

基于自适应加权约束最小二乘法的麦克风阵列稳健频率不变波束形成算法

郭业才 张宁 吴礼福 孙心宇

Adaptive weighted constrained least squares algorithm based microphone array robustness beamforming algorithm

Guo Ye-Cai Zhang Ning Wu Li-Fu Sun Xin-Yu

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 174303 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.174303

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.174303>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I17>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

匀强磁场对水中气泡运动的影响

[Effect of magnetic field on single-bubble in water](#)

物理学报.2015, 64(12): 124301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.124301>

声单向操控研究进展

[Recent advances in acoustic one-way manipulation](#)

物理学报.2015, 64(9): 094305 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.094305>

脉冲微波辐射场空间分布的热声成像研究

[Pulsed microwave energy spatial distribution imaging by means of thermoacoustic tomography](#)

物理学报.2015, 64(1): 014301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.014301>

纵向带状裂隙形貌的逆时偏移超声成像

[Ultrasonic imaging for appearance of vertical slot by reverse time migration](#)

物理学报.2014, 63(15): 154302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.154302>

水下高斯界面背向散射超声散斑场的相位奇异

[Phase singularities of an ultrasonic speckle field back-scattered from an underwater Gaussian interface](#)

物理学报.2014, 63(5): 054301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.054301>

基于自适应加权约束最小二乘法的麦克风阵列 稳健频率不变波束形成算法*

郭业才^{1)2)†} 张宁¹⁾ 吴礼福¹⁾²⁾ 孙心宇¹⁾²⁾

1)(南京信息工程大学, 江苏省气象探测与信息处理重点实验室, 南京 210044)

2)(江苏省大气环境与装备技术协同创新中心, 南京 210044)

(2015年1月19日收到; 2015年3月27日收到修改稿)

为了解决麦克风阵列通道失配时波束形成算法的稳健性问题, 提出一种基于自适应加权约束最小二乘法的麦克风阵列稳健频率不变波束形成算法. 该算法在分析无通道失配和通道失配时阵列模型特点基础上, 深入研究了通道失配时约束最小二乘频率不变波束形成算法存在的问题及其产生的原因; 将麦克风特性的概率密度函数作为稳健因子加入到约束最小二乘频率不变波束形成算法后, 其频率不变性的稳健性得到了一定的提高, 但稳健性仍较差. 为了进一步提高约束最小二乘法频率不变波束形成算法的稳健性, 通过定义代价函数中控制频率不变性的动态加权系数来调节旁瓣频谱能量, 大大提高了频率不变波束形成算法的稳健性, 将频率不变的频带范围内同一到达角度上不同频率所形成的阵列响应的最大值与最小值之比定义为波动误差, 并作为比较本文算法与约束最小二乘稳健波束形成算法和 minmax 稳健波束形成算法在通道失配时频率不变性稳健性的评价指标. 算法实例验证结果表明, 在麦克风阵列通道失配时, 本文算法的波动误差最小、频率不变波束形成稳健性最好, 而且适用于任意结构的阵列.

关键词: 稳健波束形成, 频率不变性, 约束最小二乘法, 麦克风阵列

PACS: 43.35.+d, 43.60.+d, 43.75.+q

DOI: 10.7498/aps.64.174303

1 引言

麦克风阵列波束形成技术源于天线阵列波束形成的思想, 是多通道语音增强研究中的重要方法, 在人机语音交互系统、助听器、车载免提语音通信、远程电视会议系统及机器人听觉等诸多领域具有广泛的应用^[1]. 波束形成器是一种空间滤波器, 其主要功能是对特定方向的有用信号形成波束, 同时抑制其他方向的干扰信号和噪声^[2,3]. 经典宽带波束形成器的阵列响应频率不变性很差, 主瓣宽度因频率增大而减小, 很容易形成信号畸变^[1]. 为了解决这一问题, 近年来出现了一些频率不变波束形成 (frequency-invariant beamforming, FIB) 算

法^[4-9], 主要有基于特殊阵列结构算法^[4,5]、最小二乘算法^[6,7]、凸优化算法^[8,9]等. 这些算法虽然改善了阵列响应频率不变性很差的情况, 但均是基于麦克风阵列无通道失配 (包括麦克风幅度、相位特性误差等) 的假设^[10]. 而事实上, 在通道失配时, 上述 FIB 算法的稳健性差, 不满足实际要求. 现有的麦克风阵列稳健波束形成算法, 包括基于 minmax 准则的凸优化算法^[10]、基于麦克风阵列统计信息的稳健算法^[11]等. 虽然考虑了通道失配问题, 增强了阵列响应的稳健性, 但需要预先设定一个期望响应值, 当预先设定的期望响应值不合适时, 频率不变性变差.

为了解决上述问题, 本文将稳健波束形成算法^[11]与约束最小二乘 (cons- trained least squares,

* 全国优秀博士论文作者专项资金 (批准号: 200753)、江苏省高校自然科学基金重大项目 (批准号: 13KJA510001)、江苏高校科研成果产业化推进项目 (批准号: JHB2012-9)、江苏省高校“信息与通信工程”优势学科建设工程项目 (批准号: 2014).

† 通信作者. E-mail: guo-yecai@163.com

CLS) 频率不变波束形成算法相结合 [7], 同时利用自适应阵列信号处理的思想 [12-15] 定义可变加权系数, 提出了一种基于自适应加权约束最小二乘法的麦克风阵列稳健频率不变波束形成算法, 该算法的阵列响应稳健且频率不变性能良好.

2 阵列模型

2.1 无通道失配的阵列模型

不失一般性, 本文考虑由 M 个相同的全向性麦克风组成均匀线阵, 接收位于远场的宽带信号. 采用归一化的角频率 $\Omega = \frac{\omega}{\omega_s}$, 其中 ω 为信号频率, ω_s 为信号采样频率.

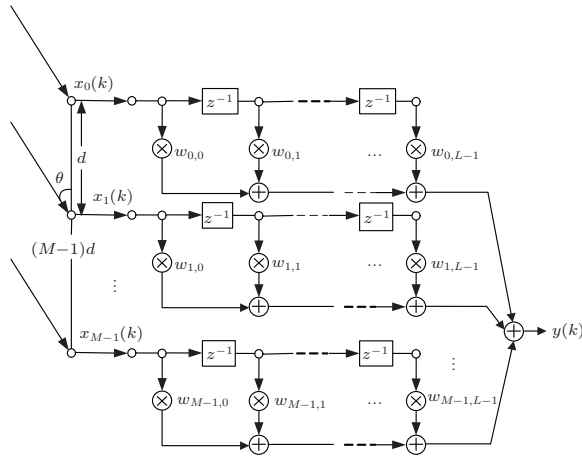


图 1 滤波求和的宽带波束形成器结构

Fig. 1. Filtering summation structure of broadband beamforming algorithm.

滤波求和的宽带波束形成器结构如图 1 所示. 在 M 个麦克风组成的均匀线阵中, 每个阵元后接一个 L 阶的 FIR 滤波器. 当信号的到达角度为 θ 、归一化角频率为 Ω 时, 波束形成器的阵列响应 [7] 为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\Omega, \theta) &= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{L-1} \mathbf{w}_{m,l} e^{-jm\mu\Omega \cos \theta} e^{-jl\Omega} \\ &= \mathbf{w}^T \mathbf{s}(\Omega, \theta), \end{aligned} \quad (1)$$

式中, $\mu = \frac{d}{c} \omega_s$, d 为阵元间距, c 为接收波的传播速度. $\mathbf{w}_{m,l}$ 为第 m 个麦克风对应 FIR 滤波器第 l 阶的权系数, 权值向量 \mathbf{w} 为

$$\mathbf{w} = [w_{0,0}, \dots, w_{M-1,0}, \dots, w_{0,L-1}, \dots, w_{M-1,L-1}]^T, \quad (2)$$

$\mathbf{s}(\Omega, \theta)$ 是一个 $ML \times 1$ 维矩阵, 为无通道失配模型中阵列的方向向量, 且

$$\mathbf{s}(\Omega, \theta) = \mathbf{s}_{T_s}(\Omega) \otimes \mathbf{s}_{\Delta\tau}(\Omega, \theta), \quad (3)$$

式中, \otimes 为克罗内克积符号, 且

$$\mathbf{s}_{T_s}(\Omega) = [1, e^{-j\Omega}, \dots, e^{-j(L-1)\Omega}]^T, \quad (4)$$

$$\mathbf{s}_{\Delta\tau}(\Omega, \theta) = [1, e^{-j\mu\Omega \cos \theta}, \dots, e^{-j(M-1)\mu\Omega \cos \theta}]^T. \quad (5)$$

2.2 通道失配的阵列模型

将阵列中第 m 个麦克风的特性记为 [11]

$$\begin{aligned} A_m(\Omega, \theta) &= g_m(\Omega, \theta) e^{-j\varphi_m(\Omega, \theta)}, \\ m &= 0, \dots, M-1, \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $g_m(\Omega, \theta)$ 和 $\varphi_m(\Omega, \theta)$ 分别表示第 m 个麦克风的幅度和相位特性. 当通道失配时, 阵列的方向向量为

$$\bar{\mathbf{s}}(\Omega, \theta) = \mathbf{A}(\Omega, \theta) \mathbf{s}(\Omega, \theta), \quad (7)$$

式中, $\mathbf{A}(\Omega, \theta)$ 为包含麦克风特性的矩阵, 且

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\Omega, \theta) &= \mathbf{I}_L \otimes \text{diag}[A_0(\Omega, \theta), A_1(\Omega, \theta), \dots, \\ &A_{M-1}(\Omega, \theta)], \end{aligned} \quad (8)$$

式中, \mathbf{I}_L 为 $L \times L$ 阶单位矩阵, $\text{diag}[\cdot]$ 为对角矩阵. 通道失配时阵列响应为

$$\mathbf{P}(\Omega, \theta) = \mathbf{w}^T \bar{\mathbf{s}}(\Omega, \theta). \quad (9)$$

3 无通道失配约束最小二乘 FIB 算法

在无通道失配时约束最小二乘 FIB 算法中, 代价函数为 [5,7]

$$\begin{aligned} J_{\text{CLS}} &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{K-1} |\mathbf{w}^T \mathbf{s}(\Omega_n, \theta_k) - \mathbf{w}^T \mathbf{s}(\Omega_r, \theta_k)|^2 \\ &+ \beta \sum_{\theta_k \in \Theta_s} |\mathbf{w}^T \mathbf{s}(\Omega_r, \theta_k)|^2, \end{aligned} \quad (10)$$

式中, N 和 K 分别是频率不变范围内频率和角度的采样点个数, Ω_r 为固定的参考频率, β 为控制频率不变性的常数, Θ_s 为旁瓣区域.

约束最小二乘 FIB 算法的约束条件为

$$\min_{\mathbf{w}} J_{\text{CLS}}(\mathbf{w}), \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{w}^T \mathbf{s}(\Omega_r, \theta_r) = 1. \quad (11)$$

该条件保证了参考频率 Ω_r 与参考方向 θ_r 上的波束响应为 1. 为了方便计算, 可将 (11) 式进一步简化为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} J_{\text{CLS}} &= \mathbf{w}^T \mathbf{Q}_{\text{CLS}} \mathbf{w}, \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{C}^T \mathbf{w} &= \mathbf{f}, \end{aligned} \quad (12)$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{\text{CLS}} = & \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{K-1} \text{Re}\{[\mathbf{s}(\Omega_n, \theta_k) - \mathbf{s}(\Omega_r, \theta_k)] \\ & \times [\mathbf{s}(\Omega_n, \theta_k) - \mathbf{s}(\Omega_r, \theta_k)]^{\text{H}} \\ & + \beta \sum_{\theta_k \in \Theta_s} \mathbf{s}(\Omega_r, \theta_k) \mathbf{s}(\Omega_r, \theta_k)^{\text{H}}\}, \quad (13) \end{aligned}$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{s}_{\text{R}}(\Omega_r, \theta_r), \mathbf{s}_{\text{I}}(\Omega_r, \theta_r)], \quad (14)$$

$$\mathbf{f} = [1, 0]^{\text{T}}, \quad (15)$$

式中, $\text{Re}\{\cdot\}$ 表示取实部, $(\cdot)^{\text{H}}$ 表示共轭转置, $\mathbf{s}_{\text{R}}(\Omega_r, \theta_r)$ 和 $\mathbf{s}_{\text{I}}(\Omega_r, \theta_r)$ 分别为 $\mathbf{s}(\Omega_r, \theta_r)$ 的实部和虚部, 利用拉格朗日乘子法对 (12) 式进行求解, 得 FIB 的最优权向量为

$$\mathbf{w} = \mathbf{Q}_{\text{CLS}}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^{\text{T}} \mathbf{Q}_{\text{CLS}}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f}. \quad (16)$$

4 自适应加权约束最小二乘稳健 FIB 算法

在实际情况下, 由于受到温度、湿度、振动及工作时间、生产工艺等影响, 麦克风的特性通常随着时间的变化而发生改变, 即存在通道失配的情况. 依据文献 [11], 假设: 1) 麦克风的特性 $A = g e^{-j\varphi}$ 为随时间变化的随机变量, 且其概率密度函数 $f_A(A)$ 不依赖于工作频率 Ω 和角度 θ ; 2) 麦克风的幅度特性 g 和相位特性 φ 也是随时间变化的随机变量且相互统计独立, 记 $f_g(g)$ 和 $f_{\varphi}(\varphi)$ 分别为其概率密度函数; 3) 所有麦克风的统计特性都相同.

数学上, 麦克风特性 A 的概率密度函数为其幅度特性 g 和相位特性 φ 的联合概率密度函数, 即

$$f_A(A) = f_{g,\varphi}(g, \varphi) = f_g(g) f_{\varphi}(\varphi). \quad (17)$$

4.1 约束最小二乘稳健 FIB 算法

为了提高约束最小二乘 FIB 算法的稳健性, 将麦克风特性的概率密度函数作为稳健因子 [11] 加入 (10) 式, 得约束最小二乘稳健 FIB 算法的代价函数为

$$\begin{aligned} J_{\text{RCLS}} = & \int_{A_0} \cdots \int_{A_{M-1}} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{K-1} |\mathbf{w}^{\text{T}} \bar{\mathbf{s}}(\Omega_n, \theta_k) \right. \\ & \left. - \mathbf{w}^{\text{T}} \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k) \right|^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \beta \sum_{\theta_k \in \Theta_s} |\mathbf{w}^{\text{T}} \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k)|^2 \Big\} \\ & \times f_A(A_0) \cdots f_A(A_{M-1}) dA_0 \cdots dA_{M-1}, \quad (18) \end{aligned}$$

式中, $A_m (m = 0, \dots, M-1)$ 为第 m 个麦克风的特性, $f_A(A_m)$ 为其对应的概率密度函数.

约束最小二乘稳健 FIB 算法的约束条件为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \quad & J_{\text{RCLS}} = \mathbf{w}^{\text{T}} \mathbf{Q}_{\text{RCLS}} \mathbf{w}, \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{C}_m^{\text{T}} \mathbf{w} = \mathbf{f}, \quad (19) \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{\text{RCLS}} = & \int_{A_0} \cdots \int_{A_{M-1}} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{K-1} \text{Re}\{[\bar{\mathbf{s}}(\Omega_n, \theta_k) \right. \\ & \left. - \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k)][\bar{\mathbf{s}}(\Omega_n, \theta_k) - \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k)]^{\text{H}} \right. \\ & \left. + \beta \sum_{\theta_k \in \Theta_s} \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k) \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k)^{\text{H}} \right\} \\ & \times f_A(A_0) \cdots f_A(A_{M-1}) dA_0 \cdots dA_{M-1}, \quad (20) \end{aligned}$$

$$\mathbf{C}_m = \begin{bmatrix} \mu_g \mu_{\varphi}^c \mathbf{s}_{\text{R}}^{\text{T}}(\Omega_r, \theta_r) + \mu_g \mu_{\varphi}^s \mathbf{s}_{\text{I}}^{\text{T}}(\Omega_r, \theta_r) \\ \mu_g \mu_{\varphi}^c \mathbf{s}_{\text{I}}^{\text{T}}(\Omega_r, \theta_r) - \mu_g \mu_{\varphi}^s \mathbf{s}_{\text{R}}^{\text{T}}(\Omega_r, \theta_r) \end{bmatrix}^{\text{T}}, \quad (21)$$

式中

$$\mu_g = \int_g g f_g(g) dg, \quad (22)$$

$$\mu_{\varphi}^c = \int_{\varphi} \cos \varphi f_{\varphi}(\varphi) d\varphi, \quad (23)$$

$$\mu_{\varphi}^s = \int_{\varphi} \sin \varphi f_{\varphi}(\varphi) d\varphi. \quad (24)$$

对 (20) 式进行计算, 先令

$$\begin{aligned} \mathbf{D} = & [\text{diag}((\sigma_g^2 - \mu_g^2 \sigma_{\varphi}^c) \mathbf{1}_{M \times 1}) + \mu_g^2 \sigma_{\varphi}^c \mathbf{1}_{M \times M}] \\ & \otimes \mathbf{1}_{L \times L} \quad (25) \end{aligned}$$

式中, $\mathbf{1}_{M \times 1}$, $\mathbf{1}_{M \times M}$ 和 $\mathbf{1}_{L \times L}$ 分别表示所有元素都为 1 的 $M \times 1$, $M \times M$ 和 $L \times L$ 维矩阵, 且

$$\sigma_g^2 = \int_g g^2 f_g(g) dg, \quad (26)$$

$$\sigma_{\varphi}^c = (\mu_{\varphi}^c)^2 + (\mu_{\varphi}^s)^2. \quad (27)$$

再令

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} = & \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{K-1} \text{Re}\{[\mathbf{s}(\Omega_n, \theta_k) - \mathbf{s}(\Omega_r, \theta_k)] \\ & \times [\mathbf{s}(\Omega_n, \theta_k) - \mathbf{s}(\Omega_r, \theta_k)]^{\text{H}} \} \end{aligned}$$

$$+ \sum_{\theta_k \in \Theta_s} \beta \mathbf{s}_R(\Omega_r, \theta_k), \quad (28)$$

则

$$\mathbf{Q}_{\text{RCLS}} = \mathbf{D} \odot \mathbf{Q}, \quad (29)$$

式中, \odot 代表矩阵点乘符号.

对于 (19) 式中的优化问题, 由拉格朗日算子法计算可得 [7]

$$\mathbf{w} = \mathbf{Q}_{\text{RCLS}}^{-1} \mathbf{C}_m (\mathbf{C}_m^T \mathbf{Q}_{\text{RCLS}}^{-1} \mathbf{C}_m)^{-1} \mathbf{f}. \quad (30)$$

4.2 自适应加权约束最小二乘稳健 FIB 算法

当麦克风阵列通道失配时, 约束最小二乘稳健 FIB 算法解决了频率不变性稳健性差的问题. 但其代价函数中控制频率不变性的系数 β 为常数, 不能根据设计需要进行变化, 所以其频率不变性仍然较差.

4.2.1 自适应加权约束最小二乘稳健 FIB 算法的约束条件

为了进一步提高阵列响应的频率不变性, 这里将 β 设定为随角度 θ 自适应更新的动态加权系数, 改进后的代价函数为

$$J_{\text{pro}} = \int_{A_0} \cdots \int_{A_{M-1}} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{K-1} |\mathbf{w}^T \bar{\mathbf{s}}(\Omega_n, \theta_k) - \mathbf{w}^T \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k)|^2 + \sum_{\theta_k \in \Theta_s} \beta(\theta_k) |\mathbf{w}^T \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k)|^2 \right\} \times f_A(A_0) \cdots f_A(A_{M-1}) dA_0 \cdots dA_{M-1}, \quad (31)$$

式中, $\beta(\theta_k)$ 为跟随角度 θ 改变的加权系数. 因此, 自适应加权约束最小二乘稳健 FIB 算法的约束条件为

$$\min_{\mathbf{w}} J_{\text{pro}}(\mathbf{w}), \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{w}^T \bar{\mathbf{s}}_m(\Omega_r, \theta_r) = 1, \quad (32)$$

式中

$$\bar{\mathbf{s}}_m(\Omega_r, \theta_r) = \int_{A_0} \cdots \int_{A_{M-1}} \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_r) f_A(A_0) \cdots \times f_A(A_{M-1}) dA_0 \cdots dA_{M-1}. \quad (33)$$

上述问题可进一步简化为

$$\min_{\mathbf{w}} J_{\text{pro}} = \mathbf{w}^T \mathbf{Q}_{\text{pro}} \mathbf{w}, \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{C}_m^T \mathbf{w} = \mathbf{f}, \quad (34)$$

式中

$$\mathbf{Q}_{\text{pro}} = \int_{A_0} \cdots \int_{A_{M-1}} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{K-1} \text{Re}\{[\bar{\mathbf{s}}(\Omega_n, \theta_k) - \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k)][\bar{\mathbf{s}}(\Omega_n, \theta_k) - \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k)]^H + \sum_{\theta_k \in \Theta_s} \beta(\theta_k) \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k) \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k)^H\} \right\} \times f_A(A_0) \cdots f_A(A_{M-1}) dA_0 \cdots dA_{M-1}. \quad (35)$$

4.2.2 加权系数的自适应更新过程

在约束最小二乘 FIB 算法中, 要保证阵列响应的频率不变性, 就要求旁瓣范围内参考频率 Ω_r 的频谱能量最低 [7]. 根据自适应阵列信号处理理论, 加权系数 $\beta(\theta_k)$ 可视为频率为 Ω_r 、到达角度为 θ_k 的干扰信号强度. 干扰信号强度越大, 阵列响应幅度越小, 对应的频谱能量越低 [12,13]. 因此, 可以通过控制 $\beta(\theta_k)$ 调节旁瓣范围内的频谱能量, 从而满足频率不变稳健性要求. 为此, 将 $\beta(\theta_k)$ 的更新公式定义为

$$\beta^{(i+1)}(\theta_k) = \max\{G_s \times [|\mathbf{w}^{(i)}|^T \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k)|^2 - SE_{\min}^{(i)}] + \beta^{(i)}(\theta_k), 0\}, \quad (36)$$

式中, $\theta_k \in \Theta_s$, G_s 为旁瓣的迭代增益, $\mathbf{w}^{(i)}$ 为第 i 次迭代的权向量, $SE_{\min}^{(i)}$ 为旁瓣范围内各角度中最小的频谱能量, 表示为

$$SE_{\min}^{(i)} = \min\{|\mathbf{w}^{(i)}|^T \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k)|^2\}. \quad (37)$$

在 $\beta(\theta_k)$ 更新的过程中, 对于第 i 次迭代, (34) 式的优化问题可表示为

$$\min_{\mathbf{w}^{(i)}} J_{\text{pro}} = (\mathbf{w}^{(i)})^T \mathbf{Q}_{\text{pro}}^{(i)} \mathbf{w}^{(i)}, \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{C}_m^T \mathbf{w}^{(i)} = \mathbf{f}, \quad (38)$$

式中

$$\mathbf{Q}_{\text{pro}}^{(i)} = \int_{A_0} \cdots \int_{A_{M-1}} \left(\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{K-1} \text{Re}\{[\bar{\mathbf{s}}(\Omega_n, \theta_k) - \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k)][\bar{\mathbf{s}}(\Omega_n, \theta_k) - \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k)]^H + \sum_{\theta_k \in \Theta_s} \beta^{(i)}(\theta_k) \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k) \bar{\mathbf{s}}(\Omega_r, \theta_k)^H\} \right) \times f_A(A_0) \cdots f_A(A_{M-1}) dA_0 \cdots dA_{M-1}, \quad (39)$$

对上式进行化简, 令

$$\mathbf{Q}_p^{(i)} = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{K-1} \text{Re}\{[\mathbf{s}(\Omega_n, \theta_k) - \mathbf{s}(\Omega_r, \theta_k)]$$

$$\begin{aligned} & \times [\mathbf{s}(\Omega_n, \theta_k) - \mathbf{s}(\Omega_r, \theta_k)]^H \} \\ & + \sum_{\theta_k \in \Theta_s} \beta^{(i)}(\theta_k) \mathbf{s}_R(\Omega_r, \theta_k), \end{aligned} \quad (40)$$

则有

$$\mathbf{Q}_{\text{pro}}^{(i)} = \mathbf{D} \odot \mathbf{Q}_p^{(i)}. \quad (41)$$

对于(38)式中的优化问题, 用拉格朗日算子法^[7]求解为

$$\mathbf{w}^{(i)} = (\mathbf{Q}_{\text{pro}}^{(i)})^{-1} \mathbf{C}_m [\mathbf{C}_m^T (\mathbf{Q}_{\text{pro}}^{(i)})^{-1} \mathbf{C}_m]^{-1} \mathbf{f}. \quad (42)$$

综上, 自适应加权约束最小二乘稳健FIB算法的步骤如下:

- 1) 初始化参数 $\beta^{(0)}(\theta_k)$, G_s , $SE_{\min}^{(0)}$, $\mathbf{w}^{(0)}$ 和最大迭代次数 T_0 , 计数器 $i = 0$;
- 2) 根据(21)式计算 \mathbf{C}_m , 根据(25)式计算 \mathbf{D} ;
- 3) 迭代更新的过程:
 - ① 根据(36)式计算 $\beta^{(i)}(\theta_k)$;
 - ② 利用 $\beta^{(i)}(\theta_k)$ 及(40)式计算 $\mathbf{Q}_p^{(i)}$, 并根据(41)式计算 $\mathbf{Q}_{\text{pro}}^{(i)}$;
 - ③ 将 $\mathbf{Q}_{\text{pro}}^{(i)}$ 代入(42)式更新 $\mathbf{w}^{(i)}$;
 - ④ 寻找旁瓣最小频谱能量 $SE_{\min}^{(i)}$;
 - ⑤ 令 $i = i + 1$, 重复①—④, 直到达到最大迭代次数 $i = T_0$ 为止.

4.2.3 算法时间复杂度分析

本文以算法中乘法次数作为时间复杂度的衡量标准, 对时间复杂度进行分析.

对约束最小二乘FIB算法的时间复杂度进行分析.

(13)式中求解 \mathbf{Q}_{CLS} 的时间复杂度为

$$T_1 = O((2(ML)^2)(NK)). \quad (43)$$

(14)式计算 \mathbf{C}_m 的时间复杂度为

$$T_2 = O(2(ML)). \quad (44)$$

(16)式计算权向量 \mathbf{w} 的时间复杂度为

$$T_3 = O(6(ML)^2 + 6(ML)). \quad (45)$$

因此, 约束最小二乘FIB算法的时间复杂度为

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = O((ML)^2(NK)). \quad (46)$$

对自适应加权约束最小二乘稳健FIB算法进行时间复杂度分析, 首先分析一次迭代的时间复杂度.

(40)式中求解 $\mathbf{Q}_p^{(i)}$ 的时间复杂度为

$$T_1 = O((2(ML)^2)(NK)). \quad (47)$$

(25)式中 \mathbf{D} 的时间复杂度为

$$T_2 = O((ML)^2). \quad (48)$$

(41)式中 $\mathbf{Q}_{\text{pro}}^{(i)}$ 的时间复杂度为

$$T_3 = O((ML)^2). \quad (49)$$

(42)式计算权向量 $\mathbf{w}^{(i)}$ 的时间复杂度为

$$T_4 = O(6(ML)^2 + 6(ML)). \quad (50)$$

因此, 自适应加权约束最小二乘稳健FIB算法一次迭代的时间复杂度为

$$\begin{aligned} T_5 &= T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \\ &= O((2(ML)^2)(NK + 4) + 6(ML)). \end{aligned} \quad (51)$$

因最大迭代次数为 T_0 , 故自适应加权约束最小二乘稳健FIB算法的时间复杂度为

$$T = T_5 T_0 = O((ML)^2(NKT_0)). \quad (52)$$

由计算结果可知, 与约束最小二乘FIB算法相比, 在 M, L, N, K 一定的条件下, 本文算法的时间复杂度是最大迭代次数 T_0 的线性阶, 略有增加. 但本文算法的稳健性远高于约束最小二乘FIB算法. 因此, 本文算法以时间复杂度的微小增加为代价换取了良好的稳健性, 实用价值仍然很高.

5 仿真实例

现通过几组仿真实例验证所提出的稳健算法有效性. 若无特殊说明, 仿真条件均为: 15个相同的全向性麦克风组成的均匀线阵, 每个阵元后接FIR滤波器阶数 $L = 24$, 信号采样间隔 $T_s = 0.125$ ms, 最大归一化频率为 π , 阵元间距为 4.25 cm. 波束形成器的旁瓣区域定义为 $\Theta = [0^\circ, 50^\circ] \cup [130^\circ, 180^\circ]$, 参考方向 $\theta_r = 90^\circ$, 参考频率 $\Omega_r = 0.4\pi$, 期望信号的频率范围即保持频率不变的频率宽度为 $[0.3\pi, 0.9\pi]$. 假设麦克风的幅度响应和相位响应分别服从 $[0.9, 1.1]$ 和 $[-10^\circ, 10^\circ]$ 上的均匀分布, 幅度和相位的误差范围均为 $\pm 10\%$. 当通道失配时, 仿真结果均是 100 次独立随机实验结果叠加的统计平均结果.

5.1 约束最小二乘 FIB 算法实例

在 $\beta = 0.5$ 时, 无通道失配时约束最小二乘 FIB 算法的阵列响应, 如图 2 所示. 图 2 表明, 对无通道失配的阵列模型, 其频率不变性在整个频率范

围良好. 为了便于比较, 图 3 给出了约束最小二乘 FIB 算法在通道失配时的阵列响应. 比较可知, 通道失配时, 约束最小二乘 FIB 算法的稳健性严重下降, 在低频部分更为严重. 当频率低于 0.5π 时, 阵列响应的频率不变性能完全失效.

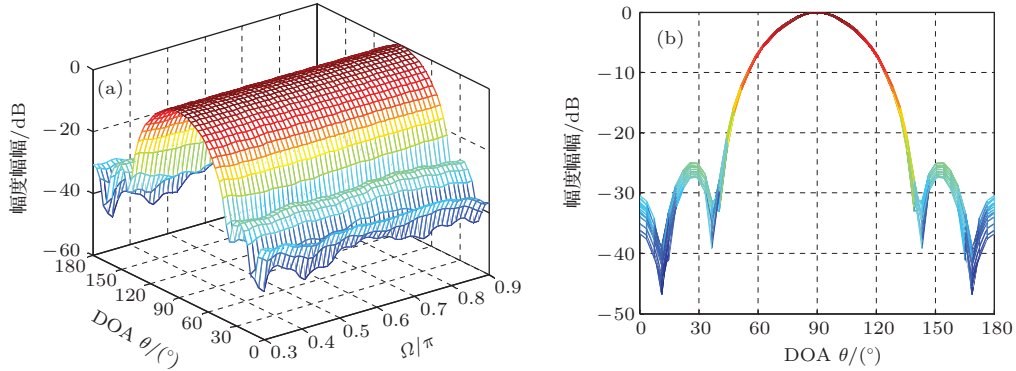


图 2 (网刊彩色) 无通道失配约束最小二乘 FIB 算法的阵列响应 (a) 三维图; (b) 侧视图

Fig. 2. (color online) Array response of constrained least square FIB algorithm without channel mismatch: (a) three dimensional map; (b) side view.

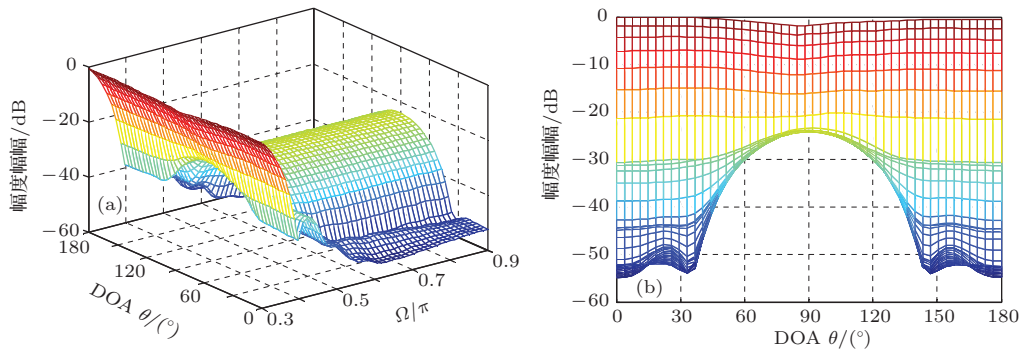


图 3 (网刊彩色) 通道失配时约束最小二乘 FIB 算法的阵列响应 (a) 三维图; (b) 侧视图

Fig. 3. (color online) Array response of constrained least square FIB algorithm under channel mismatch: (a) three dimensional map; (b) side view.

5.2 约束最小二乘稳健 FIB 算法实例

设置 $\beta = 0.5$, 在通道失配的情况下, 约束最小二乘稳健 FIB 算法的阵列响应如图 4 所示. 与

图 3 相比, 约束最小二乘稳健 FIB 算法改善了约束最小二乘 FIB 算法在通道失配模型中性能变差的情况, 在整个频带内基本保证了阵列响应的频率不变性.

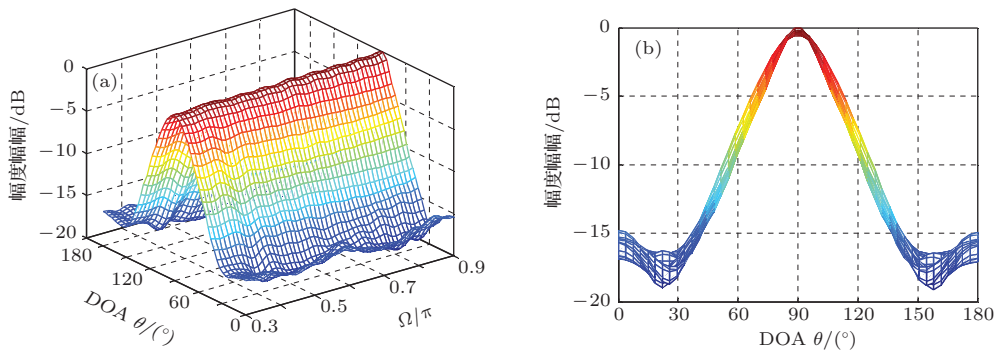


图 4 (网刊彩色) 约束最小二乘稳健 FIB 算法的阵列响应 (a) 三维图; (b) 侧视图

Fig. 4. (color online) Array response of constrained least square robustness FIB algorithm: (a) three dimensional map; (b) side view.

5.3 自适应加权约束最小二乘稳健FIB算法实例

首先设置参数: 旁瓣的迭代增益 $G_s = 10$, 最大迭代次数 $T_0 = 100$, $\beta^{(0)}(\theta_k)$, $SE_{\min}^{(0)}$, $\mathbf{w}^{(0)}$ 均为随机数. 图5为通道失配时自适应加权约束最小二乘稳健FIB算法的阵列响应. 与图3相比, 自适应加权约束最小二乘稳健FIB算法改善了约束最小二乘FIB通道失配时性能严重下降的情况, 在整个频带内基本保证了阵列响应的频率不变性.

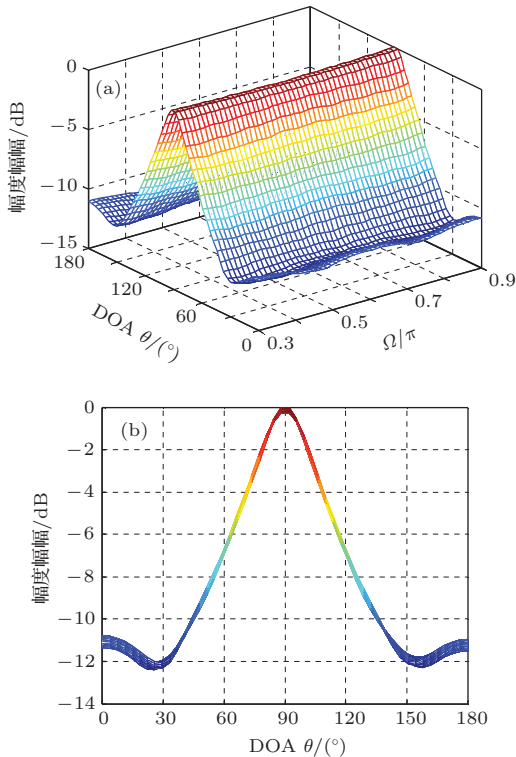


图5 (网刊彩色) 自适应加权约束最小二乘稳健FIB算法的阵列响应 (a) 三维图; (b) 侧视图

Fig. 5. (color online) Array response of adaptive weighted constrained least square robustness FIB algorithm: (a) three dimensional map; (b) side view.

为了进一步比较自适应加权约束最小二乘稳健FIB算法与约束最小二乘稳健FIB算法的频率不变性, 定义在频率不变的频带范围内同一到达角度上不同频率所形成的阵列响应的最大值与最小值之比为波动误差. 显然, 波动误差越小, 波束形成器的频率不变性就越好. 图6给出了通道失配时约束最小二乘稳健FIB算法(β 取不同值)以及自适应加权约束最小二乘稳健FIB算法的波动误差曲线. 图6表明, 对于约束最小二乘稳健FIB算法, $\beta = 0.5$ 时, 整个频带内的最大波动误差最小, 为2.8 dB; $\beta = 0.1$ 时, 主瓣最大波动误差最小, 为

0.5 dB. 对于自适应加权约束最小二乘稳健FIB算法, 整个频带内的最大波动误差为0.6 dB, 主瓣最大波动误差为0.4 dB. 可见, 自适应加权约束最小二乘稳健FIB算法的波动误差远小于约束最小二乘稳健FIB算法的波动误差, 也就是说, 自适应加权约束最小二乘稳健FIB算法比约束最小二乘稳健FIB算法的频率不变性更好.

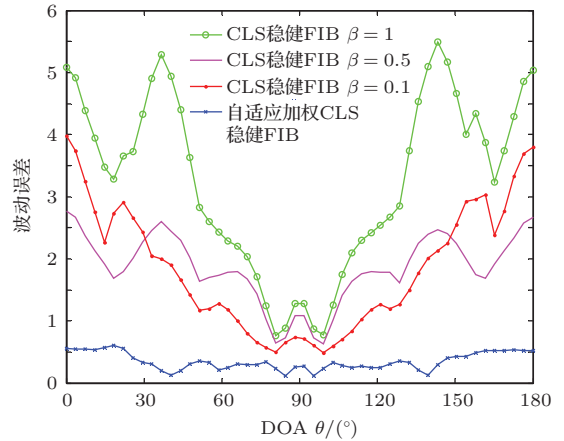


图6 (网刊彩色) 波动误差曲线

Fig. 6. (color online) Curves of fluctuation errors.

现有的宽带波束形成稳健算法虽然可以克服通道失配带来的问题, 但是频率不变性差. 为了进一步验证本文算法的有效性, 在上述仿真条件下, 以现有的minmax稳健宽带波束形成算法^[10]为比较对象进行实验研究. 图7给出了现有的minmax稳健宽带波束形成算法^[10]在通道失配时的阵列响应. 该算法根据minmax设计准则, 采用一个固定值作为期望响应进行波束形成器设计. 与图3相比, 该方法对于通道失配而引起的阵列响应性能变差有较小的改善作用. 但该方法的阵列响应主瓣宽度变化很大, 在整个频带内仍会造成信号的畸变, 稳健性和频率不变性都较差. 比较图5与图7可知, 本文算法的频率不变性和稳健性都远优于该算法.

与文献中已有的FIB设计算法^[4-8]相比, 本文算法具有以下优点: 当麦克风阵列通道失配时, 本文算法具有良好的稳健性, 能够保持良好的阵列响应频率不变性. 由于本文算法在代价函数中引入了干扰信号强度作为动态加权系数, 会使算法具有随机性, 为了更好地体现算法的统计特性, 本文算法的仿真结果均是100次独立随机试验结果的统计平均. 实际上, 一次实验的仿真结果表明, 本文算法也能保持较好的稳健性(限于篇幅, 单次实验仿真结果图省去), 利用参考频率上的阵列响应作为代

价函数中的期望响应, 获得了波束形成算法极为稳健的频率不变性.

稳健算法相结合, 定义了控制频率不变性的加权系数, 在实际的工作环境下保持了良好的频率不变性.

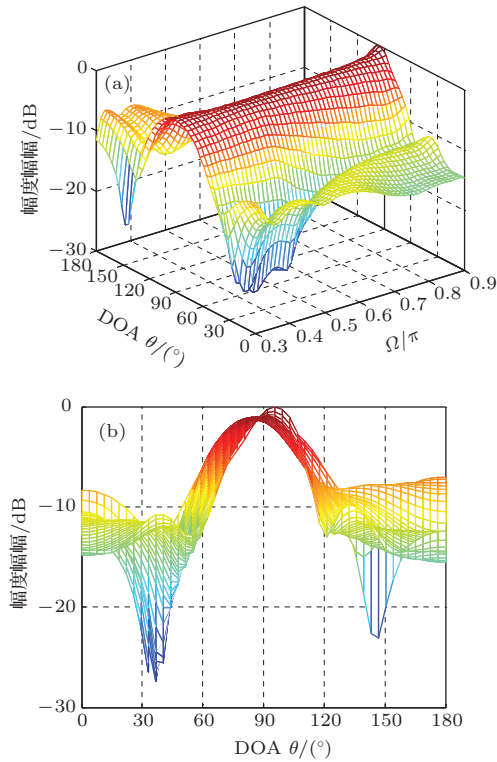


图7 (网刊彩色) Minmax 稳健宽带波束形成算法的阵列响应 (a) 三维图; (b) 侧视图

Fig. 7. (color online) Array response of minmax robustness broadband beamforming algorithm: (a) three dimensional map; (b) side view.

需要说明: 本文虽是以均匀线阵为例进行讨论的, 但本文给出的算法对阵列结构没有任何限制, 适用于任意几何结构的麦克风阵列.

6 结 论

由文中分析可见, 当麦克风阵列通道失配时, 现有的FIB算法不能使波束响应的频率不变性能得到保证, 而本文的基于自适应加权约束最小二乘FIB算法将约束最小二乘FIB算法与波束形成

参考文献

- [1] Benesty J, Chen J, Huang Y 2008 *Microphone array signal processing* (Berlin: Springer) pp164–166
- [2] Harry L, Trees V 2002 *Optimum Array Processing, part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory* (New York: John Wiley & Sons, Inc) p76–78
- [3] Liu W, Weiss S 2010 *Wideband Beamforming: Concepts and Techniques* (Chichester: Wiley) pp55–58
- [4] Koretz A, Rafaely B 2009 *IEEE Trans. Sign. Process.* **57** 2417
- [5] Zhang X, Ser W, Zhang Z 2010 *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing* **67** 8306
- [6] Zhao Y, Liu W, Langley R 2011 *IET Signal Process.* **5** 281
- [7] Zhao Y, Liu W, Langley R 2009 *The 17th European Signal Processing Conference* Glasgow, Scotland, 2009 p844
- [8] Lakshmanan S, Balasubramaniam P 2011 *Chin. Phys. B* **20** 040204
- [9] Wang Y, Wu W F, Fan Z, Liang G L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 184302 (in Chinese) [王燕, 吴文峰, 范展, 梁国龙 2013 物理学报 **62** 184302]
- [10] Wang H, Chen H, Bao Y, Li L 2012 *Proceedings of IEEE 10th Asia Pacific Conference on Circuits and Systems* Kaohsiung, Taiwan, China 2012 p583
- [11] Doclo S, Moonen M 2003 *IEEE Trans. Sign. Process.* **51** 2511
- [12] Shi J, Yang D S, Shi S G 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 124302 (in Chinese) [时洁, 杨德森, 时胜国 2012 物理学报 **61** 124302]
- [13] Wilcox D, Tsakalaki E, Kortun A, Ratnarajah T, Pappadias C B, Sellathurai M 2013 *IEEE J. Sel. Area. Comm.* **31** 571
- [14] Wang L, de Lamare R C 2010 *IEEE Trans. Sign. Process.* **58** 5408
- [15] Yang D G, Li B, Wang Z T, Lian X M 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 054306 (in Chinese) [杨殿阁, 李兵, 王子腾, 连小珉 2012 物理学报 **61** 054306]

Adaptive weighted constrained least squares algorithm based microphone array robustness beamforming algorithm*

Guo Ye-Cai^{1)2)†} Zhang Ning¹⁾ Wu Li-Fu¹⁾²⁾ Sun Xin-Yu¹⁾²⁾

1) (*Jiangsu Key Laboratory of Meteorological Observation and Information Processing, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China*)

2) (*Jiangsu Collaborative Innovation Center on Atmospheric Environment and Equipment Technology (CICAET), Nanjing 210044, China*)

(Received 19 January 2015; revised manuscript received 27 March 2015)

Abstract

In order to solve the problem of robustness of beamforming algorithm with microphone array channel mismatch, an adaptive dynamic-weighted constrained least square algorithm-based microphone array robustness frequency invariant beamforming algorithm is proposed. In the proposed algorithm, by analyzing the microphone array model, with or without channel mismatch, the disadvantages of the constrained least square frequency invariant beamforming algorithm with channel mismatch are studied. After the probability density functions of the microphones are defined as the robustness factors and added to the constraint least square frequency invariant beamforming algorithm, the robustness is improved to a certain extent, but it is still poor. In order to further improve the robustness of the algorithm, dynamic-weighted coefficients for controlling frequency invariance in the cost function are used to regulate the sidelobe spectrum energy. The fluctuation error is defined as the ratio of the maximum to minimum value of array response formed by the same angle of arrival at different frequencies, within the frequency range of frequency invariant, to compare the proposed algorithm with the constrained least square robustness frequency invariant and minmax robustness broadband beamforming algorithm. Experimental results of the algorithms show that the fluctuation errors of the proposed algorithm are the smallest and its robustness is the best; it can effectively overcome the poor robustness of the beamforming algorithm caused by microphone array channel mismatch, and can be applied to any arbitrary array structure.

Keywords: robustness beamforming, frequency invariant beamforming, constrained least square, microphone array

PACS: 43.35.+d, 43.60.+d, 43.75.+q

DOI: [10.7498/aps.64.174303](https://doi.org/10.7498/aps.64.174303)

* Project supported by the Special Fund Projects of National Excellent Doctoral Dissertation of China (Grant No. 200753), the Major Project of Nature Science Foundation of Higher Education Institution of Jiangsu Province, China (Grant No. 13KJA510001), Jiangsu Scientific Research Achievements in Industrialization Project, China (Grant No. JHB2012-9), and A Project Funded by the Information and Communication Engineering Priority Academic Program Development of Jiangsu Higher Education Institutions (Grant No. 2014).

† Corresponding author. E-mail: guo-yecai@163.com