率对 Dirac 点的影响

为了探究介质环折射率 n 对 Dirac 点的影响, 除了 $n = 3.4$ 的情况以外, 本文又分别对 $n = 2.8$ 和 $n = 4$ 时的情况进行了计算. 将 n 分别为 2.8, 3.4 以及 4 时的数据进行对比, 得到如图 4 所示的结果. 在图 4(a) 中正方形-黑色、圆形-红色和三角形-蓝色三条曲线依次代表 n 为 2.8, 3.4 和 4 的情况下, 当 Dirac 点出现时内径 R_I 随外径 R_O 的变化规律; 而图 4(b) 中正方形-黑色、圆形-红色以及三角形-蓝色等三条曲线则依次代表在 n 为 2.8, 3.4 以及 4 时 Dirac 点所对应的光子约化频率 f 随外径 R_O 的变化规律. 从图中可以看出, 无论是 $n = 2.8, 3.4$ 或者 $n = 4$, 当在介质环形柱结构光子晶体中能够实现 Dirac 点时, 外径 R_O 越大则对应的内径 R_I 就越小, 同时 Dirac 点对应的光子约化频率 f 随着介质环外径 R_O 的增大而单调递减.

此外, 对比图 4(a) 中的三条 R_I - R_O 曲线可以发现, 它们的变化规律一致, 并且几乎完全重合. 这似乎暗示: R_I - R_O 曲线几乎与介质环折射率 n 的变化无关. 而对比图 4(b) 中三条 f - R_O 曲线可以看出, 随着介质环折射率增加, 曲线整体向下移动, 并且曲线不同位置向下移动的频率间隔也几乎相同. 因此粗略来看, 随着折射率的增加, f - R_O 曲线近似向下平移, 而此性质在 3.3 节中将被用来进行 Dirac 点光子约化频率以及介质环内外径值的预判.

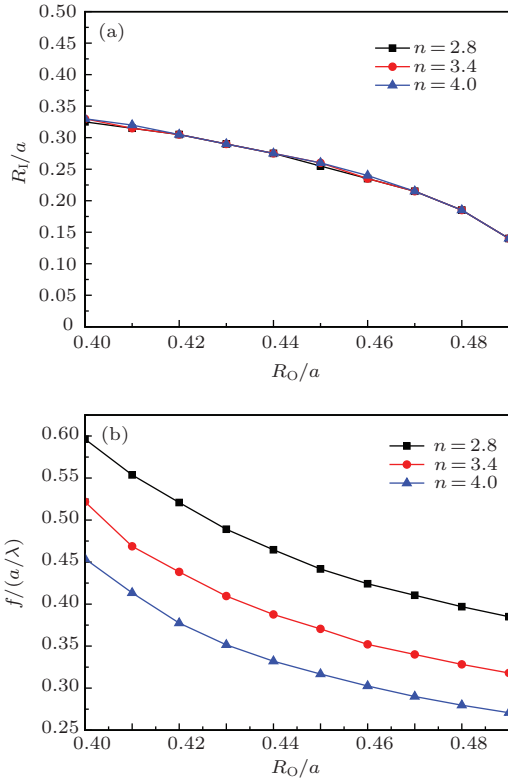


图4 (网刊彩色) 不同折射率条件下 (a) 介质环内径 R_I 随外径 R_O 的变化规律, (b) Dirac 点光子约化频率 f 随外径 R_O 的变化规律

Fig. 4. (color online) (a) The inner radius R_I varies with the outer radius R_O , (b) the normalized photonic frequency at the Dirac point varies with the outer radius R_O , for different refractive index.

结合 3.1 节的内容, 我们可以做一个大胆的推测: 对于正方格子介质环形柱结构光子晶体, 在一定的外径 R_O 范围内, 当满足 Dirac 点时, 介质环的内径 R_I 和外径 R_O 之间存在着一个不依赖介质环折射率的恒定关系式(函数关系 (1) 式). 为了验证该推测的正确性, 本文进一步做了以下数值计算.

为尽量覆盖图 3 红色曲线中 R_O/R_I 的变化范围 (1.21—3.5), 特意选择三个不同的 (R_O, R_I) 数据点: $(0.4a, 0.33a)$ (图中红色曲线左起第一个数据点), $(0.45a, 0.26a)$ (图中红色曲线左起第六个数据点) 以及 $(0.49a, 0.14a)$ (图中红色曲线右起第一个数据点) 进行数值计算. 分别保持 (R_O, R_I) 取值 $(0.4a, 0.33a)$, $(0.45a, 0.26a)$ 以及 $(0.49a, 0.14a)$ 不变, 使介质环折射率 n 以固定步长 0.05 逐渐增加, 变化范围为 2.75—5.35(该折射率范围可以继续向两端扩展, 但当 n 减小至 1.4 以下, 发现在 Γ 点处色散关系将不再保持线性, 亦即 Dirac 点将不复存在), 利用 PWM 法计算光子晶体的能带, 然后对在 Γ 点处第二、四能带之间的频率差值 d 进行计

算, 最终得到如图 5 (a)—图 5 (c) 所示的结果. 在图 5 (a)—图 5 (c) 中正方形-黑色曲线分别代表上述三种 (R_O, R_I) 取值情况下第二、四能带之间的差值 d 随介质环折射率 n 的变化规律. 从计算结果可以看出, 无论是哪一种 (R_O, R_I) 取值情况, d 始终为零, 完全与折射率 n 无关. 这意味着: 在固定介质环内外径的情况下, 第二、三、四这三条能带在 Γ 点处始终保持简并状态, 并不随折射率 n 变化. 而图 5 (a)—图 5 (c) 中的圆形-红色曲线则分别代表

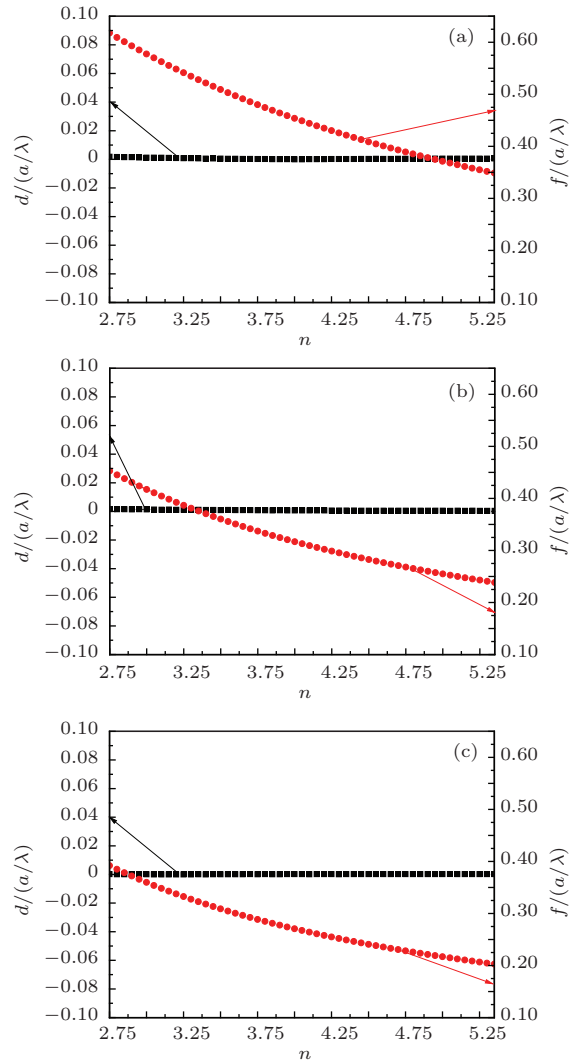


图5 (网刊彩色) (R_O, R_I) 依次取值 $(0.4a, 0.33a)$ (a), $(0.45a, 0.26a)$ (b) 以及 $(0.49a, 0.14a)$ (c) 时不同 n 值所对应的第二、四能带之间的差值 d 以及 Dirac 点光子频率 f 随折射率 n 的变化规律

Fig. 5. (color online) The frequency difference between the second band and the fourth band d and the photonic frequency at the Dirac point f vary with the refractive index n , when (R_O, R_I) is chosen different values, for (a) $(0.4a, 0.33a)$, for (b) $(0.45a, 0.26a)$, for (c) $(0.49a, 0.14a)$, respectively.

(R_O, R_I) 为 $(0.4a, 0.33a)$, $(0.45a, 0.26a)$ 以及 $(0.49a, 0.14a)$ 时 Dirac 点对应的光子约化频率 f 随 n 的变化规律. 可以看出: 随着介质环折射率 n 的增加, Dirac 点光子约化频率 f 单调递减, 并且在 R_O/R_I 增加时, $f-n$ 曲线整体向下移动. 因此, 介质环折射率 n 的变化确实会改变 Dirac 点出现的频率位置, 但是在我们考察的变化范围内 (2.75—5.35) Dirac 点始终存在, 与介质环折射率 n 的变化无关.

以上我们在一个连续的、大的折射率变化范围内初步验证了前文推测的正确性, 可得出以下结论: 对于正方格子介质环形柱结构光子晶体, 在一定的外径 R_O 范围内, 当 Dirac 点存在时, 在介质环内径 R_I 与外径 R_O 之间存在着一个不依赖介质环折射率 n 的恒定关系式 (函数关系 (1) 式), 外径 R_O 与内径 R_I 之间一一对应, R_I 随着 R_O 的增大而单调递减; 而在介质环折射率 n 值固定的情况下 Dirac 点的光子约化频率 f 随着介质环外径 R_O 的增大而越来越小; 同时本文通过进一步的能带计算得出, 对于 R_I-R_O 这一恒定关系式, 其适用范围为 $0.37a < R_O < 0.5a$, 此时在偶然简并实现 Dirac 点的过程中, 起主要调节作用的是介质环的内外径值; 而当外径 R_O 值较小时 (包括 $R_I = 0$ 的特殊情况), 仍有可能实现 Dirac 点, 例如文献 [10] 中的例子 (文献 [10] 中二维正方格子光子晶体的结构为外径 $R_O = 0.2a$, 内径 $R_I = 0a$, 介质环折射率 $n = 3.5$), 本文研究发现, 此时起调节作用的不仅包括介质环的内外半径同时还包括介质环折射率的取值.

下面尝试对文中相关数值模拟结果即介质环折射率以及内外半径对实现 Dirac 点的影响做出物理机理上的解析.

由图 4 (b) 以及图 5 (a)—图 5 (c) 可以看出, 在 R_O/R_I 取值固定时, 对于不同的介质环折射率, 当 n 由小到大不断增加时, Dirac 点所对应的光子约化频率 f 逐渐减小. 假定介质环的占空比为 F , 那么文中光子晶体结构的等效折射率 n_{eff} 可以表示为

$$n_{\text{eff}} = (n - 1)F + 1, \quad (2)$$

其中 $F = \pi^*(R_O^2 - R_I^2)/a^2$, a 为晶格常数. 而由于光子晶体的主方程具有如下不变性 [19], 电磁场本征模式 $H(\mathbf{r})$ 的介电常数 $\varepsilon(\mathbf{r})$ 变为原来值的 $1/s^2$, 则模式对应的角频率变为原来的 s 倍, 即

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon'(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right) = \left(\frac{s\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}), \quad (3)$$

其中 $\varepsilon'(r) = \varepsilon(r)/s^2$. 而由于 $\varepsilon(r) = n^2\varepsilon_0$, ε_0 为真空介电常数, 因此如果体系的折射率 n 增大 s 倍, 则对应角频率减小为原来的 $1/s$. 因此我们可以看出, 在 R_O/R_I 固定即介质环的占空比 F 保持不变的情况下, 介质环折射率 n 的不断增大会直接导致等效折射率 n_{eff} 的逐渐增大, 这就意味着本征模式的角频率 ω 会随之等比例减小, 即相应的 Dirac 点光子约化频率 f 会在 R_O/R_I 固定的情况下随着介质环折射率 n 的不断增大而逐渐减小. 需要注意的是, 这种影响对于每条能带都是相同的, 因而在一定范围内, 折射率的改变主要影响 Dirac 点处的频率而基本不改变 (1) 式的整体规律.

由图 2 (a)—图 2 (d) 的描述以及对相应能带变化过程的分析可知, 在介质环外径 $R_O(0.42a)$ 与折射率 $n(3.4)$ 固定的情况下, 内径 R_I 的增大会导致第二、三、四能带整体抬升, 并且在抬升的过程中该三条能带有可能在某一内径 R_I 值发生简并从而实现 Dirac 点. 而上述能带抬升与简并发生的过程对于其他的外径 R_O 值也是存在的, 同时通过进一步的研究我们发现, 能带抬升过程中在内径 R_I 逐渐增大但未实现 Dirac 点之前, 第二、三能带一直处于简并状态, 而当实现 Dirac 点之后模式由二、三能带简并转换为三、四能带简并.

图 6 是以图 2 的过程为例做出的第二、第四能带在 Γ 点处对应的光子约化频率 f 随内径 R_I 的变化规律曲线. 由图 6 可以看出, 在内径 R_I 逐渐增大但未实现 Dirac 点之前, 第二能带的抬升速度大于第四能带, 而在实现 Dirac 点之后, 第四能带的抬升速度明显大于第二能带. 由此可见是上述第二、第四能带抬升速度的差异造成了图 2 (a) \rightarrow (b) \rightarrow (c) \rightarrow (d) 所表述的能带变化过程. 而对于内径 R_I 增大过程中能带的整体抬升, 我们同样可以用 (2) 和 (3) 式解释, 其中内径 R_I 的增大导致等效折射率 n_{eff} 的减小, 进而使得能带整体处于抬升的状态. 而图 6 中的插图则是各个不同的能带所对应的本征模式 E_y 的空间分布图. 从图中可以看出, $R_I = 0.17a$ (未实现 Dirac 点之前) 时, 第二能带的本征模式 E_y 主要集中在环内边缘附近, 而第四能带所对应的本征模式 E_y 主要集中在介质环外侧, 而在环内边缘附近无分布. 可以理解, 第二能带模式对内径值的变化更加敏感, 因而随 R_I 增大其抬升速度比第四能带的抬升速度更快. 正是这种本征模场空间局域特性的差异导致了

不同能带的抬升速度的差异. 而对 $R_1 = 0.345a$ 时第二、四能带对应的本征模式 E_y 的分析则表明, 在实现Dirac点后第四能带的本征模式 E_y 主要集中在环内边缘附近, 而第二能带所对应的

本征模式在环内边缘附近几乎无分布. 我们发现二、四能带的本征模式发生了反转, 这表明此时第四能带对内径值的变化敏感, 因而抬升速度更快.

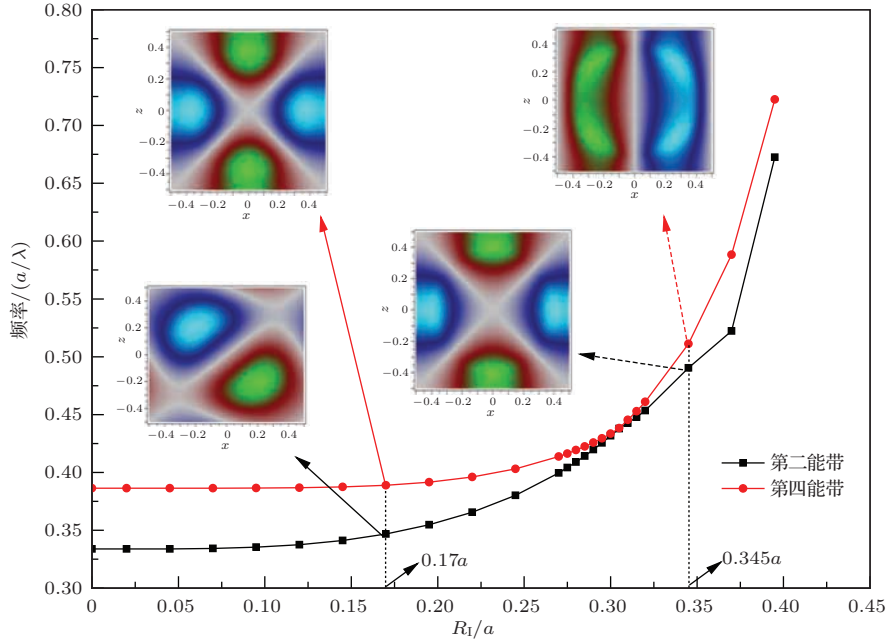


图6 (网刊彩色) 在外径 $R_O = 0.42a$, 介质环折射率 $n = 3.4$ 时, 第二、四能带在 Γ 点处对应的光子约化频率 f 随内径 R_1 的变化规律, 图中的插图为各个不同的能带所对应的本征模式 E_y 的空间分布图

Fig. 6. (color online) The photonic frequency at the Γ point vary with the inner radius R_1 with a outer radius $R_O = 0.42a$, and a refractive index $n = 3.4$ for the second band and the fourth band, respectively. The insets are the electric field E_y for different band.

对于固定折射率和内径值时, 外径对能带影响的变化与上述分析方法类似. 不同的是, 此时随外径增加, 有效折射率增大, 相应频率下降, 这意味着能带将下压, 而此时局域在环外边缘的模式更加敏感, 下压速度更快.

3.3 预判功能

从图4(b)中可以看出, 当外径 R_O 固定时, 介质环折射率 n 越大, Dirac点所对应的光子约化频率 f 就越小, 并且 $f-R_O$ 曲线随 n 的增加整体向下移动. 考虑到图4(b)中三条 $f-R_O$ 曲线变化趋势上存在着一定的相似性, 故依次对这三条曲线 ($n = 2.8, n = 3.4, n = 4$) 进行拟合, 结果如下:

$$f = 5.163 + (-18.887)R_O + 18.655R_O^2, \quad (4)$$

$$f = 5.001 + (-18.63)R_O + 18.518R_O^2, \quad (5)$$

$$f = 4.595 + (-17.232)R_O + 17.156R_O^2, \quad (6)$$

其中(4), (5), (6)式的拟合相关系数 $Adj.R$ -square 分别为0.999, 0.993以及0.993. 可以看出, (4), (5), (6)三式中的一次项系数以及二次项系数都比较接近, 而常数项依次减小, 因此在精度要求不高的情况下, 可粗略认为: (4)式所对应的曲线 ($n = 2.8$) 及(6)式所对应的曲线 ($n = 4$) 都是由(5)式所对应的曲线 ($n = 3.4$) 通过上下平移后得到的. 在此基础上, 我们可以利用(5)式的表达形式对(4)和(6)式进行统一的表达, 即

$$f = K + (-18.63)R_O + 18.518R_O^2, \quad (7)$$

其中(4)和(6)式所对应的 K 值分别为 K_3 和 K_5 ($K_3 > K_5$). 而对于(7)式, 我们可以大胆地将其在 $2.8 < n < 4$ 这样一个连续的范围做一下推广, 即在相应的 $2.8 < n < 4$ 的范围内每一个不同的 n 值都对应着一个不同的常数项 K .

下面我们对本文所得结果的预判作用进行详细的分析与阐述.

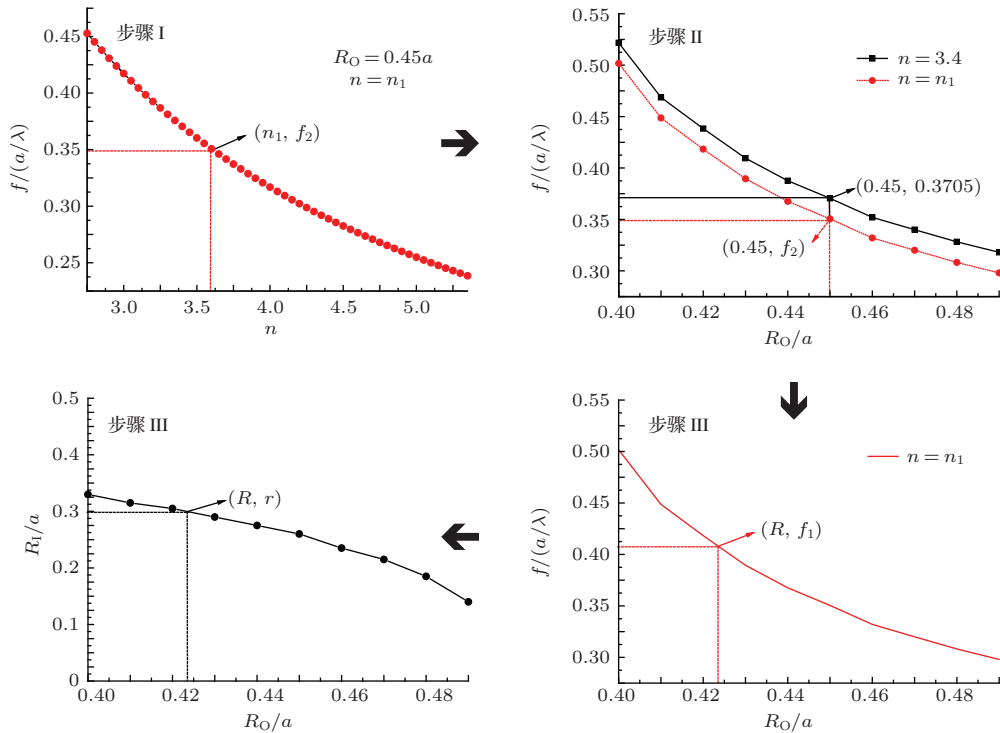


图7 (网刊彩色) 固定介质环折射率 $n_1(2.8 < n_1 < 4)$ 情况下的预判流程

Fig. 7. (color online) Prediction steps when the refractive index n_1 of the dielectric circle is limited in the range of $(2.8 < n_1 < 4)$.

在光子晶体的设计过程中, 通常情况下光子晶体的结构参数要受到填充介质折射率的限制, 介质环形柱结构光子晶体也是如此. 而本文在特定介质环折射率 $n_1(2.8 < n_1 < 4)$ 的情况下, 成功地实现了对目标光子晶体 Dirac 点光子约化频率以及介质环内外径值的预判.

我们对图 5 (b) 中 $(R_0, R_1) = (0.45a, 0.26a)$ 时 $f-n$ 的变化曲线进行拟合后, 可以得到一个形如 $f = C + Bn + An^2$ 的函数关系式, 即

$$f = 0.948 + (-0.234)n + 0.019n^2, \quad (8)$$

其中拟合的相关系数 $Adj.R\text{-square}$ 为 0.993. 而相关的预判步骤具体如下:

I) 通过函数关系 (8) 式, 得到 $(R_0, n) = (0.45a, n_1)$ 时 Dirac 点的光子约化频率 f_2 ;

II) 将 $(R_0, f) = (0.45a, f_2)$ 代入 $f-R_0$ 关系 (7) 式, 求出 $n = n_1$ 时对应的常数项 K_1 ;

III) 在根据一定条件选定目标光子晶体的 Dirac 点光子约化频率 f_1 后, 利用 $n = n_1$ 时的 $f-R_0$ 关系式, 确定对应的外径值 R , 再利用对于不同的 n 值普遍成立的 R_1-R_0 关系式确定介质环内径值 r .

图 7 中所展示的则是步骤 I, II, III 的详细过程.

对于上述预判的正确性进行了如下验证.

图 8 中正三角形-蓝色曲线代表介质环折射率 $n = 3.4$ 时的 $f-R_0$ 变化规律; 正方形-黑色曲线、圆形-红色曲线则分别代表 $n = 3$ 时能带计算与预判所得的 $f-R_0$ 变化规律. 从图中可以看出, 预判与能带计算所得的两条曲线基本重合, 能带计算值和预测值两者之间的最大相对误差为 3%; 而五角星形-绿色曲线、正五边形-粉红色曲线则分别代表 $n = 3.8$ 时能带计算与预判所得的 $f-R_0$ 变化规律, 同样上述两条曲线基本重合, 能带计算值和预测值两者之间的最大相对误差为 3.96%. 而本文的研究

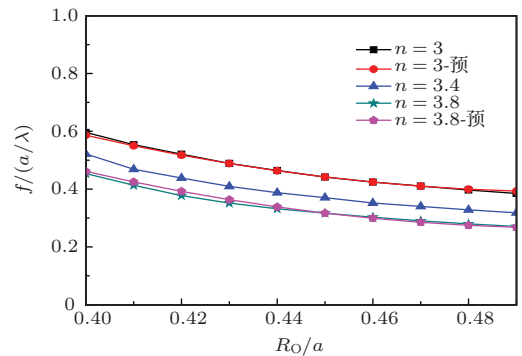


图8 (网刊彩色) 不同折射率条件下预测值与计算值的比较
Fig. 8. (color online) The comparison between the predicted values and the circulation values for different refractive index.

结果表明, 在 $2.8 < n < 4$ 的范围内, 能带计算值和预测值两者之间的最大相对误差为4%. 由此来看本文的预判结果在一定的误差允许范围内是可信的.

4 结 论

本文通过偶然简并方法成功地在介质环形柱结构光子晶体中实现了 Dirac 点, 这将环形柱结构光子晶体也加入到了类石墨烯晶体的行列中来, 为光子石墨烯的进一步开发与应用开辟了一个新的方向. 本文通过 PWM 对在正方格子介质环形柱结构光子晶体中通过偶然简并方法实现 Dirac 点的过程进行了系统的研究. 研究表明, 对于二维正方格子介质环形柱结构光子晶体, 在一定的外径 R_O 范围内 ($0.37a < R_O < 0.5a$), 当 Dirac 点存在时, 介质环内径 R_I 与外径 R_O 之间存在一个不依赖介质环折射率 n 的一一对应的恒定关系式, 即函数关系 (1) 式; 同时基于介质环内径 R_I 与外径 R_O 之间的恒定关系, 在固定介质环折射率 n ($2.8 < n < 4$) 的情况下成功地对目标光子晶体的 Dirac 点位置即约化频率 f 以及介质环内外径值 R_I/R_O 进行了预判. 本文所得的结果在环形柱结构光子晶体的研究与应用过程中具有重要的指导意义和实际价值.

参考文献

- [1] Novoselov K S, Geim A K, Morozov S V, Jiang D, Zhang Y, Dubonos S V, Grigorieva I V, Firsov A A 2004 *Science* **306** 666
- [2] Geim A K, Novoselov K S 2007 *Nat. Mater.* **6** 183
- [3] Liu Y H, He L, Shi Y L 2012 *J. Opt. Soc. Am. B: Opt. Phys.* **29** 621
- [4] Zhang X D 2008 *Phys. Lett. A* **372** 3512
- [5] Wang L G, Wang Z G, Zhang J X, Zhu S Y 2009 *Opt. Lett.* **34** 1510
- [6] Bittner S, Dietz B, Miski-Oglu M, Oria-Iriarte P, Richter A, Schafer F 2010 *Phys. Rev. B* **82** 014301
- [7] Katsnelson M I 2006 *Eur. Phys. J. B* **51** 157
- [8] Sepkhanov R A, Beenakker C W J 2008 *Opt. Commun.* **281** 5267
- [9] Guo H, Liu H G, Zhang X, Chen H J, Wang W X, Wang S K, Cui Y P 2013 *Appl. Phys. Express* **6** 042003
- [10] Huang X Q, Lai Y, Hang Z H, Zheng H H, Chan C T 2011 *Nat. Mater.* **10** 582
- [11] Sakoda K 2014 *Int. J. Mod. Phys. B* **28** 1441008
- [12] Kurt H, Citrin D S 2005 *Opt. Express* **13** 10316
- [13] Kurt H, Hao R, Chen Y, Feng J, Blair J, Gaillot D P, Summers C, Citrin D S, Zhou Z 2008 *Opt. Lett.* **33** 1614
- [14] Wu H, Citrin D S, Jiang L Y, Li X Y 2013 *Appl. Phys. Lett.* **102** 141112
- [15] Xia F, Yun M, Liu M, Liang J, Kong W, Tan H, Lü W 2013 *J. Appl. Phys.* **113** 013109
- [16] Yucel M B, Cicek A, Ulug B 2013 *Photon. Nanostruct.* **11** 270
- [17] Jiang L, Wu H, Li X 2013 *J. Opt. Soc. Am. B: Opt. Phys.* **30** 1248
- [18] Guo S, Albin S 2003 *Opt. Express* **11** 167
- [19] Joannopoulos J D, Johnson S G, Winn J N, Meade R D 2011 *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light* (Princeton: Princeton University Press) pp20–21

Photonic Dirac point realized in two dimensional annular photonic crystals*

Zhang Zhong-Jie Shen Yi-Feng[†] Zhao Hao

(Department of Physics, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

(Received 26 December 2014; revised manuscript received 9 March 2015)

Abstract

The Dirac cones in photonic crystals have aroused much interest in the last few years. Annular photonic crystals have also been well studied for designing and controlling the band gap because they have more parameters than usual photonic crystal. In this paper, we study a two-dimensional square lattice dielectric annular photonic crystal to explore the formation of the photonic Dirac cone by the accidental degeneracy method. The theoretical tool is the plane wave expansion method. The results show that this system can provide a Dirac point in the center of the Brillouin-zone in the photonic band if both the outer radius and the inner radius of each scatterer are chosen to be appreciate values when the dielectric refractive index of the annular rod is fixed. For example, there is a Dirac point at the photonic normalized frequency $f = 0.438(c/a)$ when $n = 3.4$, $R_O = 0.42a$, $R_I = 0.305a$, where f is the frequency, c is the light speed in vacuum, a is the lattice constant, n is the refractive index, R_O is the outer radius, and R_I is the inner radius.

It is also found that within a confined region of outer radius $R_O(0.37a < R_O < 0.5a)$, when a Dirac point is realized in the annular photonic crystal ($n > 1.4$), the inner radius R_I and the outer radius R_O obey a relation of $R_I = -1.104 + 8.167R_O + (-11.439)R_O^2$, which is unrelated to the refractive index n of the dielectric annular rod. If n is less than 1.4, this rule is not valid. At the same time, the normalized frequency at which the Dirac point is realized, decreases with increasing both refractive index n and outer radius R_O . Especially, the curves of the relation between photonic frequency f and outer radius R_O almost do not change their profiles but only be shifted up and down with changing the refractive index n . Based on this, we also design and predict the annular photonic crystal which provides a Dirac point. The goal is to obtain the other relative parameters (frequency f , outer radius R_O and the inner radius R_I) of the photonic crystal system if the refractive index n is fixed. The values of the prediction agree very well with the values obtained by the rigid theoretical calculation within a relative error of only 4%.

Keywords: annular photonic crystals, the Dirac point, plane wave expansion method, accidental degeneracy

PACS: 78.20.Ci, 78.67.Pt, 42.70.Qs, 78.67.Bf

DOI: 10.7498/aps.64.147802

* Project supported by the Fundamental Research Funds for the China University of Mining and Technology, China (Grant No. 2013QNA40).

[†] Corresponding author. E-mail: shenyf@cumt.edu.cn