

基于有源广义忆阻的无感混沌电路研究

俞清 包伯成 徐权 陈墨 胡文

Inductorless chaotic circuit based on active generalized memristors

Yu Qing Bao Bo-Cheng Xu Quan Chen Mo Hu Wen

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 170503 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.170503

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.170503>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I17>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

电感电流伪连续导电模式下 Buck 变换器的动力学建模与分析

Dynamical modeling and analysis of buck converter operating in pseudo-continuous conduction mode

物理学报.2015, 64(18): 180501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.180501>

基于对偶数理论的资料同化新方法

A new data assimilation method based on dual-number theory

物理学报.2015, 64(13): 130502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.130502>

两级式光伏并网逆变器建模与非线性动力学行为研究

Numerical modeling and research on nonlinear dynamic behaviors of two-stage photovoltaic grid-connected inverter

物理学报.2015, 64(13): 130503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.130503>

一类可变禁区的不连续系统的加周期分岔

Period-adding bifurcations in a discontinuous system with a variable gap

物理学报.2015, 64(12): 120502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.120502>

Duffing 系统随机相位抑制混沌与随机共振并存现象的机理研究

Mechanism for the coexistence phenomenon of random phase suppressing chaos and stochastic resonance in Duffing system

物理学报.2015, 64(10): 100501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.100501>

基于有源广义忆阻的无感混沌电路研究^{*}

俞清¹⁾ 包伯成^{1)†} 徐权¹⁾ 陈墨¹⁾ 胡文²⁾

1)(常州大学信息科学与工程学院, 常州 213164)

2)(南京航空航天大学电子信息工程学院, 南京 210016)

(2015 年 1 月 22 日收到; 2015 年 4 月 26 日收到修改稿)

采用常见元器件等效实现一个广义忆阻器, 进而制作出一个电路特性可靠的非线性电路, 有助于忆阻混沌电路的非线性现象的实验展示及其所产生的混沌信号的实际工程应用. 基于忆阻二极管桥电路, 构建了一种无接地限制的、易物理实现的一阶有源广义忆阻模拟器; 由该模拟器并联电容后与 RC 桥式振荡器线性耦合, 实现了一种无电感元件的忆阻混沌电路; 建立了无感忆阻混沌电路的动力学模型, 开展了相应的耗散性、平衡点、稳定性和动力学行为等分析. 结果表明, 无感忆阻混沌电路在相空间中存在分布 2 个不稳定非零鞍焦的耗散区和包含 1 个不稳定原点鞍点的非耗散区; 当元件参数改变时, 无感忆阻混沌电路有着共存分岔模式和共存吸引子等非线性行为. 研制了实验电路, 该电路结构简单、易实际制作, 实验测量和数值仿真两者结果一致, 验证了理论分析的有效性.

关键词: 有源广义忆阻器, RC 桥式振荡器, 动力学建模, 非线性行为

PACS: 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.64.170503

1 引言

忆阻器因其独特的电气性能, 在新型存储器^[1,2]、人工智能^[3]、神经网络^[4,5]、混沌电路等^[6-8]方面具有巨大的应用潜力. 作为第四种基本电路元件^[9], 忆阻与其他电路元件或器件相互组合连接、以电路的形式应用在各个工程领域中. 由于忆阻是一种天然的非线性元件, 引入电路后很容易实现电路的混沌振荡, 因此基于第四种电路元件实现的忆阻混沌电路是研究较为广泛的忆阻应用电路, 近年来已有大量的文献成果报道^[6-8,10-13].

物理上新实现的忆阻器是纳米级无源元件^[9], 技术实现难度大、整体造价高, 在短时间内无法达到商用. 目前, 利用已有的电阻、电容、电感、运算放大器、模拟乘法器等分立元器件实现了多种忆阻模拟器^[14-16], 或者基于特殊拓扑形式的电路构建了一些广义忆阻模拟器^[17-19], 为忆阻及其应用

电路的建模分析和实验观察作出了重要贡献. 一些含有光敏电阻^[17]、二极管桥等^[18,19]特殊拓扑形式的电路, 其外部特性可呈现出忆阻的紧磁滞回线特性^[20], 且电路端口的伏安关系符合广义忆阻器的数学定义式^[21]. 尤其是, 基于二极管桥级联二阶 RLC 或一阶 RC 滤波器组成的广义忆阻模拟器^[18,19], 与已报道的忆阻模拟器相比^[14-16], 在电路结构上具有较大的优势, 无接地限制, 易接入各种应用电路中.

由有源非线性元件与若干线性动态元件构建的模拟电子电路容易实现混沌振荡. 另外, 考虑到电感元件通常需要手工绕制, 致使搭建的电路体积较大, 不利于 IC 设计, 且易受电感元件内部寄生的等效串联电阻的影响^[22], 在物理电路中应尽量避免使用电感元件. 基于此, 本文先提出一种新颖的一阶有源广义忆阻模拟器, 与一个电容并联连接后, 再与一个 RC 桥式振荡器线性耦合^[12,23], 构建

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 51277017)、江苏省自然科学基金(批准号: BK2012583)和南京航空航天大学基本科研业务费(批准号: NS2013025)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: mervinbao@126.com

出一种无感忆阻混沌电路. 新提出的无感忆阻混沌电路不含电感元件, 仅由电阻、电容、二极管和运算放大器这四种普通的元器件构成, 有着电路结构简单、易物理实现、电路特性可靠、便于单片集成等优点, 适用于忆阻电路的混沌现象实验演示及其混沌信号的产生与应用.

2 有源广义忆阻模拟器

一阶有源广义忆阻模拟器的等效电路如图1所示, 它是由一阶忆阻二极管桥电路^[19]与电流反相器实现的负阻 $-R_N$ 并联连接构成的, 且 $R_a = R_b$. 图1中, 电容 C_0 为唯一的动态元件, 其状态变量为两端电压 v_0 . 若输入端电压为 v_M , 则有源广义忆阻器的状态方程及其输入端所产生的电流 i_M 可列写为

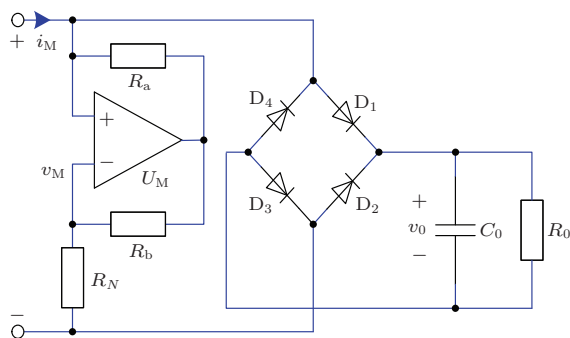


图1 一阶有源广义忆阻器的等效实现电路

Fig. 1. Equivalent realization circuit of first-order active generalized memristor.

$$\begin{aligned}
 \frac{dv_0}{dt} &= f(v_0, v_M) \\
 &= \frac{2I_S [e^{-\rho v_0} \cosh(\rho v_M) - 1]}{C_0} - \frac{v_0}{R_0 C_0}, \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i_M &= g(v_0, v_M) v_M \\
 &= 2I_S e^{-\rho v_0} \sinh(\rho v_M) - \frac{v_M}{R_N}, \quad (2)
 \end{aligned}$$

其中, $\rho = 1/(2nV_T)$, I_S , n 和 V_T 分别为二极管反向饱和电流、发射系数和热电压. 型号1N4148的二极管参数分别为 $I_S = 6.8913$ nA, $n = 1.8268$ 和 $V_T = 25$ mV. 进一步地, 可推导出有源广义忆阻器的忆导 G_M 表达式为

$$\begin{aligned}
 G_M &= g(v_0, v_M) \\
 &= \frac{2I_S e^{-\rho v_0} \sinh(\rho v_M)}{v_M} - \frac{1}{R_N}. \quad (3)
 \end{aligned}$$

(1) 和 (2) 式所表达的数学模型符合压控型广义忆阻器的定义式^[21].

考虑图1等效实现电路采用型号1N4148二极管, 且 $R_0 = 1$ k Ω , $C_0 = 100$ nF. 设输入端施加一个正弦交流电压 $v_M = V_m \sin(\omega t)$, 这里, V_m 为激励振幅, ω 为激励角频率. 当 $V_m = 4$ V, $\omega = 10$ krad/s, 50 krad/s, 200 krad/s时, 图1输入端在 v_M - i_M 平面上的伏安关系是在原点紧缩的磁滞回线, 如图2(a)所示; 而当 $\omega = 10$ krad/s, V_m 分别为1.5 V, 2 V和3 V时, 图1输入端在 v_M - i_M 平面上的伏安关系均可展示出紧磁滞回线特征, 如图2(b)所示. 结果表明, 图1等效实现电路输入端能呈现出忆阻器的三个本质特征^[20], 且紧磁滞回线分布于 v_M - i_M 平面上的4个象限中, 不满足无源性条件, 因此, 图1所示电路等效实现了有源广义忆阻器的伏安关系.

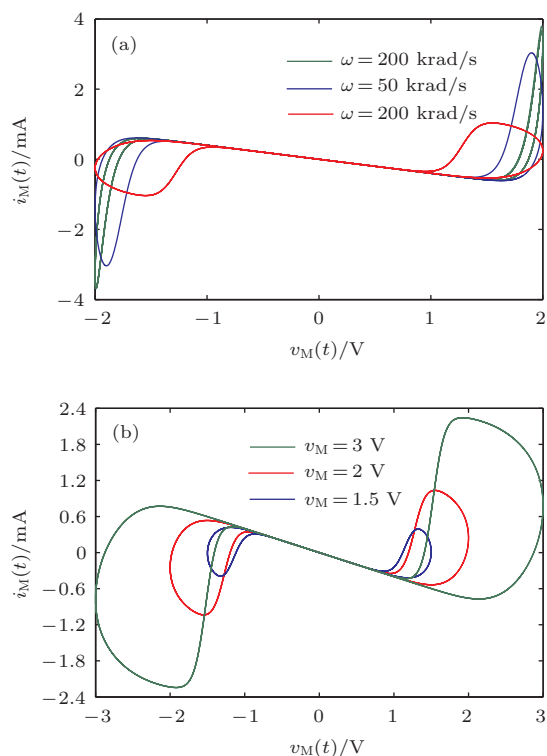


图2 (网刊彩色) 正弦交流电压激励时有源广义忆阻器的数值仿真 (a) 不同角频率; (b) 不同振幅

Fig. 2. (color online) Numerical simulations of the active generalized memristor with sinusoidal voltage stimuli: (a) different angular frequencies; (b) different amplitudes.

综上所述, 图1电路是一种基于忆阻二极管桥电路实现的有源广义忆阻模拟器, 整个电路结构简单、易物理实现; 不同于已报道的多种忆阻模拟器^[14-16], 图1电路无接地限制、易接入各种应用电路中.

3 无感忆阻混沌电路

3.1 电路与数学模型

基于 RC 桥式振荡器和图 1 所示的一阶有源广义忆阻器, 可构建出一种新的无感忆阻混沌电路, 如图 3 所示. 图 3 中忆阻器 G_M 为图 1 所示的一阶有源广义忆阻器, 它为非线性电路元件, 与电容 C_1 并联后构成一个二阶非线性滤波器, 然后通过电阻 R 与 RC 桥式振荡器线性耦合, 组成一个四阶忆阻混沌电路.

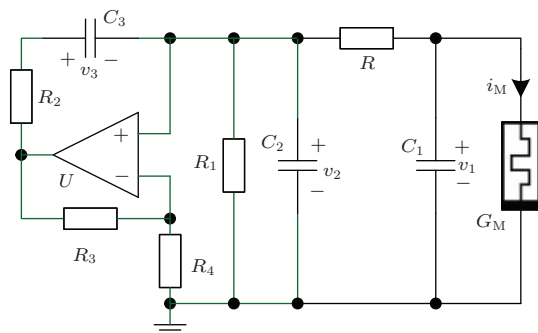


图 3 无感忆阻混沌电路

Fig. 3. Inductorless memristive chaotic circuit.

图 3 中运算放大器 U 与两个动态元件电容 C_2 和 C_3 、四个线性电阻 R_1 — R_4 相互连接构成 RC

桥式振荡器, 反馈增益 $k = R_3/R_4$, 且 $R_1 = R_2$, $C_2 = C_3$. 考虑到运算放大器的“虚短路”和“虚断路”的特征, 即 U 的两个输入端的电压相等、电流为零, 并结合有源广义忆阻器的数学模型, 可以得到以电容 C_1 , C_2 , C_3 和 C_0 的电压 v_1 , v_2 , v_3 和 v_0 为状态变量的常微分系统状态方程为

$$\begin{aligned} \frac{dv_1}{dt} &= -\frac{v_1}{RC_1} + \frac{v_2}{RC_1} - \frac{i_M}{C_1}, \\ \frac{dv_2}{dt} &= \frac{v_1}{RC_2} - \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} - \frac{k}{R_2} \right) \frac{v_2}{C_2} - \frac{v_3}{R_2 C_2}, \\ \frac{dv_3}{dt} &= \frac{kv_2}{R_2 C_3} - \frac{v_3}{R_2 C_3}, \\ \frac{dv_0}{dt} &= \frac{2I_S [e^{-\rho v_0} \cosh(\rho v_1) - 1]}{C_0} - \frac{v_0}{R_0 C_0}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $i_M = 2I_S e^{-\rho v_0} \sinh(\rho v_1) - \frac{v_1}{R_N}$. 由于非线性忆阻元件 G_M 的引入, (4) 式包含了两项非线性函数项, 从而可以产生复杂的非线性物理现象.

3.2 混沌吸引子

给定图 3 电路分立元件参数如表 1 所示, 采用型号 1N4148 二极管, 且状态变量的初值 $v_1(0) = 0.001$ V, $v_2(0) = 0$ V, $v_3(0) = 0$ V 和 $v_0(0) = 0$ V.

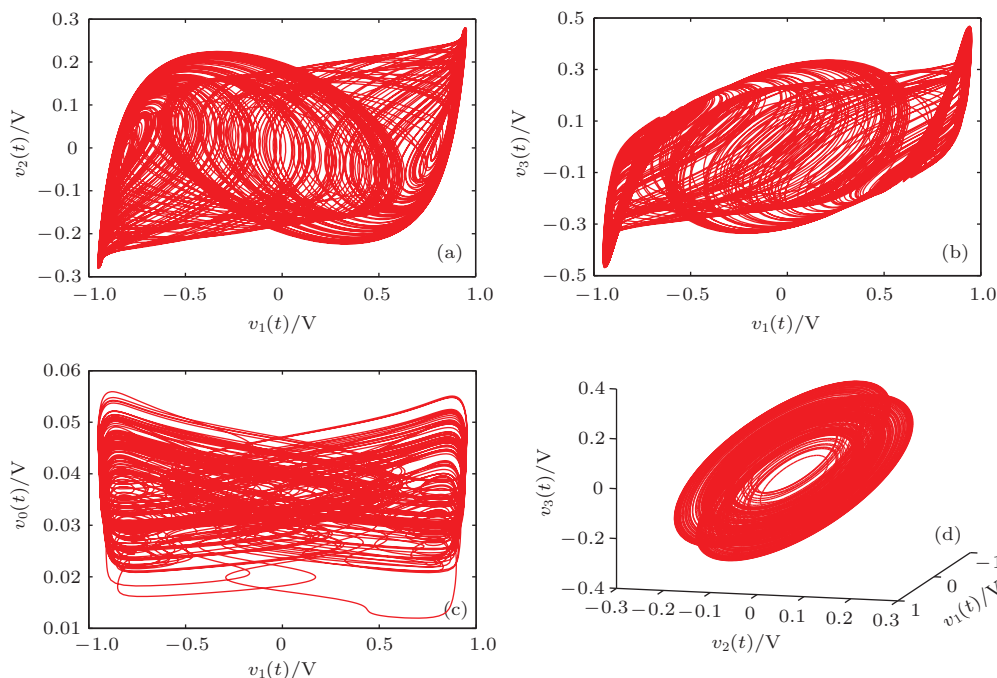


图 4 (网刊彩色) 典型参数下的混沌吸引子 (a) 在 v_1 - v_2 平面上的相轨图; (b) 在 v_1 - v_3 平面上的相轨图; (c) 在 v_1 - v_0 平面上的相轨图; (d) 在 v_1 - v_2 - v_3 空间上的相轨图

Fig. 4. (color online) Chaotic attractors under typical parameters: (a) phase portrait in the v_1 - v_2 plane; (b) phase portrait in the v_1 - v_3 plane; (c) phase portrait in the v_1 - v_0 plane; (d) phase portrait in the v_1 - v_2 - v_3 space.

基于(4)式,采用龙格-库塔ODE45算法进行MATLAB数值仿真,无感忆阻混沌电路在各相平面上的混沌吸引子投影如图4所示,其中图4(d)为混沌吸引子在三维空间上的投影.相应地,基于下面(12)式雅可比矩阵由Wolf算法^[24]计算得到四个李雅普诺夫指数为: $LE_1 = 12011$, $LE_2 = 2.183$, $LE_3 = -9628$, $LE_4 = -359460$.从图4中可观察到,不同于蔡氏双涡卷混沌吸引子^[25],无感忆阻混沌电路的混沌吸引子在相空间中不是“实心”的,即其轨迹点不能充实整个混沌吸引域.

表1 无感忆阻混沌电路的分立元件参数

Table 1. Component parameters of the inductorless memristive chaotic circuit.

电路元件	含义	典型值
C_0	电容/nF	100
C_1	电容/nF	1
C_2, C_3	电容/nF	47
R_N	电阻/kΩ	2.5
R_0	电阻/kΩ	1
R	电阻/kΩ	2.8
R_1, R_2	电阻/kΩ	0.2
R_3	电阻/kΩ	6.5
R_4	电阻/kΩ	3

4 耗散性、平衡点与稳定性

4.1 耗散性

无感忆阻混沌电路的数学模型(4)式所描述的系统是关于 v_0 坐标轴对称的,其对称性可从 $(v_1, v_2, v_3, v_0) \rightarrow (-v_1, -v_2, -v_3, v_0)$ 变换后系统的不变性得到.

基于数学模型(4)式,可导出无感忆阻混沌电路的耗散度 ∇V 为

$$\begin{aligned} \nabla V &= \frac{\partial \dot{v}_1}{\partial v_1} + \frac{\partial \dot{v}_2}{\partial v_2} + \frac{\partial \dot{v}_3}{\partial v_3} + \frac{\partial \dot{v}_0}{\partial v_0} \\ &= -2\rho I_S e^{-\rho v_0} \cosh(\rho v_1) \left(\frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_1} \right) \\ &\quad + \frac{1}{R_N C_1} - \frac{1}{R C_1} - \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} - \frac{k}{R_2} \right) \frac{1}{C_2} \\ &\quad - \frac{1}{R_2 C_3} - \frac{1}{R_0 C_0}. \end{aligned} \quad (5)$$

令(5)式为零,可得到

$$\begin{aligned} v_0 &= f_1(v_1) = \frac{1}{\rho} \ln \left[2\rho I_S \cosh(\rho v_1) \left(\frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_1} \right) \right] \\ &\quad - \frac{1}{\rho} \ln \left[\left(\frac{1}{R_N} - \frac{1}{R} \right) \frac{1}{C_1} \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} - \frac{k}{R_2} \right) \frac{1}{C_2} - \frac{1}{R_2 C_3} \right] \end{aligned}$$

$$- \frac{1}{R_0 C_0} \Big]. \quad (6)$$

对于表1所示典型电路元件参数,在 v_1 - v_0 平面上可画出(6)式所表示的函数曲线 $f_1(v_1)$ 如图5中的实线所示,其中对于实线 $f_1(v_1)$ 上方区域内所有 v_1 和 v_0 的取值, ∇V 总为正值,即实线 $f_1(v_1)$ 上方区域为非耗散区,意味着从该区域出发的系统轨线以指数形式往外扩展,逃离非耗散区;相反地,对于实线 $f_1(v_1)$ 下方区域内所有 v_1 和 v_0 的取值, ∇V 总为负值,即实线 $f_1(v_1)$ 下方区域为耗散区,意味着从该区域出发的系统轨线以指数形式收敛,且渐近固定在一个吸引子上.

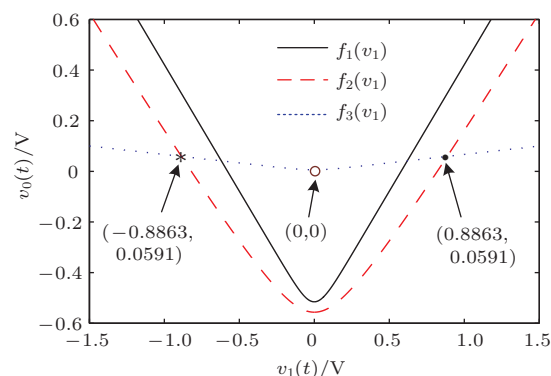


图5 在 v_1 - v_0 平面上的三条函数曲线

Fig. 5. Three function curves in the v_1 - v_0 plane.

需说明的是,相空间中存在非耗散区,说明系统轨线在瞬态过程结束后不能在非耗散区形成任何轨迹,这点可从图4所示的相轨图中得到相应的印证.

4.2 平衡点

令(4)式左边为零.代入关系式

$$i_M = 2I_S e^{-\rho v_0} \sinh(\rho v_1) - \frac{v_1}{R_N},$$

化简整理,则从下列方程组中可求得(4)式的平衡点.

$$R_N v_2 = (R_N - R) v_1 + 2R R_N I_S e^{-\rho v_0} \sinh(\rho v_1),$$

$$R_1 v_1 = (R + R_1) v_2, \quad k v_2 = v_3,$$

$$v_0 = 2R_0 I_S [e^{-\rho v_0} \cosh(\rho v_1) - 1]. \quad (7)$$

(7)式显然存在一个原点平衡点

$$S_0 = (0, 0, 0, 0), \quad (8)$$

以及2个非零平衡点.非零平衡点可采用图解分析法求出,先求得 v_0 和 v_1 的非零解,然后再由(7)式得到 v_2 和 v_3 的值.

由(7)式第1和2式可得到

$$v_0 = f_2(v_1) = \frac{1}{\rho} \ln \left[\frac{2(R + R_1)R_N I_S \sinh(\rho v_1)}{(R + R_1 - R_N)v_1} \right]. \quad (9)$$

将(9)式代入(7)式第4式, 有

$$v_0 = f_3(v_1) = \frac{(R + R_1 - R_N)R_0 v_1}{(R + R_1)R_N \tanh(\rho v_1)} - 2R_0 I_S, \quad (10)$$

(9)和(10)式需确保 $v_1 \neq 0$. 在表1所示典型元件参数下, (9)和(10)式描述的两条函数曲线 $f_2(v_1)$ 和 $f_3(v_1)$ 分别如图5所示. 图5中的虚线和点线分别表示 $f_2(v_1)$ 和 $f_3(v_1)$, 其交点即为 v_1 和 v_0 的非零解. 进一步地, 由(7)式的第2, 3式, 可求出2个

非零平衡点为

$$S_{\pm} = (\pm 0.8863, \pm 0.0591, \pm 0.1280, 0.0591). \quad (11)$$

由此可知, 新提出的基于有源广义忆阻器的混沌电路有3个确定的平衡点, 而常规的基于理想忆阻器的混沌电路有一个平衡点集^[6,15], 其数量为无穷多个. 此外, 原点平衡点 S_0 位于图5中的非耗散区, 即为非耗散点; 而非零平衡点 $S_{\pm}$ 则位于图5中的耗散区, 即为两个耗散点.

4.3 雅可比矩阵

在平衡点 $\bar{S} = (\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_0)$ 附近, (4)式的雅可比矩阵可表示为

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_N C_1} - \frac{1}{RC_1} - \frac{h_1}{C_1} & \frac{1}{RC_1} & 0 & \frac{h_2}{C_1} \\ \frac{1}{RC_2} & \frac{k}{R_2 C_2} - \frac{1}{RC_2} - \frac{1}{R_1 C_2} - \frac{1}{R_2 C_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k}{R_2 C_3} & -\frac{1}{R_2 C_3} & 0 \\ \frac{h_2}{C_0} & 0 & 0 & -\frac{1}{R_0 C_0} - \frac{h_1}{C_0} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$h_1 = 2\rho I_S e^{-\rho \bar{v}_0} \cosh(\rho \bar{v}_1),$$

$$h_2 = 2\rho I_S e^{-\rho \bar{v}_0} \sinh(\rho \bar{v}_1).$$

(12)式的特征方程为

$$\det(\mathbf{1}\lambda - \mathbf{J}) = 0. \quad (13)$$

由表1所示的典型元件参数, 可获得3个平衡点的特征根分别为

$$S_0: \lambda_1 = 71910, \lambda_{2,3} = -9536 \pm j105476,$$

$$\lambda_4 = -10002.$$

$$S_{\pm}: \lambda_{1,2} = 6657 \pm j107292, \lambda_3 = -9171,$$

$$\lambda_4 = -614515.$$

此结果说明, 原点平衡点 S_0 为一个不稳定的鞍点, 而2个非零平衡点 $S_{\pm}$ 为两个不稳定的鞍焦. 因此, 无感忆阻混沌电路的运行轨线可在 $S_{\pm}$ 邻域各自形成吸引子的涡卷, 即忆阻混沌电路可生成如图4所示的双涡卷混沌吸引子.

5 动力学行为

无感忆阻混沌电路有3个不稳定的平衡点, 其

中2个对称的非零平衡点 $S_{\pm}$ 在其邻域各自形成吸引域, 受原点平衡点 S_0 的排斥力影响, 随着元件参数的变化, 2个吸引域或为相互独立, 或为连接成片, 导致共存分岔模式和共存吸引子等非线性现象发生.

5.1 共存分岔模式

对于表1所示的典型元件参数, 以耦合电阻 R 为分岔参数. 基于(4)和(12)式, 无感忆阻混沌电路的状态变量 $v_1(t)$ 的分岔图如图6(a)所示, 由Wolf算法^[24]计算得到的李雅普诺夫指数谱如图6(b)所示. 在图6(a)中, 红色轨迹和蓝色轨迹表明从不同的状态变量初值出发的电路振荡轨迹, 其中红色轨迹对应于初值 $v_1(0) = 0.001$ V, $v_2(0) = 0$ V, $v_3(0) = 0$ V和 $v_0(0) = 0$ V, 蓝色轨迹对应于初值 $v_1(0) = -0.001$ V, $v_2(0) = 0$ V, $v_3(0) = 0$ V和 $v_0(0) = 0$ V. 在图6(b)中, 为清晰起见, 只给出了最大的3根李雅普诺夫指数 LE_1 , LE_2 和 LE_3 , 省略了最小的第4根李雅普诺夫指数 LE_4 . 此外, 图6(a)中分岔图和图6(b)中李雅普诺夫指数谱在各参数区间所呈现的动力学行为是完全一致的.

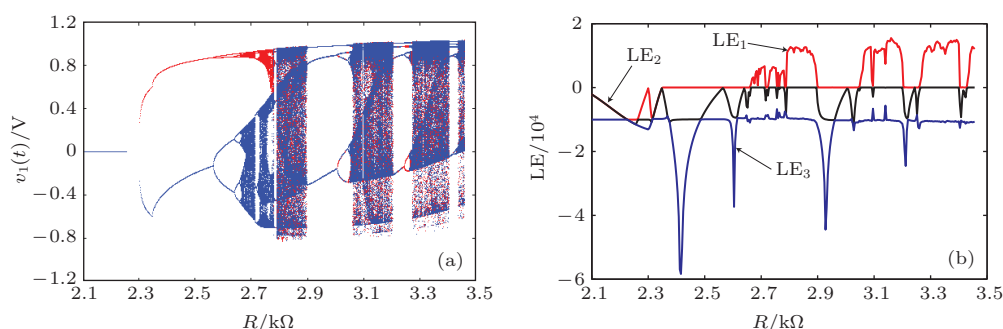

 图6 (网刊彩色) 无感忆阻混沌电路的动力学行为 (a) 状态变量 v_1 的分岔图; (b) 李雅普诺夫指数谱

Fig. 6. (color online) Dynamical behaviors of the inductorless memristive chaotic circuit: (a) bifurcation diagram of the state variable v_1 ; (c) Lyapunov exponent spectra.

当 R 增大时, 无感忆阻混沌电路因状态变量的初值不同而存在共存分岔模式现象, 从一个稳定的汇 ($LE_1 < 0$) 演变成上下两条不稳定的周期轨道 ($LE_1 = 0$), 经倍周期分岔道路进入混沌轨道 ($LE_1 > 0$ 且 $LE_2 = 0$), 形成两条独立的混沌带; 混沌带不断地扩展, 引发混沌危机而合并成一个大的混沌带, 共存分岔模式现象消失; 最终运行轨道发散趋向无穷. 在混沌区域内, 存在多个大小不一的、由切分岔引发的周期窗, 同时也夹杂着共存分岔模式的参数区间. 在各倍周期分岔点 ($LE_1 = 0$ 且 $LE_2 = 0$), LE_2 总是从负值无限趋近于零, 然后又随即回到负值; 在周期窗 ($LE_1 = 0$) 内, 最大李雅普诺夫指数 LE_1 为零; 在发散区域, 李雅普诺夫指数

谱消失.

因此, 无感忆阻混沌电路在参数 R 变化范围内历经了汇、周期、混沌、周期窗等复杂的动力学行为, 存在倍周期分岔和切分岔等分岔道路, 且有着共存分岔模式现象.

5.2 共存吸引子

从图6中可观察到, 共存分岔模式区域主要位于 $2.35 \text{ k}\Omega \leq R \leq 2.79 \text{ k}\Omega$ 范围内. 在这个参数范围内, 两个不同的非零平衡点对称地位于前三个状态变量的正负值区间, 它们都是吸引的, 在各自邻域形成一个吸引盆, 但彼此之间存在着一个较大的间隙[26].

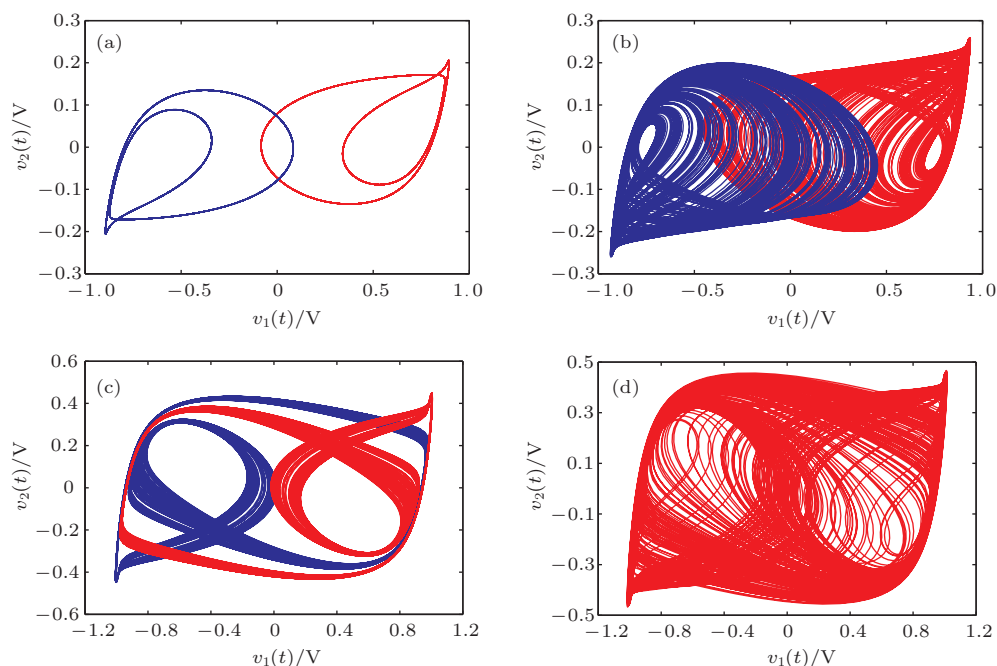


图7 (网刊彩色) 不同 R 时共存吸引子和常规吸引子的相轨图 (a) $R = 2.62 \text{ k}\Omega$; (b) $R = 2.75 \text{ k}\Omega$; (c) $R = 3.27 \text{ k}\Omega$; (d) $R = 3.3 \text{ k}\Omega$

Fig. 7. (color online) Phase portraits of coexisting attractor and conventional attractor under different R : (a) $R = 2.62 \text{ k}\Omega$; (b) $R = 2.75 \text{ k}\Omega$; (c) $R = 3.27 \text{ k}\Omega$; (d) $R = 3.3 \text{ k}\Omega$.

从位于不同区域内状态变量初值出发的运行轨道,随着时间的演化,很快地落入各自的吸引盆中,其轨迹点在 v_1 轴上的投影分别形成了分岔图的上、下区域,而在 v_1 - v_2 平面上的相轨图分别生成了左右吸引子,从而引发共存吸引子现象.此外,在混沌区域的周期窗内也有着共存吸引子现象.

在共存分岔模式区域内,当 R 分别为2.62 k Ω , 2.75 k Ω 和3.27 k Ω 时,无感忆阻混沌电路在 v_1 - v_2 平面上的相轨图分别如图7(a), (b)和(c)所示,图中红色轨迹和蓝色轨迹与图6(a)中的一致,代表从不同的状态变量初值出发的电路振荡轨迹,形成了左右吸引子的结构.此外,在图7(d)中给出了 $R = 3.3$ k Ω 时一个常规吸引子的相轨图.

6 实验测量

分别按照图1和图3所示的电路原理图,容易制作出相应的实验电路.这里,分立元件采用精密可调电阻、独石电容和1N4148二极管,器件采用供

电电压为 ± 15 V的AD711AH运算放大器.

在图1电路的输入端施加不同频率和振幅的正弦交流电压,各参数保持与图2所示的数值仿真参数一致.将Tektronix DPO3034数字存储示波器的电压和电流探头与图1输入端相连,可俘获测量到的伏安关系曲线分别如图8(a)和(b)所示.需说明的是,信号源所提供的正弦交流电压源接入图1电路后,输入端电压振幅与设定值相比略有降低,影响了所产生的输入端电流振幅,但观察结果也能较好地验证图1电路的对外忆阻特性.

当分立元件参数选取如表1所示的典型元件参数时,从数字存储示波器上可观察到的不同电压平面上的相轨图分别如图9(a)和(b)所示.进一步地,以图3中的耦合电阻 R 为可调参数,选取图7数值仿真所对应的参数值,可观察到的在电压 v_1 和 v_2 平面上的相轨图如图10所示.

将实验测量与数值仿真进行比较,两者有着较好的一致性,由此验证了有源广义忆阻模拟器的本质特征和无感忆阻混沌电路的复杂动力学行为.

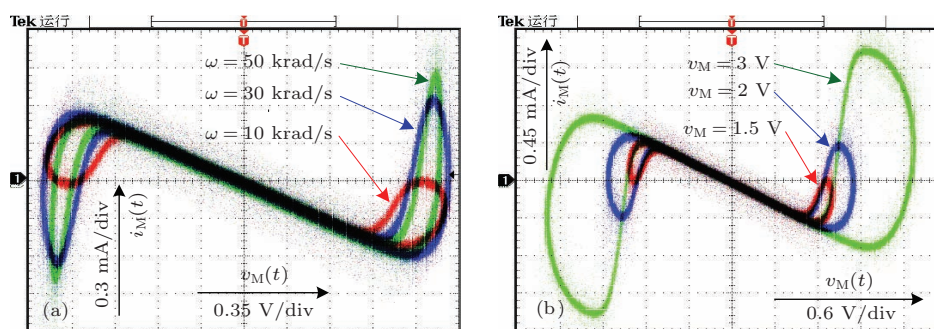


图8 (网刊彩色) 正弦交流电压激励时有源广义忆阻器的实验测量 (a) 不同角频率; (b) 不同振幅
Fig. 8. (color online) Experimental measurements of the active generalized memristor with sinusoidal voltage stimuli: (a) different angular frequencies; (b) different amplitudes.

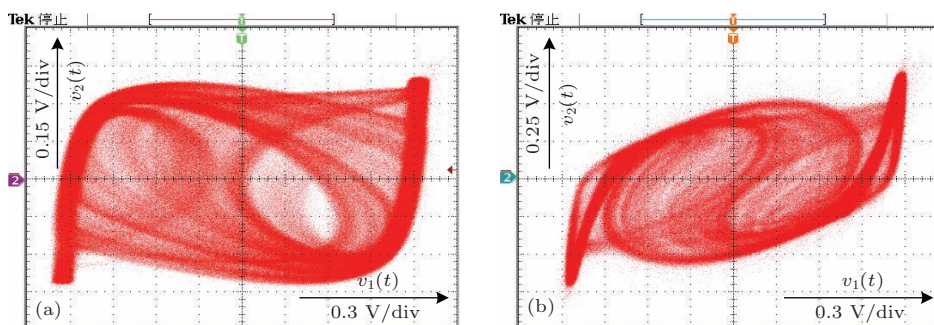


图9 (网刊彩色) 实验测量得到的典型混沌吸引子 (a) v_1 和 v_2 的相轨图; (b) v_1 和 v_3 的相轨图
Fig. 9. (color online) Typical chaotic attractors measured from experiments: (a) phase portrait in the v_1 - v_2 plane; (b) phase portrait in the v_1 - v_3 plane.

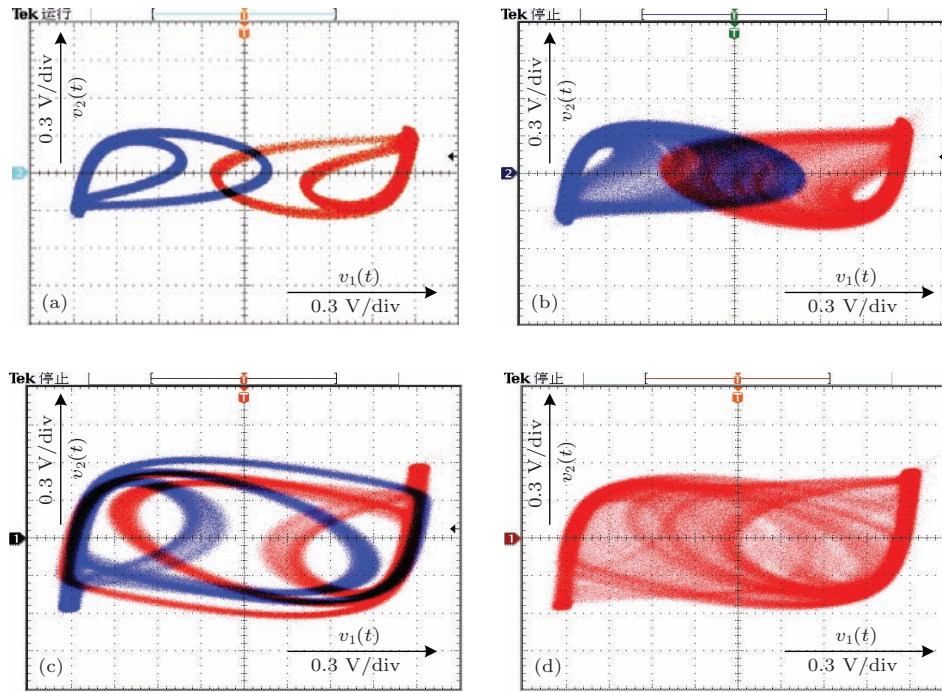


图 10 (网刊彩色) 不同耦合电阻值时实验测量得到的相轨图 (a) $R = 2.62 \text{ k}\Omega$; (b) $R = 2.75 \text{ k}\Omega$; (c) $R = 3.27 \text{ k}\Omega$; (d) $R = 3.3 \text{ k}\Omega$

Fig. 10. (color online) Phase portraits measured from experiments under different coupling resistances: (a) $R = 2.62 \text{ k}\Omega$; (b) $R = 2.75 \text{ k}\Omega$; (c) $R = 3.27 \text{ k}\Omega$; (d) $R = 3.3 \text{ k}\Omega$.

7 结 论

基于所提出的一阶有源广义忆阻模拟器, 本文实现了一种无感忆阻混沌电路. 建立了它们的数学模型, 进行了有源广义忆阻模拟器的紧磁滞回线特征分析和无感忆阻混沌电路的动力学分析. 无感忆阻混沌电路在相空间中存在非耗散区, 导致其混沌吸引子是空心的; 当元件参数改变时有着共存分岔模式和共存吸引子现象. 制作了实验电路, 其测量结果较好地验证了相应的理论分析结果. 仅由电阻、电容、二极管和运算放大器四种元器件组合连接实现的一阶有源广义忆阻模拟器及其无感忆阻混沌电路, 有着无接地限制、易接入物理电路、电路鲁棒性好、混沌特性可靠和便于单片集成等诸多特点, 因此可广泛应用于信息工程领域中.

参考文献

- [1] Robinett W, Pickett M, Borghetti J, Xia Q F, Snider G S, Medeiros-Ribeiro G, Williams R S 2010 *Nanotechnology* **21** 235203
- [2] Duan S K, Hu X F, Wang L D, Li C D, Mazumder P 2012 *Sci. China Ser. E-Info. Sci.* **42** 754 (in Chinese) [段书凯, 胡小方, 王丽丹, 李传东, Mazumder P 2012 中国科学: 信息科学 **42** 754]
- [3] Vaynshteyn M, Lanis A 2013 *Nat. Sci.* **11** 45
- [4] Ebong I E, Mazumder P 2012 *Proc. IEEE* **100** 2050
- [5] Wu A L, Zeng Z G 2012 *Neural Networks* **36** 1
- [6] Bao B C, Shi G D, Xu J P, Liu Z, Pan S H 2011 *Sci. China Ser. E-Tech. Sci.* **54** 2180
- [7] Li Z J, Zeng Y C 2013 *Chin. Phys. B* **22** 040502
- [8] Yu Q, Bao B C, Hu F W, Xu Q, Chen M, Wang Q 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 240505 (in Chinese) [俞清, 包伯成, 胡丰伟, 徐权, 陈墨, 王将 2014 物理学报 **63** 240505]
- [9] Strukov D B, Snider G S, Stewart D R, Williams R S 2008 *Nature* **453** 80
- [10] Buscarino A, Fortuna L, Frasca M, Gambuzza L V 2012 *Chaos* **22** 023136
- [11] Wang G Y, He J L, Yuan F, Peng C J 2013 *Chin. Phys. Lett.* **30** 110506
- [12] Li Z J, Zeng Y C 2014 *J. Electron. Info. Tech.* **36** 88 (in Chinese) [李志军, 曾以成 2014 电子与信息学报 **36** 88]
- [13] Li Z J, Zeng Y C, Li Z B 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 010502 (in Chinese) [李志军, 曾以成, 李志斌 2014 物理学报 **63** 010502]
- [14] Kim H, Sah M P, Yang C, Cho S, Chua L O 2012 *IEEE Trans. Circuits Syst. I: Regular Papers* **59** 2422
- [15] Bao B C, Xu J P, Zhou G H, Ma Z H, Zou L 2011 *Chin. Phys. B* **20** 120502
- [16] Wu H G, Bao B C, Chen M 2014 *Chin. Phys. B* **23** 118401
- [17] Wang X Y, Fitch A L, Iu H H C, Sreeramb V, Qi W G 2012 *Chin. Phys. B* **21** 108501
- [18] Corinto F, Ascoli A 2012 *Electron. Lett.* **48** 824
- [19] Bao B C, Yu J J, Hu F W, Liu Z 2014 *Int. J. Bifur. Chaos* **24** 1450143

- [20] Adhikari S P, Sah M Pd, Kim H, Chua L O 2013 *IEEE Trans. Circuits Syst. I: Regular Papers* **60** 3008
- [21] Chua L O 2012 *Proc. IEEE* **100** 1920
- [22] Banerjee T 2012 *Nonlinear Dyn.* **68** 565
- [23] Gopakumar K, Premlet B, Gopchandran K G 2010 *Int. J. Electronic Eng. Res.* **4** 489
- [24] Wolf A, Swift J B, Swinney H L, Vastano J A 1985 *Physica D* **16** 285
- [25] Bilotta E, Pantano P, Stranges S 2007 *Int. J. Bifurc. Chaos* **17** 1
- [26] Bao B C, Wang C L, Wu H G, Qiao X H 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 020504 (in Chinese) [包伯成, 王春丽, 武花干, 乔晓华 2014 物理学报 **63** 020504]

Inductorless chaotic circuit based on active generalized memristors*

Yu Qing¹⁾ Bao Bo-Cheng^{1)†} Xu Quan¹⁾ Chen Mo¹⁾ Hu Wen²⁾

1) (School of Information Science and Engineering, Changzhou University, Changzhou 213164, China)

2) (College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

(Received 22 January 2015; revised manuscript received 26 April 2015)

Abstract

Equivalently implementing a generalized memristor by using common components and then making a nonlinear circuit with a reliable property, are conducive to experimentally exhibit the nonlinear phenomena of the memristive chaotic circuit and show practical applications in generating chaotic signals. Firstly, based on a memristive diode bridge circuit, a new first-order actively generalized memristor emulator is constructed with no grounded restriction and ease to realize. The mathematical model of the emulator is established and its fingerprints are analyzed by the pinched hysteresis loops with different sinusoidal voltage stimuli. The results verified by experimental measurements indicate that the emulator uses only one operational amplifier and nine elementary electronic circuit elements and is an active voltage-controlled generalized memristor. Secondly, by parallelly connecting the proposed emulator to a capacitor and then linearly coupling with an RC bridge oscillator, a memristor based chaotic circuit without any inductance element is constructed. The dynamical model of the inductorless memristive chaotic circuit is established and the phase portraits of the chaotic attractor with typical circuit parameters are obtained numerically. The dissipativity, equilibrium points, and stabilities are derived, which indicate that in the phase space of the inductorless memristive chaotic circuit there exists a dissipative area where are distributed two unstable nonzero saddle-foci and a non-dissipative area containing an unstable origin saddle point. Furthermore, by utilizing the bifurcation diagram, Lyapunov exponent spectra, and phase portraits, the dynamical behaviors of the inductorless memristive chaotic circuit are investigated. Results show that with the evolution of the parameter value of the coupling resistor, the complex nonlinear phenomena of the coexisting bifurcation modes and coexisting attractors under two different initial conditions of the state variables can be found in the inductorless memristive chaotic circuit. Finally, a prototype circuit with the same circuit parameters for numerical simulations is developed, from which it can be seen that the prototype circuit has a simple circuit structure and is inexpensive and easy to practically fabricate with common components. Results of both the experimental measurements and the numerical simulations are consistent, verifying the validity of the theoretical analyses.

Keywords: active generalized memristor, RC bridge oscillator, dynamical modeling, nonlinear behavior

PACS: 05.45.-a

DOI: 10.7498/aps.64.170503

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No 51277017), the Natural Science Foundations of Jiangsu Province, China (Grant No BK2012583), and the NUAA Fundamental Research Funds, China (Grant No NS2013025).

† Corresponding author. E-mail: mervinbao@126.com