

准一维半导体量子点中电偶极自旋共振的物理机理

李睿

The mechanisms of electric-dipole spin resonance in quasi-one-dimensional semiconductor quantum dot

Li Rui

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 167303 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.167303

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.167303>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I16>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

热处理温度对量子点粒度分布的影响

[Influence of annealing temperature on the distribution of particle sizes of quantum dots doped glass](#)

物理学报.2015, 64(12): 127302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.127302>

电子-声子相互作用对平行双量子点体系热电效应的影响

[Influences of electron-phonon interaction on the thermoelectric effect in a parallel double quantum dot system](#)

物理学报.2015, 64(7): 077301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.077301>

耦合锗量子点中空穴态对称特性研究

[Asymmetry of hole states in vertically coupled Ge double quantum dot](#)

物理学报.2014, 63(22): 227301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.227301>

混合量子点器件电致发光的能量转移研究

[Electroluminescent energy transfer of hybrid quantum dots device](#)

物理学报.2014, 63(17): 177301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.177301>

界面电子转移对量子点荧光闪烁行为的影响

[Influence of interfacial electron transfer on fluorescence blinking of quantum dots](#)

物理学报.2014, 63(16): 167302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.167302>

专题: 量子精密计量与操控

# 准一维半导体量子点中电偶极自旋共振的物理机理\*

李睿†

(北京计算科学研究中心, 量子光学与量子信息实验室, 北京 100094)

(2015年3月3日收到; 2015年5月20日收到修改稿)

半导体量子点中的电子自旋具有较长相干时间以及可扩展性的特点, 在近十几年来引起了人们的广泛兴趣. 人们常常利用电子自旋共振技术来对单个自旋进行操纵. 这样不但需要一个静磁场来使电子产生塞曼劈裂, 同时还需要一个与之垂直的局域振荡磁场. 但是, 在实验上产生足够强且具有固定频率的局域磁场是比较困难的. 后来人们发现, 局域的振荡电场也可以操纵单个电子自旋, 也就是所谓的电偶极自旋共振. 众所周知, 自旋只有自旋磁矩, 不会与电场有任何直接的相互作用. 所以, 电偶极自旋共振的发生必须依赖于某些媒质. 这些媒质包括: 量子点材料中的自旋轨道耦合作用, 量子点中的局域磁场梯度, 以及量子点中电子自旋与核自旋的超精细相互作用. 这些媒质能诱导出自旋与电场之间间接的相互作用, 从而外电场操纵单个电子自旋得以实现. 本文总结归纳了目前半导体量子点系统中发生电偶极自旋共振的三种主要物理机理.

关键词: 量子点, 电子自旋共振, 电偶极自旋共振

PACS: 73.21.La, 71.70.Ej, 76.30.-v

DOI: 10.7498/aps.64.167303

## 1 引言

近几十年来, 量子计算和量子信息处理引起了人们的广泛兴趣<sup>[1]</sup>. 我们知道, 经典计算中的比特只能取两个值, 要么是 0 要么是 1. 而量子计算不同于经典计算, 量子比特可取的态是定义在一个希尔伯特空间上. 空间的基矢为两个正交归一的量子力学波函数, 我们标记为  $|0\rangle$  和  $|1\rangle$ . 根据量子力学中的态叠加原理, 量子比特可以取为  $|0\rangle$  和  $|1\rangle$  的任意叠加态  $a|0\rangle + b|1\rangle$ , 其中  $a$  和  $b$  为归一化系数  $|a|^2 + |b|^2 = 1$ . 目前, 至少在解决某些特殊问题时, 比如说大数分解, 量子计算被证实确实要比经典计算更加优越<sup>[2]</sup>. 这里所说的量子态的定义是非常广义的.  $|0\rangle$  和  $|1\rangle$  可以是电子自旋沿外磁场的两个不同取向, 也可以是光子的两个偏振方向, 原子的最低两个轨道能级, 等等. 总之它们必须是一个比较理想的两能级系统的本征态<sup>[3-7]</sup>. 因为实际

的两能级系统可能并不真实存在, 我们认为只要一个系统的最低两个能级与其他不相关的能级分离比较远时, 这两个最低的能级就可以看作是理想的两能级系统.

1998年, 在半导体量子点这种系统中, 电子自旋作为一个理想的两能级系统被提出用来设计成量子比特<sup>[8]</sup>. 在随后的十几年内, 自旋量子计算成为一个极其重要的研究方向<sup>[9-19]</sup>. 无论是在理论上还是在实验上, 这个领域都取得了突破性的研究进展<sup>[20]</sup>. 目前, 对于自旋量子比特, 人们可以做到对量子比特实现高精度的初始化<sup>[21]</sup>、相干操纵<sup>[22,23]</sup>以及单点测量<sup>[24-26]</sup>. 量子点自旋量子比特具有一些比较好的性质. 比如, 它受外界环境噪声的影响较小, 所以自旋量子比特具有较长的退相干时间<sup>[27]</sup>, 当然, 这里的退相干时间是相对于量子比特的操纵时间而言的. 我们需要在量子比特的退相干时间内, 对量子比特进行足够多的操纵次

\* 国家自然科学基金(批准号: 11404020)和中国博士后科学基金(批准号: 2014M560039)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: rl.rueili@gmail.com

数. 此外, 局域在量子点中的电子自旋还具有可扩展性的特点. 我们进行量子计算时, 往往需要多个量子比特间具有耦合作用. 而在双量子点中, 两个电子自旋之间的海森堡交换相互作用刚好提供了两比特之间的有效耦合<sup>[28-31]</sup>. 通过海森堡相互作用, 人们可以实现两个自旋量子比特之间的控制非门<sup>[32]</sup>.

人们常常利用电子自旋共振技术来操纵电子自旋<sup>[33]</sup>. 由于电子自旋只有自旋磁矩, 所以自旋只能与微波场的磁场分量耦合, 而单个自旋与微波场的耦合强度往往非常弱, 通常在赫兹数量级<sup>[34,35]</sup>. 这么弱的耦合强度不足以产生任何可观测的物理效应. 所以电子自旋共振通常应用于自旋系综, 也就是其包含有大量的相互独立的电子自旋的集合<sup>[33]</sup>. 微波场同时操纵很多个自旋, 是可以在实验上观察到的. 要想观察到单个电子的自旋共振, 必须实现足够强的自旋与磁场的相互作用<sup>[22,36]</sup>. 而在实验上产生足够强的振荡磁场往往是很困难的. 后来人们发现在某些特殊的量子点材料中, 微波电场也可以实现对单个电子自旋的操纵, 也就是所谓的电偶极自旋共振<sup>[37-43]</sup>. 当驱动电场的频率与电子的赛曼劈裂发生共振时, 电子自旋能被电场从一个方向旋转到另一个方向. 而我们在实验上产生一个足够强的振荡电场是比较容易的<sup>[44]</sup>. 所以电偶极自旋共振给单个量子比特的操纵带来了很大的便利.

如前所述, 电子自旋只有自旋磁矩, 不可以与电场发生任何直接的相互作用. 人们对电偶极自旋共振的理论以及实验研究发现, 电偶极自旋共振的发生必须依赖于某些特殊的媒质. 在半导体量子点中, 正是由于这些媒质的存在, 能诱导出电子自旋与电场之间的间接相互作用<sup>[45-49]</sup>, 从而电场操控电子自旋得以实现. 目前在实验上被证实的媒质包括: 量子点体材料中的自旋轨道耦合作用<sup>[50-53]</sup>; 量子点中的磁场梯度, 磁场梯度与电子自旋的作用会产生一个人工的自旋轨道耦合作用<sup>[38,39,54,55]</sup>; 以及量子点中电子自旋与核自旋的超精细相互作用<sup>[40,56,57]</sup>. 本文总结了半导体量子点中自旋量子比特的电操纵的三种实现机理, 并简要阐明了这些机理背后的物理.

## 2 电子自旋共振

在这一小节中我们将简单介绍单个电子自旋共振背后的物理机理<sup>[33]</sup>. 我们知道电子具有自旋

自由度, 其自旋量子数为  $1/2$ . 由于电子自旋磁矩的存在, 在外加静磁场  $\mathbf{B} = B\mathbf{e}_z$  的作用下, 其哈密顿量可以表示为

$$\mathbf{H} = \frac{g_e \mu_B B}{2} \boldsymbol{\sigma}^z, \quad (1)$$

这里  $g_e$  为电子有效  $g$  因子,  $\mu_B$  为玻尔磁子,  $\boldsymbol{\sigma}^z$  为泡利矩阵. 我们发现沿平行或者反平行于磁场方向的电子自旋指向具有不同的能量, 这正是电子自旋的赛曼劈裂  $\Delta E = g_e \mu_B B$ . 现在我们外加一束微波到这个电子上, 值得注意的是我们必须控制微波的磁场方向与所加的静磁场方向垂直, 我们暂且把微波磁场方向定义为  $x$  方向. 加上微波后, 系统的哈密顿量可以表示为<sup>[10]</sup>

$$\mathbf{H}_{\text{tot}} = \frac{g_e \mu_B B}{2} \boldsymbol{\sigma}^z + \frac{g_e \mu_B B}{2} \boldsymbol{\sigma}^x \cos(\nu t), \quad (2)$$

其中  $\nu$  为微波场的频率. 我们不难发现这正是量子光学中的拉比振荡哈密顿量<sup>[58]</sup>. 当微波场的频率与电子的赛曼劈裂发生共振时  $\hbar\nu = g_e \mu_B B$ , 电子能共振吸收或者发射光子. 从能级跃迁的角度来讲, 假如电子自旋初始处于高能级, 那么它可以放出一个光子, 而跃迁到低能级. 从电子自旋的自旋朝向来讲, 假如电子自旋初始处于平行于外磁场方向, 那么在微波场的作用下, 它会绕振荡磁场方向做相干进动. 释放一个光子, 对应于自旋从平行于磁场方向旋转  $180^\circ$  到反平行于磁场方向. 实验上正是利用这个技术来操纵自旋的相干旋转. 如图 1 所示, 我们控制微波场的作用时间使得  $\Omega_R t = \pi$  时, 其中  $\Omega_R = g_e \mu_B B / (2\hbar)$  为拉比频率, 刚好把电子自旋翻转了  $180^\circ$ .

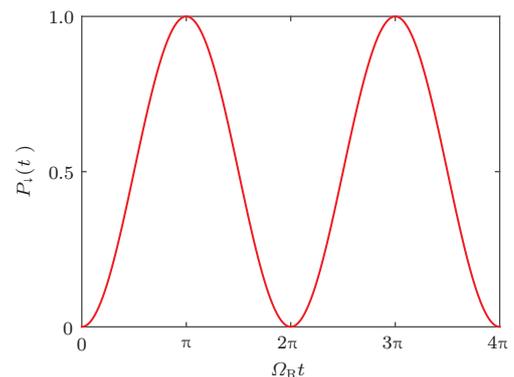


图 1 给定初始自旋指向  $|\uparrow\rangle$ , 在共振情况下, 通过方程 (2) 给出的自旋指向朝下的概率. 当  $\Omega_R t = \pi$  时, 实现了自旋翻转, 其中  $\Omega_R = g_e \mu_B B / (2\hbar)$  为拉比频率

Fig. 1. The spin-down probability of the electron calculated via Eq. (2) for a given initial spin-up state. When we control the spin-field interaction time to satisfy the condition  $\Omega_R t = \pi$ , the electron spin is flipped. Here  $\Omega_R = \frac{g_e \mu_B B}{2\hbar}$  is the Rabi frequency.

从理论上讲操纵单个电子自旋是比较容易的,可是在实验上并不那么简单,原因是产生足够强且具有固定频率的振荡磁场并不容易. 所以,利用电子自旋共振来操纵单个电子并不实用. 而实验上往往利用电子自旋共振技术来操纵自旋系综. 自旋系综是具有大量数目的相互独立的电子自旋集合.

### 3 电偶极自旋共振

鉴于利用传统的电子自旋共振技术来操纵单个电子自旋是比较困难的,人们开始寻找其他可能的方案. 很容易想到的是利用微波电场来操纵单个自旋量子比特. 下面我们将简单介绍三种主要的电偶极自旋共振方案,它们最终实现的都是类似于方程(2)的哈密顿量.

#### 3.1 磁场梯度诱导的电偶极自旋共振

考虑一个局域在半导体量子点中的电子自旋. 我们给量子点加上两个相互垂直的磁场,其中一个为静磁场  $\mathbf{B}_s = B\mathbf{e}_x$ , 沿着坐标轴  $x$  方向,利用它来使电子自旋产生赛曼劈裂;另一个是依赖于坐标  $x$  的梯度磁场  $\mathbf{B}_g = (2\alpha x)/(g\mu_B)\mathbf{e}_y$ , 沿着坐标轴  $y$  方向,其中  $\alpha$  为磁场倾斜的强度. 我们以最简单的一维量子点为例来说明这种电偶极自旋共振背后的物理. 量子点中局域有一个导带电子时的哈密顿量可以表示为

$$\mathbf{H} = \frac{p^2}{2m_e} + \frac{1}{2}m_e\omega^2x^2 + a\sigma^yx + \frac{g_e\mu_B B}{2}\sigma^x, \quad (3)$$

其中  $p = -i\hbar\partial_x$  为电子的正则动量,  $m_e$  为半导体中电子的有效质量,  $g_e$  为半导体中电子的有效  $g$  因子,  $\mu_B$  为玻尔磁子;第二项为外加的静电势,我们用简谐势来描述量子点的受限势能;第三项是由于磁场梯度而引入的人工自旋轨道耦合项 [38,39,54];第四项是赛曼场. 我们的目标是要研究电子自旋对外加电场的响应,也就是说我们要研究如下的哈密顿量:

$$\mathbf{H}_{\text{tot}} = \frac{p^2}{2m_e} + \frac{1}{2}m_e\omega^2x^2 + a\sigma^yx + \frac{g_e\mu_B B}{2}\sigma^x + eEx \cos(\nu t), \quad (4)$$

其中  $\nu$  为外加微波驱动电场的频率. 给定电子的初始自旋指向,例如自旋平行于静磁场方向,我们想利用所加的微波电场来操纵自旋指向,也就是翻转自旋.

现在我们可以对方程(4)进行一些一般化的讨论. 假如方程(4)中不包含  $a\sigma^yx$  这个项,那么自旋算符  $\sigma^x$  将会是守恒量. 也就是说假如自旋初始处于自旋朝上  $|\uparrow_x\rangle$ , 那么无论我们加或者不加外在的微波电场驱动,电子自旋永远都处于自旋朝上的状态. 电场并不能翻转自旋. 正是由于  $a\sigma^yx$  这个项的存在,电子的自旋算符  $\sigma^x$  不再是守恒量,相反,电子的自旋与其运动的坐标  $x$  杂化在一起. 所以外加驱动电场通过调控电子的轨道运动是可能影响到电子的自旋指向的. 当然这只是一般化的讨论,下面我们将从严格的数学推导来证明.

我们的目标很简单,即要把哈密顿量(4)化成类似于方程(2)的形式. 第一步是要求出量子点中的最低两个能级. 直接求解是比较困难的,我们将采用微扰论的办法来求解. 在实验上,赛曼劈裂  $g_e\mu_B B$  要比量子点的轨道能级间隔  $\hbar\omega$  小很多.  $g_e\mu_B B$  的数量级大概在  $\mu\text{eV}$ , 而  $\hbar\omega$  的数量级大概在  $\text{meV}$ , 所以赛曼场确实可以被当成微扰.

我们可以把哈密顿量拆分为两部分,

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1, \\ \mathbf{H}_0 &= p^2/(2m_e) + (1/2)m_e\omega^2x^2 + a\sigma^yx, \\ \mathbf{H}_1 &= (g_e\mu_B B/2)\sigma^x, \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $\mathbf{H}_0$  是比较容易对角化的部分,  $\mathbf{H}_1$  是微扰部分. 同过平移算符  $\mathbf{D}(x_0) = e^{ipx_0/\hbar}$ , 可以很容易将  $\mathbf{H}_0$  对角化:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_0 &= \mathbf{D} \left( \frac{\alpha\sigma^y}{m_e\omega^2} \right) \left( \frac{p^2}{2m_e} + \frac{1}{2}m_e\omega^2x^2 - \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{m_e\omega^2} \right) \\ &\quad \times \mathbf{D}^\dagger \left( \frac{\alpha\sigma^y}{m_e\omega^2} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

这样,  $\mathbf{H}_0$  的本征值可以表示为  $\varepsilon_n = (n+1/2)\hbar\omega - \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{m_e\omega^2}$ , 而且其相应的本征函数也可以很容易得到:

$$\begin{aligned} |\Psi_{n\uparrow}\rangle &= \psi_n \left( x + \frac{\alpha}{m_e\omega^2} \right) |\uparrow_y\rangle \\ &= \mathbf{D} \left( \frac{\alpha}{m_e\omega^2} \right) \psi_n(x) |\uparrow_y\rangle, \\ |\Psi_{n\downarrow}\rangle &= \psi_n \left( x - \frac{\alpha}{m_e\omega^2} \right) |\downarrow_y\rangle \\ &= \mathbf{D} \left( -\frac{\alpha}{m_e\omega^2} \right) \psi_n(x) |\downarrow_y\rangle. \end{aligned} \quad (7)$$

可以发现,  $\mathbf{H}_0$  的每一条能级是二重简并的. 所以我们必须利用简并微扰论来求解  $\mathbf{H}$  的能量本征值以及本征函数. 最低的两个轨道能级可以当成一个理想的两能级系统. 在  $n=0$  这个简并的希尔伯特

子空间中, 微扰哈密顿量可以表示为

$$\mathbf{H}_1 = \frac{g_e \mu_B B}{2} e^{-\frac{\alpha^2}{\hbar m_e \omega^3}} \times \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

将这个哈密顿量对角化之后, 就可以得到一阶的微扰本征值

$$\varepsilon_{0p}^{\pm} = \pm \frac{g_e \mu_B B}{2} e^{-\frac{\alpha^2}{\hbar m_e \omega^3}} \quad (9)$$

以及零阶的微扰波函数  $|\Psi_0^{\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Psi_{0\uparrow}\rangle \pm i|\Psi_{0\downarrow}\rangle)$ . 利用得到的零阶波函数, 代入到一阶微扰波函数公式  $|\Psi_{0p}^{\pm}\rangle = |\Psi_0^{\pm}\rangle + \sum_{\Psi'} \frac{\langle \Psi'^0 | H_1 | \Psi_0^{\pm} \rangle}{E^0 - E'^0} |\Psi'^0\rangle$  [59], 就可以得到一阶的微扰波函数:

$$\begin{aligned} |\Psi_{0p}^+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Psi_{0\uparrow}\rangle + i|\Psi_{0\downarrow}\rangle) \\ &- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{g_e \mu_B B}{\hbar \omega} e^{-\frac{\alpha^2}{\hbar m_e \omega^3}} \left( \frac{\sqrt{2}\alpha}{\sqrt{\hbar m_e \omega^3}} \right)^n \\ &\times \frac{1}{n\sqrt{n!}} [(-1)^n i |\Psi_{n\downarrow}\rangle + |\Psi_{n\uparrow}\rangle], \\ |\Psi_{0p}^-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Psi_{0\uparrow}\rangle - i|\Psi_{0\downarrow}\rangle) \\ &- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{g_e \mu_B B}{\hbar \omega} e^{-\frac{\alpha^2}{\hbar m_e \omega^3}} \left( \frac{\sqrt{2}\alpha}{\sqrt{\hbar m_e \omega^3}} \right)^n \\ &\times \frac{1}{n\sqrt{n!}} [(-1)^n i |\Psi_{n\downarrow}\rangle - |\Psi_{n\uparrow}\rangle]. \end{aligned} \quad (10)$$

这样, 我们就得到了量子点中最低的两个能级, 这两个能级可以用来编码一个量子比特. 所以哈密顿量(5)式可以表示为  $H = \frac{g_e \mu_B B}{2} e^{-\frac{\alpha^2}{\hbar m_e \omega^3}} \tau^Z$ , 其中  $\tau^Z = |\Psi_{0p}^+\rangle\langle\Psi_{0p}^+| - |\Psi_{0p}^-\rangle\langle\Psi_{0p}^-|$ . 由于我们还加上了外加的电场驱动, 电场能调控这个量子比特. 由于驱动哈密顿量可以表示为  $eEx \cos(\nu_0 t)$ , 现在我们可以计算坐标算符  $x$  在量子比特希尔伯特空间中的跃迁矩阵元:

$$\begin{aligned} \langle \Psi_{0p}^+ | x | \Psi_{0p}^+ \rangle &= \langle \Psi_{0p}^- | x | \Psi_{0p}^- \rangle = 0, \\ \langle \Psi_{0p}^+ | x | \Psi_{0p}^- \rangle &= -\frac{\alpha}{m_e \omega^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

综合以上所得的结果, 量子点与外加电场驱动的总哈密顿量(4)式在量子比特的希尔伯特空间中可以表示为

$$H_{\text{tot}} = \frac{g_e \mu_B B}{2} e^{-\frac{\alpha^2}{\hbar m_e \omega^3}} \tau^Z - \frac{\alpha}{m_e \omega^2} \tau^X \cos(\nu_0 t), \quad (12)$$

其中  $\tau^X = |\Psi_{0p}^+\rangle\langle\Psi_{0p}^-| + |\Psi_{0p}^-\rangle\langle\Psi_{0p}^+|$ . 这样我们就实现了类似于方程(2)的哈密顿量, 当驱动电场的频率与量子比特的能级劈裂发生共振

时  $g_e \mu_B B e^{-\frac{\alpha^2}{\hbar m_e \omega^3}} = \hbar \nu_0$ , 电场能有效地操纵量子比特.

### 3.2 自旋轨道耦合诱导的电偶极自旋共振

某些半导体材料中具有比较强的自旋轨道耦合作用. 半导体中之所以会有自旋轨道耦合作用主要是由于晶格反演对称破缺所造成的[60]. 利用这些半导体材料(例如, InAs, InSb 材料)做成的量子点本身就能发生电偶极自旋共振. 我们考虑一个准一维的纳米线量子点对外加电场的响应[53,61-63]. 首先, 量子点的哈密顿量可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \frac{p^2}{2m_e} + \frac{1}{2} m_e \omega^2 x^2 + \alpha_R \sigma^y p \\ &+ \alpha_D \sigma^x p + \frac{\gamma_e B}{2} \sigma^n, \end{aligned} \quad (13)$$

其中第一项为电子在量子点中的动能项, 第二项为外加的量子点势能项, 第三和第四项分别表示为纳米线中的 Rashba[64] 以及 Dresselhaus[65] 自旋轨道耦合作用, 最后一项为赛曼场;  $\mathbf{n} = (\cos \theta, \sin \theta)$  表示在  $x$ - $y$  平面上外磁场的方向. 我们要研究量子点对外加电场的响应, 第一步要得出量子点中的最低两个能级.

首先把  $\alpha_R \sigma^y + \alpha_D \sigma^x$  对角化成  $\alpha \sigma^a$ , 其中  $\alpha = \sqrt{\alpha_R^2 + \alpha_D^2}$ , 以及  $\mathbf{a} = (\cos \varphi, \sin \varphi)$ , 其中  $\varphi = \arctan(\alpha_R/\alpha_D)$ . 这样  $\mathbf{a}$  就为  $x$ - $y$  平面的一个单位矢量, 我们还可以定义另一个与  $\mathbf{a}$  垂直的单位矢量  $\mathbf{b} = (-\sin \varphi, \cos \varphi)$ . 这样就可以把哈密顿量(13)式写成如下简单的形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \frac{p^2}{2m_e} + \frac{1}{2} m_e \omega^2 x^2 + \alpha \sigma^a p \\ &+ \frac{\gamma_e B}{2} [\cos(\theta - \varphi) \sigma^a + \sin(\theta - \varphi) \sigma^b]. \end{aligned} \quad (14)$$

严格求解这个哈密顿量的能谱是非常困难的[66-68]. 正如上个计算方法一样, 当赛曼场比量子点的轨道能级差要小很多的时候, 我们可以用微扰论来求解哈密顿量的能谱, 把哈密顿量分成两部分  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1$ , 其中

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_0 &= \frac{p^2}{2m_e} + \frac{1}{2} m_e \omega^2 x^2 + \alpha \sigma^a p \\ \mathbf{H}_1 &= \frac{\gamma_e B}{2} [\cos(\theta - \varphi) \sigma^a + \sin(\theta - \varphi) \sigma^b]. \end{aligned} \quad (15)$$

在微扰计算中, 微扰参量定义为  $\xi = g_e \mu_B B / (\hbar \omega)$ . 同时, 我们还引入了一个描述自旋轨道耦合强度的物理参量  $\eta = x_0/x_{s0}$ , 其中  $x_0 = \sqrt{\hbar/(m_e \omega)}$  为量子点的尺寸,  $x_{s0} = \hbar/(m_e \alpha)$  为自旋轨道耦合长

度. 哈密顿量  $H_0$  的能量本征值以及本征函数比较容易得到

$$\varepsilon_n = n + \frac{1}{2} - \frac{\eta^2}{2},$$

$$|\Psi_n\rangle = \begin{cases} e^{-i\eta x} \psi_n(x) |\uparrow_a\rangle, \\ e^{i\eta x} \psi_n(x) |\downarrow_a\rangle, \end{cases} \quad (16)$$

其中  $\psi_n(x)$  为简谐振子  $\frac{p^2}{2m_e} + \frac{1}{2}m_e\omega^2x^2$  的本征函数. 这样我们看到每一条能级是两重简并的. 在  $n=0$  这个简并的希尔伯特空间中可以把微扰哈密顿量表示为

$$\mathbf{H}_1 = \begin{pmatrix} \frac{\xi}{2} \cos(\theta - \varphi) & i\frac{\xi}{2} \sin(\theta - \varphi) e^{-\eta^2} \\ -i\frac{\xi}{2} \sin(\theta - \varphi) e^{-\eta^2} & -\frac{\xi}{2} \cos(\theta - \varphi) \end{pmatrix}. \quad (17)$$

将这个哈密顿量对角化就可以得到一阶微扰能量本征值

$$\varepsilon_{0p}^{\pm} = \pm \frac{\xi}{2} \sqrt{\cos^2 \phi + e^{-2\eta^2} \sin^2 \phi}, \quad (18)$$

同时也得到了零阶的微扰本征函数

$$|\Psi_0^{\pm}\rangle = c_0^{\pm} |\Psi_{0\uparrow}\rangle + d_0^{\pm} |\Psi_{0\downarrow}\rangle, \quad (19)$$

其中展开系数的表达式如下:

$$c_0^{\pm} = \frac{\cos(\theta - \varphi) \pm f}{\sqrt{2[f^2 \pm f \cos(\theta - \varphi)]}},$$

$$d_0^{\pm} = \frac{-ie^{-\eta^2} \sin(\theta - \varphi)}{\sqrt{2[f^2 \pm f \cos(\theta - \varphi)]}}. \quad (20)$$

这样, 通过一阶微扰公式

$$|\Psi_{0p}^{\pm}\rangle = |\Psi_0^{\pm}\rangle + \sum_{\Psi'} \frac{\langle \Psi'^0 | H_1 | \Psi_0^{\pm} \rangle}{E^0 - E'^0} |\Psi'^0\rangle \quad [59],$$

我们就可以得到一阶的微扰波函数

$$|\Psi_{0p}^{\pm}\rangle = c_0^{\pm} |\Psi_{0\uparrow}\rangle + d_0^{\pm} |\Psi_{0\downarrow}\rangle + i\frac{\xi}{2} e^{-\eta^2} \sin(\theta - \varphi)$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{2}i\eta)^n}{n\sqrt{n!}} [(-1)^n c_0^{\pm} |\Psi_{n\downarrow}\rangle - d_0^{\pm} |\Psi_{n\uparrow}\rangle]. \quad (21)$$

至此, 我们已经得到了理想的两能级系统, 它的希尔伯特空间结构也已经很好地得到. 下面我们考虑电偶极自旋共振效应, 给量子点外加一个电场驱动, 整个哈密顿量可以表示为

$$\mathbf{H}_{\text{tot}} = \frac{p^2}{2m_e} + \frac{1}{2}m_e\omega^2x^2 + \alpha_R\sigma^y p + \alpha_D\sigma^x p$$

$$+ \frac{g_e\mu_B B}{2}\sigma^n + eEx \cos(2\pi\nu t). \quad (22)$$

通过以上的计算, 这个哈密顿量可以约化为理想的两能级系统与驱动电场的相互作用

$$\mathbf{H}_{\text{tot}} = \frac{1}{2}E_{\text{qu}}\tau^Z + eEx \cos(2\pi\nu t),$$

其中

$$E_{\text{qu}} = \frac{\xi}{2} \sqrt{\cos^2 \phi + e^{-2\eta^2} \sin^2 \phi}$$

为量子比特的能级劈裂,  $\tau^Z = |\Psi_{0p}^+\rangle\langle\Psi_{0p}^+| - |\Psi_{0p}^-\rangle\langle\Psi_{0p}^-|$ . 我们先计算电偶极算符  $x$  在量子比特希尔伯特空间中的跃迁矩阵元:

$$\langle\Psi_{0p}^+|x|\Psi_{0p}^+\rangle = \langle\Psi_{0p}^-|x|\Psi_{0p}^-\rangle = 0,$$

$$\langle\Psi_{0p}^+|x|\Psi_{0p}^-\rangle = -ix_0\xi\eta e^{-\eta^2} \sin(\theta - \varphi), \quad (23)$$

所以在量子比特的希尔伯特空间中, 就得到了简单的拉比振荡哈密顿量

$$\mathbf{H}_{\text{tot}} = (1/2)E_{\text{qu}}\tau^Z + h\Omega_R\tau^Y \cos(2\pi\nu t), \quad (24)$$

其中

$$\Omega_R = \left(\frac{eEx_0}{h}\right) \xi\eta e^{-\eta^2} |\sin(\theta - \varphi)| \quad (25)$$

为拉比频率,  $\tau^Y = -i|\Psi_{0p}^+\rangle\langle\Psi_{0p}^-| + i|\Psi_{0p}^-\rangle\langle\Psi_{0p}^+|$ . 我们仍然得到了类似于方程 (2) 的哈密顿量, 这正是自旋轨道耦合作用诱导的电偶极自旋共振背后的物理.

### 3.3 电子自旋与核自旋超精细相互作用诱导的电偶极自旋共振

由不同的半导体材料相互接触而形成的异质结, 在接触界面上会积累有二维电子气. 常见的 III-V 族半导体异质结有 GaAs/AlGaAs 异质结. 通过在二维电子气上施加门电压可以做成量子点. 通常局域在量子点内的电子自旋与衬底材料中的核自旋之间具有超精细相互作用<sup>[69-74]</sup>. 在实验上观测到, 单纯这种电子与核子之间的超精细相互作用也能诱导出电偶极自旋共振<sup>[40,56]</sup>. 下面简要分析这个机理. 我们可以把量子点与外加驱动的哈密顿量写成如下形式:

$$\mathbf{H}_{\text{tot}} = \frac{p_x^2}{2m_e} + \frac{1}{2}m_e\omega^2x^2 + \sum_{l=1}^N \mathbf{AS} \cdot \mathbf{I}_l \delta(x - x_l)$$

$$+ \gamma_e B S_x + eEx \cos(\nu t), \quad (26)$$

其中我们已经把静磁场加在沿坐标  $x$  轴方向, 方程中的第三项正是量子点中电子与核子超精细相互作用的具体表达式,  $N$  为量子点内的总核自旋数,  $\mathbf{S}$  与  $\mathbf{I}_l$  分别表示电子自旋以及第  $l$  个核自旋算符.

由于超精细相互作用中包含有坐标  $x$ , 所以严格求解这个哈密顿量是非常困难的. 我们首先要得到量子点的能级结构, 然后再考虑驱动的影响. 为了方便计算, 我们把量子点的哈密顿量分成两部分:

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1, \\ \mathbf{H}_0 &= \frac{p_x^2}{2m_e} + \frac{1}{2}m_e\omega^2x^2 + \gamma_e B \mathbf{S}_x, \\ \mathbf{H}_1 &= \sum_{l=1}^N A \left[ \mathbf{S}_x \mathbf{I}_l^x + \frac{1}{2}(\mathbf{S}_+ \mathbf{I}_l^- + \mathbf{S}_- \mathbf{I}_l^+) \right] \\ &\quad \times \delta(x - x_l), \end{aligned} \quad (27)$$

其中  $\mathbf{S}_\pm = \mathbf{S}_y \pm i\mathbf{S}_z$  和  $\mathbf{I}_\pm = \mathbf{I}_y \pm i\mathbf{I}_z$  分别表示电子和第  $l$  个核自旋的上升以及下降算符. 值得注意的是这里选取的自旋量子化方向沿着  $x$  方向. 这么做的目的是想把哈密顿量  $\mathbf{H}_1$  当成微扰.  $\mathbf{H}_1$  当成微扰所需要满足的条件为

$$\sum_{l=1}^N (A_l/4) \ll \gamma_e B \ll \hbar\omega. \quad (28)$$

这样, 哈密顿量  $\mathbf{H}_0$  的本征值以及本征函数就很容易得到:

$$\begin{aligned} E_{n\sigma_e\chi_m}^0 &= (n + 1/2)\hbar\omega + (1/2)(-1)^{\sigma_e}\gamma_e B, \\ |\Psi_{n\sigma_e\chi_m}^0\rangle &= \psi_n(x)|\sigma_e\rangle \otimes |\chi_m\rangle, \end{aligned} \quad (29)$$

其中  $n = 0, 1, 2, \dots$  为量子点中的轨道量子数;  $\sigma_e = 0, 1$  为电子自旋量子数, 在这里我们约定  $|0\rangle \rightarrow |\uparrow_x\rangle$  而且  $|1\rangle \rightarrow |\downarrow_x\rangle$ ,  $|\chi_m\rangle = |\sigma_1^m \sigma_2^m \dots \sigma_N^m\rangle$  描述核自旋的状态, 在数学上, 可将它看作为对一个十进制数  $m = 0, 1, \dots, (2^N - 1)$  的  $N$  位二进制表示. 同时,  $\psi_n(x)$  为简谐振子的本征函数,

$$\begin{aligned} \psi_0(x) &= 1/(\pi^{1/4}x_0^{1/2})\exp[-x^2/(2x_0^2)], \\ \psi_1(x) &= 2^{1/2}/(\pi^{1/4}x_0^{1/2})(x/x_0) \\ &\quad \times \exp[-x^2/(2x_0^2)], \end{aligned} \quad (30)$$

这里  $x_0 = \sqrt{\hbar/(m_e\omega)}$  为量子点的特征长度. 我们关心的是量子点中的赛曼劈裂, 所以通过一阶微扰论可以得出相应的能量本征值以及本征函数:

$$\begin{aligned} E_{00\chi_m} &= (1/2)\hbar\omega + (1/2)\gamma_e B \\ &\quad + \sum_{l=1}^N (A_l/4)(-1)^{\sigma_l^m}, \\ E_{01\chi_m} &= (1/2)\hbar\omega - (1/2)\gamma_e B \end{aligned}$$

$$- \sum_{l=1}^N (A_l/4)(-1)^{\sigma_l^m}, \quad (31)$$

以及

$$\begin{aligned} &|\Psi_{00\chi_m}\rangle \\ &= |\Psi_{00\chi_m}^0\rangle + \sum_{l=1}^N \frac{A\psi_1(x_l)\psi_0(x_l)}{2(\gamma_e B - \hbar\omega)} \sigma_l^m \\ &\quad \times \psi_1(x)|1\rangle \otimes |\sigma_1^m \dots \sigma_{l-1}^m 0 \sigma_{l+1}^m \dots \sigma_N^m\rangle, \\ &|\Psi_{01\chi_m}\rangle \\ &= |\Psi_{01\chi_m}^0\rangle + \sum_{l=1}^N \frac{A\psi_1(x_l)\psi_0(x_l)}{2(-\gamma_e B - \hbar\omega)} \frac{(-1)^{\sigma_l^m} + 1}{2} \\ &\quad \times \psi_1(x)|0\rangle \otimes |\sigma_1^m \dots \sigma_{l-1}^m 1 \sigma_{l+1}^m \dots \sigma_N^m\rangle. \end{aligned} \quad (32)$$

这样, 假如量子点中的电子初始处于量子态  $|\Psi_{00\chi_m}\rangle$ , 我们就可以得到这个量子态跃迁到量子态  $|\Psi_{01\chi'_m}\rangle$  的矩阵元<sup>[52,75]</sup>

$$\begin{aligned} g_l^m &= \langle \Psi_{00\chi_m} | eEx | \Psi_{01\chi'_m} \rangle \\ &\approx - \frac{eEx_0}{\sqrt{2}\hbar\omega} \sigma_l^m A\psi_1(x_l)\psi_0(x_l), \end{aligned} \quad (33)$$

其中  $|\chi_m\rangle = |\sigma_1^m \dots \sigma_l^m \dots \sigma_N^m\rangle$ , 同时  $|\chi'_m\rangle \equiv |\sigma_1^m \dots \sigma_{l-1}^m 0 \sigma_{l+1}^m \dots \sigma_N^m\rangle$ . 从而, 我们可以得到如下的拉比哈密顿量:

$$\begin{aligned} H_{\text{tot}} &= \frac{\gamma_e B + \sum_{l=1}^N (A_l/2)(-1)^{\sigma_l^m}}{2} \tau^Z \\ &\quad + g_l^m \tau^X \cos(\nu t). \end{aligned} \quad (34)$$

这里引申出另外一个问题, 对于纯态  $|\Psi_{00\chi_m}\rangle$ , 存在有许多量子态与这个纯态有跃迁矩阵元, 只要在量子态中第  $l$  个位上的值取  $\sigma_l^m = 1$ . 但是, 对于自旋翻转, 我们仍然有如下简单的概率公式:

$$P_{\downarrow_x}^m(t) = \sin^2(\Omega_m t), \quad (35)$$

其中

$$\Omega_m = \left[ \sum_{l=1}^N (g_l^m)^2 \right]^{1/2}. \quad (36)$$

所以我们仍然可以翻转单个量子比特.

对于这种由电子自旋与核自旋超精细相互作用诱导的电偶极自旋共振, 电子自旋翻转的保真度并不高, 目前实验上观测到的翻转效率大概只有 70%<sup>[56]</sup>. 如何提高这个翻转概率也是一个非常有意义的问题.

## 4 结 论

本文简要介绍了半导体量子点中发生电偶极自旋共振的三个主要物理机理. 我们只讨论了如何利用电场来操纵量子比特的问题, 并没有讨论量子比特的退相干问题. 实际上, 真正的电子自旋是一个比较孤立的系统, 完全不受外界电噪声的影响, 所以电子自旋的退相干时间比较长. 而我们引入磁场梯度、自旋轨道耦合作用以及电子自旋与核自旋的超精细相互作用, 确实可以将量子点中电子的自旋自由度与轨道自由度杂化在一起. 从而可以通过微波电场来调控这个杂化的量子比特. 从这个角度来讲, 电偶极自旋共振确实给单量子比特操纵提供了很大的便利. 但是, 量子比特既然能够与电场耦合, 也能够与外在的环境电噪声相互作用<sup>[76-80]</sup>, 所以量子比特的退相干时间也受到很大的影响. 目前实验上测到的退相干时间大概是几十个纳秒<sup>[44]</sup>, 远远小于纯自旋量子比特微秒量级的退相干时间<sup>[27]</sup>. 如何既能有效地操纵量子比特, 又能使量子比特的退相干时间足够长, 是目前需要解决的重要问题之一.

总之, 要想实现电偶极自旋共振, 必须先通过一些媒介把量子点中的自旋和轨道自由度杂化起来. 这些杂化的物理机理包括: 磁场梯度产生的人工自旋轨道耦合, 自旋轨道耦合作用, 电子自旋与核自旋的超精细相互作用. 杂化后的量子比特不再是真正的自旋, 不过由于这种杂化往往都比较弱, 所以在很多方面, 杂化量子比特表现有自旋的性质. 在应用方面, 人们可以利用电偶极自旋共振来极化量子点中的核自旋, 目前可达到的极化率大概在 20%<sup>[40]</sup>. 同时, 人们还可以通过电偶极自旋共振对静磁场方向的响应来探测半导体量子点中的自旋轨道耦合强度<sup>[53]</sup>.

感谢北京计算科学研究中心游建强教授的有益讨论.

## 参考文献

- [1] Nielsen M A, Chuang I L 2002 *Quantum Computation and Quantum Information* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [2] Shor P W 1994 *Proceedings of the 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science* (Los Alamitos: IEEE Computer Soc. Press)
- [3] Buluta I, Ashhab S, Nori F 2011 *Rep. Prog. Phys.* **74** 104401
- [4] You J Q, Nori F 2005 *Phys. Today* **58** 42
- [5] You J Q, Nori F 2011 *Nature* **474** 589
- [6] Xiang Z L, Ashhab S, You J Q, Nori F 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 623
- [7] Xiang Z, Yu T, Zhang W, Hu X, You J Q 2012 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **55** 1549
- [8] Loss D, DiVincenzo D P 1998 *Phys. Rev. A* **57** 120
- [9] Hanson R, Petta J R, Tarucha S, Vandersypen L M K 2007 *Rev. Mod. Phys.* **79** 1217
- [10] Awschalom D D, Bassett L C, Dzurak A S, Hu E L, Petta J R 2013 *Science* **339** 1174
- [11] Yang Y, Wang A M 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 130305 (in Chinese) [杨阳, 王安民 2013 物理学报 **62** 130305]
- [12] Xie M Q, Guo B 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 130303 (in Chinese) [谢美秋, 郭斌 2013 物理学报 **62** 130303]
- [13] Seo K J, Tian L 2015 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **58** 070302
- [14] Liu D Q, Chang Y C, Liu G Q, Pan X Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 164208 (in Chinese) [刘东奇, 常彦春, 刘刚钦, 潘新宇 2013 物理学报 **62** 164208]
- [15] He L M, Ji Y, Wu H Y, Xu B, Sun Y B, Zhang X F, Lu Y, Zhao J J 2014 *Chin. Phys. B* **23** 077601
- [16] Wang C, He L Y, Zhang Y 2013 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **56** 2054
- [17] Chen W, Xue Z Y, Wang Z D, Shen R 2014 *Chin. Phys. B* **23** 030309
- [18] Yan L, Yin W, Wang F W 2014 *Chin. Phys. B* **23** 100303
- [19] Li H, Yao B, Tu T 2012 *Chin. Sci. Bull.* **57** 1919
- [20] Petta J R, Johnson A C, Taylor J M, Laird E A, Yacoby A, Lukin M D, Marcus C M, Hanson M P, Gossard A C 2005 *Science* **309** 2180
- [21] Johnson A C, Petta J R, Taylor J M, Yacoby A, Lukin M D, Marcus C M, Hanson M P, Gossard A C 2005 *Nature* **435** 925
- [22] Koppens F H L, Buizert C, Tielrooij K J, Vink I T, Nowack K C, Meunier T, Kouwenhoven L P, Vandersypen L M K 2006 *Nature* **442** 766
- [23] Foletti S, Bluhm H, Mahalu D, Umansky V, Yacoby A 2009 *Nat. Phys.* **5** 903
- [24] Elzerman J M, Hanson R, Willems van Beveren L H, Witkamp B, Vandersypen L M K, Kouwenhoven L P 2004 *Nature* **430** 431
- [25] Barthel C, Reilly D J, Marcus C M, Hanson M P, Gossard A C 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 160503
- [26] Morello A, Pla J J, Zwanenburg F A, Chan K W, Tan K Y, Huebl H, Mottonen M, Nugroho C D, Yang C, van Donkelaar J A, Alves A D C, Jamieson D N, Escott C C, Hollenberg L C L, Clark R G, Dzurak A S 2010 *Nature* **467** 687
- [27] Bluhm H, Foletti S, Neder I, Rudner M, Mahalu D, Umansky V, Yacoby A 2011 *Nat. Phys.* **7** 109
- [28] Burkard G, Loss D, DiVincenzo D P 1999 *Phys. Rev. B* **59** 2070
- [29] Hu X, Das Sarma S 2000 *Phys. Rev. A* **61** 062301

- [30] Kestner J P, Wang X, Bishop L S, Barnes E, Das Sarma S 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 140502
- [31] Wang X, Bishop L S, Kestner J P, Barnes E, Sun K, Das Sarma S 2012 *Nat. Commun.* **3** 997
- [32] Li R, Hu X, You J Q 2012 *Phys. Rev. B* **86** 205306
- [33] Slichter C P 1980 *Principles of Magnetic Resonance* (Berlin: Springer-Verlag)
- [34] Trif M, Golovach V N, Loss D 2008 *Phys. Rev. B* **77** 045434
- [35] Hu X, Liu Y X, Nori F 2012 *Phys. Rev. B* **86** 035314
- [36] Veldhorst M, Hwang J C C, Yang C H, Leenstra A W, de Ronde B, Dehollain J P, Muhonen J T, Hudson F E, Itoh K M, Morello A, Dzurak A S 2014 *Nat. Nanotechnol.* **9** 981
- [37] Nowack K C, Koppens F H L, Nazarov Y V, Vandersypen L M K 2007 *Science* **318** 1430
- [38] Pioro-Ladriere M, Obata T, Tokura Y, Shin Y S, Kubo T, Yoshida K, Taniyama T, Tarucha S 2008 *Nat. Phys.* **4** 776
- [39] Tokura Y, van der Wiel W G, Obata T, Tarucha S 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 047202
- [40] Laird E, Barthel C, Rashba E, Marcus C, Hanson M, Gossard A 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 246601
- [41] Nadj-Perge S, Frolov S M, Bakkers E P A M, Kouwenhoven L P 2010 *Nature* **468** 1084
- [42] Schroer M D, Petersson K D, Jung M, Petta J R 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 176811
- [43] Nadj-Perge S, Pribiag V S, van den Berg J W G, Zuo K, Plissard S R, Bakkers E P A M, Frolov S M, Kouwenhoven L P 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 166801
- [44] van den Berg J W G, Nadj-Perge S, Pribiag V S, Plissard S R, Bakkers E P A M, Frolov S M, Kouwenhoven L P 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 066806
- [45] Levitov L S, Rashba E I 2003 *Phys. Rev. B* **67** 115324
- [46] Zhao N, Zhong L, Zhu J L, Sun C P 2006 *Phys. Rev. B* **74** 075307
- [47] Flindt C, Sorensen A S, Flensberg K 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 240501
- [48] Khomitsky D V, Gulyaev L V, Sherman E Y 2012 *Phys. Rev. B* **85** 125312
- [49] Ban Y, Chen X, Sherman E Y, Muga J G 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 206602
- [50] Rashba E I, Efros A L 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 126405
- [51] Golovach V N, Borhani M, Loss D 2006 *Phys. Rev. B* **74** 165319
- [52] Rashba E I 2008 *Phys. Rev. B* **78** 195302
- [53] Li R, You J Q, Sun C P, Nori F 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 086805
- [54] Brunner R, Shin Y S, Obata T, Pioro-Ladriere M, Kubo T, Yoshida K, Taniyama T, Tarucha S 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 146801
- [55] Szechenyi G, Palyi A 2014 *Phys. Rev. B* **89** 115409
- [56] Shafiei M, Nowack K C, Reichl C, Wegscheider W, Vandersypen L M K 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 107601
- [57] Osika E N, Szafran B, Nowak M P 2013 *Phys. Rev. B* **88** 165302
- [58] Scully M O, Zubairy M S 1997 *Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [59] Landau L D, Lifshitz E M 1965 *Quantum Mechanics, Course of Theoretical Physics* (Vol. 3) (New York: Pergamon)
- [60] Winkler R 2003 *Spin-Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems* (Berlin: Springer)
- [61] Pershin Y V, Nesteroff J A, Privman V 2004 *Phys. Rev. B* **69** 121306(R)
- [62] Nowak M P, Szafran B 2013 *Phys. Rev. B* **87** 205436
- [63] Li R, You J Q 2014 *Phys. Rev. B* **90** 035303
- [64] Bychkov Y A, Rashba E I 1984 *J. Phys. C* **17** 6039
- [65] Dresselhaus G 1955 *Phys. Rev.* **100** 580
- [66] Bulgakov E N, Sadreev A F 2001 *JETP Lett.* **73** 505
- [67] Tsitsishvili E, Lozano G S, Gogolin A O 2004 *Phys. Rev. B* **70** 115316
- [68] Rashba E I 2012 *Phys. Rev. B* **86** 125319
- [69] Coish W A, Loss D 2004 *Phys. Rev. B* **70** 195340
- [70] Witzel W M, Das Sarma S 2006 *Phys. Rev. B* **74** 035322
- [71] Yao W, Liu R B, Sham L J 2006 *Phys. Rev. B* **74** 195301(R)
- [72] Deng C, Hu X 2006 *Phys. Rev. B* **73** 241303(R)
- [73] Cywinski L, Witzel W M, Das Sarma S 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 057601
- [74] Li R 2012 *Phys. Rev. A* **86** 032333
- [75] Rudner M S, Levitov L S 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 246602
- [76] Khaetskii A V, Nazarov Y V 2001 *Phys. Rev. B* **64** 125316
- [77] Cheng J L, Wu M W, Lu C 2004 *Phys. Rev. B* **69** 115318
- [78] Golovach V N, Khaetskii A, Loss D 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 016601
- [79] Huang P, Hu X 2014 *Phys. Rev. B* **89** 195302
- [80] Jing J, Huang P, Hu X 2014 *Phys. Rev. A* **90** 022118

SPECIAL ISSUE — Quantum metrology and control

# The mechanisms of electric-dipole spin resonance in quasi-one-dimensional semiconductor quantum dot\*

Li Rui<sup>†</sup>

(Quantum Optics and Quantum Information Division, Beijing Computational Science Research Center, Beijing 100094, China)

( Received 3 March 2015; revised manuscript received 20 May 2015 )

## Abstract

Because of the long coherence time and the easy way to achieve the qubit scalability, quantum dot spin qubit has obtained considerable attentions recently. Single spin manipulation is usually achieved using the traditional electron spin resonance technique. This method not only needs a static Zeeman field, but also needs an ac magnetic field which is perpendicular to the static one. However, it is not easy to produce a local ac magnetic field experimentally. Recently, instead of an ac magnetic field, an ac electric field can also be used to manipulate an electron spin, an effect called electric-dipole spin resonance. As is well-known, there is no direct interaction between the spin and the electric field. Thus, the electric-dipole spin resonance must be mediated by some mechanisms. These mediums in the quantum dot can be: the slanting magnetic field, the spin-orbit coupling, and the electron-nucleus hyperfine interaction. This paper summarizes three main mechanisms of the electric-dipole spin resonance in semiconductor quantum dot.

**Keywords:** quantum dot, electron spin resonance, electric-dipole spin resonance

**PACS:** 73.21.La, 71.70.Ej, 76.30.-v

**DOI:** [10.7498/aps.64.167303](https://doi.org/10.7498/aps.64.167303)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11404020) and the Postdoctoral Science Foundation of China (Grant No. 2014M560039).

† Corresponding author. E-mail: [rl.rueili@gmail.com](mailto:rl.rueili@gmail.com)