

基于光栅色散干涉条纹的菲佐光干涉望远镜共相检测方法研究

颜召军 陈欣扬 杨朋千 周丹 郑立新 朱能鸿

Co-phasing detecting method based on grating dispersed fringe for Fizeau optical interferometric telescope

Yan Zhao-Jun Chen Xin-Yang Yang Peng-Qian Zhou Dan Zheng Li-Xin Zhu Neng-Hong

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 149501 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.149501

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.149501>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I14>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于指导滤波的图像盲复原算法

[Guided filter based blind image restoration method](#)

物理学报.2015, 64(13): 134202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.134202>

基于尺度不变特征变换和区域互信息优化的多源遥感图像配准

[Multi-source remote sensing image registration based on scale-invariant feature transform and optimization of regional mutual information](#)

物理学报.2015, 64(12): 124204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.124204>

基于 AR 模型搜索迭代算法的望远镜跟踪误差分析

[Analysis of tracking error of telescope based on AR-search-iteration algorithm](#)

物理学报.2014, 63(17): 179501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.179501>

基于多相组重建的航空图像超分辨率算法

[Super resolution of aerial image by means of polyphase components reconstruction](#)

物理学报.2015, 64(11): 114208 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.114208>

编码孔径光谱成像仪光学简化彗差对图谱反演误差分析

[Analysis on the simplified optic coma effect on spectral image inversion of coded aperture spectral imager](#)

物理学报.2015, 64(5): 054205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.054205>

# 基于光栅色散干涉条纹的菲佐光干涉望远镜 共相检测方法研究\*

颜召军<sup>1)†</sup> 陈欣扬<sup>1)</sup> 杨朋千<sup>2)</sup> 周丹<sup>1)</sup> 郑立新<sup>1)</sup> 朱能鸿<sup>1)</sup>

1) (中国科学院上海天文台光学天文技术研究室, 上海 200030)

2) (中国科学院上海光学精密机械研究所, 高功率激光物理联合实验室, 上海 201800)

(2015年2月9日收到; 2015年3月4日收到修改稿)

菲佐光干涉望远镜实现高分辨率成像的关键是各子孔径之间相位平移误差的共相检测。基于物理光学基本原理, 论证了两个子孔径在单色光条件下其远场干涉条纹峰值偏移量与其相位平移误差之间的近似线性关系, 提出了一个波长范围内的平移误差检测方法; 进而提出了基于光栅色散干涉条纹的共相检测方法, 并对其可行性、检测精度和检测范围进行了理论分析与仿真实验。结果表明, 该方法在原理上可以实现对两孔径的相位平移误差进行直接检测, 50  $\mu\text{m}$  范围内平移误差的检测精度优于 20 nm, 解决了既有方法可能存在的  $2\pi$  模糊性及无法判断平移误差正负的问题。该方法为共相检测技术的进一步研究提供了新的途径和参考。

**关键词:** 菲佐光干涉望远镜, 色散干涉, 相位平移误差, 共相检测

**PACS:** 95.55.Cs, 42.30.Va, 42.15.Fr, 42.87.-d

**DOI:** 10.7498/aps.64.149501

## 1 引言

菲佐光干涉望远镜在航天遥感、军事和天文等领域具有巨大的应用潜力。它不需要大行程的延迟线检测与光程差补偿, 基线短、结构紧凑, 可瞬时直接成像。来自子镜的各子光束必须在系统焦面上同位相相干叠加, 且其位相差需控制在十分之一波长范围内, 这是菲佐光干涉望远镜实现干涉成像从而获得接近衍射极限分辨率的前提条件<sup>[1-7]</sup>。菲佐光干涉望远镜的校正包括对每块子镜倾斜误差和平移 (piston) 误差的校正。采用哈特曼波前传感器即可检测倾斜误差, 且该技术已相当成熟, 故该像差的校正不作为主要的研究内容。各子镜之间平移误差的检测, 即共相检测, 是本文的主要研究内容。

近年来, 菲佐光干涉望远镜中的共相检测已成为研究热点。中国科学院成都光电研究所宋贺伦等<sup>[8,9]</sup>采用白光和单色光切换的泰曼格林干涉仪对子镜平移误差进行检测, 检测范围达到 50  $\mu\text{m}$ , 检

测精度为 6 nm。此类方法测量范围大、精度高, 但干涉仪体积大、结构复杂。欧洲南方天文台对基于四棱锥波前传感器的共相检测方法做了大量的研究与分析<sup>[10]</sup>, 该方法测量精度高, 对平移误差的测量精度达到了 5.7 nm, 但只能测量一个波长范围内的平移误差, 测量范围小<sup>[10,11]</sup>。美国加州大学的 Chanan 等针对 Keck 望远镜提出了宽带夏克-哈特曼法 (BSH) 和窄带夏克-哈特曼法 (NSH), 在 BSH 方法中, 根据测量范围和精度要求, 需选择不同带宽的滤光片, 且需进行高精度扫描标定零相位误差的位置, 后期数据处理计算量很大, 测量精度仅为 60 nm<sup>[12]</sup>。在 NSH 方法中, 仅需一次曝光, 不需要移动探测器, 测量精度高达 12 nm, 但其测量范围很小, 约为一个波长<sup>[13]</sup>。加州理工大学的科研人员提出了色散条纹法, 仿真计算和实验结果表明该方法的测量范围大, 测量精度优于 0.1  $\mu\text{m}$ , 当绝对平移误差小于半个波长时, 该方法失效<sup>[14,15]</sup>。南京天文光学技术研究所张勇等<sup>[16]</sup>对基于色散条纹哈特曼传感器的拼接镜面共相技术进行了研究,

\* 国家自然科学基金青年基金 (批准号: 11403079, 11103065) 资助的课题。

† 通信作者。E-mail: zhaojunyan@shao.ac.cn

在 15 μm 的测量范围内获得了 20 nm 的检测精度. 但当平移绝对误差在半个波长以内时, 该色散条纹传感器失效, 必须借助于其他的检测方法才能实现测量 [14–16]. 在大双筒望远镜 (large binocular telescope, LBT) 中, Straubmeier 等设计了一套称为“条纹曲率跟踪系统”(fringe and flexure tracking system, FFTS) 的装置用来检测两望远镜间的平移误差. 用单色光进行实验时, 获得了约 λ/25 的标定精度. 在此基础上, Moser 团队 [17] 对 FFTS 做了进一步模拟分析与优化, 初步实验研究获得了 0.04λ 的闭环校正精度, 目前该方法还处于实验室研究阶段, 对于 2π 模糊性问题未做探讨与研究. 刘政等 [18] 提出了一种基于远场相似度原理的稀疏光学合成孔径系统共相探测新方法, 目前只在一个波长探测范围内对该方法进行了实验验证, 能否彻底解决 2π 模糊性问题以及确定该方法真实的测量范围还有待进一步的深入分析与实验验证 [19]. 罗群等 [20] 将相位差法应用于平移误差检测, 取得了 λ/20 的检测精度, 但相位差法测量范围小, 在一个波长范围内.

为解决目前菲佐光干涉望远镜相位平移误差既有检测方法存在的 2π 模糊性及动态范围小的问题, 本文首先以两个子孔径为研究对象, 在单色光条件下分析了系统远场干涉条纹峰值偏移量与平移误差之间的关系, 从物理原理上对两者间的关系加以阐释, 在此基础上提出了基于光栅色散干涉条纹的平移误差直接检测方法, 并对其检测精度和检测范围进行了仿真实验与讨论分析. 该检测方法具有优于十分之一波长的检测精度与毫米量级的动态范围, 可为相位平移误差检测技术的进一步研究提供有益参考.

## 2 理论基础与模型

对于由  $N$  个子孔径组成的菲佐光干涉望远镜系统, 其子孔径中心坐标为  $(a_i, b_i)$ , 子孔径的形状因子为  $q(u, v)$ , 则当只考虑各个子孔径的平移误差时, 单色光条件下系统远场强度分布为

$$I(x, y) = |Q(x, y)|^2 \times \left| \sum_{i=1}^N \exp[jk(\phi_i - \lambda x a_i - \lambda y b_i)] \right|^2, \quad (1)$$

其中,  $k = 2\pi/\lambda$  为波数,  $\lambda$  为波长,  $(x, y)$  表示望远镜系统在共焦面上的空间频率坐标,  $Q(x, y)$  为形

状因子  $q(u, v)$  的二维傅里叶变换,  $\phi_i$  为第  $i$  个子孔径的平移相差. 当目标光为宽带光时, 系统远场强度分布为各单色光成分远场强度的叠加:

$$I(x, y) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} |Q(x, y)|^2 \times \left| \sum_{i=1}^N \exp[jk(\phi_i - \lambda x a_i - \lambda y b_i)] \right|^2 d\lambda, \quad (2)$$

其中,  $\lambda_1, \lambda_2$  分别为宽带光的上、下限. 对于不同形状、不同排布的光干涉系统, 上面的推导公式均是成立的 [21]. 对于给定的多孔径望远镜, 系统远场仅与子孔径的平移误差有关. 共相检测时, 通常假定某一子孔径的平移误差为 0, 需依次测量其他各个子孔径相对于该子孔径的平移误差. 因此, 对于多孔径望远镜系统, 共相检测需要解决的还是两个子孔径之间的平移误差检测问题.

### 2.1 两个子孔径间的平移误差检测

Chan 等 [12] 提出了基于远场干涉条纹形态特征的平移误差检测方法, 并将其用于 Keck 望远镜的子镜拼接技术中. 研究发现两光束干涉条纹形态随二者之间平移误差的变化而变化, 并存在一定的对应关系. 在此结论的基础上, 本文对该问题进行了深入的理论分析研究.

当只考虑平移相差时, 两个子孔径的单色光束相干叠加后的远场光强分布为

$$I(x, y) = |Q(x, y)|^2 \left\{ 2 + 2 \cos \left\{ \varphi + \frac{k}{f} [(a_2 - a_1)x + (b_2 - b_1)y] \right\} \right\}, \quad (3)$$

其中,  $(a_j, b_j)$  是各光束的几何中心坐标,  $\varphi$  为两光束间的相对平移相差,  $f$  是干涉合成时系统的等效焦距.

为简化分析, 假设两光束的几何中心在  $x$  轴上, 并以  $y$  轴对称. 此时  $b_2 - b_1 = 0$ . (3) 式中光强沿  $x$  轴的分布为

$$I(x) = |Q(x)|^2 \{ 2 + 2 \cos [\varphi + k(a_2 - a_1)x/f] \}, \quad (4)$$

其中,  $Q(x)$  是  $Q(x, y)$  沿  $x$  轴的分布. (4) 式中的极值通过取微分求得:

$$\frac{d|Q(x)|}{dx} \{ 2 + 2 \cos [\varphi + k(a_2 - a_1)x/f] \} + |Q(x)| \frac{d \cos [\varphi + k(a_2 - a_1)x/f]}{dx} = 0. \quad (5)$$

从(5)式可以看出,干涉条纹峰值位置与光束形状因子有关. 选取坐标原点为参考点,上述的峰值位置就转化成干涉条纹的峰值偏移量.

### 2.1.1 两个点光源的干涉

对于两个点光源,其形状因子傅里叶变换为常数1. 此时(5)式可简化为

$$\frac{d \cos [\varphi + k(a_2 - a_1)x/f]}{dx} = 0. \quad (6)$$

此时,平移相差与干涉图像亮条纹的位置坐标  $x$  之间的关系为

$$\begin{aligned} \varphi + k(a_2 - a_1)x/f &= 2m\pi \\ m &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \quad (7)$$

当  $\varphi = 0$  时, (7) 式的结论就是杨氏双缝干涉亮条纹的位置,  $m$  代表亮条纹级数. 这里只关心极大值的位置, 取  $m = 0$ . 理想点光源形成的干涉条纹在  $x$  轴上的极大值也是其光强峰值. 因此, 两点光源形成的干涉条纹的峰值偏移量与其平移相差之间是严格的线性关系.

### 2.1.2 两个矩形扩展光源的干涉

对于两束准直无像差的相干光, 其相对平移相差为  $\varphi$ , 两光束截面形状为矩形, 如图1所示. 其形状因子的表达式如下:

$$q(u, v) = \begin{cases} 1 & |u| \leq a - \Delta, \quad |v| \leq b, \\ 0 & \text{其他.} \end{cases} \quad (8)$$

对形状因子进行二维傅里叶变换, 得到

$$Q(x, y) = \left(\frac{\lambda f}{\pi}\right)^2 \frac{\sin[\pi(a - \Delta)x/(\lambda f)]}{x} \times \frac{\sin[2\pi by/(\lambda f)]}{y}. \quad (9)$$

对(9)式取极限  $y \rightarrow 0$ , 有

$$Q(x) = \frac{2b\lambda f}{\pi} \frac{\sin[\pi(a - \Delta)x/(\lambda f)]}{x}, \quad (10)$$

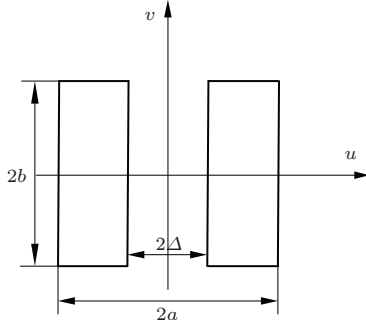


图1 两矩形光束

Fig. 1. Parameters of two rectangle light sources.

代入(4)式, 化简得

$$I(x) = \frac{64b^2(\lambda f)^2}{(\pi)^2} \left[ \frac{1}{x} \sin \frac{(B - A)x}{2} \times \cos \frac{(B + A)x + \varphi}{2} \right]^2, \quad (11)$$

其中,  $A = k\Delta/f$ ,  $B = ka/f$ . 对(11)式求导可得光强峰值点的位置满足如下方程:

$$Bx \cos(Bx + \varphi/2) - Ax \cos(Ax + \varphi/2) - \sin(Bx + \varphi/2) + \sin(Ax + \varphi/2) = 0. \quad (12)$$

方程(12)很难求得解析解. 将方程中的三角函数在  $x = 0$  附近做泰勒展开 ( $x \neq 0$ ), 取前四阶, 得到

$$3(A^4 - B^4) \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)x^4 - 8(A^3 - B^3) \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)x^3 - 12(A^2 - B^2) \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)x^2 = 0. \quad (13)$$

令  $G = A/B = \Delta/a$ , 则光强峰值点的位置由上述方程中绝对值较小的解给出:

$$x_m = \frac{1}{B \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \left\{ \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) - \left[ \left(1 + 2G + \frac{5}{2}G^2 + 2G^3 + \frac{3}{2}G^4\right) + (1 + 2G + G^2 + 2G^3) \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right]^{1/2} \times (1 + G + G^2)^{-1} \right\}. \quad (14)$$

方程(13)的解  $x$  是关于  $\varphi$  的非线性函数, 它的变化曲线如图2所示(仿真参数:  $\lambda = 600 \text{ nm}$ ,  $a = 5 \text{ mm}$ ,  $f = 600 \text{ mm}$ ,  $\text{pixel} = 4 \mu\text{m}$ ). 可以看出, 对于不同的  $G$  值,  $x_m$  与  $\varphi$  之间都呈现出线性关系.

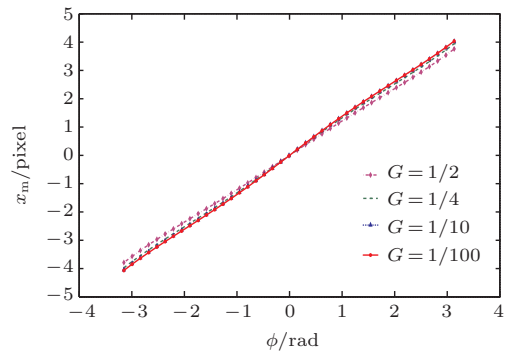


图2 (网刊彩色) 方程(13)的近似解  $x_m$  与  $\varphi$  的关系

Fig. 2. (color online) The relationship between  $x_m$  and  $\varphi$ .

通过(13)式可以求得  $\varphi$  与  $x$  的关系为

$$\varphi = 2 \tan^{-1} \left[ \frac{(Bx \cos Bx - Ax \cos Ax - \sin Bx + \sin Ax)}{(Bx \sin Bx - Ax \sin Ax)} \right]$$

$$+ \cos Bx - \cos Ax)], \quad (15)$$

(15) 式中的  $x$  表示最亮点位置的偏移量. 图 3(a) 给出了当  $A/B = 1/2$  时  $\varphi$  随  $x$  变化的曲线. 直观上,  $\varphi$  随  $x$  呈线性周期性变化. 一个周期内的线性关系如图 3(b) 所示 (仿真参数  $\lambda = 600 \text{ nm}$ ,  $a = 5 \text{ mm}$ ,

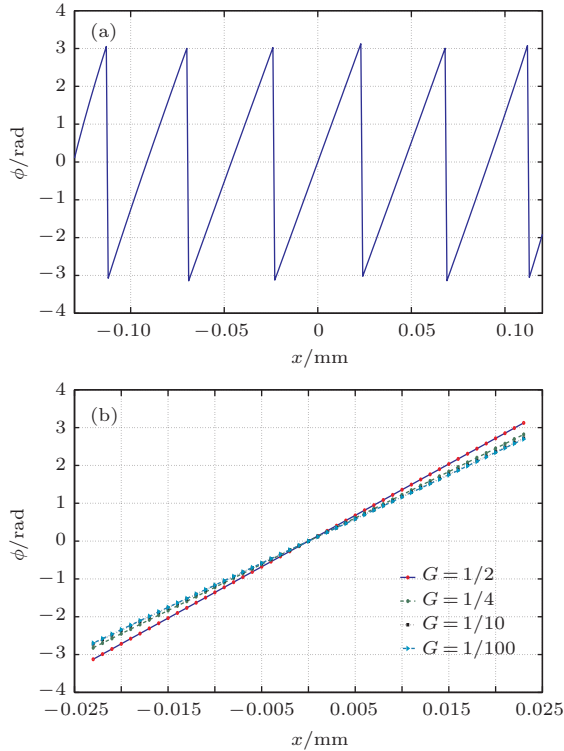


图 3 (网刊彩色) (a) (15) 式中  $\varphi$  随峰值位置偏移  $x$  的关系; (b) 一个周期内  $\varphi$  与  $x$  的变化关系  
Fig. 3. (color online) (a) The relationship between  $x$  and  $\varphi$ ; (b) the relationship between  $x$  and  $\varphi$  in the range of one wavelength.

$f = 600 \text{ mm}$ ,  $\text{pixel} = 4 \mu\text{m}$ ,  $\Delta = [a/2, a/4, a/10, a/100]$ , 即  $A/B = [1/2, 1/4, 1/10, 1/100]$ ). 可以看出, 在一个周期内  $\varphi$  与  $x$  的关系几乎是线性的.

### 2.1.3 两个圆形孔的干涉

当扩展光源为圆形时, 其排布如图 4 所示. 由于圆形光束的二维傅里叶变换表达式中有贝塞尔函数的存在, 很难求出峰值解析解, 这里用数值求解的方法.

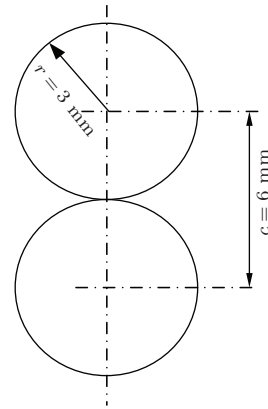


图 4 两圆形光束参数

Fig. 4. Parameters of two circle light sources.

图 5 展示了平移相差从  $-\pi$  变化到  $\pi$  过程中干涉图像的变化情况 (计算参数如下:  $r = 3 \text{ mm}$ ,  $c = 6 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 600 \text{ nm}$ ,  $f = 1000 \text{ mm}$ ,  $\text{pixel} = 4.5 \mu\text{m}$ ). 图 6 给出了平移相差从  $-\pi$  以步长  $\pi/15$  增加到  $\pi$  时干涉光斑峰值位置的变化曲线. 很明显, 二者之间基本是线性关系.

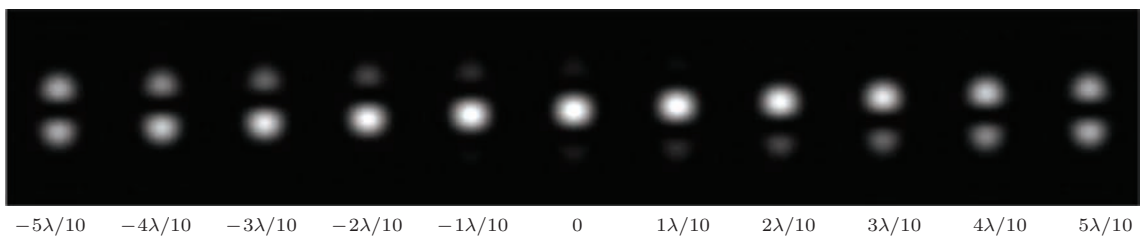


图 5 单色光条件下两圆形子孔径干涉图随光程差变化

Fig. 5. Monochromatic interferogram versus piston errors.

## 2.2 平移相差直接测量原理

上面的分析给出了平移相差与光斑峰值偏移量之间的关系, 在一个波长范围内, 两者存在良好的线性关系. 既然平移相差在一个波长范围内变化时, 其与峰值偏移量之间存在近似线性关系, 如果可以确定它们之间的线性关系系数, 那么就可以利

用峰值偏移量来计算一个波长范围内的平移误差.

由图 6 可知, 当平移误差为  $\lambda/2$  时峰值偏移量最大 (正方向), 当平移误差为  $-\lambda/2$  时峰值偏移量最大 (负方向). 定义峰值偏移量的正方向最大与负方向最大值的差值为  $T$ , 那么就可以确定相位平移误差与峰值偏移量之间的线性系数为  $2\pi/T$ . 因此, 当光程差在  $(-\lambda/2, \lambda/2]$  范围内变化



时, 干涉条纹的峰值偏移量  $y_0$  与平移误差之间的关系为

$$\delta = \frac{y_0}{T} \lambda. \quad (16)$$

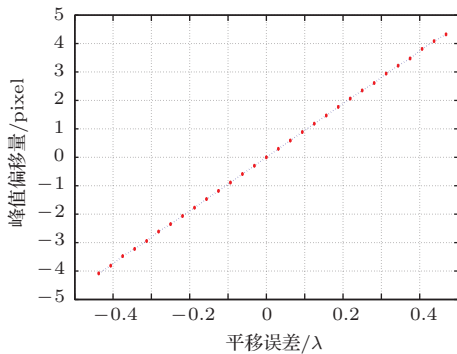


图6 (网刊彩色) 峰值偏移量与平移相差之间的关系  
Fig. 6. (color online) Main peak position displacement of monochromatic interferogram versus piston error.

图7给出了在参数  $r = 3 \text{ mm}$ ,  $f = 1000 \text{ mm}$ ,  $c = 6 \text{ mm}$ ,  $\text{pixel} = 4.5 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 600 \text{ nm}$  条件下采用(16)式利用干涉图像峰值偏移量测量计算平移误差时的结果, 一个波长范围内检测误差的均方根约为  $0.0038\lambda$ . 在其他  $A/B$  条件下的仿真结果表明平移误差检测的误差均方根都低于  $0.01\lambda$ , 满足实际应用中平移误差检测精度的要求.

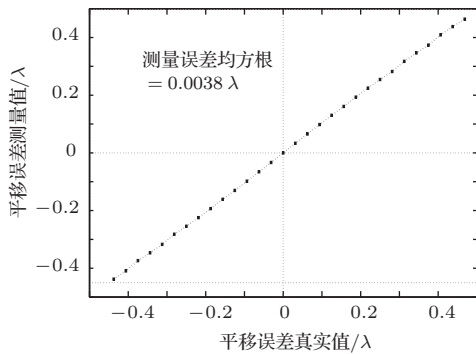


图7 平移误差检测仿真结果  
Fig. 7. Simulation result of piston error measurement.

### 3 基于色散干涉条纹的平移误差直接检测方法

#### 3.1 $2\pi$ 周期模糊性问题

由于  $2\pi$  周期模糊性问题, 上述依据峰值偏移量来估算平移误差的测量范围仅限于  $(-\lambda/2, \lambda/2]$ . 为了扩大测量范围和解决  $2\pi$  周期模糊性问题, 需要利用多波长干涉技术. 当采用宽带光源如白光进

行干涉时, 由于白光的干涉长度较短, 约为几个微米, 若平移误差较小, 不同波长的光将会在像平面上形成清晰的干涉条纹; 若光程差比较大, 不同波长的光在像平面上的干涉条纹将会发生混叠, 此时将观察不到干涉条纹或条纹对比度非常低. 为了利用峰值偏移量来估算平移误差, 需要将不同波长的光形成的干涉条纹在时域或空域上进行分离. 时域上的分离可依次采集不同波长的干涉条纹, 然后对干涉条纹进行分析, 进而估算出平移误差. 由于是在不同时间内采集的干涉条纹, 此种方法易受到环境变化等因素的影响. 空域上的分离可以利用色散元件, 使不同波长的光偏转不同的角度, 在探测器的不同区域形成分离的干涉条纹. 相比时域上的分离方法, 在空域上的分离方法是同时采集干涉条纹, 实现更方便, 且不易受到外界环境变化的影响, 因而择优选择空域分离方法来获取不同波长的干涉条纹.

#### 3.2 基于色散干涉条纹的平移误差检测方法

通常情况下, 连续光谱的宽带光源可以获得更多波长的干涉条纹信息, 平移误差测量会更准确, 故优先采用连续光谱的宽带光源. 基于宽带光源色散干涉条纹测量子镜平移误差原理如图8所示. 图8中点光源发出的光经过透镜之后会在子镜(子镜1和子镜2)的焦点处会聚, 然后依次经过子镜和

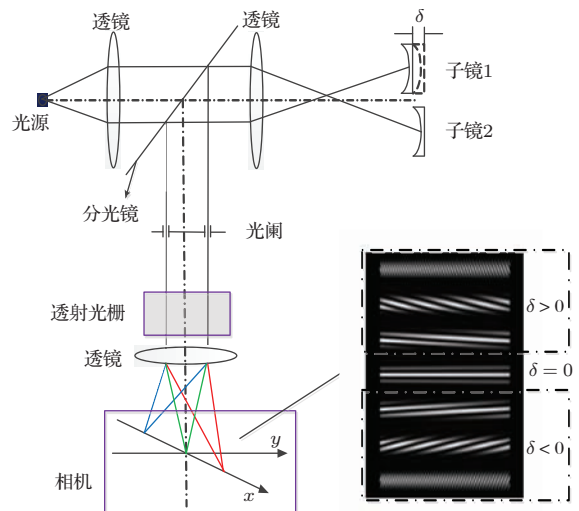


图8 (网刊彩色) 利用色散干涉条纹测量子镜平移误差原理  
Fig. 8. (color online) Diagram of optical path for detecting piston error between the segmented mirrors by use of dispersed interferogram.

分光镜的反射, 进入到光阑, 之后经过透射光栅和成像透镜在相机上形成干涉条纹. 光栅的色散方向需要与光阑孔径的基线方向垂直. 此时相机上的干涉条纹的光强分布为

$$I(x, y) = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} 2S(\lambda)Q_{\text{FT}}^2 \left( \frac{x - x(\lambda)}{\lambda f}, \frac{y}{\lambda f} \right) \times \left\{ 1 + \cos \left[ 2\pi \left( \frac{\delta}{\lambda} + cy \right) \right] \right\} d\lambda, \quad (17)$$

其中,  $S(\lambda)$  为光源的光强谱密度,  $Q_{\text{FT}}$  为光阑的二维傅里叶变换,  $x(\lambda)$  表示了色散元件对不同波长光的色散特性,  $\lambda_{\min} - \lambda_{\max}$  为入射光的波长范围 [14,15].

由色散干涉条纹的光强表达式可知, 色散元件对不同波长的光色散偏转角度不同, 因而 CCD 上采集图像的某一系列条纹  $G(\lambda_i)$  代表了波长为  $\lambda_i$  的光形成的干涉条纹与相邻波长为  $\lambda_i \pm \Delta\lambda$  的宽带光形成的干涉条纹的叠加. 当色散元件色散能力足够大, 且平移误差较小时, 波长为  $\lambda_i$  的光形成的干涉条纹与其相邻波长为  $\lambda_i \pm \Delta\lambda$  的宽带光形成的干涉条纹相似, 具有相同的条纹形态和相差; 当平移误差逐渐增大时, 波长为  $\lambda_i$  的光形成的干涉条纹与其相邻波长为  $\lambda_i \pm \Delta\lambda$  的宽带光形成的干涉条纹差异逐渐增大, 此时整个干涉图像的条纹对比度随着平移误差的增大而降低, 直到整个干涉图像变得模糊, 条纹对比度降为零. 当平移误差较小时, 波长为  $\lambda_i$  的光形成的干涉条纹与其相邻波长为  $\lambda_i \pm \Delta\lambda$  的宽带光形成的干涉条纹具有几乎相同的相位, 此时可以认为条纹  $G(\lambda_i)$  代表了波长为  $\lambda_i$  的单色光形成的干涉条纹, 此时的相位即为该波长的相位. 根据条纹  $G(\lambda_i)$  的峰值偏移量可以得到此时平移误差不足一个波长的部分  $\delta_d(\lambda_i)$ , 其中  $\delta_d(\lambda_i) = \delta - [\delta/\lambda_i] * \lambda_i$ ,  $\delta$  为真实平移误差,  $[\delta/\lambda_i]$  表示  $\delta/\lambda_i$  的整数部分. 当获取不同波长  $\lambda_i$  和  $\lambda_j$  对应的数据  $\delta_d(\lambda_i)$  和  $\delta_d(\lambda_j)$  后, 就可以计算得到实际的光程差  $\delta$ , 计算过程如图 9 和 (18) 式所示.

$$\begin{cases} \delta = M_i\lambda_i + m_i\lambda_i & (0 \leq m_i < 1), \\ \delta = M_j\lambda_j + m_j\lambda_j & (0 \leq m_j < 1), \\ \Delta_{ij} = M_i - M_j \\ \Delta_{ij} = \left[ \frac{\delta}{\lambda_i} \right] - \left[ \frac{\delta}{\lambda_j} \right] & (\lambda_i < \lambda_j), \end{cases} \Rightarrow \delta = \frac{\lambda_i\lambda_j}{\lambda_j - \lambda_i} (\Delta_{ij} + m_i - m_j), \quad (18)$$

其中,  $\Delta_{ij}$  为波长  $\lambda_i$  和  $\lambda_j$  的干涉级数差值, 其数值从干涉条纹中获取 ( $[ ]$  表示取整函数).

实现色散干涉相位绝对检测需选择合适的色散元件. 目前常用的色散元件有棱镜和光栅. 棱镜的色散能力弱, 色散率是非线性的. 光栅色散能力强, 色散率线性度好. 由于光栅的色散率是线性的, 因而根据系统参数及实际采集的色散干涉条纹, 可通过“插值法”得到色散干涉条纹某一系列对应的波长  $\lambda_i$ , 无需对每一个波长进行逐一的标定. 因此, 图 9 基于色散干涉条纹的共相检测方法中采用光栅作为色散元件, 无需对波长进行标定. 若采用棱镜作为色散元件, 还需要对波长进行标定.

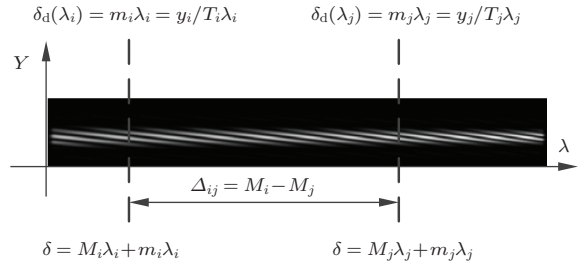


图 9 色散干涉共相检测示意图

Fig. 9. Illustration of piston error detecting with dispersed fringe.

当选择透射光栅作为色散元件时, 假设此时光正入射到光栅上, 入射角度为 0, 此时有

$$d \sin \alpha_i = n\lambda_i, \quad (19)$$

其中,  $d$  为光栅刻线宽度. 由于 0 级条纹无色散, 高于 1 级的条纹可能发生波段重叠, 故只考虑  $\pm 1$  级的条纹, 假设取 1 级条纹, 此时对应  $n = 1$ , 波长  $\lambda_i$  的干涉条纹的偏转角为

$$\alpha_i = \arcsin(\lambda_i/d), \quad (20)$$

波长为  $\lambda_i$  的干涉条纹在相机上的位置为

$$x(\lambda_i) = f \tan \alpha_i = f\lambda_i / \sqrt{(d^2 - \lambda_i^2)}, \quad (21)$$

此时 CCD 上的色散干涉条纹的光强分布表达式为

$$I(x, y) = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} 2S(\lambda) \times Q_{\text{FT}}^2 \left( \frac{x - \lambda f / (d^2 - \lambda^2)}{\lambda f}, \frac{y}{\lambda f} \right) \times \left\{ 1 + \cos \left[ 2\pi \left( \frac{\delta}{\lambda} + cy \right) \right] \right\} d\lambda. \quad (22)$$

通常选择干涉图像中距离较远的一组干涉条纹, 然后利用 (18) 式来计算平移误差  $\delta_i$ , 为了获得较为准确的结果需利用干涉图像中的  $L$  组干涉条

纹计算平移误差, 然后求其均值得到最终的平移误差:

$$\bar{\delta} = \left( \sum_{l=1}^L \delta_l \right) / L. \quad (23)$$

## 4 原理仿真验证与分析

### 4.1 仿真实验参数

为了验证上述的色散干涉共相检测方法, 本文做了大量的数值仿真验证实验. 仿真参数: 透射光栅刻线数目  $N_g = 200$  grooves/mm, 两圆形子孔径直径  $D = 4$  mm, 其几何中心间距  $c = 6$  mm, 成像透镜焦距  $f = 400$  mm, 光源中心波长  $\lambda_0 = 600$  nm, 带宽  $\Delta\lambda = 80$  nm, 采用分辨率为  $2K$  的相机, 其像元  $\text{pixel} = 4.5 \mu\text{m}$ , 位数为 14 位, 此时可以保证干涉条纹都可以被相机接收. 相机采集图像的最大灰度值约为 16000, 仿真中控制图像的最大灰度值约为 12000. 干涉图像中加入高斯白噪声, 均值为 500, 其方差为 50 (市面上很多相机参数都优于仿真中的相机参数), 平移误差变化范围为  $0-200 \mu\text{m}$ .

### 4.2 检测精度

针对不同大小平移误差下的检测结果进行了仿真计算, 并与其真实值进行了对比, 以分析色散干涉共相检测方法的检测精度. 图 10 横坐标为真实的平移误差, 范围从  $20 \text{ nm}-200 \mu\text{m}$ , 纵坐标为对平移误差检测时的绝对误差. 由仿真结果可知, 当平移误差小于  $100 \mu\text{m}$  时, 该方法的检测精度控制在  $30 \text{ nm}$  以内, 且检测结果不受  $2\pi$  模糊性的影响, 被检测的平移误差是其真实值.

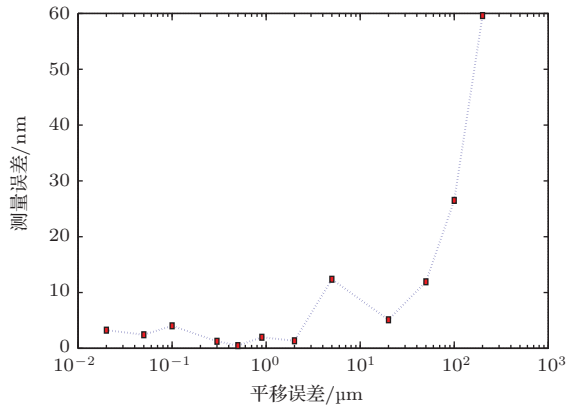


图 10 (网刊彩色) 平移误差测量结果  
Fig. 10. (color online) Simulation result of piston measurement error.

### 4.3 检测范围

图 11 是平移误差分别为  $\pm 5 \mu\text{m}$  和  $\pm 200 \mu\text{m}$  时的色散干涉条纹, 可以看出平移误差的正负决定了条纹的方向, 因此通过色散干涉条纹方向即可判断平移误差的正负, 从而解决既有方法无法判断平移误差正负的问题. 平移误差的大小决定了条纹的疏密程度, 平移误差越大, 条纹越密; 反之, 条纹越稀疏. 平移误差增大, 直到干涉条纹模糊到不可分辨时, 此时为色散干涉可检测的最大范围.

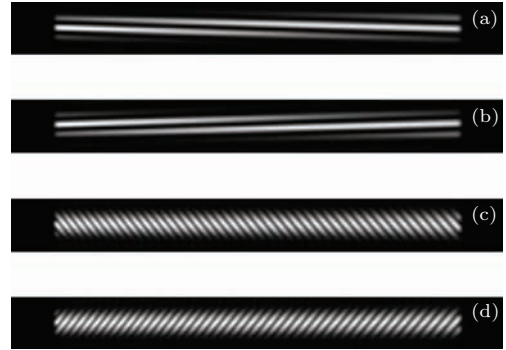


图 11 平移误差分别为  $\pm 5 \mu\text{m}$  和  $\pm 200 \mu\text{m}$  时的干涉条纹 (a) 平移误差 =  $5 \mu\text{m}$ ; (b) 平移误差 =  $-5 \mu\text{m}$ ; (c) 平移误差 =  $200 \mu\text{m}$ ; (d) 平移误差 =  $-200 \mu\text{m}$   
Fig. 11. Dispersed fringes with piston error of  $5 \mu\text{m}$  (a),  $-5 \mu\text{m}$  (b) and  $200 \mu\text{m}$  (c),  $-200 \mu\text{m}$  (d).

理论上, 干涉条纹的总宽度为

$$W = f[\tan(\arcsin(\lambda_{\max}/d)) - \tan(\arcsin(\lambda_{\min}/d))]. \quad (24)$$

当平移误差增大到观察不到干涉条纹时, 有

$$\left( \frac{\delta}{\lambda_{\min}} - \frac{\delta}{\lambda_{\max}} \right) \frac{\lambda_0 f}{D} \geq W. \quad (25)$$

因此, 该方法对平移误差的检测范围约为

$$\delta = \{D\lambda_{\min}\lambda_{\max}[\tan(\arcsin(\lambda_{\max}/d)) - \tan(\arcsin(\lambda_{\min}/d))]\} \times [\lambda_0(\lambda_{\max} - \lambda_{\min})]^{-1}. \quad (26)$$

将各仿真参数代入到 (16) 式中, 求得平移误差的检测范围  $\delta \approx 400 \mu\text{m}$ . 图 12 是  $\delta \approx 400 \mu\text{m}$  时的色散干涉条纹, 从图中可知此时条纹非常模糊, 难以判断平移误差的正负. 对色散干涉共相检测方法检测范围的理论与实际仿真结果相符合.

由 (26) 式可知, 该方法的检测范围与波长、口径、光栅刻线数目有关. 在波长与口径确定时, 增加光栅刻线数目就可以提高该方法的检测范围, 例如对于上述的仿真, 若光栅刻线数目提高到 400, 则检测范围可达  $800 \mu\text{m}$ . 若同时改变波长、口径和光栅刻线数目, 可使检测范围达到毫米量级.



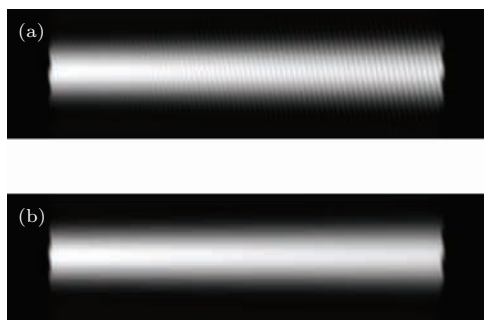


图12 Piston误差分别为350  $\mu\text{m}$  (a)和400  $\mu\text{m}$  (b)时的干涉条纹图像

Fig. 12. Dispersed fringes with piston error of 350  $\mu\text{m}$  (a) and 400  $\mu\text{m}$  (b).

## 5 结 论

本文开展了菲佐光干涉望远镜子镜间平移误差共相检测方法的研究. 一些既有检测方法在实际使用时要么无法测量半个波长以内的平移误差, 要么无法解决 $2\pi$ 模糊性难题. 本文从物理原理上得出单色光照射下双孔的远场干涉条纹峰值偏移量与平移误差之间的近似线性关系, 进而验证了利用干涉条纹峰值偏移量直接测量平移误差的可行性. 为解决 $2\pi$ 模糊性问题, 提出了基于宽带光色散干涉条纹的共相检测方法, 并对其基本原理以及可行性进行了分析与仿真验证. 结果表明, 该方法根据色散干涉条纹方向即可判断平移误差的正负, 50  $\mu\text{m}$ 范围内绝对平移误差的检测精度优于20 nm.

对于实际望远镜来说, 共相检测的目的是为了将所有的子望远镜或子镜调整到共相位置, 当平移误差较大时, 通过色散干涉条纹的方向可判断平移误差正负, 进而控制望远镜或子镜使平移误差逐渐减小, 直到干涉条纹较为稀疏, 肉眼难以判断色散干涉条纹的方向, 此时平移误差小于5  $\mu\text{m}$ , 然后对其进行一次直接测量计算后可将平移误差调整到零位. 选择合理的光学系统参数, 如增大成像透镜焦距、增大光栅刻线数等可以有效增大该方法的检测范围到毫米量级. 该检测方法工程实现简单, 光学系统结构紧凑, 检测成本较低, 且该方法无需对波长进行标定, 可适用于太空和月基干涉望远镜上.

综上所述, 这种基于色散干涉条纹的相位平移误差检测方法在原理上可以实现对两个子孔径或子镜间的相位平移误差的直接检测. 相比于目前既有的检测方法, 该方法解决了 $2\pi$ 模糊性问题, 具有

较高的测量精度与较大的动态范围. 未来将开展该方法的实验验证, 解决该方法在实际应用中遇到的问题.

## 参考文献

- [1] Herbst T, Hinz P 2004 *SPIE* **5491** 383
- [2] Herbst T, Ragazzoni R, Eckart A, Weigelt G 2008 *SPIE* **7013** 7013261
- [3] Jerry N, Gary H S, Larry M S, Roberto G 2008 *SPIE* **7012** 70121A1
- [4] Chanan G, Troy M, Sirko E 1999 *Appl. Opt.* **38** 704
- [5] Gonte F, Mazzoleni R, Surdej I, Noethe L 2011 *Appl. Opt.* **50** 1660
- [6] de Young D B, Dillow J, Corcoran S, Andrews E, Yellowhair J, de Vries K 1998 *SPIE* **3356** 1156
- [7] Su D Q, Zou W Y, Zhang Z C, Qu Y G, Yang S Y, Wang L J, Rao Y M 2000 *SPIE* **4003** 417
- [8] Song H L, Xian H, Huang J, Jiang W H 2008 *High Power Laser and Particle Beams* **20** 41 (in Chinese) [宋贺伦, 鲜浩, 黄健, 姜文汉 2008 强激光与粒子束 **20** 41]
- [9] Song H L, Xian H, Li H Q, Huang J, Li C H, Jiang W H 2008 *J. Appl. Opt.* **29** 298 (in Chinese) [宋贺伦, 鲜浩, 李华强, 黄健, 李超宏, 姜文汉 2008 应用光学 **29** 298]
- [10] Esposito S, Pinna E, Tozzi A, Stefanini P, Devaney N 2003 *SPIE* **5169** 72
- [11] Zhu N H, Chen X Y, Zhou D, Cao J J 2009 *Chin. J. Sens. Actuat.* **22** 433 (in Chinese) [朱能鸿, 陈欣扬, 周丹, 曹建军 2009 传感技术学报 **22** 433]
- [12] Chanan G, Troy M, Dekens F, Michaels S, Nelson J, Mast T, Kirkman D 1998 *Appl. Opt.* **37** 140
- [13] Chanan G, Ohara C, Troy M 2000 *Appl. Opt.* **39** 4706
- [14] Shi F, Redding D C, Lowman A E, Bowers C W, Burns L A, Petrone III P, Ohara C M, Basinger S A 2003 *SPIE* **4850** 318
- [15] Shi F, Chanan G, Ohara C, Mitchell T, David C R 2004 *Appl. Opt.* **43** 4474
- [16] Zhang Y, Zhang L, Liu G R, Wang Y F, Zhang Y J, Zeng Y Z, Li Y P 2011 *Acta Opt. Sin.* **31** 84 (in Chinese) [张勇, 张靓, 刘根荣, 王跃飞, 张亚俊, 曾裔中, 李焯平 2011 光学学报 **31** 84]
- [17] Tremou E, Eckart A, Horrobin M, Lindhorst B, Moser L, Rost S, Smajic S, Straubmeier C, Wank I, Zuther J, Bertram T 2010 *SPIE* **7734** 7734411
- [18] Liu Z, Wang S Q, Rao C H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 039501 (in Chinese) [刘政, 王胜千, 饶长辉 2012 物理学报 **61** 039501]
- [19] Liu Z, Wang S Q, Rao C H 2012 *Chin. Phys. B* **21** 604
- [20] Luo Q, Huang L H, Gu N T, Li F, Rao C H 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 069501 (in Chinese) [罗群, 黄林海, 顾乃庭, 李斐, 饶长辉 2012 物理学报 **61** 069501]
- [21] Liu Z, Wang S Q, Huang L H, Rao C H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 100702 (in Chinese) [刘政, 王胜千, 黄林海, 饶长辉 2011 物理学报 **60** 100702]

# Co-phasing detecting method based on grating dispersed fringe for Fizeau optical interferometric telescope\*

Yan Zhao-Jun<sup>1)†</sup> Chen Xin-Yang<sup>1)</sup> Yang Peng-Qian<sup>2)</sup> Zhou Dan<sup>1)</sup>  
Zheng Li-Xin<sup>1)</sup> Zhu Neng-Hong<sup>1)</sup>

1) (*The Astronomical Optical Instrument Group, Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China*)

2) (*Joint Laboratory for High Power Laser Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy Sciences, Shanghai 201800, China*)

( Received 9 February 2015; revised manuscript received 4 March 2015 )

## Abstract

For the Fizeau optical interferometric telescope system, the co-phasing detection of piston errors between sub-apertures plays an important role in realizing the high resolution of system. In this paper, the relationship between piston error and the main peak displacement of monochromatic interferogram of two sub-aperture system is analyzed based on physical principles, then the piston error detecting method is developed and clarified based on their linear relationship in the range of one wavelength. Furthermore, an innovative co-phasing detecting method based on grating dispersed interferogram with bandwidth light source is proposed, and its feasibility, detecting precision and dynamic range are analyzed in theory and studied in simulation. The results prove that with this method, the piston error between the two sub-apertures of the system can be soundly detected and its measuring error is less than 20 nm while the piston error is not more than 50  $\mu\text{m}$ . In addition, the novel method solves the problems of  $2\pi$  ambiguity and direction determination that might exist within some other detecting methods. Besides its millimeter level dynamic range, this new co-phasing detecting method provides a new way and an effective reference for in-depth research of co-phasing detecting techniques.

**Keywords:** Fizeau optical interferometric telescope, dispersed interferometer, piston error, co-phasing detecting

**PACS:** 95.55.Cs, 42.30.Va, 42.15.Fr, 42.87.-d

**DOI:** [10.7498/aps.64.149501](https://doi.org/10.7498/aps.64.149501)

---

\* Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11403079, 11103065).

† Corresponding author. E-mail: [zhaojunyan@shao.ac.cn](mailto:zhaojunyan@shao.ac.cn)