

光子两自由度超并行量子计算与超纠缠态操控

任宝藏 邓富国

Hyper-parallel photonic quantum computation and manipulation on hyperentangled states

Ren Bao-Cang Deng Fu-Guo

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 160303 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.160303

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.160303>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I16>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

PM2.5 大气污染对自由空间量子通信性能的影响

Influences of PM2.5 atmospheric pollution on the performance of free space quantum communication

物理学报.2015, 64(15): 150301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.150301>

三维传输子量子比特的退相干参数表征

Decoherence characterization of three-dimensional transmon

物理学报.2014, 63(22): 220305 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.220305>

表面离子阱的衬底效应模型研究及新型离子阱设计

Substrate effect on surface-electrode ion trap and hybrid design for ion trap

物理学报.2014, 63(6): 060303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.060303>

初态对光波导阵列中连续量子行走影响的研究

Effects of initial states on continuous-time quantum walk in the optical waveguide array

物理学报.2013, 62(9): 090301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.090301>

超导量子比特的耦合研究进展

Progress of coupled superconducting qubits

物理学报.2013, 62(1): 010301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.010301>

专题: 量子精密计量与操控

光子两自由度超并行量子计算与超纠缠态操控*

任宝藏 邓富国†

(北京师范大学物理学系, 北京 100875)

(2015年4月8日收到; 2015年5月12日收到修改稿)

光子系统在量子信息处理和传输过程中有非常重要的应用. 譬如, 利用光子与原子(或人工原子)之间的相互作用, 可以完成信息的安全传输、存储和快速的并行计算处理等任务. 光子系统具有多个自由度, 如极化、空间模式、轨道角动量、时间-能量、频率等自由度. 光子系统的多个自由度可以同时应用于量子信息处理过程. 超并行量子计算利用光子系统多个自由度的光量子态同时进行量子并行计算, 使量子计算具有更强的并行性, 且需要的量子资源少, 更能抵抗光子数损耗等噪声的影响. 多个自由度同时存在纠缠的光子系统量子态称为超纠缠态, 它能够提高量子通信的容量与安全性, 辅助完成一些重要的量子通信任务. 在本综述中, 我们简要介绍了光子系统两自由度量子态在量子信息中的一些新应用, 包括超并行量子计算、超纠缠态分析、超纠缠浓缩和纯化三个部分.

关键词: 超并行量子计算, 超纠缠态分析, 超纠缠浓缩, 超纠缠纯化

PACS: 03.67.Lx, 03.67.Hk, 03.67.Pp, 03.67.Bg

DOI: 10.7498/aps.64.160303

1 引言

量子信息主要利用量子力学原理, 结合光子、原子、人工原子、光学微腔等物理系统的特性, 完成信息的安全传输、快速的并行计算处理等任务, 是量子物理学与信息学科相结合的新兴交叉学科^[1]. 量子信息主要由量子计算和量子通信两部分组成. 在量子计算中, 高效、快速、抗噪声的量子门的构造和量子算法的设计是研究的核心问题; 在量子通信中, 长距离的网络通信是人们的迫切需求, 其中量子中继器是量子通信实用化的必备关键技术. 光子是光量子计算和量子通信的信息载体, 对光量子态的准确操控是当今物理领域的研究热点之一. 传统的光量子并行计算和远程量子通信主要利用光子系统的单一自由度^[2,3] (如极化自由度) 作为信息载体进行信息处理与传输.

光子系统具有不止一个自由度, 除了常用的极化自由度之外, 还有空间模式自由度、轨道角动量

自由度、时间-能量自由度、频率自由度等. 光子系统的这些自由度在量子计算和量子通信中有非常重要的应用. 光子系统的空间模式自由度和极化自由度都可以编码为量子比特, 分别用于量子计算^[4,5]. 如果能将光子系统的多个自由度量子态同时进行编码并应用于量子信息处理, 可以增加光子携带的信息量, 减小由于光子数损耗噪声造成的影响. 例如, 利用光子空间模式自由度和极化自由度之间易于转化的性质和腔量子电动力学的非线性光学作用, 超并行普适量子逻辑门能够对光子系统的两个自由度同时进行量子并行操作, 提高量子计算的并行性^[6-8]. 将光子超纠缠态^[9] 直接应用于量子通信, 能够提高远程通信的信道容量^[10-12].

本综述简要介绍了光子系统多自由度量子态操控在量子信息中的一些新的应用, 包括超并行量子控制非门模型(hyper-controlled-not gate)^[7]、杂合超并行量子控制非门模型(hybrid hyper-controlled-not gate)^[8]、超纠缠态分析

* 国家自然科学基金(批准号: 11474026)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: fgdeng@bnu.edu.cn

(hyperentangled-state analysis)^[10,11]、以及超纠缠态浓缩和纯化(hyperentanglement concentration and purification)^[13-16]. 本综述主要集中在我们最近几年的工作介绍, 这些工作被其他研究组借鉴、应用和推广等相关的后续工作在这里不做详细介绍^[17-28].

2 超并行量子计算

量子计算利用量子态叠加原理, 通过量子么正演化, 完成快速的并行计算处理. 量子逻辑门是量子计算的基本单元. 前人已经证明, 量子控制非门(CNOT)和单比特门可以构成普适的量子计算电路, 即可以构建任意量子计算任务需要的量子电路. 由于单比特量子门相对容易实现, 量子控制非门及其等价逻辑门的构造在量子计算研究中具有重要的地位, 是实现量子计算的核心之一. 基于光子偏振或相干态^[29-36]、电子自旋^[37-41]、核自旋^[42-46]、原子能级^[47,48]、超导能级^[49-52]、囚禁离子能级^[53]等各种物理量子比特, 人们理论设计和实验演示了普适的单自由度量子控制非门和条件相位门.

传统的并行量子计算通常是基于物理系统单一自由度完成的, 或者借助另一个自由度辅助完成一个自由度(或等价于一个自由度)的量子计算. 这里, 我们介绍基于光量子系统两自由度的超并行量子计算. 超并行量子计算是指在光子系统的两个自由度上同时进行可扩展量子计算, 实现光子系统两自由度的双并行量子信息处理; 它能完整地、最大限度地利用量子系统的信息处理容量, 并具有加速量子计算、节省量子资源、降低噪声影响等优点. 我们主要介绍光量子系统两自由度的普适量子门, 即超控制非门^[7]和杂合超控制非门^[8].

2.1 空间-极化超控制非门

超并行量子控制非门(hyper-CNOT)的作用是在光子系统的空间模式和极化两个自由度同时完成并行量子控制非门操作. 具体而言, 这里的超并行量子控制非门实现了光子A的极化比特控制光子B的极化比特完成量子控制非门, 同时光子A的空间模式比特控制光子B的空间模式比特完成量子控制非门. 不同于传统并行量子控制非门, 超并行量子控制非门并不是利用空间模式比特辅助

极化比特完成单自由度的并行量子控制非门, 并消耗掉空间模式比特, 而是充分利用每一个光子的两自由度量子态进行信息编码, 在两个自由度都完成并行量子控制非门操作, 提高信息处理容量, 加速并行计算.

利用双边光学腔-量子点系统对圆偏振光的双折射作用^[54], 能够构造光子空间-极化超控制非门^[7]. 双边光学腔-量子点系统对圆偏振光的双折射效果为^[7]

$$\begin{aligned} |R^\uparrow, i_2, \uparrow\rangle &\rightarrow |L^\downarrow, i_2, \uparrow\rangle, \\ |L^\downarrow, i_1, \uparrow\rangle &\rightarrow |R^\uparrow, i_1, \uparrow\rangle, \\ |R^\uparrow, i_2, \downarrow\rangle &\rightarrow -|R^\uparrow, i_1, \downarrow\rangle, \\ |L^\downarrow, i_1, \downarrow\rangle &\rightarrow -|L^\downarrow, i_2, \downarrow\rangle, \\ |R^\downarrow, i_1, \uparrow\rangle &\rightarrow -|R^\downarrow, i_2, \uparrow\rangle, \\ |L^\uparrow, i_2, \uparrow\rangle &\rightarrow -|L^\uparrow, i_1, \uparrow\rangle, \\ |R^\downarrow, i_1, \downarrow\rangle &\rightarrow |L^\uparrow, i_1, \downarrow\rangle, \\ |L^\uparrow, i_2, \downarrow\rangle &\rightarrow |R^\downarrow, i_2, \downarrow\rangle, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 R 和 L 分别表示右旋圆偏振光和左旋圆偏振光, L^\uparrow (L^\downarrow) 和 R^\uparrow (R^\downarrow) 表示左旋圆偏振光和右旋圆偏振光从光学腔的底部(顶部)入射双边光学腔-量子点系统, 或从双边光学腔顶部(底部)出射; $|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$ 分别表示量子点中的电子自旋 $|1/2\rangle$ 和 $|-1/2\rangle$; i_1 和 i_2 分别表示光子 i 的两个空间路径模式 ($i = a, b$).

基于双边光学腔-量子点系统的超并行量子控制非门的原理如图1所示. 其中 $CPBS_i$ ($i = 1, 2, 3$) 表示圆偏振光极化束分离器, 它能透射 R 光并反射 L 光; U_i ($i = 1, 2$) 表示波片, 它对光子的极化自由度进行相移操作 $U = -|R\rangle\langle R| - |L\rangle\langle L|$; X 表示半波片, 它对光子的极化自由度进行比特翻转操作 $\sigma_X^P = |R\rangle\langle L| + |L\rangle\langle R|$; Z_i ($i = 1, 2$) 表示半波片, 对光子的极化自由度进行相位翻转操作 $\sigma_Z^P = |R\rangle\langle R| - |L\rangle\langle L|$; QD_i ($i = 1, 2$) 表示双边光学腔-量子点系统, 电子自旋的初态制备为 $|+\rangle_{e_i}$, $|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle \pm |\downarrow\rangle)$. 我们不妨假设进行超并行量子控制非门操作的两个光子A和B的初态分别制备为 $|\varphi_A\rangle_0 = (\alpha_1|R\rangle + \alpha_2|L\rangle)_A(\gamma_1|a_1\rangle + \gamma_2|a_2\rangle)$ 和 $|\varphi_B\rangle_0 = (\beta_1|R\rangle + \beta_2|L\rangle)_B(\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle)$. 对光子对AB进行的超并行量子控制非门操作可以通过下面一些步骤和过程来完成.

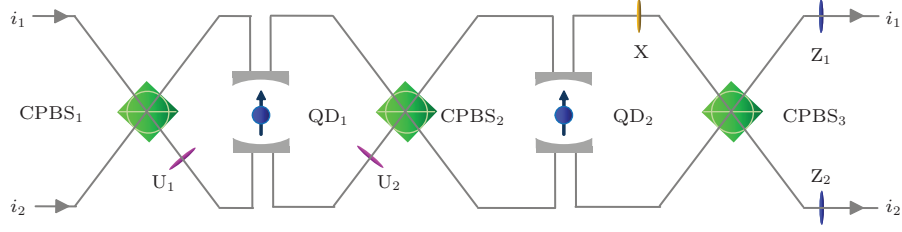


图1 光子空间-极化两自由度超并行量子控制非门原理图

Fig. 1. Schematic diagram of the photonic hyper-controlled-not gate for the polarization and spatial-mode degrees of freedom (DOFs).

首先, 我们对光子A的空间和极化自由度进行Hadamard操作, 光子A的量子态演化为 $|\varphi'_A\rangle_0 = (\alpha'_1|R\rangle + \alpha'_2|L\rangle)_A(\gamma'_1|a_1\rangle + \gamma'_2|a_2\rangle)$, 其中 $\alpha'_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1 + \alpha_2)$, $\alpha'_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1 - \alpha_2)$, $\gamma'_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\gamma_1 + \gamma_2)$, $\gamma'_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\gamma_1 - \gamma_2)$. 随后, 我们让光子A依次通过CPBS₁, U₁, QD₁, U₂和CPBS₂ (如图1所示). 由QD₁中的电子自旋 e_1 和光子A组成的复合系统的量子态由 $|\varphi_{Ae_1}\rangle_0$ 演化为 $|\varphi_{Ae_1}\rangle_1$. 其中

$$\begin{aligned} |\varphi_{Ae_1}\rangle_0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)_{e_1}(\alpha'_1|R\rangle + \alpha'_2|L\rangle)_A \\ &\quad \otimes (\gamma'_1|a_1\rangle + \gamma'_2|a_2\rangle), \\ |\varphi_{Ae_1}\rangle_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}\{\gamma'_1[|\uparrow\rangle_{e_1}(\alpha'_1|L\rangle + \alpha'_2|R\rangle)_A \\ &\quad + |\downarrow\rangle_{e_1}(\alpha'_1|R\rangle + \alpha'_2|L\rangle)_A]|a_2\rangle \\ &\quad + \gamma'_2[|\uparrow\rangle_{e_1}(\alpha'_1|R\rangle + \alpha'_2|L\rangle)_A \\ &\quad + |\downarrow\rangle_{e_1}(\alpha'_1|L\rangle + \alpha'_2|R\rangle)_A]|a_1\rangle\}. \quad (2) \end{aligned}$$

在光子A通过CPBS₂后, 我们让光子A依次通过QD₂, X, CPBS₃, Z₁和Z₂ (如图1所示). 由光子A以及QD₁和QD₂中的电子自旋 e_1 和 e_2 组成的复合系统的量子态由 $|\varphi_{Ae_1e_2}\rangle_1$ 演化为 $|\varphi_{Ae_1e_2}\rangle_2$. 其中

$$\begin{aligned} |\varphi_{Ae_1e_2}\rangle_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)_{e_2}|\varphi_{Ae_1}\rangle_1, \\ |\varphi_{Ae_1e_2}\rangle_2 &= \frac{1}{2}[|\uparrow\rangle_{e_1}(\alpha'_1|R\rangle + \alpha'_2|L\rangle)_A \\ &\quad + |\downarrow\rangle_{e_1}(\alpha'_2|R\rangle + \alpha'_1|L\rangle)_A] \\ &\quad \otimes [|\uparrow\rangle_{e_2}(\gamma'_2|a_1\rangle + \gamma'_1|a_2\rangle) \\ &\quad - |\downarrow\rangle_{e_2}(\gamma'_1|a_1\rangle + \gamma'_2|a_2\rangle)]. \quad (3) \end{aligned}$$

现在, 我们得到了四比特杂合控制非门的作用结果. 其中电子自旋 e_1 和 e_2 为控制量子比特, 光子A的空间和极化自由度为目标量子比特.

其次, 对电子自旋 e_1 和 e_2 进行Hadamard操作

后 $[|\uparrow\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle), |\downarrow\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle)]$, 我们让光子B依次通过CPBS₁, U₁, QD₁, U₂, CPBS₂, QD₂, X, CPBS₃, Z₁和Z₂ (如图1所示). 由光子A和B以及电子自旋 e_1 和 e_2 组成的复合系统的量子态由 $|\varphi_{ABe_1e_2}\rangle_2$ 演化为 $|\varphi_{ABe_1e_2}\rangle_3$. 其中,

$$\begin{aligned} &|\varphi_{ABe_1e_2}\rangle_2 \\ &= |\varphi_{Ae_1e_2}\rangle_2(\beta_1|R\rangle + \beta_2|L\rangle)_B(\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle), \\ &|\varphi_{ABe_1e_2}\rangle_3 \\ &= \frac{1}{2}[|\uparrow\rangle_{e_1}\alpha_1(|R\rangle + |L\rangle)_A(\beta_1|R\rangle + \beta_2|L\rangle)_B \\ &\quad + |\downarrow\rangle_{e_1}\alpha_2(|R\rangle - |L\rangle)_A(\beta_2|R\rangle + \beta_1|L\rangle)_B] \\ &\quad \otimes [-|\uparrow\rangle_{e_2}\gamma_2(|a_1\rangle - |a_2\rangle)(\delta_2|b_1\rangle + \delta_1|b_2\rangle) \\ &\quad + |\downarrow\rangle_{e_2}\gamma_1(|a_1\rangle + |a_2\rangle)(\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle)]. \quad (4) \end{aligned}$$

最后, 我们对光子A的空间和极化自由度以及电子自旋 e_1 和 e_2 再次进行Hadamard操作, 复合系统 ABe_1e_2 的量子态演化为 $|\varphi_{ABe_1e_2}\rangle_4$. 其中,

$$\begin{aligned} &|\varphi_{ABe_1e_2}\rangle_4 \\ &= \frac{1}{2}\{|\uparrow\rangle_{e_1}[\alpha_1|R\rangle_A(\beta_1|R\rangle + \beta_2|L\rangle)_B \\ &\quad + \alpha_2|L\rangle_A(\beta_2|R\rangle + \beta_1|L\rangle)_B] \\ &\quad + |\downarrow\rangle_{e_1}[\alpha_1|R\rangle_A(\beta_1|R\rangle + \beta_2|L\rangle)_B \\ &\quad - \alpha_2|L\rangle_A(\beta_2|R\rangle + \beta_1|L\rangle)_B]\} \\ &\quad \otimes \{|\uparrow\rangle_{e_2}[\gamma_1|a_1\rangle(\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle) \\ &\quad - \gamma_2|a_2\rangle(\delta_2|b_1\rangle + \delta_1|b_2\rangle)] \\ &\quad - |\downarrow\rangle_{e_2}[\gamma_1|a_1\rangle(\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle) \\ &\quad + \gamma_2|a_2\rangle(\delta_2|b_1\rangle + \delta_1|b_2\rangle)]\}. \quad (5) \end{aligned}$$

在正交基矢 $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ 下测量电子自旋 e_1 和 e_2 , 并根据测量结果对光子A进行单比特反馈操作后, 我们能够得到空间-极化超并行量子控制非门的作用结果. 具体而言, 如果电子自旋 e_1 的量子态为 $|\downarrow\rangle_{e_1}$, 对光子A进行极化操作 $|L\rangle_A \rightarrow -|L\rangle_A$; 如

果电子自旋 e_2 的量子态为 $|\uparrow\rangle_{e_2}$, 对光子 A 进行空间模式操作 $|a_2\rangle \rightarrow -|a_2\rangle$. 光子系统 AB 的末态为

$$\begin{aligned} |\varphi_{AB}\rangle = & [\alpha_1|R\rangle_A(\beta_1|R\rangle + \beta_2|L\rangle)_B \\ & + \alpha_2|L\rangle_A(\beta_2|R\rangle + \beta_1|L\rangle)_B] \\ & \otimes [\gamma_1|a_1\rangle(\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle) \\ & + \gamma_2|a_2\rangle(\delta_2|b_1\rangle + \delta_1|b_2\rangle)]. \end{aligned} \quad (6)$$

(6) 式即为光子空间-极化两自由度超并行量子控制非门的作用结果, 其中光子 A 的空间模和极化模为控制量子比特, 光子 B 的空间模和极化模为目标量子比特.

2.2 空间-极化杂合超控制非门

杂合超控制非门是将光子的一个自由度作为控制量子比特, 而将光子的另外一个自由度作为目标量子比特, 对双光子的两个自由度同时进行控制非门操作. 利用双边光学腔-NV-center 系统对圆偏振光的双折射作用, 我们能够构造杂合超控制非门^[8]. 双边光学腔-NV-center 系统对圆偏振光的双折射效果为^[8]

$$\begin{aligned} |R^\uparrow, -1\rangle &\rightarrow |L^\downarrow, -1\rangle, & |R^\uparrow, +1\rangle &\rightarrow -|R^\uparrow, +1\rangle, \\ |L^\downarrow, -1\rangle &\rightarrow |R^\uparrow, -1\rangle, & |L^\downarrow, +1\rangle &\rightarrow -|L^\downarrow, +1\rangle, \\ |R^\downarrow, -1\rangle &\rightarrow -|R^\downarrow, -1\rangle, & |R^\downarrow, +1\rangle &\rightarrow |L^\uparrow, +1\rangle, \\ |L^\uparrow, -1\rangle &\rightarrow -|L^\uparrow, -1\rangle, & |L^\uparrow, +1\rangle &\rightarrow |R^\downarrow, +1\rangle, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $|-1\rangle$ 和 $|+1\rangle$ 表示金刚石 NV-center 的电子自旋基态.

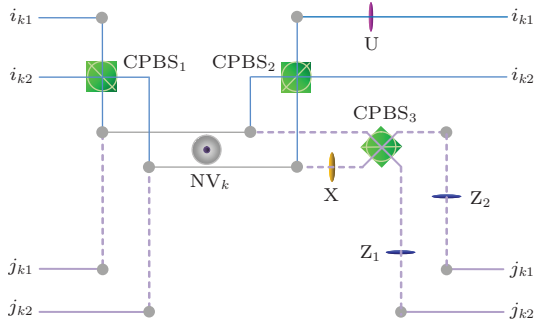


图2 光子空间-极化两自由度杂合超并行量子控制非门原理图^[8]

Fig. 2. Schematic diagram of the photonic hybrid hyper-controlled-not gate for the polarization and spatial-mode DOFs^[8].

基于双边光学腔-NV-center 系统的杂合超控制非门的原理如图 2 所示^[8]. NV_i ($i = 1,$

2) 表示双边光学腔-NV-center 系统, 电子自旋的初态制备为 $|+\rangle_{e_i}$, $|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|-1\rangle \pm |+1\rangle)$. 假设我们将光子 A 和 B 的初态分别制备为 $|\varphi_A\rangle_0$ 和 $|\varphi_B\rangle_0$. 在对光子 A 和 B 的极化自由度进行 Hadamard 操作后, 光子 A 和 B 的量子态演化为 $|\psi'_A\rangle_0 = (\alpha'_1|R\rangle + \alpha'_2|L\rangle)_A(\gamma_1|a_1\rangle + \gamma_2|a_2\rangle)$ 和 $|\psi'_B\rangle_0 = (\beta'_1|R\rangle + \beta'_2|L\rangle)_B(\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle)$, 其中 $\beta'_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\beta_1 + \beta_2)$, $\beta'_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\beta_1 - \beta_2)$. 通过下面一些步骤和过程, 我们可以完成对光子对 AB 进行的超并行杂合量子控制非门操作.

首先, 我们将光子 A 的两个空间模 $|a_1\rangle$ 和 $|a_2\rangle$ 分别沿空间路径 i_{11} 和 i_{12} 入射双边光学腔-NV-center 系统 NV_1 (如图 2 所示). 同时, 我们将光子 B 的两个空间模 $|b_1\rangle$ 和 $|b_2\rangle$ 分别沿空间路径 i_{21} 和 i_{22} 入射双边光学腔-NV-center 系统 NV_2 . 在光子 A(B) 通过 CPBS₁, NV_1 (NV_2), CPBS₂ 和 U 后, 由光子 A 和 NV_1 (光子 B 和 NV_2) 组成的复合系统的量子态演化为 $|\psi_{Ae_1}\rangle_1$ ($|\psi_{Be_2}\rangle_1$). 其中

$$\begin{aligned} |\psi_{Ae_1}\rangle_1 = & \frac{1}{\sqrt{2}}\{\gamma_1[|-1\rangle_{e_1}(\alpha'_1|R\rangle + \alpha'_2|L\rangle)_A \\ & - |+1\rangle_{e_1}(\alpha'_2|R\rangle + \alpha'_1|L\rangle)_A]|a_1\rangle \\ & + \gamma_2[|-1\rangle_{e_1}(\alpha'_2|R\rangle + \alpha'_1|L\rangle)_A \\ & - |+1\rangle_{e_1}(\alpha'_1|R\rangle + \alpha'_2|L\rangle)_A]|a_2\rangle\}, \\ |\psi_{Be_2}\rangle_1 = & \frac{1}{\sqrt{2}}\{\delta_1[|-1\rangle_{e_2}(\beta'_1|R\rangle + \beta'_2|L\rangle)_B \\ & - |+1\rangle_{e_2}(\beta'_2|R\rangle + \beta'_1|L\rangle)_B]|b_1\rangle \\ & + \delta_2[|-1\rangle_{e_2}(\beta'_2|R\rangle + \beta'_1|L\rangle)_B \\ & - |+1\rangle_{e_2}(\beta'_1|R\rangle + \beta'_2|L\rangle)_B]|b_2\rangle\}. \end{aligned} \quad (8)$$

其次, 我们对 NV_1 和 NV_2 中的电子自旋进行 Hadamard 操作 $[|-1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|-1\rangle + |+1\rangle), |+1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|-1\rangle - |+1\rangle)]$, 并将光子 A 的两个空间模 $|a_1\rangle$ 和 $|a_2\rangle$ 分别沿空间路径 j_{21} 和 j_{22} 入射双边光学腔-NV-center 系统 NV_2 (如图 2 所示). 同时, 我们将光子 B 的两个空间模 $|b_1\rangle$ 和 $|b_2\rangle$ 分别沿空间路径 j_{11} 和 j_{12} 入射双边光学腔-NV-center 系统 NV_1 . 在光子 A(B) 通过 NV_2 (NV_1), X, CPBS₃, Z_1 和 Z_2 后, 由光子 A 和 B 以及 NV_1 和 NV_2 组成的复合系统的量子态演化为 $|\psi_{ABe_1e_2}\rangle_2$. 其中

$$\begin{aligned} |\psi_{ABe_1e_2}\rangle_2 \\ = \frac{1}{2}[|-1\rangle_{e_1}\alpha_2(|L\rangle - |R\rangle)_A(\delta_2|b_1\rangle + \delta_1|b_2\rangle) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - | + 1 \rangle_{e_1} \alpha_1 (|R\rangle + |L\rangle)_A (\delta_1 |b_1\rangle + \delta_2 |b_2\rangle) \\
 & \otimes [| - 1 \rangle_{e_2} \beta_2 (|L\rangle - |R\rangle)_B (\gamma_2 |a_1\rangle + \gamma_1 |a_2\rangle) \\
 & - | + 1 \rangle_{e_2} \beta_1 (|R\rangle + |L\rangle)_B (\gamma_1 |a_1\rangle + \gamma_2 |a_2\rangle)].
 \end{aligned} \tag{9}$$

最后, 我们对 NV_1 和 NV_2 中的电子自旋以及光子 A 和 B 的极化自由度再次进行 Hadamard 操作. 在正交基矢 $\{| - 1 \rangle, | + 1 \rangle\}$ 下测量 NV_1 和 NV_2 中的电子自旋, 并根据测量结果对光子 A 和 B 进行单比特么正操作后, 我们能够得到空间-极化杂合超控制非门的作用结果. 具体而言, 如果 NV_1 的电子自旋量子态为 $| + 1 \rangle_{e_1}$, 需要对光子 A 进行极化操作 $|L\rangle_A \rightarrow -|L\rangle_A$; 如果 NV_2 的电子自旋量子态为 $| + 1 \rangle_{e_2}$, 需要对光子 B 进行极化操作 $|L\rangle_B \rightarrow -|L\rangle_B$. 光子系统 AB 的末态为

$$\begin{aligned}
 |\psi_{AB}\rangle = & [\alpha_1 |R\rangle_A (\delta_1 |b_1\rangle + \delta_2 |b_2\rangle) \\
 & + \alpha_2 |L\rangle_A (\delta_2 |b_1\rangle + \delta_1 |b_2\rangle)] \\
 & \otimes [\beta_1 |R\rangle_B (\gamma_1 |a_1\rangle + \gamma_2 |a_2\rangle) \\
 & + \beta_2 |L\rangle_B (\gamma_2 |a_1\rangle + \gamma_1 |a_2\rangle)]. \tag{10}
 \end{aligned}$$

(10) 式为光子空间-极化杂合超控制非门的作用结果, 其中光子 A(B) 的极化模为控制量子比特, 光子 B(A) 的空间模为目标量子比特.

3 超纠缠态分析

量子通信利用量子力学的基本原理 (如测不准原理、纠缠系统的相干性与非定域性等) 完成信息的安全传输. 量子通信有几个重要的分支, 如量子密钥分配 (quantum key distribution) [55–58], 量子机密共享 (quantum secret sharing) [59–61], 量子安全直接通信 (quantum secure direct communication) [62–65] 等. 无论是基于单光子的量子通信方案, 还是基于纠缠光子系统的量子通信方案, 在网络化长距离通信中, 都需要借助量子中继器 [66–73]. 量子中继器技术通常包括纠缠产生、纠缠分发、纠缠纯化、纠缠链接和量子存储五个组成部分. 而纠缠链接的本质, 是对一组正交量子态进行完整区分, 例如 Bell 态分析.

光子系统多个自由度同时存在纠缠的量子态定义为超纠缠态 [9]. 将光子系统超纠缠态应用于量子通信, 能够提高信道容量和通信安全 [28]. 超纠缠还可以用于建立高容量的量子中继器, 服务于实用的远程量子通信网络. 这里, 我们介绍高容量量子通信的重要组成部分, 即超纠缠 Bell 态分析. 利用

完全的超纠缠 Bell 态区分设计第一个完整的基于超纠缠态的高容量量子隐形传态 (teleportation) 和纠缠转移 (entanglement swapping) 的工作见参考文献 [10]; 借助于具体物理系统特性设计完全的超纠缠 Bell 态区分, 并设计两自由度量子纠缠转移的工作见参考文献 [11]; 实验演示两自由度高容量量子隐形传态的工作见参考文献 [28].

3.1 基于非线性克尔介质的超纠缠 Bell 态分析

这里的超纠缠 Bell 态定义为在光子的极化自由度和空间模式自由度同时存在纠缠的量子态, 譬如 $|\phi^+\rangle_{PS}^{AB} = \frac{1}{2}(|HH\rangle + |VV\rangle)_P^{AB} \otimes (|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle)_S^{AB}$. 其中上标 A 和 B 表示超纠缠的两个光子, 下标 P 和 S 分别表示光子的极化自由度和空间模式自由度, H 和 V 分别表示水平偏振光和垂直偏振光. 光子系统的极化自由度 Bell 态和空间自由度 Bell 态定义为

$$\begin{aligned}
 |\phi^\pm\rangle_P^{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle \pm |VV\rangle)_P^{AB}, \\
 |\psi^\pm\rangle_P^{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HV\rangle \pm |VH\rangle)_P^{AB}, \\
 |\phi^\pm\rangle_S^{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1\rangle \pm |a_2b_2\rangle)_S^{AB}, \\
 |\psi^\pm\rangle_S^{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_2\rangle \pm |a_2b_1\rangle)_S^{AB}, \tag{11}
 \end{aligned}$$

其中 $|\psi^\pm\rangle_P^{AB}$ 和 $|\psi^\pm\rangle_S^{AB}$ 为奇宇称态, $|\phi^\pm\rangle_P^{AB}$ 和 $|\phi^\pm\rangle_S^{AB}$ 为偶宇称态. 利用基于非线性克尔 (Kerr) 介质的宇称检测 QND (quantum nondemolition detector) 能够设计完全区分 16 个超纠缠 Bell 态的量子态分析方案 [10].

应用非线性克尔介质, 单光子和相干光系统可以产生非线性相移: $(a|0\rangle + b|1\rangle)|\alpha\rangle \rightarrow a|0\rangle|\alpha\rangle + b|1\rangle|\alpha e^{i\theta}\rangle$, 其中 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 为 Fock 态, 分别表示有 0 个光子和 1 个光子, $|\alpha\rangle$ 为相干态, θ 为相移. 利用克尔介质产生的非线性相移能构造极化宇称检测 QND 和空间宇称检测 QND, 并完全区分极化 Bell 态和空间 Bell 态 [10].

空间 Bell 态分析的原理如图 3 所示, 其中 BS 表示 50 : 50 束分离器, 对光子空间模式进行 Hadamard 操作 $[|i_1\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|i_1\rangle + |i_2\rangle), |i_2\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|i_1\rangle - |i_2\rangle)]$. 在光子 A 和 B 以及相干光 $|\alpha\rangle$ 经过图 3 (a) 所示的空间宇称检测 QND 后, 光子空间 Bell 态和相干态演化为

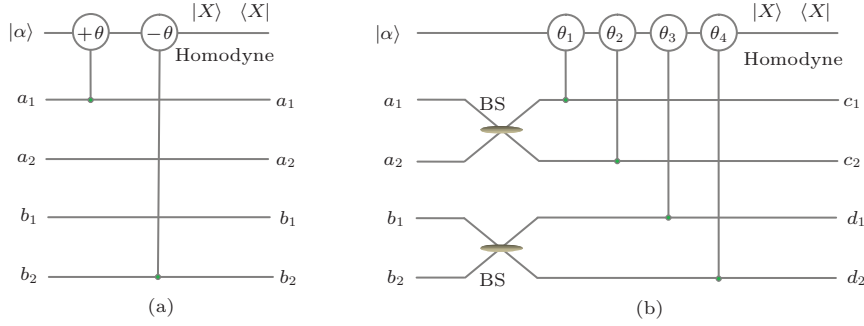


图3 基于宇称检测 QND 的空间 Bell 态分析原理图

Fig. 3. Schematic diagram of the spatial-mode Bell state analysis with the parity-check QND.

$$\begin{aligned}
 |\phi^{\pm}\rangle_S^{AB}|\alpha\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1\rangle|\alpha e^{i\theta}\rangle \pm |a_2b_2\rangle|\alpha e^{-i\theta}\rangle), \\
 |\psi^{\pm}\rangle_S^{AB}|\alpha\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_2\rangle|\alpha\rangle \pm |a_2b_1\rangle|\alpha\rangle). \quad (12)
 \end{aligned}$$

对相干光进行 X-quadrature 测量, 空间 Bell 态 $|\phi^{\pm}\rangle_S^{AB}$ 能够与空间 Bell 态 $|\psi^{\pm}\rangle_S^{AB}$ 区分开. 若相干光有相移, 空间自由度为偶宇称态 $|\phi^{\pm}\rangle_S^{AB}$. 若相干光无相移, 则空间自由度为奇宇称态 $|\psi^{\pm}\rangle_S^{AB}$. 随后, 光子 A 和 B 经过图 3(b) 所示的 BS, 空间 Bell 态演化为

$$\begin{aligned}
 |\phi^+\rangle_S^{AB} &\rightarrow |\phi^+\rangle_S^{AB}, \quad |\phi^-\rangle_S^{AB} \rightarrow |\psi^+\rangle_S^{AB}, \\
 |\psi^+\rangle_S^{AB} &\rightarrow |\phi^-\rangle_S^{AB}, \quad |\psi^-\rangle_S^{AB} \rightarrow |\psi^-\rangle_S^{AB}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

在光子 A 和 B 以及相干光 $|\alpha\rangle$ 经过图 3(b) 所示的空间宇称检测 QND 后, 对相干光进行 X-quadrature 测量, 四个空间 Bell 态能够被完全区分开. 光子空间态 c_1d_1, c_2d_2, c_1d_2 和 c_2d_1 所对应的相移分别为 $\theta_1 + \theta_3, \theta_2 + \theta_4, \theta_1 + \theta_4$ 和 $\theta_2 + \theta_3$. 初始空间 Bell 态 $|\phi^+\rangle_S^{AB}$ (或 $|\psi^+\rangle_S^{AB}$) 对应于出口 c_1d_1 或 c_2d_2 , 而初始空间 Bell 态 $|\phi^-\rangle_S^{AB}$ (或 $|\psi^-\rangle_S^{AB}$) 对应于出口 c_1d_2 或 c_2d_1 .

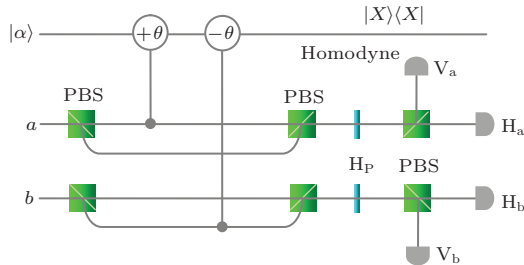


图4 基于宇称检测 QND 的极化 Bell 态分析原理图

Fig. 4. Schematic diagram of the polarization Bell state analysis with the parity-check QND.

极化 Bell 态分析的原理如图 4 所示, 其中 PBS 为极化束分离器, 透射水平偏振光并反射垂直

偏振光; H_P 为半波片, 对光子极化自由度进行 Hadamard 操作 $[|H\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle), |V\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle - |V\rangle)]$; H_a, V_a, H_b 和 V_b 为四个单光子探测器. 在光子 A 和 B 以及相干光 $|\alpha\rangle$ 经过图 4 所示的极化宇称检测 QND 后, 光子极化 Bell 态和相干态演化为

$$\begin{aligned}
 |\phi^{\pm}\rangle_P^{AB}|\alpha\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|HH\rangle|\alpha e^{i\theta}\rangle \pm |VV\rangle|\alpha e^{-i\theta}\rangle), \\
 |\psi^{\pm}\rangle_P^{AB}|\alpha\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|HV\rangle|\alpha\rangle \pm |VH\rangle|\alpha\rangle). \quad (14)
 \end{aligned}$$

对相干光进行 X-quadrature 测量, 极化 Bell 态 $|\phi^{\pm}\rangle_P^{AB}$ 能够与极化 Bell 态 $|\psi^{\pm}\rangle_P^{AB}$ 区分开. 若相干光有相移, 极化自由度为偶宇称态 $|\phi^{\pm}\rangle_P^{AB}$; 若相干光无相移, 则极化自由度为奇宇称态 $|\psi^{\pm}\rangle_P^{AB}$. 在光子 A 和 B 通过 H_P 后, 极化 Bell 态演化为

$$\begin{aligned}
 |\phi^+\rangle_P^{AB} &\rightarrow |\phi^+\rangle_P^{AB}, \quad |\phi^-\rangle_P^{AB} \rightarrow |\psi^+\rangle_P^{AB}, \\
 |\psi^+\rangle_P^{AB} &\rightarrow |\phi^-\rangle_P^{AB}, \quad |\psi^-\rangle_P^{AB} \rightarrow |\psi^-\rangle_P^{AB}. \quad (15)
 \end{aligned}$$

通过探测器的响应情况我们能够完全区分四个极化 Bell 态. 初始极化 Bell 态 $|\phi^+\rangle_P^{AB}$ ($|\psi^+\rangle_P^{AB}$) 对应于探测器 H_aH_b 或 V_aV_b 响应, 而初始极化 Bell 态 $|\phi^-\rangle_P^{AB}$ ($|\psi^-\rangle_P^{AB}$) 对应于探测器 H_aV_b 或 V_aH_b 响应. 即, 利用图 3 和图 4 中的空间宇称检测 QND 和极化宇称检测 QND, 我们能够完全区分 16 个超纠缠 Bell 态.

3.2 基于单边光学腔-量子点系统的超纠缠 Bell 态分析

第一个完整的超纠缠 Bell 态区分方案是基于普适克尔效应的理论模型^[10]. 利用单边光学腔-量子点系统对圆偏振光的双折射作用能够实现非线性

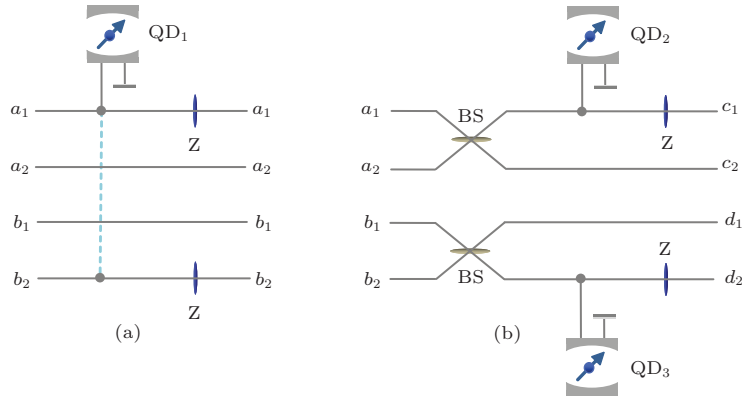


图5 基于单边光学腔-量子点系统的空间 Bell 态分析原理图

Fig. 5. Schematic diagram of the spatial-mode Bell state analysis using the one-sided cavity-quantum dot system.

性克尔相移效果^[74]. 这里, 我们介绍基于单边光学腔-量子点系统非线性相移的超纠缠 Bell 态分析方案^[11].

单边光学腔-量子点系统与圆偏振光作用两次(例如:应用图5中的全反射镜)的双折射效果为

$$\begin{aligned} |L, \uparrow\rangle &\rightarrow |L, \uparrow\rangle, \quad |L, \downarrow\rangle \rightarrow -|L, \downarrow\rangle, \\ |R, \uparrow\rangle &\rightarrow -|R, \uparrow\rangle, \quad |R, \downarrow\rangle \rightarrow |R, \downarrow\rangle. \end{aligned} \quad (16)$$

单边光学腔-量子点系统的双折射效果能够用来构造极化宇称检测 QND 和空间宇称检测 QND, 并设计完全区分 16 个超纠缠 Bell 态的量子态分析方案. 这里的极化 Bell 态和空间 Bell 态定义为

$$\begin{aligned} |\phi^\pm\rangle_P^{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|RR\rangle \pm |LL\rangle)_P^{AB}, \\ |\psi^\pm\rangle_P^{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|RL\rangle \pm |LR\rangle)_P^{AB}, \\ |\phi^\pm\rangle_S^{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1\rangle \pm |a_2b_2\rangle)_S^{AB}, \\ |\psi^\pm\rangle_S^{AB} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_2\rangle \pm |a_2b_1\rangle)_S^{AB}. \end{aligned} \quad (17)$$

空间 Bell 态分析原理如图5所示, 仍然需要两个空间宇称检测 QND 完成 4 个 Bell 态的完全区分. 其中, QD_i ($i = 1, 2, 3$) 表示单边光学腔-量子点系统, 光子与 QD_i 中电子自旋的相互作用为

$$(\alpha|R\rangle + \beta|L\rangle) \otimes |+\rangle \rightarrow (\alpha|R\rangle - \beta|L\rangle) \otimes |-\rangle. \quad (18)$$

通过测量量子点中的电子自旋是否翻转, 我们能够区分经过 QD_i 的光子数的奇偶性, 进而区分空间奇宇称态和空间偶宇称态. 若量子点中的电子自旋不变, 有 0 个或 2 个光子经过 QD_i . 若量子点中的电子自旋翻转, 则有 1 个光子经过 QD_i . 利用图5中

的两个空间宇称检测 QND, 我们能够完全区分 4 个空间 Bell 态, 空间 Bell 态分析的结果如表 1 所列.

表 1 空间 Bell 态分析结果

Table 1. The result of the spatial-mode Bell state analysis.

空间 Bell 态	结果		
	QD ₁	QD ₂	QD ₃
$ \psi^+\rangle_S^{AB}$	不变	翻转(不变)	不变(翻转)
$ \psi^-\rangle_S^{AB}$	不变	翻转(不变)	翻转(不变)
$ \phi^+\rangle_S^{AB}$	翻转	翻转(不变)	不变(翻转)
$ \phi^-\rangle_S^{AB}$	翻转	翻转(不变)	翻转(不变)

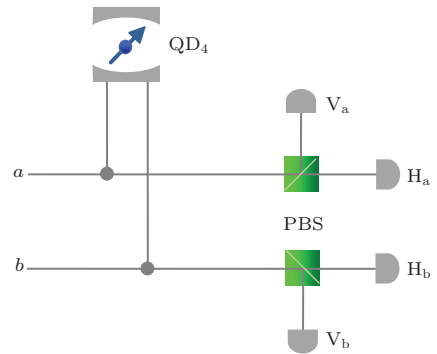


图6 基于单边光学腔-量子点系统的极化 Bell 态分析原理图

Fig. 6. Schematic diagram of the polarization Bell state analysis using the one-sided cavity-quantum dot system.

极化 Bell 态分析原理如图6所示, 其中极化宇称检测 QND 是由 QD_4 构成的. 在光子 A 和 B 通过图6所示的极化宇称检测 QND 后, 光子极化 Bell 态和 QD_4 中的电子自旋演化为

$$|\phi^\pm\rangle_P^{AB} \otimes |+\rangle \rightarrow |\phi^\mp\rangle_P^{AB} \otimes |-\rangle,$$

$$|\psi^\pm\rangle_P^{AB} \otimes |+\rangle \rightarrow |\psi^\pm\rangle_P^{AB} \otimes |+\rangle. \quad (19)$$

通过测量量子点中的电子自旋是否翻转,我们能够区分极化奇宇称态和极化偶宇称态. 如果量子点中的电子自旋翻转,极化自由度为偶宇称态 $|\phi^\pm\rangle_P^{AB}$. 如果量子点中的电子自旋不变,则极化自由度为奇宇称态 $|\psi^\pm\rangle_P^{AB}$. 通过读取探测器的响应情况,我们能够完全区分4个极化 Bell 态,极化 Bell 态分析的结果如表 2 所列.

利用图 5 和图 6 的空间宇称检测 QND 和极化宇称检测 QND,我们能够完全区分 16 个超纠缠 Bell 态.

表 2 极化 Bell 态分析结果

Table 2. The result of the polarization Bell state analysis.

极化 Bell 态	结果	
	QD ₄	探测器响应
$ \psi^+\rangle_P^{AB}$	不变	{H _a , H _b } 或 {V _a , V _b }
$ \psi^-\rangle_P^{AB}$	不变	{H _a , V _b } 或 {V _a , H _b }
$ \phi^+\rangle_P^{AB}$	翻转	{H _a , V _b } 或 {V _a , H _b }
$ \phi^-\rangle_P^{AB}$	翻转	{H _a , H _b } 或 {V _a , V _b }

4 超纠缠纯化与浓缩

纠缠纯化与纠缠浓缩是环境噪声对非局域量子系统影响后的两种被动处理方法,是量子中继器的重要组成部分. 纠缠浓缩方案是针对最大纠缠态在通信过程中退相干为部分纠缠纯态设计的提纯方法^[75-92],而纠缠纯化方案是针对最大纠缠态在通信过程中退相干为混合纠缠态设计的提纯方法^[93-102]. 简单地讲,纠缠浓缩就是要从非局域的非最大纠缠纯态中蒸馏出最大纠缠纯态;而纠缠纯化是要从非局域的混合纠缠态中提高所需最大纠缠态的相对比例,即提高保真度.

自 1996 年 Bennett 等^[75]提出第一个纠缠浓缩的数学方法以来,无论是针对未知系数的非局域非最大纠缠纯态^[76-81],还是已知系数的非局域非最大纠缠纯态^[82-86],人们通常停留在利用 Bennett 等提出的 Schmidt 投影方法进行纠缠浓缩. 到目前为止, Schmidt 投影方法是未知系数非局域非最大纠缠纯态的惟一提纯方法. 利用非线性效应可以进行分级浓缩^[78],提高纠缠浓缩的效率. 对于已知系数的非局域非最大纠缠纯态的浓缩,我们提出的系

数分割法具有更高的效率^[13],且仅仅利用简单易行的线性光学元件就可以达到浓缩极限,这是其他方案无法比拟的^[82-86]. 它是一种普适的已知系数非最大纠缠态浓缩方法^[13],既可以用于浓缩单自由度已知系数的非最大纠缠态,也可以用于浓缩多自由度已知系数的非最大超纠缠态,且只需要一次浓缩过程,不需要多次循环浓缩.

1996 年, Bennett 等^[93]提出了第一个纠缠纯化模型,它是基于量子控制非门的 Werner 态纯化方案. 这种方法效率低,需要的量子操作繁多且复杂,在实验上不易实现. 借助于复杂的单光子探测器和后选择,2001 年,文献^[94]提出了基于线性光学元件的纠缠纯化方案. 这两种纠缠纯化方案都是基于理想源的纠缠纯化方法. 2002 年,文献^[95]提出了基于参量下转换源 (parametric down-conversion, PDC) 的纠缠纯化方案. 这是一种基于量子光学实验室常用纠缠源的纯化方法,是一种很实用的纠缠纯化方法. 但遗憾的是,它只能进行一次纯化,不能通过迭代的方法不断提高所需纠缠态的保真度. 2008 年,文献^[96]利用非线性克尔介质提出了可迭代的基于实用 PDC 源的纠缠纯化方法,从原理上讲,可以通过多次迭代纯化不断提高所需纠缠态的保真度,直到满足远程量子通信的需求. 2010 年,文献^[97]进一步提出了确定纠缠纯化的概念,并给出了第一个确定纠缠纯化模型——两步纠缠纯化方案. 两步纠缠纯化方案巧妙地利用了同一非局域量子系统不同自由度之间的纠缠转移,而传统纠缠纯化方案通常利用不同非局域量子系统同一自由度之间的纠缠转移^[93-96]. 从理论上讲,确定纠缠纯化可以 100% 地得到光子极化自由度的最大纠缠态,而传统纠缠纯化方案只能借助于非线性光学作用通过迭代纯化过程不断提高纠缠态的保真度. 文献^[98-100]提出的一步确定纠缠纯化方案进一步降低了纠缠纯化的实验要求,只需要借助线性光学元件,从原理上就可以 100% 地得到光子极化自由度的最大纠缠态,解决了传统纠缠纯化不易持续提高非局域纠缠态保真度的难题.

基于实用 PDC 源的纠缠纯化方案^[95,96],本质上利用了极化-空间模式两自由度超纠缠态纯化光子对的极化自由度纠缠态. 虽然一步确定纠缠纯化方案只借助了一个自由度的纠缠态^[98-100],但两步确定纠缠纯化方案本质上也借助了超纠缠态^[97]. 超纠缠态可以用于建立高容量的量子中继器^[73],

服务于实用的远程量子通信网络. 但是在光子的传输和存储过程中, 超纠缠态会受到环境噪声的影响发生退相干, 导致纠缠保真度的降低, 并影响量子通信的安全. 超纠缠浓缩与超纠缠纯化是提高高容量量子中继器中纠缠系统纯度的两种有效方法. 2013年, 文献 [13] 提出了第一个极化-空间模式两自由度超纠缠态浓缩方法, 文献 [16] 提出了第一个超纠缠纯化方案. 由于需要同时保持两个自由度的纠缠, 同样基于线性光学元件, 超纠缠态浓缩比单一自由度的纠缠浓缩复杂很多 [13], 特别是在未知系数的超纠缠态浓缩中更为明显. 到目前为止, 基于线性光学元件, 只提出了惟一个未知系数的超纠缠浓缩方案 [13]. 2014年, 文献 [14] 提出了基于量子态合成的两步超纠缠纯化方案. 不同于单自由度的纠缠纯化, 在超纠缠纯化过程中, 既可以得到高保真度的两自由度超纠缠态, 也可以得到高保真度的单自由度纠缠态 (另一自由度量量子态的纠缠度降低), 利用量子态合成方法, 可以提高超纠缠纯化方案的效率 [14].

这里, 我们介绍基于线性光学元件的超纠缠浓缩方案 [13] 和基于量子态合成的两步超纠缠纯化方案 [14].

4.1 基于系数分割法的超纠缠浓缩方案

基于系数分割法的纠缠浓缩方案是针对已知系数的非局域纠缠光子系统设计的最优浓缩方法 [13]. 这是一种基于简易线性光学元件的纠缠浓缩新方法, 既适用于单自由度纠缠浓缩, 又适用于多自由度超纠缠态浓缩, 具有简洁、高效、易实现等优点. 在方案中, 通信双方 Alice 和 Bob 只需要利用线性光学元件对部分超纠缠 Bell 态的系数进行分割就能够得到最大超纠缠 Bell 态. 部分超纠缠 Bell 态定义为

$$|\phi_0\rangle_{AB} = (\alpha|HH\rangle + \beta|VV\rangle)_{AB} \otimes (\gamma|a_1b_1\rangle + \delta|a_2b_2\rangle), \quad (20)$$

其中, 下标 A 和 B 表示分属于量子通信双方 Alice 和 Bob 的两个光子; α, β, γ 和 δ 是四个已知实数, 它们满足条件 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = |\gamma|^2 + |\delta|^2 = 1$.

基于系数分割法的超纠缠 Bell 态浓缩方案的原理如图 7(a) 所示, Alice 只需要对光子 A 的空间和极化自由度进行局域幺正操作, Bob 不需要对光子 B 进行任何幺正操作. 其中, UBS 表示反射

系数为 $R = \gamma/\delta$ 的分束器, 即不平衡分束器 (unbalanced beam splitter); R_θ 为波片, 它的作用是将光子的水平偏振方向旋转 $\theta = \arccos(\beta/\alpha)[|H\rangle \rightarrow \cos\theta|H\rangle + \sin\theta|V\rangle]$; D_i ($i = 1, 2, 3$) 为单光子探测器. 图 7(b) 为 UBS 原理图, ω 的作用是调整 UBS 的反射系数. 下面, 我们以 $|\alpha| > |\beta|$ 和 $|\gamma| < |\delta|$ 的情况为例来说明系数分割法超纠缠浓缩方案的操作原理.

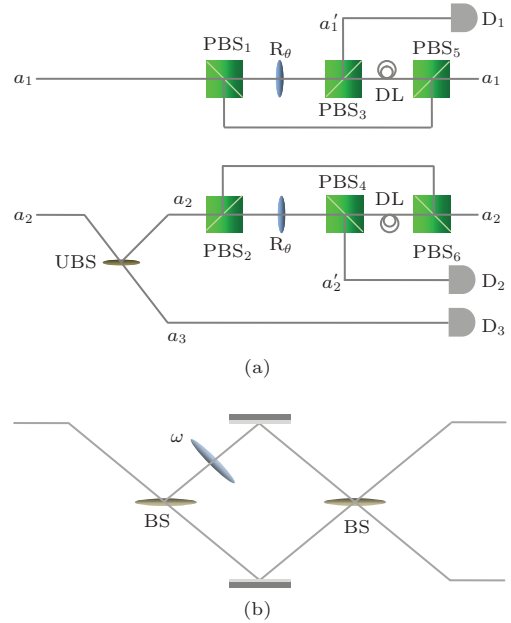


图 7 (a) 基于系数分割法的超纠缠 Bell 态浓缩方案原理图; (b) UBS 原理图

Fig. 7. (a) Schematic diagram of hyperentanglement concentration protocol (hyper-ECP) for the partially hyperentangled Bell state with the parameter-splitting method; (b) schematic diagram of UBS.

首先, Alice 对空间自由度部分纠缠 Bell 态的系数进行分割, 即利用 UBS 对光子空间路径模 a_2 进行幺正操作 (如图 7(a) 所示). 在光子 A 通过 UBS 后, 光子对 AB 的量子态由 $|\phi_0\rangle_{AB}$ 演化为 $|\phi_1\rangle_{AB}$. 其中

$$|\phi_1\rangle_{AB} = (\alpha|HH\rangle + \beta|VV\rangle)_{AB} \otimes \left[\gamma(|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle) + \sqrt{|\delta|^2 - |\gamma|^2} |a_3b_2\rangle \right]. \quad (21)$$

如果在空间路径模 a_3 处探测不到光子, 光子对 AB 的空间自由度处于最大纠缠 Bell 态.

如果在空间路径模 a_3 处探测不到光子, Alice 对极化自由度部分纠缠 Bell 态的系数进行分割, 即利用 R_θ 对光子空间路径模 a_1 和 a_2 进行幺正操作 (如图 7(a) 所示). 当光子 A 的两个空间路径模 a_1

和 a_2 通过 PBSs (PBS₁ 和 PBS₂) 和 R_θ 后, 光子对 AB 的量子态由 $|\phi_1\rangle_{AB}$ 演化为 $|\phi_2\rangle_{AB}$. 其中

$$\begin{aligned} & |\phi_2\rangle_{AB} \\ &= [\beta(|HH\rangle + |VV\rangle) + \sqrt{|\alpha|^2 - |\beta|^2} |V'H\rangle]_{AB} \\ &\quad \otimes \gamma(|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle) + (\alpha|HH\rangle + \beta|VV\rangle)_{AB} \\ &\quad \otimes \sqrt{|\delta|^2 - |\gamma|^2} |a_3b_2\rangle, \end{aligned} \quad (22)$$

$|V'\rangle$ 是利用 R_θ 对光子偏振状态进行旋转后得到的竖直偏振光. 随后, Alice 让光子空间路径模 a_1 和 a_2 经过 PBS₃, PBS₄, DL, PBS₅ 和 PBS₆, 光子对 AB 的量子态由 $|\phi_2\rangle_{AB}$ 演化为 $|\phi_3\rangle_{AB}$. 其中

$$\begin{aligned} & |\phi_3\rangle_{AB} \\ &= \beta\gamma(|HH\rangle + |VV\rangle)_{AB}(|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle) \\ &\quad + \gamma\sqrt{|\alpha|^2 - |\beta|^2} |V'H\rangle_{AB}(|a'_1b_1\rangle + |a'_2b_2\rangle) \\ &\quad + \sqrt{|\delta|^2 - |\gamma|^2} (\alpha|HH\rangle + \beta|VV\rangle)_{AB} |a_3b_2\rangle. \end{aligned} \quad (23)$$

如果光子 A 从空间路径模 a_1 和 a_2 出射, 光子对 AB 的极化自由度处于最大纠缠 Bell 态, 即我们得到了最大超纠缠 Bell 态 $|\phi\rangle_{AB} = \frac{1}{2}(|HH\rangle + |VV\rangle)_{AB}(|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle)$. 如果光子 A 从空间路径模 a'_1 和 a'_2 出射, 或从空间路径模 a_3 出射, 我们将得不到最大超纠缠 Bell 态, 即浓缩过程失败. 基于系数分割法的超纠缠 Bell 态浓缩方案的成功率为 $P = 4|\beta\gamma|^2$. 这是基于线性光学元件的超纠缠浓缩极限.

4.2 基于 Schmidt 投影的超纠缠浓缩方案

基于 Schmidt 投影的纠缠浓缩方案是针对未知系数的非局域纠缠光子系统设计的. 这种方法需要两个全同的光子对 AB 和 CD,

$$\begin{aligned} & |\phi'_0\rangle_{AB} = (\alpha'|HH\rangle + \beta'|VV\rangle)_{AB} \\ &\quad \otimes (\gamma'|a_1b_1\rangle + \delta'|a_2b_2\rangle), \\ & |\phi'_0\rangle_{CD} = (\alpha'|HH\rangle + \beta'|VV\rangle)_{CD} \\ &\quad \otimes (\gamma'|c_1d_1\rangle + \delta'|c_2d_2\rangle), \end{aligned} \quad (24)$$

其中, 下标 AB 和 CD 表示两个纠缠光子对, 光子 A 和 C 属于 Alice, 光子 B 和 D 属于 Bob; α' , β' , γ' 和 δ' 是四个未知实数, 它们满足归一化条件 $|\alpha'|^2 + |\beta'|^2 = |\gamma'|^2 + |\delta'|^2 = 1$.

基于 Schmidt 投影的超纠缠 Bell 态浓缩方案的原理如图 8 所示^[13]. 其中, X 为半波片, 对光子极化自由度进行比特翻转操作 $\sigma_x^P =$

$|H\rangle\langle V| + |V\rangle\langle H|$. 四光子系统 ABCD 的初态为 $|\Phi_0\rangle = |\phi'_0\rangle_{AB} \otimes |\phi'_0\rangle_{CD}$. 对光子 C 和 D 的极化自由度进行比特翻转操作后, 四光子系统 ABCD 的量子态演化为

$$\begin{aligned} & |\Phi_1\rangle = (\alpha'^2|HHVV\rangle + \alpha'\beta'|VVVV\rangle \\ &\quad + \alpha'\beta'|HHHH\rangle + \beta'^2|VVHH\rangle)_{ABCD} \\ &\quad \otimes (\gamma'^2|a_1b_1c_1d_1\rangle + \gamma'\delta'|a_2b_2c_1d_1\rangle \\ &\quad + \gamma'\delta'|a_1b_1c_2d_2\rangle + \delta'^2|a_2b_2c_2d_2\rangle). \end{aligned} \quad (25)$$

随后, Alice 让光子空间路径模 a_1 和 c_2 经过 PBS₁, 并让光子空间路径模 a_2 和 c_1 经过 PBS₂ (如图 8 (a) 所示). Bob 让光子空间路径模 b_1 和 d_1 经过 BS₂ (如图 8 (b) 所示). PBS 的作用是对光子对 AC 的极化自由度进行宇称测量操作, BS 的作用是对光子对 BD 的空间自由度进行宇称测量操作. 如果光子对 AC 的极化自由度处于偶宇称态 ($|HH\rangle_{AC}$,

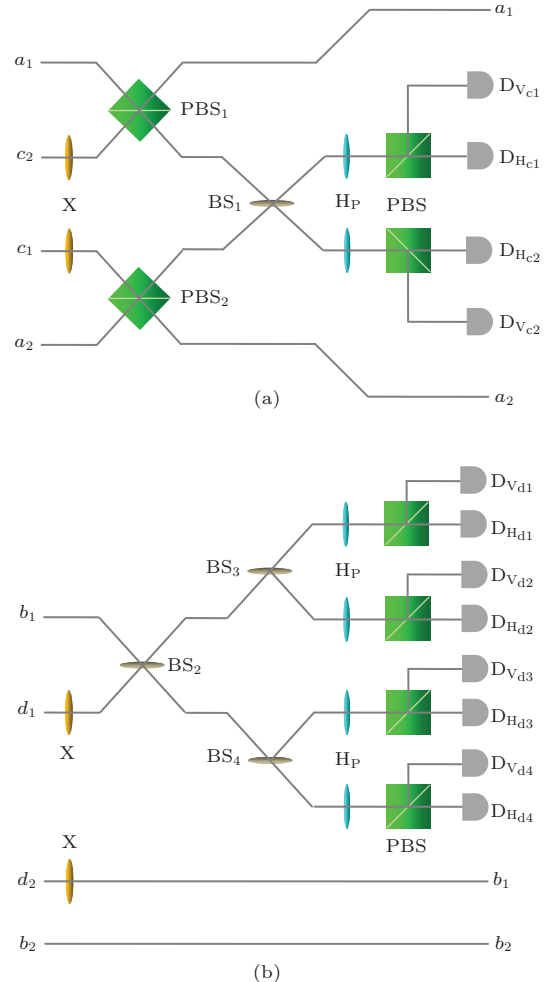


图 8 基于 Schmidt 投影的超纠缠 Bell 态浓缩方案原理图

Fig. 8. Schematic diagram of the hyper-ECP for the partially hyperentangled Bell state with the Schmidt-projection method.

$|VV\rangle_{AC}$), Alice 只能探测到 1 个光子; 如果光子对 AC 的极化自由度处于奇宇称态 ($|HV\rangle_{AC}$, $|VH\rangle_{AC}$), Alice 会探测到 0 个光子或 2 个光子. 如果光子对 BD 的空间自由度处于奇宇称态 ($|b_1d_2\rangle$, $|b_2d_1\rangle$), Bob 只能探测到 1 个光子; 如果光子对 BD 的空间自由度处于偶宇称态 ($|b_1d_1\rangle$, $|b_2d_2\rangle$), Bob 会探测到 0 个光子或 2 个光子.

利用极化宇称测量和空间宇称测量, Alice 和 Bob 分别将四光子系统 ABCD 的极化量子态和空间量子态分为两种情况. 他们选取光子对 AC 的极化自由度处于偶宇称态和光子对 BD 的空间自由度处于奇宇称态的情况, 即 Alice 和 Bob 都只探测到一个光子的情况. 此时, 四光子系统 ABCD 投影到量子态 $|\Phi_2\rangle$. 其中

$$|\Phi_2\rangle = \frac{1}{2}(|V V V V\rangle + |H H H H\rangle)_{ABCD} \otimes (|a_2 b_2 c_1 d_1\rangle + |a_1 b_1 c_2 d_2\rangle). \quad (26)$$

最后, Alice 和 Bob 对光子 C 和 D 的空间和极化自由度进行 Hadamard 操作. 四光子系统 ABCD 的量子态由 $|\Phi_2\rangle$ 演化为 $|\Phi_3\rangle$. 其中

$$|\Phi_3\rangle = \frac{1}{8}[(|V V\rangle + |H H\rangle)_{AB}(|V V\rangle + |H H\rangle)_{CD} + (|H H\rangle - |V V\rangle)_{AB}(|H V\rangle + |V H\rangle)_{CD}] \otimes [(|a_2 b_2\rangle + |a_1 b_1\rangle)(|c_1 d_1\rangle + |c_2 d_2\rangle) - (|a_1 b_1\rangle - |a_2 b_2\rangle)(|c_1 d_2\rangle + |c_2 d_1\rangle)]. \quad (27)$$

如果探测器的响应结果为极化偶宇称态和空间偶宇称态, 光子对 AB 投影到最大超纠缠 Bell 态 $|\phi\rangle_{AB}$. 如果探测器的响应结果为极化奇宇称态(空间奇宇称态), 通过对光子 B 进行极化相位翻转操作 $\sigma_z^P = |H\rangle\langle H| - |V\rangle\langle V|$ (空间相位翻转操作 $\sigma_z^S = |b_1\rangle\langle b_1| - |b_2\rangle\langle b_2|$) 可以得到最大超纠缠 Bell 态 $|\phi\rangle_{AB}$. 此方案的成功率为 $P = 4|\alpha'\beta'\gamma'\delta'|^2$.

4.3 基于量子态合成的两步超纠缠纯化方案

这里将介绍基于量子态合成的两步超纠缠纯化方案^[14]. 这个方案也是利用双边光学腔-量子点系统对圆偏振光的双折射作用设计的, 由量子态合成方法(QSJM)和光子空间-极化相位检测 QND(P-S-QND)构成. 与第一个超纠缠纯化方案相比较^[15], 引入量子态合成方法能够极大地提高超纠缠纯化的效率^[14].

量子态合成是指将光子 A 的极化量子态和光子 B 的空间量子态合成为一个光量子态. 譬如, 在不影响光子 B 的空间量子态的情况下, 将光子 A 的极化量子态的信息转移到光子 B 的极化量子态上. 量子态合成方法的原理如图 9(a) 所示, QD 中电子自旋的初态为 $|+\rangle_e$, 光子 A 和 B 的初态为 $|\varphi_A\rangle_0$ 和 $|\varphi_B\rangle_0$.

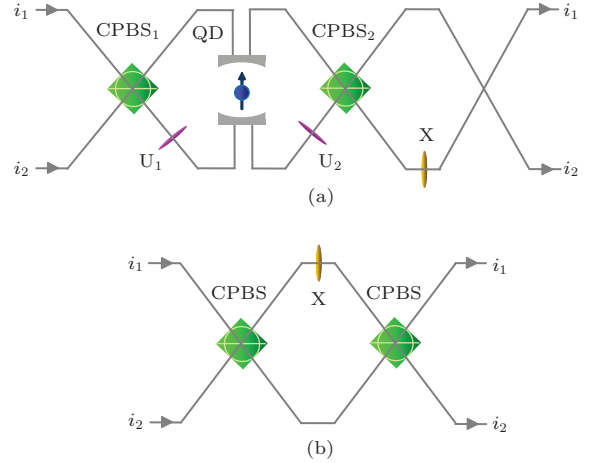


图 9 (a) QSJM 原理图; (b) 单光子量子态交换门原理图
Fig. 9. (a) Schematic diagram of the quantum-state-joining method; (b) schematic diagram of the quantum swap gate for a photon.

将光子 A 依次经过 CPBS₁, U₁, QD, U₂, CPBS₂ 和 X 后, QD 中电子自旋和光子 A 的量子态由 $|\phi_{Ae}\rangle_0 \equiv |+\rangle_e \otimes |\varphi_A\rangle_0$ 演化为

$$|\phi_{Ae}\rangle_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} [|R\rangle_A (\alpha_1 |\uparrow\rangle + \alpha_2 |\downarrow\rangle)_e + |L\rangle_A (\alpha_2 |\uparrow\rangle + \alpha_1 |\downarrow\rangle)_e] (\gamma_1 |a_1\rangle + \gamma_2 |a_2\rangle). \quad (28)$$

在正交基矢 $\{|R\rangle, |L\rangle\}$ 下测量光子 A 的极化量子态, 光子 A 极化量子态的信息能够转移到 QD 中的电子自旋态上. 如果光子 A 的极化自由度投影到 $|R\rangle$ 态, QD 中的电子自旋态为 $|\phi\rangle_e = (\alpha_1 |\uparrow\rangle + \alpha_2 |\downarrow\rangle)_e$; 否则 QD 中的电子自旋态为 $|\phi'\rangle_e = (\alpha_2 |\uparrow\rangle + \alpha_1 |\downarrow\rangle)_e$.

以 QD 中电子自旋态为 $|\phi\rangle_e$ 为例, 我们对 QD 中的电子自旋进行 Hadamard 操作, 并让光子 B 通过图 9(a) 所示的量子线路, 则 QD 中的电子自旋和光子 B 的量子态由 $|\phi_{Be}\rangle_1 \equiv |\varphi_B\rangle_0 \otimes |\phi\rangle_e$ 演化为

$$|\phi_{Be}\rangle_2 = [\alpha'_1 |\uparrow\rangle_e (\beta_1 |R\rangle + \beta_2 |L\rangle)_B + \alpha'_2 |\downarrow\rangle_e (\beta_2 |R\rangle + \beta_1 |L\rangle)_B]$$

$$\otimes (\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle). \quad (29)$$

对 QD 中的电子自旋和光子 B 的极化自由度进行 Hadamard 操作后, 我们让光子 B 再次通过图 9(a) 所示的量子线路. 之后, 我们对 QD 中的电子自旋再次进行 Hadamard 操作, 系统 Be 的量子态由 $|\phi_{Be}\rangle_2$ 演化为

$$\begin{aligned} |\phi_{Be}\rangle_3 = & [\beta_1|\uparrow\rangle_e(\alpha_1|R\rangle + \alpha_2|L\rangle)_B \\ & + \beta_2|\downarrow\rangle_e(\alpha_1|R\rangle - \alpha_2|L\rangle)_B] \\ & \otimes (\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle). \end{aligned} \quad (30)$$

在正交基矢 $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ 下测量 QD 中的电子自旋态, QD 中电子自旋态的信息能够在不影响光子 B 的空间量子态的情况下转移到光子 B 的极化量子态上, 即 $|\phi_B\rangle_f = (\alpha_1|R\rangle + \alpha_2|L\rangle)_B(\delta_1|b_1\rangle + \delta_2|b_2\rangle)$.

引入图 9(b) 所示的单光子量子态交换门, 我们能够将光子 A 的空间量子态的信息转移到光子 B 的极化量子态上.

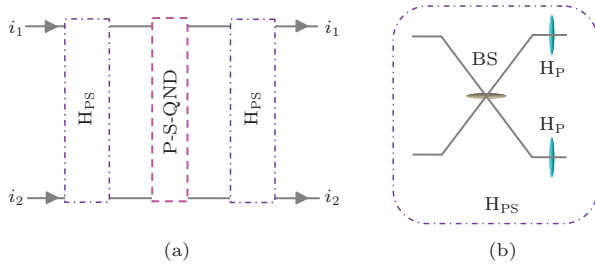


图 10 (a) 光子空间-极化字称检测 QND 原理图; (b) HPS 操作原理图

Fig. 10. (a) Schematic diagram of the polarization-spatial mode parity-check QND; (b) schematic diagram of HPS.

光子空间-极化相位检测 QND 由图 1 所示的四比特杂合控制非门构成. 在光子 A 和 B 依次通过图 1 所示的量子线路后, 光子 A 和 B 以及 QD₁ 和 QD₂ 中的电子自旋的量子态演化为

$$\begin{aligned} & |\phi^\pm\rangle_P^{AB} |\phi^\pm\rangle_S^{AB} |+\rangle_{e_1} |+\rangle_{e_2} \\ \rightarrow & |\phi^\pm\rangle_P^{AB} |\phi^\pm\rangle_S^{AB} |\pm\rangle_{e_1} |\mp\rangle_{e_2}, \\ & |\phi^\pm\rangle_P^{AB} |\psi^\pm\rangle_S^{AB} |+\rangle_{e_1} |+\rangle_{e_2} \\ \rightarrow & |\phi^\pm\rangle_P^{AB} |\psi^\pm\rangle_S^{AB} |\pm\rangle_{e_1} |\mp\rangle_{e_2}, \\ & |\psi^\pm\rangle_P^{AB} |\phi^\pm\rangle_S^{AB} |+\rangle_{e_1} |+\rangle_{e_2} \\ \rightarrow & |\psi^\pm\rangle_P^{AB} |\phi^\pm\rangle_S^{AB} |\pm\rangle_{e_1} |\mp\rangle_{e_2}, \\ & |\psi^\pm\rangle_P^{AB} |\psi^\pm\rangle_S^{AB} |+\rangle_{e_1} |+\rangle_{e_2} \\ \rightarrow & |\psi^\pm\rangle_P^{AB} |\psi^\pm\rangle_S^{AB} |\pm\rangle_{e_1} |\mp\rangle_{e_2}. \end{aligned} \quad (31)$$

通过测量 QD₁ 和 QD₂ 中的电子自旋态是否翻转, 我们能够区分空间和极化自由度量子态的相位 0 和 π . 引入空间和极化自由度的 Hadamard 操作, 我们能够得到光子空间-极化字称检测 QND 的作用结果 (如图 10(a) 所示). 图 10(b) 中 H_P 为半波片, 对光子极化自由度进行 Hadamard 操作

$$\left[|R\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|R\rangle + |L\rangle), |L\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|R\rangle - |L\rangle) \right].$$

基于量子态合成的两步超纠缠纯化方案的原理如图 11 所示. 其中第一步是利用 P-S-QND 设计的 (引入相应的 Hadamard 操作, 能够得到光子空间-极化字称检测 QND 的作用结果), 第二步是利用 QSJM 设计的.

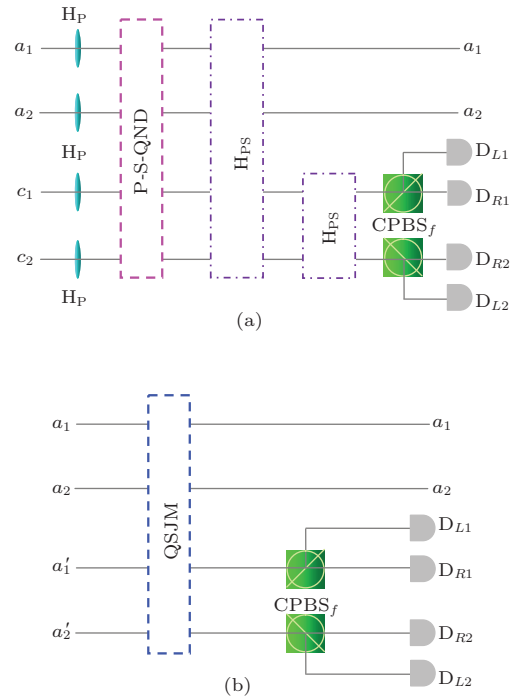


图 11 两步超纠缠纯化原理图

Fig. 11. Schematic diagram of the two-step hyper-entanglement purification protocol.

两步超纠缠纯化方案第一步的原理如图 11(a) 所示, 需要两个全同的光子对 AB 和 CD,

$$\begin{aligned} \rho_{AB} = & [F_1|\phi^+\rangle_P^{AB}\langle\phi^+| + (1 - F_1)|\psi^+\rangle_P^{AB}\langle\psi^+|] \\ & \otimes [F_2|\phi^+\rangle_S^{AB}\langle\phi^+| + (1 - F_2)|\phi^-\rangle_S^{AB}\langle\phi^-|], \\ \rho_{CD} = & [F_1|\phi^+\rangle_P^{CD}\langle\phi^+| + (1 - F_1)|\psi^+\rangle_P^{CD}\langle\psi^+|] \\ & \otimes [F_2|\phi^+\rangle_S^{CD}\langle\phi^+| + (1 - F_2)|\phi^-\rangle_S^{CD}\langle\phi^-|], \end{aligned} \quad (32)$$

其中 F_1 和 F_2 分别为量子态 $|\phi^+\rangle_P$ 和 $|\phi^+\rangle_S$ 在极化混合量子态和空间混合量子态中的概率 (光子对

的空间相位翻转错误可以利用 Hadamard 操作转化为空间比特翻转错误。光子 A 和 C 属于 Alice, 光子 B 和 D 属于 Bob. 四光子系统 ABCD 的初态为 $\rho_0 = \rho_{AB} \otimes \rho_{CD}$, 为 16 个最大超纠缠纯态的混合。Alice 和 Bob 对光子对 AC 和 BD 进行图 11 (a) 所示的量子操作, 即进行光子空间-极化宇称检测 QND 操作。对光子空间-极化宇称检测 QND 中的电子自旋进行测量后, 四光子系统 ABCD 的量子态出现四种可能的情况。

1) 如果光子对 AC 和 BD 处于相同的空间宇称态和相同的极化宇称态, 四光子系统 ABCD 的极化自由度投影为 $|\Psi_1\rangle_P$ 和 $|\Psi_2\rangle_P$ (或 $|\tilde{\Psi}_1\rangle_P$ 和 $|\tilde{\Psi}_2\rangle_P$) 的混合态, 同时四光子系统 ABCD 的空间自由度投影为 $|\Psi_1\rangle_S$ 和 $|\Psi_2\rangle_S$ (或 $|\tilde{\Psi}_1\rangle_S$ 和 $|\tilde{\Psi}_2\rangle_S$) 的混合态。其中,

$$\begin{aligned} |\Psi_1\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HHHH\rangle + |VVVV\rangle), \\ |\Psi_2\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HVHV\rangle + |VHVV\rangle), \\ |\tilde{\Psi}_1\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HHVV\rangle + |VVHH\rangle), \\ |\tilde{\Psi}_2\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HVVH\rangle + |VHHV\rangle), \\ |\Psi_1\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1c_1d_1\rangle + |a_2b_2c_2d_2\rangle), \\ |\Psi_2\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_2c_1d_2\rangle + |a_2b_1c_2d_1\rangle), \\ |\tilde{\Psi}_1\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1c_2d_2\rangle + |a_2b_2c_1d_1\rangle), \\ |\tilde{\Psi}_2\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_2c_2d_1\rangle + |a_2b_1c_1d_2\rangle). \end{aligned} \quad (33)$$

通过对光子 C 和 D 的极化(空间)自由度进行比特翻转操作, 我们能将四光子量子态 $|\tilde{\Psi}_i\rangle_P$ ($|\tilde{\Psi}_i\rangle_S$) 演化为 $|\Psi_i\rangle_P$ ($|\Psi_i\rangle_S$)。对光子 C 和 D 的空间和极化自由度进行 Hadamard 操作和测量, 并对光子 B 进行相应的条件局域么正操作后, 光子对 AB 的量子态投影为

$$\begin{aligned} \rho'_{AB} &= [F'_1|\phi^+\rangle_P^{AB}\langle\phi^+| + (1-F'_1)|\psi^+\rangle_P^{AB}\langle\psi^+|] \\ &\otimes [F'_2|\phi^+\rangle_S^{AB}\langle\phi^+| + (1-F'_2)|\psi^+\rangle_S^{AB}\langle\psi^+|], \end{aligned} \quad (34)$$

其中, $F'_i = \frac{F_i^2}{[F_i^2 + (1-F_i)^2]}$, $F_i > 1/2$ ($i = 1, 2$)。

2) 如果光子对 AC 和 BD 处于不同的空间宇称态和不同的极化宇称态, 四光子系统 ABCD 的极

化自由度投影为 $|\Psi_3\rangle_P$ 和 $|\Psi_4\rangle_P$ (或 $|\tilde{\Psi}_3\rangle_P$ 和 $|\tilde{\Psi}_4\rangle_P$) 的混合态, 同时四光子系统 ABCD 的空间自由度投影为 $|\Psi_3\rangle_S$ 和 $|\Psi_4\rangle_S$ (或 $|\tilde{\Psi}_3\rangle_S$ 和 $|\tilde{\Psi}_4\rangle_S$) 的混合态。其中,

$$\begin{aligned} |\Psi_3\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HHHV\rangle + |VVVH\rangle), \\ |\Psi_4\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HVHH\rangle + |VHVV\rangle), \\ |\tilde{\Psi}_3\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HHVH\rangle + |VVHV\rangle), \\ |\tilde{\Psi}_4\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|HVVV\rangle + |VHHH\rangle), \\ |\Psi_3\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1c_1d_2\rangle + |a_2b_2c_2d_1\rangle), \\ |\Psi_4\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_2c_1d_1\rangle + |a_2b_1c_2d_2\rangle), \\ |\tilde{\Psi}_3\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_1c_2d_1\rangle + |a_2b_2c_1d_2\rangle), \\ |\tilde{\Psi}_4\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1b_2c_2d_2\rangle + |a_2b_1c_1d_1\rangle). \end{aligned} \quad (35)$$

Alice 和 Bob 无法区分 AB 和 CD 中哪对光子出现极化比特翻转错误, 同时也无法区分 AB 和 CD 中哪对光子出现空间相位翻转错误, 他们需要丢掉这两对光子。

3) 如果光子对 AC 和 BD 处于相同的空间宇称态和不同的极化宇称态, 四光子系统 ABCD 的极化自由度投影为 $|\Psi_3\rangle_P$ 和 $|\Psi_4\rangle_P$ (或 $|\tilde{\Psi}_3\rangle_P$ 和 $|\tilde{\Psi}_4\rangle_P$) 的混合态, 同时四光子系统 ABCD 的空间自由度投影为 $|\Psi_1\rangle_S$ 和 $|\Psi_2\rangle_S$ (或 $|\tilde{\Psi}_1\rangle_S$ 和 $|\tilde{\Psi}_2\rangle_S$) 的混合态。对光子 C 和 D 的空间和极化自由度进行 Hadamard 操作和测量, 并对光子 B 进行相应的条件局域么正操作后, 光子对 AB 的量子态投影为

$$\begin{aligned} \rho''_{AB} &= [F''_1|\phi^+\rangle_P^{AB}\langle\phi^+| + (1-F''_1)|\psi^+\rangle_P^{AB}\langle\psi^+|] \\ &\otimes [F'_2|\phi^+\rangle_S^{AB}\langle\phi^+| + (1-F'_2)|\psi^+\rangle_S^{AB}\langle\psi^+|], \end{aligned} \quad (36)$$

其中 $F''_i = \frac{F_i(1-F_i)}{2[F_i(1-F_i)]}$ 。Alice 和 Bob 无法区分 AB 和 CD 中哪对光子出现极化比特翻转错误, 他们需要对光子对 AB 进行第二步操作。

4) 如果光子对 AC 和 BD 处于不同的空间宇称态和相同的极化宇称态, 四光子系统 ABCD 的极化自由度投影为 $|\Psi_1\rangle_P$ 和 $|\Psi_2\rangle_P$ (或 $|\tilde{\Psi}_1\rangle_P$ 和 $|\tilde{\Psi}_2\rangle_P$) 的混合态, 同时四光子系统 ABCD 的空间自由度投影为 $|\Psi_3\rangle_S$ 和 $|\Psi_4\rangle_S$ (或 $|\tilde{\Psi}_3\rangle_S$ 和 $|\tilde{\Psi}_4\rangle_S$) 的混合态。对光子 C 和 D 的空间和极化自由度进行 Hadamard 操

作和测量, 并对光子 B 进行相应的条件局域么正操作后, 光子对 AB 的量子态投影为

$$\rho''_{AB} = [F'_1|\phi^+\rangle_P^{AB}\langle\phi^+| + (1 - F'_1)|\psi^+\rangle_P^{AB}\langle\psi^+|] \otimes [F''_2|\phi^+\rangle_S^{AB}\langle\phi^+| + (1 - F''_2)|\psi^+\rangle_S^{AB}\langle\psi^+|], \quad (37)$$

Alice 和 Bob 无法区分 AB 和 CD 中哪对光子出现空间相位翻转错误, 他们需要对光子对 AB 进行第二步操作.

两步超纠缠纯化方案第二步的原理如图 11 (b) 所示, 需要四个全同光子对 AB, CD, A'B' 和 C'D'. 光子 A, C, A' 和 C' 属于 Alice, 光子 B, D, B' 和 D' 属于 Bob. 在第一步中, Alice 和 Bob 对两个四光子系统 ABCD 和 A'B'C'D' 进行相同的操作.

如果光子对 AB 和 A'B' 分别投影到 3) 和 4) 两种情况, Alice 和 Bob 需要对两个光子对进行量子态合成操作, 将光子对 A'B' 极化自由度量子态的信息转移到光子对 AB 的极化自由度量子态上; 如果光子对 AB 和 A'B' 分别投影到 4) 和 3) 两种情况, Alice 和 Bob 也需要对两个光子对进行量子态合成操作, 将光子对 A'B' 空间自由度量子态的信息转移到光子对 AB 的空间自由度量子态上. 这样, Alice 和 Bob 就得到了情况 1) 中的量子态 ρ'_{AB} .

在 Alice 和 Bob 完成第一轮两步超纠缠纯化操作后, 光子对 AB 的量子态由 ρ_{AB} 演化为 ρ'_{AB} ($F'_1F'_2 > F_1F_2$). 通过对光子 A 和 B 进行空间 Hadamard 操作, 能够将 $|\psi^+\rangle_S^{AB}$ 转化为 $|\phi^-\rangle_S^{AB}$. 通过迭代操作两步超纠缠纯化方案, 光子对 AB 的保真度会进一步提高.

如果不利用量子态合成方法, 只有第一步中的情况 1) 能被保留下来, 在经过第一轮超纠缠纯化操作后, 超纠缠纯化的效率为 $Y_0 = [F_1^2 + (1 - F_1)^2] \times [F_2^2 + (1 - F_2)^2]$. 而利用量子态合成方法能够在第二步中从情况 3) 和 4) 中得到量子态 ρ'_{AB} , 在经过第一轮两步超纠缠纯化操作后, 在初始保真度 $F_1 > F_2$ 时, 超纠缠纯化的效率为 $Y = F_2^2 + (1 - F_2)^2$. 可见, 利用量子态合成方法, 我们极大地提高了超纠缠纯化的效率 ($Y > Y_0$).

5 总结

本综述主要介绍了光子两自由度超并行量子计算与超纠缠态操控, 包括超并行量子控制非门, 超纠缠态分析、超纠缠浓缩和纯化三个部分.

在第一部分, 介绍了适用于光量子系统两自由度超并行量子计算的普适量子门: 光子空间-极化超控制非门和光子空间-极化杂合超控制非门. 光子空间-极化超控制非门是由双边光学腔-量子点系统的非线性光学作用设计的; 光子空间-极化杂合超控制非门是由双边光学腔-NV-center 系统的非线性光学作用设计的. 理论上, 如果量子系统具有类似的非线性光学作用, 都可以用来构造超并行量子计算逻辑门. 例如, 利用单边光学腔-量子点系统的非线性光学作用也能构造光子空间-极化超控制非门 [6].

在第二部分, 介绍了高容量量子通信的重要组成部分——超纠缠态分析. 超纠缠态分析在高容量量子通信方案和高容量量子中继器中都有很重要的应用, 例如: 可以应用于基于超纠缠态的量子隐形传态 (teleportation) 和纠缠转移 (entanglement swapping) [10,11]. 我们介绍了两个超纠缠 Bell 态分析方案: 基于非线性克尔介质的超纠缠 Bell 态分析方案和基于单边光学腔-量子点系统的超纠缠 Bell 态分析方案, 其核心是构造极化宇称检测 QND 和空间宇称检测 QND. 理论上, 其他具有类似克尔非线性相移效果的量子系统也可以用来设计超纠缠 Bell 态分析方案. 例如, 利用双边光学腔-量子点系统的非线性光学作用也能设计超纠缠 Bell 态分析方案 [12].

在第三部分, 介绍了高容量量子中继器的重要组成部分——超纠缠浓缩和纯化. 超纠缠浓缩方案包括部分超纠缠纯态系数已知和未知两种情况. 在通信过程中, 如果传递的光子对的数目足够多, 可以通过测量样品光子对得到部分超纠缠纯态的系数信息, 并利用系数分割法浓缩得到最大超纠缠态 [13]; 如果传递的光子对的数目较少, 则无法通过测量样品光子对得到部分超纠缠纯态的系数信息, 这时需要利用 Schmidt 投影方法浓缩得到最大超纠缠态 [14,17]. 利用极化宇称检测 QND 和空间宇称检测 QND 还可以设计可迭代操作的超纠缠 Bell 态浓缩方案 [15] 和普适的超纠缠 Bell 态浓缩方案 [16]. 通过迭代操作, 这些方案的成功率得到了很大的提高. 随后, 介绍了高效的两步超纠缠纯化方案, 这个方案的第一步与传统的超纠缠纯化方案相同 [15]. 通过在第二步中引入量子态合成方法, 超纠缠纯化的效率得到了极大的提高. 因为超纠缠纯化方案是利用空间-极化宇称检测 QND 设计的, 所以超纠缠

态的保真度可以通过迭代操作超纠缠纯化方案得到进一步提高。

多自由度量子态在量子信息中的应用研究才刚刚起步。多粒子的多自由度量子态也许能给人们呈现出更加丰富多彩的内容,这是与单自由度量子态操控不同之处^[103–105]。推动多自由度量子态在超并行量子计算、超并行量子算法、大容量量子通信等量子信息过程中的应用,也许是一个不错的选择。

参考文献

- [1] Nielsen M A, Chuang I L 2000 *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge: Cambridge University Press) pp1–59
- [2] Gisin N, Ribordy G, Tittel W, Zbinden H 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 145
- [3] Kok P, Munro W J, Nemoto K, Ralph T C, Dowling J P, Milburn G J 2007 *Rev. Mod. Phys.* **79** 135
- [4] Yoran N, Reznik B 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 037903
- [5] Zhang P, Liu R F, Huang Y F, Gao H, Li F L 2010 *Phys. Rev. A* **82** 064302
- [6] Ren B C, Wei H R, Deng F G 2013 *Laser Phys. Lett.* **10** 095202
- [7] Ren B C, Deng F G 2014 *Sci. Rep.* **4** 4623
- [8] Ren B C, Wang G Y, Deng F G 2015 *Phys. Rev. A* **91** 032328
- [9] Kwiat P G 1997 *J. Mod. Opt.* **44** 2173
- [10] Sheng Y B, Deng F G, Long G L 2010 *Phys. Rev. A* **82** 032318
- [11] Ren B C, Wei H R, Hua M, Li T, Deng F G 2012 *Opt. Express* **20** 24664
- [12] Wang T J, Lu Y, Long G L 2012 *Phys. Rev. A* **86** 042337
- [13] Ren B C, Du F F, Deng F G 2013 *Phys. Rev. A* **88** 012302
- [14] Ren B C, Du F F, Deng F G 2014 *Phys. Rev. A* **90** 052309
- [15] Ren B C, Deng F G 2013 *Laser Phys. Lett.* **10** 115201
- [16] Ren B C, Long G L 2014 *Opt. Express* **22** 6547
- [17] Li X H, Ghose S 2014 *Laser Phys. Lett.* **11** 125201
- [18] Li X H, Ghose S 2015 *Opt. Express* **23** 3550
- [19] Wang T J, Cao C, Wang C 2014 *Phys. Rev. A* **89** 052303
- [20] Wang T J, Zhang Y, Wang C 2014 *Laser Phys. Lett.* **11** 025203
- [21] Luo M X, Chen X B, Yang Y X, Qu Z G, Wang X J 2014 *J. Opt. Soc. Am. B* **31** 67
- [22] Liu Q, Zhang M 2013 *J. Opt. Soc. Am. B* **30** 2263
- [23] Yan X, Yu Y F, Zhang Z M 2014 *Chin. Phys. B* **23** 060306
- [24] Ji Y Q, Jin Z, Zhu A D, Wang H F, Zhang S 2014 *Chin. Phys. B* **23** 050306
- [25] Hong C H, Heoa J, Lima J I, Yang H J 2014 *Chin. Phys. B* **23** 090309
- [26] Fan L L, Xia Y, Song J 2014 *Quantum Inf. Process* **13** 1967
- [27] Chen X, Zeng Z, Li X H 2014 *Commun. Theor. Phys.* **61** 322
- [28] Wang X L, Cai X D, Su Z E, et al. 2015 *Nature* **518** 516
- [29] Knill E, Laflamme R, Milburn G J 2001 *Nature* **409** 46
- [30] O'Brien J L, Pryde G J, White A G, Ralph T C, Branning D 2003 *Nature* **426** 264
- [31] Duan L M, Kimble H J 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 127902
- [32] Menicucci N C, Flammia S T, Pfister O 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 130501
- [33] Langford N K, Ramelow S, Prevedel R, et al. 2011 *Nature* **478** 360
- [34] Wei H R, Deng F G 2013 *Opt. Express* **21** 17671
- [35] Hua M, Tao M J, Deng F G 2014 *Phys. Rev. A* **90** 012328
- [36] Hua M, Tao M J, Deng F G 2015 *Sci. Rep.* **5** 9274
- [37] Li X Q, Wu Y W, Steel D, et al. 2003 *Science* **301** 809
- [38] Beenakker C W J, DiVincenzo D P, Emary C, Kindermann M 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 020501
- [39] Xu G F, Zhang J, Tong D M, Sjöqvist E, Kwek L C 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 170501
- [40] Wei H R, Deng F G 2013 *Phys. Rev. A* **88** 042323
- [41] Wei H R, Deng F G 2014 *Sci. Rep.* **4** 7551
- [42] Gershenfeld N A, Chuang I L 1997 *Science* **275** 350
- [43] Jones J A, Mosca M, Hansen R H 1998 *Nature* **393** 344
- [44] Feng G R, Xu G F, Long G L 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 190501
- [45] Long G L, Xiao L 2004 *Phys. Rev. A* **69** 052303
- [46] Long G L, Xiao L 2003 *J. Chem. Phys.* **119** 8473
- [47] Turchette Q A, Hood C J, Lange W, Mabuchi H, Kimble H J 1995 *Phys. Rev. Lett.* **75** 4710
- [48] Rauschenbeutel A, Nogues G, Osnaghi S, et al. 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 5166
- [49] Yamamoto T, Pashkin Y A, Astafiev O, Nakamura Y, Tsai J S 2003 *Nature* **425** 941
- [50] Blais A, Huang R S, Wallraff A, Girvin S M, Schoelkopf R J 2004 *Phys. Rev. A* **69** 062320
- [51] Wallraff A, Schuster D I, Blais A, et al. 2004 *Nature* **431** 162
- [52] DiCarlo L, Chow J M, Gambetta J M, et al. 2009 *Nature* **460** 240
- [53] Schmidt-Kaler F, Häffner H, Riebe M, et al. 2003 *Nature* **422** 408
- [54] Hu C Y, Munro W J, O'Brien J L, Rarity J G 2009 *Phys. Rev. B* **80** 205326
- [55] Bennett C H, Brassard G 1984 *Proceedings of IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing* Bangalore, India, IEEE, New York 1984 p175
- [56] Ekert A K 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 661
- [57] Bennett C H, Brassard G, Mermin N D 1992 *Phys. Rev. Lett.* **68** 557
- [58] Li X H, Deng F G, Zhou H Y 2008 *Phys. Rev. A* **78** 022321
- [59] Hillery M, Bužek V, Berthiaume A 1999 *Phys. Rev. A* **59** 1829
- [60] Karlsson A, Koashi M, Imoto N 1999 *Phys. Rev. A* **59** 162
- [61] Xiao L, Long G L, Deng F G, Pan J W 2004 *Phys. Rev. A* **69** 052307

- [62] Long G L, Liu X S 2002 *Phys. Rev. A* **65** 032302
- [63] Deng F G, Long G L, Liu X S 2003 *Phys. Rev. A* **68** 042317
- [64] Deng F G, Long G L 2004 *Phys. Rev. A* **69** 052319
- [65] Wang C, Deng F G, Li Y S, Liu X S, Long G L 2005 *Phys. Rev. A* **71** 044305
- [66] Briegel H J, Dür W, Cirac J I, Zoller P 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 5932
- [67] Dür W, Briegel H J, Cirac J I, Zoller P 1999 *Phys. Rev. A* **59** 169
- [68] Duan L M, Lukin M D, Cirac J I, Zoller P 2001 *Nature* **414** 413
- [69] Matsukevich D N, Kuzmich A 2004 *Science* **306** 663
- [70] Chou C W, de Riedmatten H, Felinto D, Polyakov S V, van Enk S J, Kimble H J 2005 *Nature* **438** 828
- [71] Chou C W, Laurat J, Deng H, Choi K S, de Riedmatten H, Felinto D, Kimble H J 2007 *Science* **316** 1316
- [72] Chen S, Chen Y A, Zhao B, Yuan Z S, Schmiedmayer J, Pan J W 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 180505
- [73] Wang T J, Song S Y, Long G L 2012 *Phys. Rev. A* **85** 062311
- [74] Hu C Y, Young A, O'Brien J L, Munro W J, Rarity J G 2008 *Phys. Rev. B* **78** 085307
- [75] Bennett C H, Bernstein H J, Popescu S, Schumacher B 1996 *Phys. Rev. A* **53** 2046
- [76] Zhao Z, Pan J W, Zhan M S 2001 *Phys. Rev. A* **64** 014301
- [77] Yamamoto T, Koashi M, Imoto N 2001 *Phys. Rev. A* **64** 012304
- [78] Sheng Y B, Deng F G, Zhou H Y 2008 *Phys. Rev. A* **77** 062325
- [79] Sheng Y B, Zhou L 2013 *Entropy* **15** 1776
- [80] Wang C, Zhang Y, Jin G S 2011 *Phys. Rev. A* **84** 032307
- [81] Wang C 2012 *Phys. Rev. A* **86** 012323
- [82] Bose S, Vedral V, Knight P L 1999 *Phys. Rev. A* **60** 194
- [83] Shi B S, Jiang Y K, Guo G C 2000 *Phys. Rev. A* **62** 054301
- [84] Sheng Y B, Zhou L, Zhao S M, Zheng B Y 2012 *Phys. Rev. A* **85** 012307
- [85] Deng F G 2012 *Phys. Rev. A* **85** 022311
- [86] Sheng Y B, Zhou L, Zhao S M 2012 *Phys. Rev. A* **85** 042302
- [87] Zhang W Z, Li W D, Shi P, Gu Y J 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060303 (in Chinese) [张闻钊, 李文东, 史鹏, 顾永建 2011 物理学报 **60** 060303]
- [88] Du F F, Deng F G 2015 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **58** 040303
- [89] Maimaiti W, Li Z, Chesi S, et al. 2015 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **58** 050309
- [90] Zhang R, Zhou S H, Cao C 2014 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **57** 1511
- [91] Sheng Y B, Liu J, Zhao S Y, et al. 2013 *Chin. Sci. Bull.* **58** 3507
- [92] Wang C, He L Y, Zhang Y, et al. 2013 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **56** 2054
- [93] Bennett C H, Brassard G, Popescu S, Schumacher B, Smolin J A, Wootters W K 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 722
- [94] Pan J W, Simon C, Brukner C, Zeilinger A 2001 *Nature* **410** 1067
- [95] Simon C, Pan J W 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 257901
- [96] Sheng Y B, Deng F G, Zhou H Y 2008 *Phys. Rev. A* **77** 042308
- [97] Sheng Y B, Deng F G 2010 *Phys. Rev. A* **81** 032307
- [98] Sheng Y B, Deng F G 2010 *Phys. Rev. A* **82** 044305
- [99] Li X H 2010 *Phys. Rev. A* **82** 044304
- [100] Deng F G 2011 *Phys. Rev. A* **83** 062316
- [101] Sheng Y B, Zhou L 2014 *Laser Phys. Lett.* **11** 085203
- [102] Li T, Yang G J, Deng F G 2014 *Opt. Express* **22** 23897
- [103] Liu Y 2013 *Chin. Sci. Bull.* **58** 2927
- [104] Ding D, Yan F L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 100304
- [105] Ding D, Yan F L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 010302 (in Chinese) [丁东, 闫凤利 2013 物理学报 **62** 010302]

SPECIAL ISSUE — Quantum metrology and control

Hyper-parallel photonic quantum computation and manipulation on hyperentangled states*

Ren Bao-Cang Deng Fu-Guo[†]*(Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)*

(Received 8 April 2015; revised manuscript received 12 May 2015)

Abstract

Photon system is a promising candidate for quantum information processing, and it can be used to achieve some important tasks with the interaction between a photon and an atom (or a artificial atom), such as the transmission of secret information, the storage of quantum states, and parallel quantum computing. Several degrees of freedom (DOFs) of a photon system can be used to carry information in the realization of quantum information processing, such as the polarization, spatial-mode, orbit-angular-momentum, time-bin, and frequency DOFs. A hyperparallel quantum computer can implement the quantum operations on several DOFs of a quantum system simultaneously, which reduces the operation time and the resources consumed in quantum information processing. The hyperparallel quantum operations are more robust against the photonic dissipation noise than the quantum computing in one DOF of a photon system. Hyperentanglement, defined as the entanglement in several DOFs of a quantum system, can improve the channel capacity and the security of long-distance quantum communication, and it can also be conducive to completing some important tasks in quantum communication. Hyperentangled Bell-state analysis is used to completely distinguish the 16 hyperentangled Bell states, which is very useful in high-capacity quantum communication protocols and quantum repeaters. In order to depress the effect of noises in quantum channel, hyperentanglement concentration and hyperentanglement purification are required to improve the entanglement of the quantum systems in long-distance quantum communication, which is also very useful in high-capacity quantum repeaters. Hyperentanglement concentration is used to distill several nonlocal photon systems in a maximally hyperentangled state from those in a partially hyperentangled pure state, and hyperentanglement purification is used to distill several nonlocal photon systems in a high-fidelity hyperentangled state from those in a mixed hyperentangled state with less entanglement. In this reviewing article, we review some new applications of photon systems with multiple DOFs in quantum information processing, including hyperparallel photonic quantum computation, hyperentangled-Bell-state analysis, hyperentanglement concentration, and hyperentanglement purification.

Keywords: hyperparallel quantum computation, hyperentangled-state analysis, hyperentanglement concentration, hyperentanglement purification

PACS: 03.67.Lx, 03.67.Hk, 03.67.Pp, 03.67.Bg

DOI: 10.7498/aps.64.160303

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11474026).

† Corresponding author. E-mail: fgdeng@bnu.edu.cn