

基于时频差的正交容积卡尔曼滤波跟踪算法*

逯志宇[†] 王大鸣 王建辉 王跃

(解放军信息工程大学信息工程学院, 郑州 450001)

(2014年11月29日收到; 2015年2月27日收到修改稿)

针对基于时频差测量的无源跟踪中面临的非线性估计问题, 提出一种正交容积卡尔曼滤波跟踪算法. 该算法在容积卡尔曼滤波算法的基础上, 通过引入特定正交矩阵改进容积采样方法, 在高维状态估计下减小因采样产生的误差, 在没有增加计算量的前提下, 有效提高收敛速度及跟踪精度. 仿真结果表明, 在基于到达时差和到达频差的联合无源跟踪问题中, 与扩展卡尔曼滤波及容积卡尔曼滤波算法相比, 本文所提算法在跟踪性能上有明显提升.

关键词: 目标跟踪, 容积卡尔曼滤波, 到达时差, 到达频差

PACS: 05.45.Tp, 05.40.-a

DOI: 10.7498/aps.64.150502

1 引言

目标跟踪是对目标位置和速度的实时估计与预测, 无论是在民用领域还是军事领域都有广泛的应用. 基于有源系统的目标跟踪技术发展较为成熟, 但是在军事对抗中易受干扰和破坏, 所以发展基于无源系统的目标跟踪技术变得日益重要^[1]. 在无源跟踪系统中, 根据多观测站接收目标信号的到达时间差 (time difference of arrival, TDOA) 和到达频率差 (frequency difference of arrival, FDOA) 可以完成对目标位置和速度的估计^[2-4], 但 TDOA 和 FDOA 方程属于非线性方程, 跟踪目标状态属于非线性滤波问题.

针对非线性滤波问题, 应用和研究最为广泛的是扩展卡尔曼滤波 (extended Kalman filter, EKF)、粒子滤波 (particle filter, PF)、无迹卡尔曼滤波 (unscented Kalman filter, UKF), 积分卡尔曼滤波 (quadrature Kalman filter, QKF), 容积卡尔曼滤波 (cubature Kalman filter, CKF) 等算法. 其中, EKF 利用泰勒级数对非线性函数进行展开, 只保留一阶项实现线性化, 进而利用线性卡尔曼滤波

器进行处理^[5]. 虽然算法速度快易于实现, 但是当函数非线性强时, 只保留一阶项会带来较大的误差, 可能引起滤波发散, 同时, 计算 Jacobi 矩阵需要对函数求导, 需要确定的函数表达式且函数复杂时操作困难^[6]. PF 可以解决 EKF 面临的问题, 近年得到较为广泛的研究, 但是面临严重的粒子退化和粒子耗尽问题, 为了获得较好的性能, 计算复杂度很高, 实用性不强^[7,8]. 为了解决 EKF 的缺点, 同时利用 PF 的思想, Julier 和 Uhlman 提出无迹卡尔曼滤波算法, 利用 UT 变换的思想对非线性概率密度函数进行拟合, 在高斯条件下可以达到泰勒级数展开的三阶近似, 相对于 EKF 精度更高, 同时避免了函数求导与 Jacobi 矩阵的计算^[9,10], 也不需要大量的粒子来保证算法性能. 但是 UT 变换需要对状态协方差矩阵做开方处理, 当其参数 κ 为负时, 会出现奇异, 引起滤波发散, 同时, 当目标状态抖动严重, 噪声统计特性未知时, 标准 UKF 性能较差^[11]. 针对 UKF 带来的问题, Ienkarani 引进 Gauss-Hermit 求积分方法提出积分卡尔曼滤波算法^[12], 利用 Gauss-Hermit 积分规则选取采样点, 针对不同的问题可以自适应调整采样点, 其继承了 UKF 的优点, 性能更优, 但是 QKF 对状态维数敏

* 国家高技术研究发展计划 (批准号: 2012AA01A502, 2012AA01A505) 和国家自然科学基金 (批准号: 61401513) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: zhiyulu1030@126.com

感, 计算量按维数成指数增长, 对高维问题求解困难. 针对QKF带来的高维问题, Arasaratnamt提出容积卡尔曼滤波算法^[13,14], 其利用三维球形容积规则生成采样点, 去除UKF对参数 κ 的依赖, 解决了QKF在高维状态下计算量陡增问题, 简单高效, 滤波精度更高^[15,16].

虽然CKF解决了高维状态估计的计算量问题, 但其采样点同 \sqrt{n} 成比例, 对于高维估计问题, 其舍弃的误差依然很大^[17]. 针对此问题, 本文首先分析标准容积采样方法舍弃误差的大小, 在此基础上, 引入一个特定的正交矩阵改进容积采样方法, 从而使舍弃误差更小, 进一步提高算法精度, 将采样方法代入卡尔曼滤波过程得到正交容积卡尔曼滤波算法(orthogonal cubature Kalman filter, OCKF), 并将其用于基于TDOA和FDOA的目标跟踪中, 进行仿真实验证实算法的有效性.

2 基于时频差测量的跟踪模型

当目标进入观测范围时, 多观测站完成对目标信号的到达时间和到达频率的测量, 依据观测站之间所测目标的TDOA和FDOA对目标进行跟踪. 假设目标初始位置为 $u = (u_1, u_2, u_3)$, 做匀速直线运动, 速度为 $\dot{u} = (\dot{u}_1, \dot{u}_2, \dot{u}_3)$, 观测站坐标为 $s_i = (s_{1i}, s_{2i}, s_{3i})$, 速度为 $\dot{s}_i = (\dot{s}_{1i}, \dot{s}_{2i}, \dot{s}_{3i})$, ($i = 1, 2, \dots, N$), N 为观测站个数, 则系统的状态方程和观测方程表示为

$$x(k+1) = Fx(k) + \sigma_x(k), \quad (1)$$

$$z(k+1) = h(x(k)) + w(k), \quad (2)$$

其中 $x = [u, \dot{u}]^T$ 为系统状态向量, F 为状态转移矩阵, $\sigma_x(k)$ 为状态噪声, $w(k)$ 为观测噪声, 均服从高斯分布且互不相关, 协方差为 $Q = E[\sigma_x(k)\sigma_x^T(k)]$, $R = E[w(k)w^T(k)]$, $h(x(k))$ 为非线性观测函数, 观测向量为 $z = [\Delta r \ \Delta f]^T = [\Delta r_{21} \ \dots \ \Delta r_{n1}, \Delta f_{21} \ \dots \ \Delta f_{n1}]^T$, 其中

$$\Delta r_{i1} = c\Delta t_{i1} = r_i - r_1 \quad (3)$$

为到达距离差, Δt_{i1} 为目标信号的到达时间差, $r_i = \sqrt{(u - s_i)(u - s_i)^T}$ 为目标和观测站之间的距离, c 为光速.

$$\Delta f_{i1} = \frac{f_0}{c} \left(\frac{dr_i}{dt} - \frac{dr_1}{dt} \right) \quad (4)$$

为到达频差, 其中

$$\frac{dr_i}{dt} = \frac{(u - s_i)(\dot{u} - \dot{s}_i)^T}{r_i}$$

为目标相对于观测站的径向速度, f_0 为目标信号频率.

3 正交容积卡尔曼滤波算法

3.1 容积变换性能分析

针对上述跟踪模型中的非线性问题, 可以通过容积采样方法对其近似处理, 假设 k 时刻已得到目标的状态估计为 $\hat{x}(k|k)$, 状态协方差矩阵预测值为 $P(k|k)$, 系统状态为 n_x 维, 容积变换取 $2n_x$ 个样本点, 采样向量 $x^{(i)}(k|k)$ 和相应的权值 $\omega^{(i)}$ 为

$$\begin{aligned} x^{(i)}(k|k) &= \hat{x}(k|k) + \left[\sqrt{n_x P(k|k)} \right]_i, \\ \omega^{(i)} &= \frac{1}{2n_x}, \\ x^{(i+n_x)}(k|k) &= \hat{x}(k|k) - \left[\sqrt{n_x P(k|k)} \right]_i, \\ \omega^{(i+n_x)} &= \frac{1}{2n_x}, \quad i = 1, 2, \dots, n_x, \end{aligned} \quad (5)$$

其中, P_i 是 P 和第 i 列, 把每个样本点代入状态方程得到状态的一步预测为

$$\hat{x}^{(i)}(k+1|k) = Fx^{(i)}(k|k), \quad (6)$$

$$\hat{x}(k+1|k) = \sum_{i=1}^{2n_x} \omega^{(i)} \hat{x}^{(i)}(k+1|k), \quad (7)$$

其中, $\hat{x}^{(i)}(k+1|k)$ 为单个状态样本点的一步预测, $\hat{x}(k+1|k)$ 为状态样本点的加权一步预测, 从而得到观测向量的一步预测为

$$\begin{aligned} z^{(i)}(k+1|k) &= h(x^{(i)}(k|k)), \\ i &= 1, 2, \dots, n_x, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\hat{z}(k+1|k) = \sum_{i=1}^{2n_x} \omega^{(i)} z^{(i)}(k+1|k), \quad (9)$$

其中, $z^{(i)}(k+1|k)$ 为单个状态样本点的观测向量一步预测, $\hat{z}(k+1|k)$ 为状态样本点的加权观测向量一步预测, 观测预测的协方差 P_z 可以表示为

$$P_z = \sum_{i=1}^{2n_x} w^{(i)} (z^{(i)} - \hat{z})(z^{(i)} - \hat{z})^T. \quad (10)$$

通过上述采样过程, 避免了对非线性函数 $h(x(k))$ 的求导操作, 用采样点的加权和得到观测向量的一步预测. 为了进一步分析容积采样变

换的性能, 获得采样点的误差性能, 将非线性函数 $h(x)$ 在 \hat{x} 处用泰勒级数展开, 并将样本点 $x^{(i)}$ 代入得到

$$z^{(i)} = h(x^{(i)}) = h(\hat{x}) + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{1}{l!} D_{\sigma_{x_i}}^l h, \quad (11)$$

其中 l 为阶数, $\sigma_{x_i} = [\sqrt{n_x P_x}]_i$ 是在均值基础上加入的采样抖动项, 设 $\sigma_{x_{i,j}}$ 是 σ_{x_i} 的第 j 个元素, 有

$$D_{\sigma_{x_i}}^l h = \left[\sum_{j=1}^n \sigma_{x_{i,j}} \frac{\partial}{\partial x_j} \right]^l h(x) \Big|_{x=\hat{x}}, \quad (12)$$

其中 $\partial/\partial x_j$ 是对 $h(x)$ 中 x 的第 j 个元素的求导, 由于在 \hat{x} 附近对称采样, 所以 2 阶以上奇数项互相抵消, 将 (9) 式代入 (11) 式得到容积变换的 z 的泰勒级数展开式为

$$\hat{z} = h(\hat{x}) + \frac{(\nabla^T P \nabla) h(x) \Big|_{x=\hat{x}}}{2} + \frac{\sum_{i=1}^{2n_x} \left[\sum_{l=2}^{\infty} \frac{1}{(2l)!} D_{\sigma_{x_i}}^{2l} h \right]}{2n_x}. \quad (13)$$

容积变换只取前两项, 从以上分析可以看出, 与实际的后验均值相比, 对任意第 j 个元素省略其大于四阶的误差, 则误差项可以表示为

$$\begin{aligned} \text{Error}(n_x) &= \frac{1}{2n_x} \sum_{i=1}^{2n_x} \left[\frac{1}{(2l)!} [\sigma_{x_{i,j}}]^{2l} \right] \\ &= (n_x)^{l-1} \left[\frac{1}{(2l)!} \sum_{i=1}^{2n_x} P^l(i, j) \right], \\ &\quad \forall j, \quad l = 2, 3, 4, \dots \end{aligned} \quad (14)$$

从 (14) 式可以看出, 容积采样所省略的误差会随状态维数的增加而变大, 当维数较大时会降低算法估计精度, 所以, 需要设计一种更加合理的算法降低高维状态下较大的采样误差.

3.2 改进容积采样方法

针对 CKF 算法面临的高维状态下省略误差大的问题, 下面提出一种新的容积采样方法, 消除状态维数对采样误差的影响. 容积采样可以描述为

$$X = \hat{x} + \sqrt{P} \xi, \quad (15)$$

其中 X 为采样状态点矩阵表示, $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{2n_x})$ 是采样矩阵, $\xi_k = (\xi_{k,1}, \xi_{k,2}, \dots, \xi_{k,n})^T$ 需要满足如下条件 [13]:

$$\frac{1}{2n_x} \sum_{i=1}^{2n_x} \xi_i \xi_i^T = I_{n_x}, \quad (16)$$

其中 I_{n_x} 为 $n_x \times n_x$ 的单位阵. 容积变换只是找到了一个相对简单的矩阵 ξ , 如下式所示:

$$\xi = \left[\sqrt{n_x} e_i - \sqrt{n_x} e_i \right], \quad i = 1, 2, \dots, n_x, \quad (17)$$

其中 e_i 为单位向量, ξ 的选取并没有考虑高维状态下采样误差大的问题.

为了改进算法性能, 引进正交矩阵 B , 满足如下性能:

$$\begin{aligned} B_i^T B_i &= 1, \quad i = 1, 2, \dots, n_x, \\ B_i^T B_j &= 0, \quad i \neq j, \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $B_i = (b_{i,1}, b_{i,2}, \dots, b_{i,n_x})^T$, 令 $\gamma = B\xi = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{2n_x})$, 则代入 (16) 式, 可以得到

$$\frac{1}{2n_x} \sum_{i=1}^{2n_x} \gamma_i \gamma_i^T = I_{n_x}, \quad (19)$$

即满足 (18) 式条件的任意矩阵 B 与 ξ 相乘都能满足 (16) 式, 即可以用于容积采样中, 但是不同 B 矩阵带来的采样效果有较大差异.

为了提高算法性能, 本文对 B 进行设计, 寻找最优的形式以获得应对高维状态估计的采样矩阵 γ . 首先引进正交矩阵 Ψ , 满足如下条件:

$$\begin{aligned} \Psi_i^T \Psi_i &= \frac{n_x}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, n_x, \\ \Psi_i^T \Psi_j &= 0, \quad i \neq j, \\ \varphi_{i,j}^2 &\leq 1, \quad \forall i, j, \end{aligned} \quad (20)$$

其中 $\Psi_i = (\varphi_{i,1}, \varphi_{i,2}, \dots, \varphi_{i,n})^T$ 是 Ψ 的列向量, 令 $B = \sqrt{2/n_x} \Psi$, 可以证明, B 满足 (18) 式所示条件, 将其代入 $\gamma = B\xi$, 得到一种新的采样矩阵, 从而得到新的容积采样点为

$$X = \hat{x} + \sqrt{\frac{2P}{n_x}} \Psi \xi. \quad (21)$$

下面对新的容积采样点性能做出分析. 权重不变, 将新的采样点 X 代入 (11) 式, 得到其舍弃的高阶项误差为

$$\begin{aligned} \text{Error}(\Psi, n_x) &= \frac{2^l}{2n_x} \sum_{i=1}^{2n_x} \varphi_i^{2l} \left[\frac{1}{(2l)!} \sum_{i=1}^{2n_x} P^l(i, j) \right], \\ &\quad \forall j, \quad l = 2, 3, 4, \dots \end{aligned} \quad (22)$$

由 (20) 式第三个条件可以有

$$\frac{1}{2n_x} \sum_{i=1}^{2n_x} \varphi_i^{2l} \leq 1, \quad (23)$$

所以有

$$\text{Error}(\Psi, n_x) = \frac{2^l}{2n_x} \sum_{i=1}^{2n_x} \varphi_i^{2l} \left[\frac{1}{(2l)!} \sum_{i=1}^{2n_x} P^l(i, j) \right]$$

$$\leq 2^l \left[\frac{1}{(2l)!} \sum_{i=1}^{2n_x} P^l(i, j) \right],$$

$$\forall j, l = 2, 3, 4, \dots \quad (24)$$

对比于CKF算法的省略误差(14)式可以得到

$$\frac{\text{Error}(\Psi, n_x)}{\text{Error}(n_x)} \leq n_x \left(\frac{2}{n_x} \right)^{l-1}, \quad l \geq 4. \quad (25)$$

(25)式表明,对于高维状态向量,新的采样点所省略的误差会远小于原始容积采样方法,尽管对于小于3维的状态向量,矩阵 Ψ 的引进不会带来很好的效果,但如本文所关心的目标位置及速度的6维问题,采样性能将有较大提升,如4阶误差省略只是原算法的22%,7阶误差省略只是原算法的0.7%,所以将其用于卡尔曼滤波过程会得到更加精确的估计结果.同时, $\gamma = \sqrt{2/n_x} \Psi \xi$ 满足容积采样条件,新的采样值没有打破原算法的理论架构,算法稳定性得到保障,其收敛的鲁棒性与CKF相同.

在计算量上,虽然矩阵 Ψ 变得复杂,相对于原始采样矩阵 ξ 会增加一部分非零矩阵乘法,但是其本质上只是改进了采样规则获得新的采样点,并没有增加额外的计算量,不会给滤波算法带来计算压力.由于其对非线性函数的拟合更加准确,所以除了提高跟踪精度外,在收敛速度上也会有相应的提高.由于 Ψ 具有正交特性,本文称其滤波算法为正交容积卡尔曼滤波算法(orthogonal cubature Kalman filter, OCKF).

3.3 OCKF 滤波跟踪算法

下面对结合上述改进容积采样方法的OCKF滤波跟踪算法做详细介绍.系统状态方程和观测方程如(1),(2)式所示,针对匀速直线运动目标的6维状态向量,寻找满足(20)式的矩阵 Ψ ,将其代入 $\gamma = \sqrt{2/n_x} \Psi \xi$,得到 γ 为

$$\gamma = [\sqrt{2}\Psi - \sqrt{2}\Psi]. \quad (26)$$

结合(22)式获得 $2n_x$ 个采样点.代入状态方程对采样向量进行一步预测为

$$\hat{x}^{(i)}(k+1|k) = Fx^{(i)}(k|k),$$

$$i = 0, 1, 2, \dots, 2n_x, \quad (27)$$

则系统下一时刻的状态预测为所有采样点一步预测的加权和

$$\hat{x}(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n_x} \omega^{(i)} \hat{x}^{(i)}(k+1|k). \quad (28)$$

状态协方差预测为

$$P(k+1|k)$$

$$= \sum_{i=0}^{2n_x} \omega^{(i)} [\hat{x}(k+1|k) - \hat{x}^{(i)}(k+1|k)]$$

$$\times [\hat{x}(k+1|k) - \hat{x}^{(i)}(k+1|k)]^T$$

$$+ Q(k), \quad (29)$$

将采样向量代入观测方程,得到观测一步预测为

$$\hat{z}^{(i)}(k+1|k) = \left[\begin{array}{c} \Delta r^{(i)} \\ \Delta f^{(i)} \end{array} \right] \Bigg|_{\hat{x}^{(i)}(k+1|k)}. \quad (30)$$

对所有采样点的一步预测观测加权得到系统一步测量预测为

$$\hat{z}(k+1|k) = \sum_{i=0}^{2n_x} \omega^{(i)} \hat{z}^{(i)}(k+1|k). \quad (31)$$

则系统观测预测的协方差矩阵 $S(k+1)$ 为

$$S(k+1)$$

$$= \sum_{i=0}^{2n_x} \omega^{(i)} [\hat{z}(k+1|k) - \hat{z}^{(i)}(k+1|k)]$$

$$\times [\hat{z}(k+1|k) - \hat{z}^{(i)}(k+1|k)]^T$$

$$+ R(k+1). \quad (32)$$

系统增益矩阵 $W(k+1)$ 为

$$W(k+1)$$

$$= \left\{ \sum_{i=0}^{2n_x} \omega^{(i)} [\hat{x}(k+1|k) - \hat{x}^{(i)}(k+1|k)] \right.$$

$$\times [\hat{z}(k+1|k) - \hat{z}^{(i)}(k+1|k)]^T \left. \right\}$$

$$\times S(k+1)^{-1}. \quad (33)$$

下一时刻系统状态估计为

$$\hat{x}(k+1|k+1)$$

$$= \hat{x}(k+1|k) + W(k+1)[z(k+1)$$

$$- \hat{z}(k+1|k)]. \quad (34)$$

下一时刻状态协方差矩阵为

$$P(k+1|k+1)$$

$$= P(k+1|k) - W(k+1)S(k+1)$$

$$\times W(k+1)^T. \quad (35)$$

综上所述,基于OCKF算法目标跟踪算法流程为:

步骤1 设定目标初始状态 $\hat{x}(0|0)$,初始协方差矩阵 $P(0|0)$;

步骤2 结合(26)式, 将初值代入(21)式得到 $2n_x$ 个采样点, 设定采样点权重 $\omega = 1/2n_x$;

步骤3 将采样点代入(27), (28)式得到状态向量的下一步预测 $\hat{x}(k+1|k)$;

步骤4 将状态误差协方差矩阵代入(29)式得到状态协方差的下一步预测 $P(k+1|k)$;

步骤5 将采样点代入(30), (31)式得到观测向量的下一步预测 $\hat{z}(k+1|k)$;

步骤6 将观测噪声协方差矩阵代入(32)式得到系统观测预测的协方差矩阵 $S(k+1)$;

步骤7 将步骤2—6结果代入(33)式得到系统增益矩阵 $W(k+1)$;

步骤8 将观测向量及步骤3, 5, 7结果代入(34)式得到状态向量下一时刻预测 $\hat{x}(k+1|k+1)$;

步骤9 将步骤4, 6, 7结果代入(35)式得到下一时刻状态协方差矩阵 $P(k+1|k+1)$;

步骤10 转至步骤2进行下一时刻滤波.

4 算法仿真

为了验证本文所提 OCKF 算法的有效性, 下面采用蒙特卡洛方法对算法性能进行仿真, 分别对比于 EKF, CKF 和文献[15]所提的 TCKF 算法, 验证 OCKF 算法性能. 假设目标初始位置为 (120, 500, 500) m, 做匀速运动, 速度为 (-10, 20, 10) m/s, 信号频率为 $f_o = 3 \times 10^8$ Hz, 有六个观测站, 位置及速度如表1所示.

表1 观测站坐标 (m) 及速度 (m/s)

Table 1. The position and speed of observation stations.

观测站	x	y	z	V_x	V_y	V_z
1	-300	-100	-150	30	-20	20
2	400	150	100	-30	10	20
3	300	500	200	10	-20	10
4	350	200	100	10	20	30
5	-100	-100	-100	-20	10	10
6	300	250	180	10	10	10

目标飞行受高斯白噪声扰动, 方差为 $\sigma_x = -50$ dB. 观测量为目标信号到达观测站的 TDOA 和 FDOA, 均以第一个观测站为参考站, 观测噪声方差为 $w = 15$ dB, TDOA 协方差矩阵为 $w\Phi$, FDOA 协方差矩阵为 $0.1w\Phi$, 其中 Φ 为对角线元素

是1, 其余元素为0.5的矩阵, TDOA 和 FDOA 噪声互不相关. 设滤波初始目标位置为 (0, 0, 0), 初始速度为 (0, 0, 0), 观测时间为 80 s. 算法中矩阵 Ψ 取如下形式:

$$\Psi = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 & -1/2 & -\sqrt{3}/2 & -1 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 & 1 & \sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 & -1/2 & \sqrt{3}/2 & -1 \\ 1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1 & -\sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 \end{bmatrix},$$

可以证明 Ψ 满足条件. 实验采用 1000 次蒙特卡洛仿真的平均结果表征每个算法性能, 仿真结果如图1和图2所示.

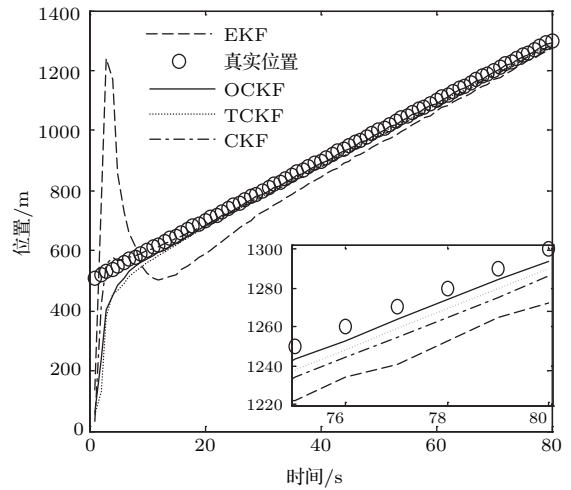


图1 目标 z 方向位置跟踪过程

Fig. 1. Target trajectory of z direction.

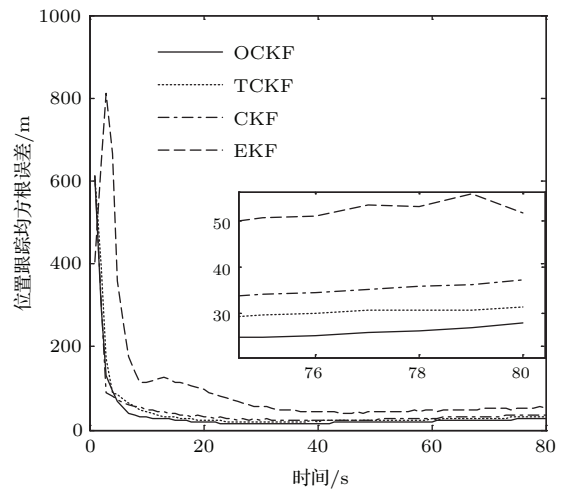


图2 位置跟踪均方根误差曲线

Fig. 2. Root mean square error of target trajectory tracking.

由于目标做匀速直线运动, 各方向性能一致, 为节约篇幅, 跟踪位置只以 z 轴方向为例说明. 图 1 显示的是各算法对目标 z 方向位置跟踪过程, 图 2 显示的是各算法三维位置跟踪的总体均方根误差曲线. 从图中可以看出, 四种算法在一定时间后都能以一定误差跟踪目标, 但 EKF 算法性能明显差于 CKF 算法、TCKF 算法及本文所提 OCKF 算法, 跟踪过程较慢, 误差大, 原因在于 EKF 只用了泰勒展开的一阶项, 忽略高阶项带来较大误差. TCKF 算法与 CKF 算法性能相近, 定位精度提升 5 m 左右, 原因在于 TCKF 算法应用三角函数作为采样矩阵元素, 在维数并不是太高的情况下, 引进的省略误差不可忽视, 降低了算法的估计精度. 但从放大图中可以看出, OCKF 跟踪性能好于 TCKF 算法, 精度又有 3—4 m 的提升, 跟踪精度更高, 说明算法性能较优, 证明了 OCKF 在误差项处理上的优势.

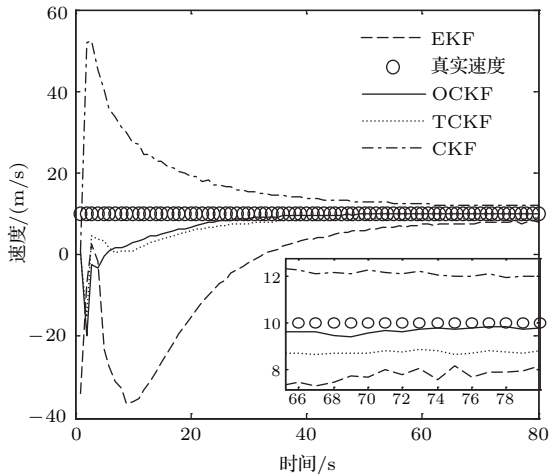


图 3 目标 z 方向速度跟踪过程

Fig. 3. Target speed of z direction.

图 3 显示的是对目标 z 方向速度跟踪过程, 图 4 显示的是各算法三维速度跟踪的总体均方根误差曲线. 从图中可以看出, OCKF 算法对速度的跟踪性能明显好于其他三种算法, 在收敛速度及跟踪精度上都明显占优. EKF 算法前期抖动较为严重, 跟踪速度也比较缓慢, 精度较差. CKF 和 TCKF 算法虽然克服了 EKF 算法的一些缺点, 但是收敛精度依然不理想, 最终锁定误差较大. OCKF 在 TCKF 的基础上进一步提高了跟踪精度, 与真实速度符合较好, 速度跟踪性能更强, 与图 3 所得结论一致.

对比图 2 和图 4 可以看出, 在位置和速度的跟踪过程中, OCKF 算法虽然性能上都有提升, 但是

在速度跟踪上精度更高, 究其原因, 在于速度跟踪基于 FDOA 的观测, 其非线性更强, 而 OCKF 的优势正在于对非线性函数更高精度的拟合上, 采样误差更小, 所以在速度的跟踪上性能更好. 在同一仿真环境下 (24 核 i7 处理器, Matlab2013), CKF, TCKF 和 OCKF 完成 80 s 数据的滤波过程需要的时间分别为 0.0577 s, 0.0579 s 和 0.0581 s, 算法消耗时间几乎一致, 说明在没有显著提升计算量的条件下, 本文提出的 OCKF 算法跟踪性能更好, 跟踪精度提升明显, 其综合性能优于 CKF 和 TCKF 算法.

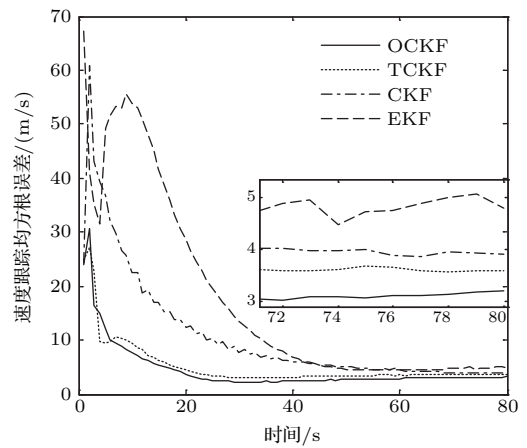


图 4 速度跟踪均方根误差曲线

Fig. 4. Root mean square error of target speed tracking.

5 结 论

本文针对跟踪中面临的非线性滤波问题, 在 CKF 算法的基础上做出改进, 通过引进正交矩阵改变容积采样方法得到 OCKF 算法, 理论分析和仿真实验证明 OCKF 算法性能整体上优于 CKF 算法, 在没有显著增加计算量的条件下, 提高跟踪精度, 在用于 TDOA 和 FDOA 的联合无源跟踪过程中表现较好, 具有较大的实用价值.

参考文献

- [1] Lin C M, Hsueh C S 2013 *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* **7** 2058
- [2] Ho K C, Xu W W 2004 *IEEE Transactions on Signal Processing* **52** 2453
- [3] Arie Yeredor, Eyal Angel 2011 *IEEE Transactions On Signal Processing* **59** 1612
- [4] Wang G, Li Y M, Ansari N 2013 *IEEE Transactions On Vehicular Technology* **62** 853

- [5] Luo L, Tian Z S, Chen J Y 2009 *Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications(Natural Science Edition)* **01** 50 (in Chinese) [罗磊, 田增山, 陈俊亚 2009 重庆邮电大学学报(自然科学版) **01** 50]
- [6] Gustafsson F, Hendeby G 2012 *IEEE Transactions on Signal Processing* **02** 545
- [7] Ning X L, Wang H L, Zhang Q, Chen L H 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 4426 (in Chinese) [宁小磊, 王宏力, 张琪, 陈连华 2010 物理学报 **59** 4426]
- [8] Zhang Q, Qiao Y K, Kong X Y, Si X S 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 110505 (in Chinese) [张琪乔玉坤孔祥玉司小胜 2014 物理学报 **63** 110505]
- [9] Julier S J, Uhlman J K, Durrant-Whyte H F 2000 *IEEE Transactions on Automatic Control* **45** 477
- [10] Julier S J, Uhlman J K 2004 *Proceedings of the IEEE* **92** 401
- [11] Liu Y, Wang H, Hou C H 2013 *IEEE Transactions on Signal Processing* **61** 4988
- [12] Ienkaran A, Simon H, Robert J E 2007 *Proceedings of the IEEE* **95** 953
- [13] Arasaratnam I, Haykin S 2009 *IEEE Transactions on Automatic Control* **54** 1254
- [14] Arasaratnam I, Haykin S, Hurd TR 2010 *IEEE Transactions on Signal Processing* **58** 4977
- [15] Wei X Q, Song S M 2013 *Journal of Astronautics* **34** 193 (in Chinese) [魏喜庆, 宋申民 2013 宇航学报 **34** 193]
- [16] Liu X, Jiao S H, Si X C 2011 *Journal of Xi An Jiao Tong University* **45** 137 (in Chinese) [刘学, 焦淑红, 司锡才 2011 西安交通大学学报 **45** 137]
- [17] Chang L B, Hu B Q, Li A, Qin F J 2013 *IEEE Transactions on Automatic Control* **58** 252

A tracking algorithm based on orthogonal cubature Kalman filter with TDOA and FDOA*

Lu Zhi-Yu[†] Wang Da-Ming Wang Jian-Hui Wang Yue

(PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450000, China)

(Received 29 November 2014; revised manuscript received 27 February 2015)

Abstract

In a passive target tracking system, the position and velocity of a target can be estimated based on time difference of arrival (TDOA) and frequency difference of arrival (FDOA) received by different stations. But TDOA and FDOA equations are nonlinear, which make the target tracking become a nonlinear estimation problem. To solve the nonlinear estimation problem, the most extensive research algorithms are those of extended Kalman filter (EKF), particle filter (PF), unscented Kalman filter (UKF), quadrature Kalman filter (QKF), and cubature Kalman filter (CKF). But the existing algorithms all come up with shortcoming in some way. EKF only retains the first order of the nonlinear function by Taylor series expansion, which will bring large error. PF has to face the degeneracy phenomenon and the problem of large computational complexity. The standard UKF is easy to become divergence in a high dimensional state estimation. QKF is sensitive to the dimension of state, and the calculation is of exponential growth with the growth of dimension. Although CKF can effectively improve the shortcomings, the discarded error is proportional to the state dimension, which may be large in high dimensional state. In view of the above problems, this paper presents an orthogonal cubature Kalman filter (OCKF) algorithm. This algorithm reduces the sampling error by introducing special orthogonal matrix to change the method of cubature sampling based on CKF. It eliminates the dimension impact on the sampling error. In the absence of additional computation, it effectively improves the tracking precision. Simulation results show that, based on the TDOA and FDOA, compared with the EKF and CKF algorithms, OCKF algorithm can improve the tracking performance significantly.

Keywords: target tracking, cubature Kalman filter, time difference of arrival, frequency difference of arrival

PACS: 05.45.Tp, 05.40.-a

DOI: 10.7498/aps.64.150502

* Project supported by the National High Technology Research and Development Program of China (Grant Nos. 2012AA01A502, 2012AA01A505), and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61401513).

[†] Corresponding author. E-mail: zhiyulu1030@126.com