

局域共振型声学超材料机理探讨*

刘娇 侯志林[†] 傅秀军

(华南理工大学物理系, 广州 510640)

(2014年12月25日收到; 2015年3月23日收到修改稿)

本文以二维固体薄板中的弹性波传播为例, 对基于共振子结构的声学超材料带隙机理进行了探讨, 证明在声学超材料中带隙形成既与共振子对波的散射相位有关, 也与波在共振体之间的几何传播相位有关. 通过调节散射相位和几何传播相位均能实现对色散关系的调控. 基于这一理解, 探究了弹性波超材料中的次波长缺陷态和负折射现象的实现条件.

关键词: 声学超材料, 负折射, 缺陷态**PACS:** 43.20.+g, 43.35.+d, 43.60.+d**DOI:** 10.7498/aps.64.154302

1 引言

近年来, 对超材料的研究引起了人们极大的关注. 超材料这一名词最初来源于电磁复合材料, 它通常由两种或两种以上不同电介质和磁介质的材料组成, 能够呈现出传统材料所没有的性质^[1-3]. 类比于电磁超材料, 声学超材料是由不同弹性模量和质量密度的材料构成的周期性人工复合结构^[4-9], 可具有负的等效弹性模量^[4]或负的等效质量密度^[5]. 当声波或弹性波在其中传播时, 同样能呈现出传统材料所没有的性质, 如负折射及平面聚焦^[10,11]、声隐形^[12]等. 超材料一般工作在亚波长尺度, 它们的原胞尺度通常可比工作波长小一个或几个数量级, 用这类材料能够实现小尺寸控制大波长.

超材料的性质与其中带隙的存在有着密切关系. 通常认为带隙的产生源于两种机理: 即布拉格散射机理^[13]和局域共振机理^[14]. 在基于布拉格散射的结构中, 声波被周期性排列的散射体所散射, 仅当散射体间距与波长的关系满足布拉格条件时才产生带隙, 因此带隙一般出现于波长与晶格常数相当的频率区域. 在这类结构中, 由于其色散关系

敏感于散射体间距, 可在周期结构基础上通过移除一个或一排散射体来获得点缺陷或线缺陷, 从而实现共振腔及波导结构^[15-19]. 而在共振型结构中, 带隙可以出现于波长远大于晶格常数的频率区域^[20], 在一定的条件下(如深度亚波长条件下), 其带隙的位置更敏感于振子的共振性质而不是具体的晶格结构^[21,22]. 基于这些现象, 局域带隙常被理解为能级排斥或Fano干涉的结果^[23], 也就是说带隙的打开完全源于共振子个体而非集体相互作用. 然而我们发现这种解释并不总是成立, 例如, 并不是所有的共振带隙都不敏感于晶格结构, 在振子与基体相互作用较强的结构中, 带隙会随晶格常数的改变而有明显的移动^[24,25]. 另外, 我们还发现基于这类结构的某些现象, 如负色散关系(或负折射现象), 明显表现为振子集体相互作用的结果.

本文将二维固体薄板上周期排布弹簧-质量振子的结构模型为例, 对共振型能带的形成机理进行深入的研究. 这种结构及其类似结构除其广泛的应用价值外, 还具有方程简单、振子的共振性质便于调节等优点, 因而得到了大量的研究^[11,17,18,20,21,26-29]. 我们的研究表明, 带隙不敏感于结构这一现象只在振子与基体间的耦合很弱(或者说振子的共振品质因子很大)的情况下

* 国家自然科学基金(批准号: 11274121)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: phzlh@scut.edu.cn

出现. 而在一般情况下, 共振结构的色散关系是由振子对波的散射相位及波在振子间传播时的传播相位共同决定. 因此, 共振结构的色散关系不但可以通过调节振子的散射相位来实现, 还可以通过改变波在振子间的传播相位来实现. 基于这一理解, 我们不仅探讨了长波长条件下缺陷态的实现条件及性质, 而且还通过改变振子的排列结构实现了负折射现象. 值得一提的是, 通常实现负折射的结构均是由两类振子, 即单极振子及偶极振子组合而成, 而我们的结构只需一类单极振子, 因而具有更简单的结构.

2 局域共振机理的探讨

周期性地装有弹簧-质量共振单元的弹性薄板弯曲波满足方程^[29]

$$D \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^2 w_1(r) - \omega^2 \rho h w_1(r) = \sum_i \sum_R f_R^i \delta[r - (R + r_i)], \quad (1)$$

其中 $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ 为薄板的弯曲系数, E 及 ν 为板材的弹性模量及泊松比, ρ 为板材的质量密度, 板厚为 h , $w_1(r)$ 为板的位移, $R = ma_1 + na_2$ 为元胞

位矢, r_i 为 R 元胞中第 i 振子的位矢, f_R^i 为此振子对板的作用力, 满足关系

$$f_R^i = -k_R^i [w_1(R + r_i) - w_2^i(R)] = -m_i \omega^2 w_2^i(R), \quad (2)$$

其中 k_R^i , m_R^i 及 $w_R^i(R)$ 为 R 元胞中第 i 振子的弹簧弹性系数、质量及位移. 从这一公式可以看到, 振子的共振频率 $\omega_R^i = \sqrt{\frac{k_R^i}{m_R^i}}$ 可方便地由 k_R^i 和 m_R^i 调节, 而由于公式左侧 $k_R^i w_1(R + r_i)$ 项的存在, 振子与板的耦合强度(或者说振子的品质因子)可由 k_R^i 的大小进行调节.

板弯曲波的色散关系可由方程(1)及(2)按平面波展开方法求解^[29], 而给定频率的入射波被有限振子阵列散射时的散射场可由格林函数方法来计算^[28].

为探究振子间的几何间距对系统色散关系的影响, 我们选取弹性振子按简单正方格子周期地排列在厚度为 $h = 0.01$ m 的环氧树脂薄板 ($E = 4.35 \times 10^{10}$ Pa, $\nu = 0.3679$, $\rho = 1180$ kg/m³) 上所构成的系统(图1(a))作为研究对象. 在设定振子质量为 $m = 0.3$ kg, 共振频率为 $f_0 = 200$ Hz 的前提下, 研究带结构随晶格常数的变化规律. 图1(b)给出了晶格常数 a 从 0.05 m 到 0.2 m 变化

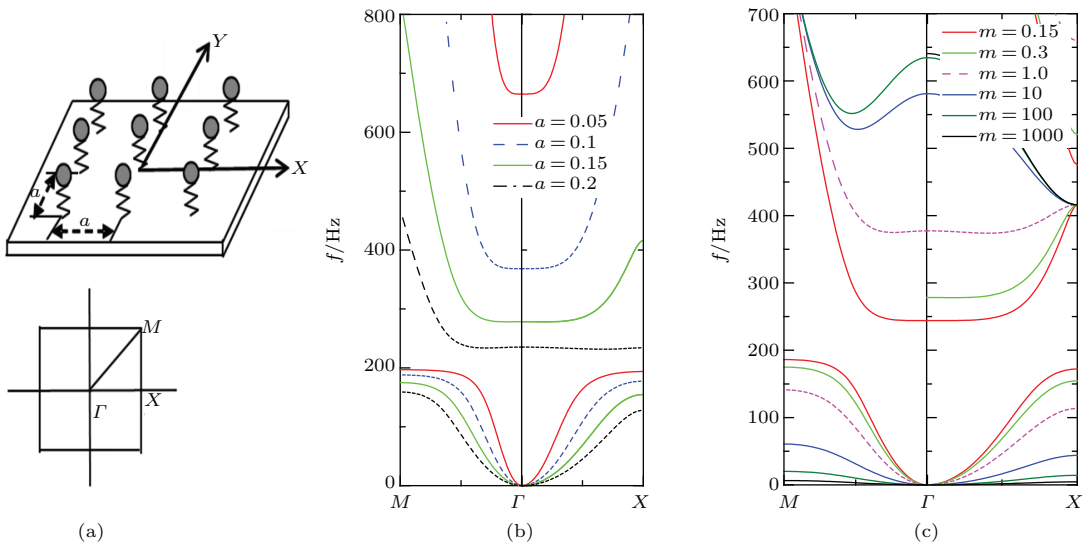


图1 (网刊彩色) (a) 弹簧振子按正方结构排列在弹性薄板上所构成的系统及其第一布里渊区; (b) 振子质量为 0.3 kg, 共振频率为 200 Hz 时, 不同晶格常数下的能带图; (c) 晶格常数为 0.15 m, 共振频率为 200 Hz 时, 不同振子质量下的能带图
Fig. 1. (color online) (a) Schematic view of the thin elastic plate with squarely arranged spring-mass resonator, the first Brillouin zone is also presented; (b) Band structures for system with different lattice constant, the mass and the resonant frequency of the resonators are set to be 0.3 kg and 200 Hz, respectively; (c) Same as (b) but for resonators with different mass, the lattice constant and the resonant frequency of the resonators are set to be 0.15 m and 200 Hz, respectively.

时沿第一布里渊区高对称方向的能带结构. 由图可以看到, 随着晶格常数的减小, 带隙上边缘大幅上升, 而下边缘则缓慢地由低频向上靠近振子的共振频率 f_0 , 导致带隙宽度不断增大. 进一步计算发现, 当晶格常数 a 逐渐减小直至其趋于零时, 带隙的上边缘会进一步上升直至趋于无穷, 而下边缘则趋于振子的共振频率 (在我们的结构中, 由于振子采用的是弹簧-质量模型, 而不是真实的具有一定尺寸的软橡胶-重核结构, 因此允许我们计算晶格常数 a 非常小的情况). 由于晶格常数的改变即为波在振子间的传播相位 βa 的改变 ($\beta = \sqrt{\omega^2 \rho h / D}$ 为板波波矢), 因此带隙的这种渐近行为说明传播相位对共振型超材料的色散关系起着重要的调节作用.

为研究带结构随振子共振特性的变化关系, 我们固定晶格常数 $a = 0.15$ m, 并保持共振频率 $f_0 = 200$ Hz 不变, 而让振子质量从 0.15 kg 到无限大变化. 根据 $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$, 增加振子质量并保持共振频率不变, 意味着弹性系数 k 也要同步增大, 因此增大振子质量也就是增大振子与板间的耦合强度. 不同振子质量下的能带结构如图 1(c) 所示. 由图可见, 随着振子质量的增大, 带隙上边缘不断上升, 而下边缘在共振频率以下逐渐下移, 最终导致带隙越来越大. 进一步增大 m (及 k) 直至其趋于无穷, 我们发现带隙的上边缘渐近地趋于某一上限值, 而下边缘则趋于零频.

为理解图 1(b) 给出的结果, 我们计算了平面波被单个振子散射时的散射相位 α 随频率的变化关系, 结果如图 2 所示. 从图 2 可以看到, 对于不同质量的振子, α 有着相似的变化规律, 即都是从频率为零时的 $\pi/2$ 渐变到频率趋于无穷时的 $3\pi/2$, 并且当入射波的频率等于振子的共振频率时 α 刚好为 π , 即散射波与入射波反相. 由图 2 并结合图 1(b) 的结果可以推知, 当 α 与 βa 的某种和值处于 π 与 $3\pi/2$ 之间时出现带隙. 就图 1(b) 而言, 当 βa 趋于零时, 带隙的上、下边缘会分别趋于无穷及 f_0 , 说明此时系统的带结构完全由散射相位 α 决定. 但当 βa 取非零值时, α 与 βa 的和值将因为 βa 的作用而提前达到 π 与 $3\pi/2$, 因此带隙的上、下边缘均随着 βa 的增大而往低频方向移动, 但由于 α 曲线在 f_0 附近随频率变化更快, 也就是说在这一频率附近只要较小的频率变化就能得到较大的散射相位变化, 因此相对于带隙的上边缘, 其下边缘频率更不敏感于传播相位的变化, 带隙的宽度主要取决于上边缘的移动. 按同样的道理, 可以理解图 1(c) 给

出的结果: 由图 2 可知, 在保持振子共振频率 f_0 不变的情况下, 当 m 逐渐增大时, α 曲线在 f_0 附近变得越来越平缓, α 与 βa 的和值能在更低频区域达到 π , 而要在更高的区域才能达到 $3\pi/2$, 因此带隙会越来越宽. 对于进一步增大 m 直至其趋于无限大时的极限情形, 由于 α 曲线的陡峭变化区域往低频方向移动, 而在 f_0 及以上区域变得非常平缓, 因此其带隙的下边缘会往零频方向移动, 而上边缘则将由传播相位决定, 因而趋于一个定值.

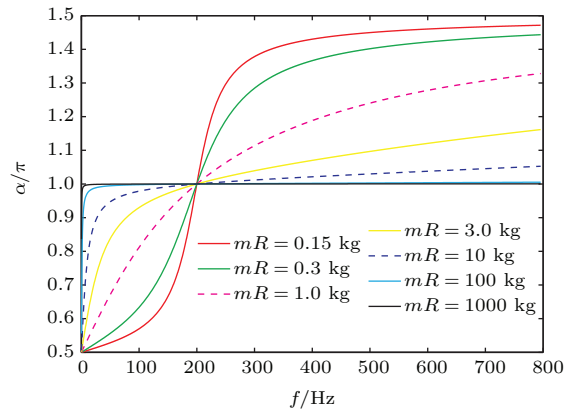


图 2 (网刊彩色) 不同振子质量下散射相位 α 随入射波频率的变化关系

Fig. 2. (color online) α curves of the resonator with different mass.

物理上, 波在系统中的传播过程可以理解为振子振动的激发及波的再辐射过程, 由于振子的再辐射波总是与激励波 (即板中的直行波) 存在相差 α , 在它们反相时会因干涉相消而打开带隙. 从方程 (2) 可以看到, 弹簧的弹性常数大小决定了振子与板的耦合强度, 大的耦合强度意味着振子有着强的再辐射能力 (小的共振品质因子) 和宽的响度频谱, 因而对应的系统将有宽的带隙.

从以上的分析可以看到, 传播相位对带隙的形成有着重要的影响. 对于振子与基体耦合较强的系统, 传播相位的作用使得带隙的上下边缘都有较大的移动. 对于弱耦合系统, 由于散射相位在 f_0 附近的急剧变化, 传播相位对带隙边缘的移动作用将较小, 因此正如一些研究结果所看到的, 系统的色散关系将表现为不敏感于晶格常数. 但需要注意的是, 即使对于这类弱耦合系统, 传播相位对带隙的形成也起着非常关键的作用, 因为如果完全忽略传播相位的影响, 带隙的上边缘会趋于无穷, 也就是说其宽度将为无限. 由此我们可以得到一个结论: 在共振型超材料中, 带隙及其色散关系的形成是振子间相互关联的集体运动的结果.

3 缺陷态的实现

基于上述对共振型超材料机理的理解, 我们看到这类材料的色散关系与振子间的波传播相位有着密切关系, 也就是说它是源于振子的集体而非个体作用, 带隙的打开需要散射相位与传播相位的某种和值满足一定的条件. 因此, 如果我们能够在结构中局部地改变带隙的条件, 例如局部地改变振子几何间距或局部改变振子的共振性质, 则可以得到缺陷态. 相对于基于布拉格型声子晶体的缺陷态而言, 这种缺陷态可以工作于长波长区域, 因此基于这类结构的器件可以有更小的几何尺寸. 最近, 这种结构已经受到几个研究小组的关注 [23,27,30,31]. 例如, 在文献 [23] 中, 作者通过提高结构中一个和一排振子的共振频率, 实现了点缺陷态和线缺陷态; 而在文献 [27] 中作者通过局部改变结构中两排振子的间距, 实现了波导态. 但遗憾的是在这些文献中并没有对缺陷态的形成机理及性质给出合理的分析. 下面我们将以上述弹性板波为例, 分析这类缺陷态的形成机理及特点.

我们先分析通过局部地改变振子的共振特性

所获得的缺陷态. 考虑由如图 3(a) 所示 $a \times 9a$ 超原胞在 x 与 y 方向周期重复构成的系统. 线缺陷态可通过改变超元胞中心振子的共振频率获得. 图 3(b) 从左到右分别给出了中心振子的共振频率 f'_0 等于、大于和小于其他正常振子共振频率时, 系统沿 ΓX 方向的带结构. 计算中我们选取振子间距为 $a = 0.1$ m, 振子质量为 $m = 0.2$ kg, 正常振子共振频率为 $f_0 = 200$ Hz, 而对应图 4(b) 中的中部及右边图形, 我们分别取 $f'_0 = 300$ Hz 及 100 Hz 作为缺陷振子的共振频率. 从图中可以看到, 虽然在两种情况下, 带隙区域均出现了缺陷能带, 但其性质有所不同. 对于 $f'_0 > f_0$, 由于缺陷振子对应的 α 曲线 (见图 2) 相对正常振子往高频方向移动, 系统带隙下边缘条件被局部打破, 因此缺陷态从下带边分离出来, 并由带隙条件可以推知, 由此获得缺陷态的频率将低于 f'_0 . 而对于 $f'_0 < f_0$, 由于缺陷振子对应的 α 曲线 (见图 2) 相对正常振子往低频方向移动, 系统带隙上边缘条件被局部打破, 因此缺陷态从上带边分离出来, 由此获得缺陷态的频率将高于 f'_0 . 从图中给出的缺陷态的位移场 (幅度值) 可以看到, 这两种构型均能很好地局域声场.

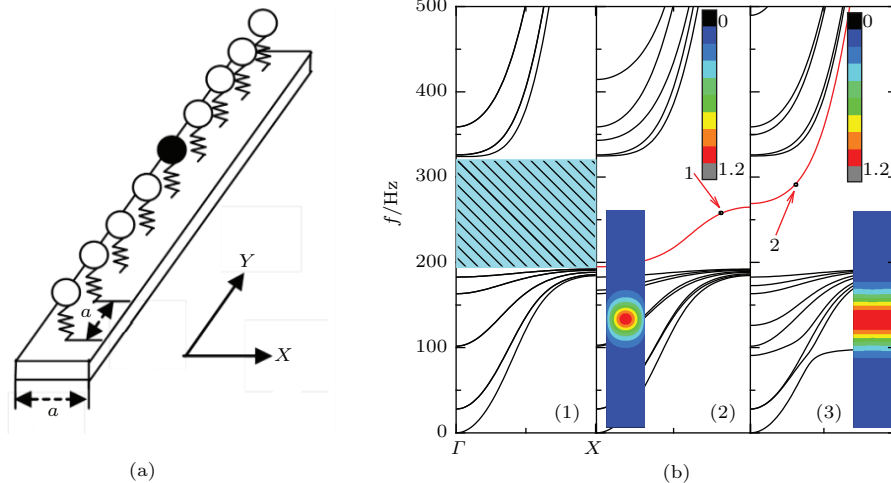


图3 (a) $a \times 9a$ 超原胞结构, 中心以黑色标记的为缺陷振子; (b) 从左到右共振频率 f'_0 分别取 200 Hz, 300 Hz 及 100 Hz 的能带图. 作为比较, 左边给出了 $f'_0 = f_0 = 200$ Hz 的带结构, 其中带隙区域用阴影标出, 在中间及右边图形中缺陷带均用红线表示, 图中还给出了带中以标记的模式位移场分布

Fig. 3. (a) Schematic view of the $a \times 9a$ supercell, the central resonator marked by black is the defect resonator. (b) Band structure of the system with different defect resonator, from left to right are for $f' = 200$, 300 and 100 Hz, respectively. Result for perfect structure (i. e., left panel, with $f' = 200$ Hz) is presented as comparison. Defect modes in the middle and right panels are marked in red, the field distribution of the modes labeled by "1" and "2" are given as insets.

以下我们再来分析由传播相位的局部改变引起的缺陷态. 为此我们考虑由如图 4(a) 所示超元胞构成的周期系统. 其中超元胞共包含 8 个振子,

振子间的正常间距为 a , 缺陷态由改变两中心振子的间距 a' 获得, 因此超元胞沿 Y 方向的长度为 $L = 7a + a'$. 图 4(b) 从左到右分别给出了 a' 取 a ,

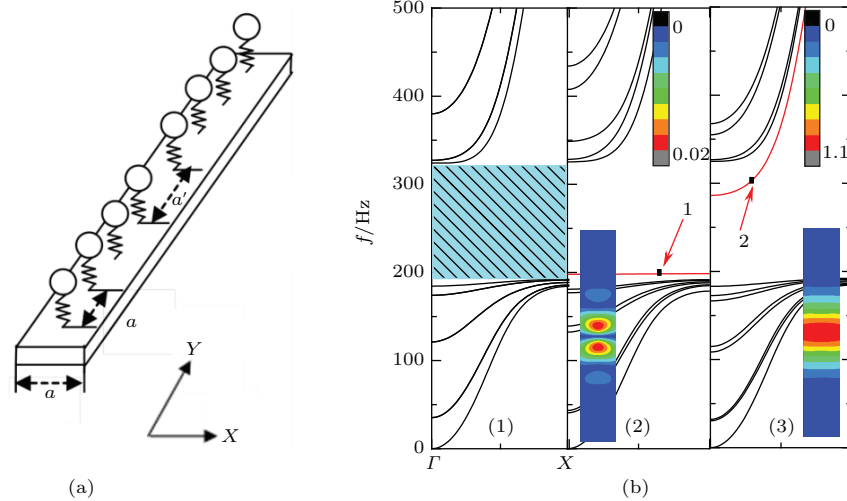


图4 (a) (网刊彩色) 8×8 超原胞结构示意图, 其中正常振子间距为 a , 中心两振子间距为 a' ; (b) 间距 a' 分别为 (1) a , (2) $0.2a$, (3) $1.6a$ 时沿 ΓX 方向的能带图. 作为比较, 左边给出了 $a' = a$ 的带结构, 其中带隙区域用阴影标出, 在中间及右边图形中缺陷带均用红线表示, 图中还给出了带中以“1”, “2”标记的模式的位置场分布

Fig. 4. (color online) (a) Schematic view of a 8×8 supercell. The distance between the central resonator pair is a' , others are a . (b) From left to right are band structures along ΓX direction for systems with $a' = a$, $0.2a$ and $1.6a$, respectively. Results for $a' = a$ (i.e. perfect lattice) is given for comparison. Bands in red in the middle and right panel are defect bands. Field distribution of the modes marked by “1” and “2” are presented as insets.

$0.2a$ 和 $1.6a$ 时的能带图. 计算中分别选取了 $a = 0.1$ m, $m = 0.2$ kg, 及 $f_0 = 200$ Hz. 从图中可以看到, 缺陷态在 $a' > a$ 及 $a' < a$ 的情况下均能获得, 但由于在 $a' < a$ ($a' > a$) 的情况下, 带隙的下(上)边缘条件被局部打破, 缺陷态总是从下(上)带边分离出来.

进一步计算表明, 无论是由振子缺陷还是由晶格缺陷获得的局域态, 带的宽度与振子-基体的耦合强度有着密切的关系, 较宽的带宽只有在强耦合系统中才能获得.

4 负折射现象

既然波的色散关系由共振单元的散射相位与传播相位共同决定, 那么它就可以通过传播相位的改变而得到调节. 我们发现通过周期性地改变振子间的间距, 使振子按复式格子周期性地排布, 可以获得负的色散关系. 在目前的研究结果中, 长波长下的负色散关系(即双负材料)通常要由单极及偶极振子的适当组合来获得^[5,7], 因此系统的结构一般较为复杂. 而以下将看到, 按我们的方案, 负色散关系只由一种振子便可实现, 因此系统结构将被极大地简化. 但需要注意的是, 我们这种方案只适用于振子与基体的耦合不太小的系统, 因为传播相位对色散关系的调节作用只在这类系统中才较为显著.

作为示例, 我们选取振子按蜂窝格子排列所构成的系统作为研究对象. 其单胞结构及第一布里渊区如图5(a)所示. 选择这种格子有两个便利之处: 一方面在这种格子中存在两类不同的原子位置, 因而沿某些方向(例如 ΓM 方向)存在两类不同的原子间距, 从而可以展示传播相位对带结构的调节作用; 另一方面这种格子具有较高的旋转对称性, 其带结构趋于各向同性. 采用平面波展开方法, 可算得其沿第一布里渊区高对称方向的带结构, 结果如图5(b)所示, 其中系统参数选取为 $a = 0.04$ m, $m = 0.01$ kg, $h = 0.005$ m, $f_0 = 800$ Hz. 从图中可以看到, 在频率为 $680-770$ Hz 的间隔内(两蓝色虚线间)出现了负的能带(红色虚线). 为展示这一能带导致的负折射现象, 我们构造了一个包含 800 个振子的 60° 菱形阵列. 如图6所示为该阵列被束腰宽度为 $5a$ 、频率为 750 Hz 的高斯波束从正左侧照射下的位移场分布, 计算由格林函数方法完成. 为清晰起见, 图中入射、反射及各折射波束的中心均以箭头标示. 从中可以看到, 各折射波束均位于负折射方向, 其中较强的一束经从基体到样品及从样品到基体的两次负折射后, 其中心在 y 方向发生了较大的横向移动. 更低频域的负带可通过降低 f_0 且同时增大 m_0 获得, 但结果没在这里列出. 这是由于频率越低波长越长, 为避免高斯波束过快的扩散, 所需波束的宽度及振子阵列的尺寸则要求更大, 这给计算带来了困难.

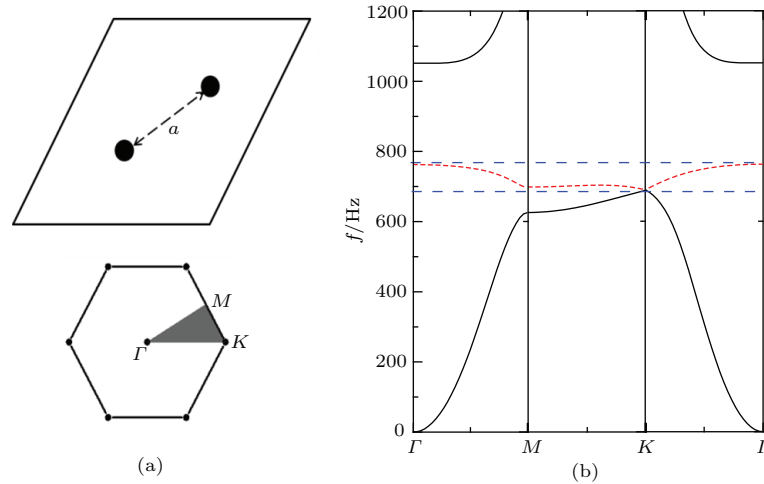


图5 (网刊彩色) (a) 蜂窝格子单胞及第一布里渊区示意图; (b) 振子按蜂窝格子排列时系统沿第一布里渊区高对称方向的能带图

Fig. 5. (color online) (a) Unit cell and the first Brillouin of the honeycomb lattice. (b) Band structure of system with resonators arranged into the honeycomb lattice.

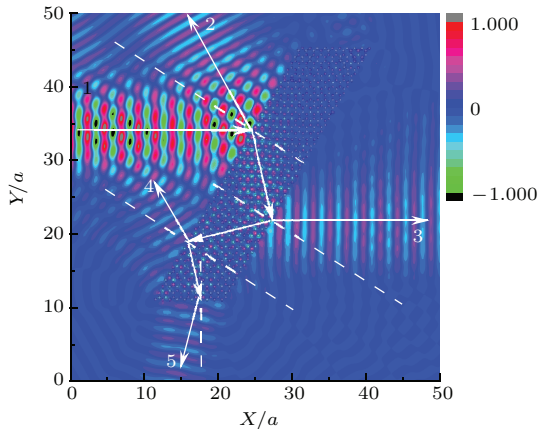


图6 (网刊彩色) 高斯波束由左侧水平向右入射到 60° 菱形蜂窝格子阵列时的反射、折射场分布, 图中用白色箭头标记波束的中心及传播方向, 虚线标示界面法线方向

Fig. 6. (color online) Wave field distribution of the 60° rhombus shaped sample illuminated by a Gaussian beam. The incident beam is from left and along x axis. The center and the direction of the beams are shown by white arrows. Dash lines denote the surface normal of the sample.

类比于单极与偶极振子的组合结构, 我们这种结构中的负色散关系可按如下机理来理解. 由于结构中存在两类振子间距, 因此处于不同位置的振子会感受到两类不同的、源于最近邻振子的波辐射而产生的作用. 对于间距较近的两振子, 由于感受到彼此较强的相互作用, 因而会耦合成对, 从而形成对称和反对称共振态. 如果将它们看作复合振子的话, 则其反对称态的功能相当于单极振子, 而对称态的功能则相当于偶极振子. 也就是说, 在我们的结构中, 同样存在两类共振态, 其负能带的机理与

单极-偶极振子的组合结构类似. 事实上, 基于这一思想的双负材料在文献 [32] 中已有报道, 但这一文献中, 两振子是通过不同于基底材料的另一种介质来相互耦合的, 因而复合振子具有更复杂的结构. 需要指出的是, 在我们的结构中, 由于传播相位不可忽略, 负能带中各模态在同一原胞中的位移场必不均匀, 因而不能用有效介质理论来描述.

5 结 论

本文以弹性板中的传播波为例研究了共振型超材料带隙的形成机理, 指出基于共振单元的超材料色散关系是由散射相位及传播相位共同作用的结果, 即便是在共振单元与基体的耦合相对较弱的系统, 传播相位对带隙的形成也起着非常重要的作用. 基于这一理解, 我们研究了这类结构中形成缺陷态的机理, 得出缺陷态的形成是局部打破带隙条件的结论. 另外, 基于在共振单元与基体耦合较强的系统中色散关系对传播相位非常敏感这一结论, 我们还由单类振子按复式格子排列所构成的系统实现了波的负折射现象.

参考文献

- [1] Shelby R A, Smith D R, Schultz S 2001 *Science* **292** 77
- [2] Schurig D, Mock J J, Justice B J, Cumber S A, Pendry J B, Starr A F, Smith D R 2006 *Science* **314** 977
- [3] Smith D R, Padilla W J, Vier D C, Nemat-Nasser S C, Schultz S 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 4184

- [4] Fang N, Xi D J, Xu J Y, Ambati M, Srituravanich W, Sun C, Zhang X 2006 *Nature Materials*. **5** 452
- [5] Sheng P, Mei J, Liu Z Y, Wen W J 2007 *Phys. B* **394** 256
- [6] Li J S, Chan C T 2004 *Phys. Rev. E* **70** 055602
- [7] Lee S H, Park C M, Seo Y M, Wang Z G, Kim C K 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 054301
- [8] Yang Z, Mei J, Yang M, Chan N H, Sheng P 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 204301
- [9] Torrent D, Sanchez-Dehesa J 2007 *New. J. Phys.* **9** 323
- [10] Deng K, Ding Y Q, He Z J, Zhao H P, Shi J, Liu Z Y 2009 *J. Appl. Phys.* **105** 124909
- [11] Ambati M, Fang N, Sun C, Zhang X 2007 *Phys. Rev. B* **75** 195447
- [12] Farhat M, Enoch S, Guenneau S, Movchan A B 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 134501
- [13] Kushwaha M S, Halevi P, Dobrzynski L, Djafari-Rouhani B 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 2022
- [14] Liu Z Y, Zhang X X, Mao Y W, Zhu Y Y, Yang Z Y, Chan C T, Sheng P 2000 *Science* **289** 1734
- [15] Wu F G, Liu Z Y, Liu Y Y 2004 *Phys. Rev. E* **69** 066609
- [16] Wu F G, Hou Z L, Liu Z Y, Liu Y Y 2001 *Phys. Lett. A* **292** 198
- [17] Vasseur J O, Hladky-Hennion A C, Djafari-Rouhani B, Duval F, Dubus B, Pennec Y, Deymier P A 2007 *J. Appl. Phys.* **101** 114904
- [18] Vasseur J O, Deymier P A, Djafari-Rouhani B, Pennec Y, Hladky-Hennion A C 2008 *Phys. Rev. B* **77** 085415
- [19] Khelif A, Choujaa A, Benchabane S, Djafari-Rouhani B, Laude V 2004 *Appl. Phys. Lett.* **84** 4400
- [20] Achaoui Y, Laude V, Benchabane S, Khelif A 2013 *J. Appl. Phys.* **114** 104503
- [21] Rupin M, Lemoult F, Lerosey G, Roux P 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 234301
- [22] Pourabolghasem R, Khelif A, Mohammadi S, Eftekhar A A, Adibi A 2014 *J. Appl. Phys.* **116** 013514
- [23] Lemoult F, Kaina N, Fink M, Lerosey G 2013 *Nature Phys.* **9** 55
- [24] Liu M, Hou Z L, Fu X J 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 104302 (in Chinese) [刘敏, 侯志林, 傅秀军 2012 物理学报 **61** 104302]
- [25] Larabi H, Pennec Y, Djafari-Rouhani B, Vasseur J O 2007 *Phys. Rev. E* **75** 066601
- [26] Sainidou R, Stefanou N 2006 *Phys. Rev. B* **73** 184301
- [27] Oudich M, Assouar M B, Hou Z L 2010 *Appl. Phys. Lett.* **97** 193503
- [28] Torrent D, Mayou D, Sanchez-Dehesa J 2013 *Phys. Rev. B* **87** 115143
- [29] Xiao Y, Wen J H, Wen X S 2012 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **45** 195401
- [30] Colombi A, Roux P, Rupin M 2014 *J. Acoust. Soc. Am.* **136** EL192
- [31] Hou L N, Hou Z L, Fu X J 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 034305 (in Chinese) [侯丽娜, 侯志林, 傅秀军 2014 物理学报 **63** 034305]
- [32] Yang M, Ma G C, Yang Z Y, and Sheng P 2013 *Phys. Rev. Letts.* **110** 134301

Mechanism for local resonant acoustic metamaterial^{*}

Liu Jiao Hou Zhi-Lin[†] Fu Xiu-Jun

(Department of Physics, South China University of Physics, Guangzhou 510640, China)

(Received 25 December 2014; revised manuscript received 23 March 2015)

Abstract

Taking the flexural wave propagating in elastic thin plate as an example, we investigate the mechanism for gap opening in the resonator-based acoustic metamaterials. Results show that the band gap in such a kind of structure depends not only on the abrupt phase change of the wave when it is scattered by the resonators, but also on the retarded phase of wave when it is propagating in host. This means that the dispersion of wave in the structure can be adjusted either by the scattering or by the propagating phase. Based on this understanding, we show that the defect state at subwavelength scale (obtained either by changing locally the resonating property of the resonator or by changing locally the distance between the resonators) can be understood simply by the band gap condition. We show further in this paper that, because the dispersion of the metamaterial can be adjusted by the propagating phase, the structures with negative band at a subwavelength scale can also be achieved by arranging the resonators into a compound lattice.

Keywords: acoustic metamaterials, negative refraction, defect state

PACS: 43.20.+g, 43.35.+d, 43.60.+d

DOI: [10.7498/aps.64.154302](https://doi.org/10.7498/aps.64.154302)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11274121).

[†] Corresponding author. E-mail: phzlh@scut.edu.cn