

梯度耦合下神经网络中靶波和螺旋波的诱发研究

徐莹 王春妮 靳伍银 马军

Investigation of emergence of target wave and spiral wave in neuronal network induced by gradient coupling

Xu Ying Wang Chun-Ni Jin Wu-Yin Ma Jun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 198701 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.198701

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.198701>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I19>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

电感电流伪连续导电模式下 Buck 变换器的动力学建模与分析

Dynamical modeling and analysis of buck converter operating in pseudo-continuous conduction mode

物理学报.2015, 64(18): 180501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.180501>

基于有源广义忆阻的无感混沌电路研究

Inductorless chaotic circuit based on active generalized memristors

物理学报.2015, 64(17): 170503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.170503>

基于对偶数理论的资料同化新方法

A new data assimilation method based on dual-number theory

物理学报.2015, 64(13): 130502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.130502>

一类自突触作用下神经元电路的设计和模拟

Simulation of electric activity of neuron by setting up a reliable neuronal circuit driven by electric autapse

物理学报.2015, 64(5): 058702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.058702>

神经网络螺旋波诱发机理研究

Modulation of nonlinear coupling on the synchronization induced by linear coupling

物理学报.2013, 62(2): 028701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.028701>

梯度耦合下神经网络中靶波和螺旋波的诱发研究*

徐莹¹⁾ 王春妮¹⁾ 靳伍银²⁾ 马军^{1)†}

1)(兰州理工大学物理系, 兰州 730050)

2)(兰州理工大学机电学院, 兰州 730050)

(2015年4月20日收到; 2015年6月4日收到修改稿)

神经系统内数量众多的神经元电活动的群体行为呈现一定的节律性和自组织性. 当网络局部区域存在异质性或者受到持续周期性刺激, 则在网络内诱发靶波, 且这些靶波如‘节拍器’可调制介质中行波的诱发和传播. 基于Hindmarsh-Rose神经元模型构造了最近邻连接下的二维神经网络, 研究在非均匀耦合下神经网络内有序波的诱发问题. 在研究中, 选定网络中心区域的耦合强度最大, 从中心向边界的神经元之间的耦合强度则按照阶梯式下降. 研究表明, 在恰当的耦合梯度下, 神经网络内诱发的靶波或螺旋波可以占据整个网络, 并有效调制神经网络的群体电活动, 使得整个网络呈现有序性. 特别地, 当初始值为随机值时, 梯度耦合也可以诱发稳定的有序态. 这种梯度耦合对网络群体行为调制的研究结果有助于理解神经网络的自组织行为.

关键词: 靶波, 螺旋波, 神经网络, 梯度耦合**PACS:** 87.19.lq, 87.18.Hf, 05.45.-a**DOI:** 10.7498/aps.64.198701

1 引言

神经元作为神经系统的基本单元, 神经元的电活动模式呈现多样性. 通常认为, 神经系统的响应机理主要在于神经元群体电活动和外界刺激、突触可塑性相关, 由此可诱发电活动规律和模式的迁移^[1-4]. 研究表明, 大脑皮层的神经元主要由兴奋性锥体神经元与抑制性中间神经元构成, 两种神经元通过不同的反馈回路来调制神经元个体电活动行为, 从而确保神经信息处理和编码能正常进行^[5], 也有研究表明自突触^[6]对调制神经元电活动有积极作用, 电自突触可以快速改变神经电活动行为, 化学性自突触可通过激发性或抑制性方式来促进或者抑制神经元电活动模式的迁移. 基于生物实验数据, 理论生物物理学家对神经元电活

动规律建模, 提出了多种神经元模型^[5-9], 通过研究这些模型在各种条件下的分岔以及网络动力学行为^[10], 可以认知神经元群体电活动的规律, 为进一步探究相关神经性疾病提供思路^[11-21]. 实际的神经系统也包含了大量的胶质细胞, 这些胶质细胞可通过调节钙离子和神经递质等方式来影响神经元电活动行为^[22]. 基于已有的神经元振子模型, 以及神经元耦合胶质细胞网络模型, 相关研究结果可解释神经元电活动模式的迁移, 各种放电模式的诱发, 以及对外界刺激的选择性响应, 相干共振等有趣现象^[23-28].

虽然基于振子特性的神经元模型可以很好描述神经元电活动的变化行为, 通过数值计算可模拟神经网络同步放电和去同步行为, 进一步可解释与神经性疾病如癫痫, 注意力不集中, 帕金森综合症等疾病的可能诱发机理^[29-38]. 但神经系统包

* 国家自然科学基金(批准号: 11265008, 11365014)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: hyperchaos@163.com

含数以亿计的神经元细胞, 这些神经元直接如何通讯, 如何协作来完成神经系统的生物功能还需要进一步探索. 从动力学控制的角度看, 在恰当的外界刺激下, 神经元之间通过耦合可以有效的实现同步行为, 并对外界做出适当的响应行为. 但实际情况下, 神经系统包含诸多的功能差异的神经元, 即使输入相同的外界刺激, 这些神经元对外界刺激的响应具有自我选择性^[39], 如听觉系统, 视觉系统对声音刺激和光电刺激会做出不同的响应模式. 与反应扩散系统描述的时空系统类似, 耦合神经网络中可以诱发各类丰富的时空斑图, 如靶波和螺旋波^[40-43], 这些靶波或时空斑图可以通过分布式电流刺激, 局部非均匀性, 自突触驱动^[40], 噪声作用等多种方式诱发. 对于生物系统如心肌组织中出现的螺旋波的控制研究可以为治疗心颤提供重要的参考^[44-46]. 另一个有趣的问题是, 这些个性功能差异的神经元, 甚至同种性质的神经元之间在完成信号传递通讯时, 是否必须以对称性的耦合方式, 或者相同的耦合强度来完成合作, 竞争行为? 已有的数值研究表明, 神经网络中的神经元之间在对称耦合或者均匀耦合下, 恰当的耦合强度可以促进神经元的同步. 那么在非对称耦合下, 神经网络内群体活动行为会呈现什么样的特征值得我们研究.

神经系统被当作一个信号处理中心, 在包含诸多神经元的网络内, 在相同的外界刺激下, 这些神经元之间如何协调通讯, 有没有一个类似“指挥中心”或“信号源”的区域来对整个网络内的神经元群体活动行为进行调制? 虽然人们认为小世界网络连接方式可以较准确的刻画神经元之间的连接方式, 即在局部规则连接基础上存在一定连接概率的长程连接方式, 但这种连接方式下, 长程连接和局部近邻连接通常选取相同的耦合强度而且连接概率比较小^[47]. 我们认为, 神经元之间可能存在分级连接, 即, 靠近信号中心如中枢神经的神经元连接程度比较紧密, 因此可能存在比较大的耦合强度, 距离信号中心越远的神经元之间连接程度比较稀疏, 因此可能存在比较弱的耦合强度. 为简化问题, 我们设定神经网络中心区域的神经元之间耦合强度最大, 依次往外到边界的神经元之间的耦合强度呈现台阶式降低, 即网络内存在梯度耦合情形, 通过数值计算来模拟这种梯度耦合下神经网络内群体电活动的相变行为, 解释神经元群体电活

动的自组织机理.

2 模型和方法

Hindmarsh-Rose(HR)神经元^[7,8]模型是一种简化了的神经元模型, 虽然该模型不能描述离子通道效应对神经元电活动的影响, 但却可以描述神经元电活动的主要特点, 借助于数值计算可以有效的进行分岔和同步迁移研究. 在最近邻连接耦合下, 以HR神经元模型描述最近邻连接下神经网络节点动力学的, 该动力学方程组为

$$\begin{aligned} \frac{dx_{ij}}{dt} &= y_{ij} - ax_{ij}^3 + bx_{ij}^2 - z_{ij} + I_{\text{ext}} \\ &\quad + D_{ij}(x_{i+1j} + x_{i-1j} + x_{ij+1} \\ &\quad + x_{ij-1} - 4x_{ij}), \\ \frac{dy_{ij}}{dt} &= c - dx_{ij}^2 - y_{ij}, \\ \frac{dz_{ij}}{dt} &= r[s(x_{ij} - \lambda_0) - z_{ij}], \end{aligned} \quad (1)$$

式中的变量 x, y, z 分别代表神经元的膜片电位, 对应恢复变量的电流, 和自适应变量的电流. 下标 i, j 描述网络内节点的位置, D_{ij} 是神经网络内不同节点 (i, j) 处的神经元与近邻神经元的耦合强度, I_{ext} 是外部刺激电流. 对于单个神经元模型, 在选取参数 $a = 1.0, b = 3.0, c = 1.0, d = 5, s = 4.0, r = 0.006, \lambda_0 = -1.6$ 时, 改变外界刺激电流可以使得神经元电活动呈现静息, 尖峰放电, 簇放电甚至混沌放电特性; 在网络连接下, 改变外界刺激电流大小, 可以对神经网络群体电活动行为进行调制. 为了刻画神经网络群体电活动的统计特性, 考虑到膜电位 x (为方便标记为 V) 可作为测量量, 因此, 基于平均场理论可定义同步因子 R ^[43,47] 如下:

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N V_{ij} = \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N x_{ij}, \\ R &= \frac{\langle F^2 \rangle - \langle F \rangle^2}{\frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N (\langle V_{ij}^2 \rangle - \langle V_{ij} \rangle^2)} \\ &= \frac{\langle F^2 \rangle - \langle F \rangle^2}{\frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N (\langle x_{ij}^2 \rangle - \langle x_{ij} \rangle^2)}. \end{aligned} \quad (2)$$

在一个二维空间网络中神经元的总个数为 N^2 , 符号 $\langle * \rangle$ 表示对变量进行时间上的平均, V_{ij} 是节

点 (i, j) 处的可测变量 (本文中对应膜片电位 x_{ij}). $R \sim 0$ 表示非完美同步, $R \sim 1$ 表示完美同步如动态同步. 同步因子本身是一种统计物理量, 无论在反应扩散系统还是耦合振子网络中, 同步因子的计算都是以可测量的物理量作为计算对象. 在斑图动力学中, 也是以可测量物理量的空间分布来刻画斑图的空间分布特性. 以 HR 模型为例, 对于同步因子和时空斑图计算, 也可以采用变量 y, z 来计算, 但其分布和统计特性是相似的. 对于梯度耦合问题, 为简单起见, 中心区域耦合强度设置最大, 径向对外的神经元之间耦合强度依次降低. 在不考虑网络内部边界效应情形下, 梯度耦合网络中神经元之间耦合强度变化趋势呈现“回”字状, 整个网络被划分为 7 个区域, 最中心的 5×5 区域内节点之间耦合强度最大, 从中心向外, 依次增加 5 个节点则进入第二个区域, 梯度对应下降一个值, 见图 1.

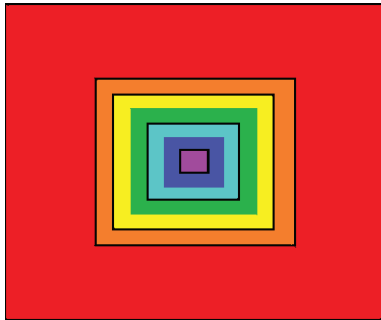


图 1 (网刊彩色) 神经元之间耦合强度呈现阶梯式下降示意图 (最中心方形区域为 $i = [98, 102], j = [98, 102]$ (紫色区域); 依次往外第二区域为 $i = [93, 98], i = [102, 107]$ 和 $j = [93, 98], j = [102, 107]$ (蓝色区域); 第三区域 $i = [88, 93], i = [107, 112]$ 和 $j = [88, 93], j = [107, 112]$ (青色区域); 以此类推, i 依次减少 (或增加) 5 个节点, j 依次减少 (或增加) 五个节点, 一直到 $i = 73, j = 127$ 为止, 整个网络被划分为七个区域)

Fig. 1. (color online) Diagram for gradient decrease in coupling intensity between neurons. The center area $i = [98, 102], j = [98, 102]$ (purple area), the outward second area $i = [93, 98], i = [102, 107]$ and $j = [93, 98], j = [102, 107]$ (blue area); the second area $i = [88, 93], i = [107, 112]$ and $j = [88, 93], j = [107, 112]$ (indigo area); done in the same manner, i, j is increased (or decreased) five nodes space, until to reach the position $i = 73, j = 127$ and the network is divided into seven areas.

在图 1 这种不考虑局部区域边界效应情况下, 在相同区域内的节点之间的耦合强度值是相同的, 通过选择不同的梯度值和中心区域最大耦合强度, 或者区域间隔, 可以在很大范围内通过数值模拟来观察网络内群体动力学演化特性. 实际的介质和网

络内, 由于介质各向同性, 细胞或者网络中心区域向外围节点耦合可能存在一定的对称性, 即可能存在边界效应. 如图 2 所示, 中心节点和外围节点之间耦合强度随着节点到中心区域的间距 r (限于连续介质, 网络中节点都是离散的, 所以用间隔节点的个数更确切) 的增大而减小. 如设定中心区域节点位置为 $(100, 100)$, 则距离中心区域节点的间距和耦合强度可分别表示为

$$r = \sqrt{(i - 100)^2 + (j - 100)^2},$$

$$D = \frac{D_0}{1 + k \times r}, \quad (3)$$

式中参数 k 表示衰减强度, 当 $r = 0$ 时则对应最中心区域节点, 该节点和最相邻节点耦合强度最大值为 D_0 .

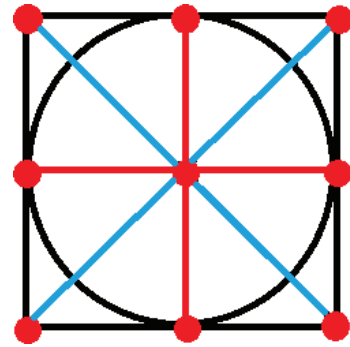


图 2 (网刊彩色) 神经元之间耦合强度呈现阶梯式下降示意图 (考虑空间对称性时, 距离中心区域不同位置处节点耦合强度大小满足 (3) 式)

Fig. 2. (color online) Diagram for gradient decrease in coupling intensity between neurons. In the case of spatial symmetry, the coupling intensity in different area from the center is defined in Eq. (3).

3 数值计算与讨论

在数值模拟中, 采用欧拉向前差分方法和无流边界条件, 积分步长为 $h = 0.02$, 计算的时间为 20000 个时间单位. 改变相邻神经元间耦合强度 D 的大小和初始值的变化, 观察分别在“回”字形和“环形”两种情况下网络中神经元的群体电活动行为, 200×200 个节点均匀分布在二维空间, 节点之间按照最近邻连接方式耦合, 每个节点的动力学行为用 HR 神经元模型来刻画, 外界刺激电流选取为 1.315. 在 Hindmarsh-Rose 神经元构成的规则网络中, 在均匀耦合下选择特殊的初始值或者设置人工缺陷^[48] 可以诱发螺旋波, 因此, 首先使用特殊的 (楔子状) 初始值来研究不同梯度耦合下神

神经元网络内的斑图成型问题. 即在 $91 \leq i \leq 93$, $1 \leq j \leq 100$ 的区域内所有节点对应的变量初始值为 $(2.0, 2.0, -1.0)$; 在 $94 \leq i \leq 96$, $1 \leq j \leq 100$ 的区域内所有节点对应的变量初始值为 $(0, 0, 0)$; 在 $97 \leq i \leq 99$, $1 \leq j \leq 100$ 的区域内所有节点对应

的变量初始值为 $(-1.0, -1.0, 2.0)$; 其余节点的变量初始值为 $(-1.31742, -7.67799, 1.13032)$. 我们进一步也研究了初始值为随机值的情形, 其中初始态为楔子状和随机值的闪图(空间电位分布)见图 3.

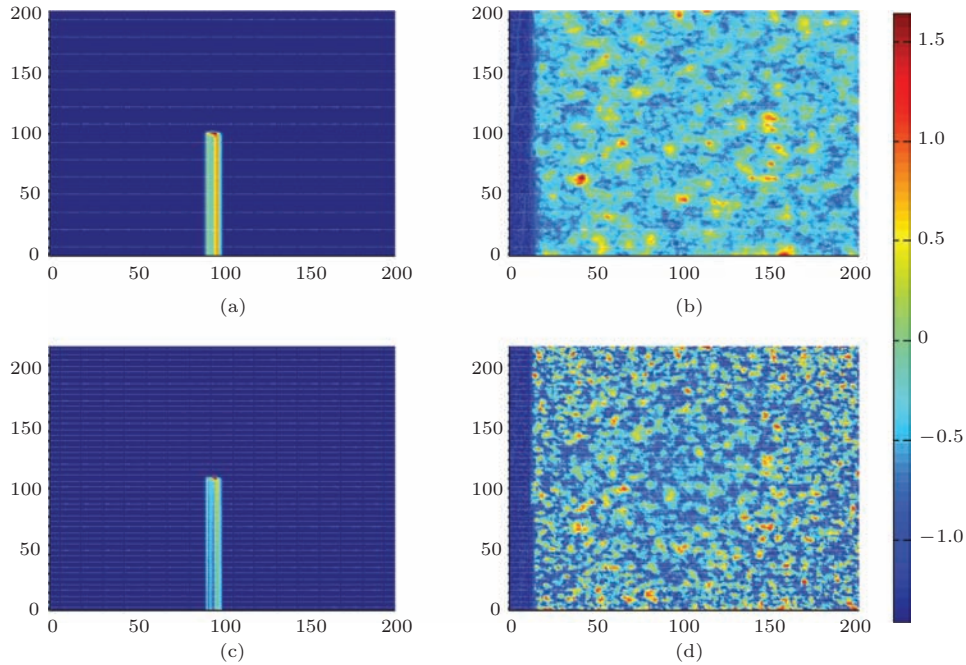


图 3 (网刊彩色) 神经网络的不同初始态 (a), (c) 初始值为楔子状; (a), (b) 耦合强度按照“回”字形下降依次减少 0.1; (b), (d) 初始值为随机值; (c), (d) 耦合强度按衰减系数 $k = 0.02$ 降低, 且不考虑网络内分界处的边界效应. 中心区域的耦合强度 (a) $D = 2.0$, (b) $D_0 = 1.0$, (c) $D = 2.0$, (d) $D_0 = 1.0$

Fig. 3. (color online) Different initial states are set for the neuronal network. (a), (c) initial states are selected as wedge-shaped type; (a), (b) the coupling intensity is decreased under inlay style shape(Hollow Square) with step 0.1; (b), (d) initial states are used with random values; (c), (d) the coupling intensity is decreased with coefficient $k = 0.02$ and the border effect is not considered. The coupling intensity for center area is selected as (a) $D = 2.0$, (b) $D_0 = 1.0$, (c) $D = 2.0$, (d) $D_0 = 1.0$, respectively.

可以看到楔子状初始值下, 除了特殊局部区域神经元电位取值不同, 其他区域的取值完全一样; 随机初始值下, 整个网络电位分布呈现非均匀态. 在下面的数值研究中分别以楔子状和随机值作为初始态, 来研究不同耦合梯度下神经网络斑图诱发和转移问题. 图 4 给出了不同耦合梯度条件下神经网络斑图在 20000 时间单位的形成结果.

在均匀耦合条件下, 神经元之间耦合强度处处相同, 在网络可以诱发一个完美的单臂螺旋波. 图 4 的结果表明, 梯度耦合对螺旋波的诱发起起了显著的调制作用, 出现了多组螺旋波. 其机理在于由于相邻的条形区域内耦合强度存在差异, 诱发的行波在传播过程中会在分界处被打断, 从而诱发新的螺旋波. 如果网络最中心区域耦合强度比较大, 虽然外侧的条形区域内神经元的耦合强度有所下降,

但诱发的行波会以比较大的速度传播, 外侧诱发的螺旋波则容易被“挤”到边界, 被网络边界处被吞噬而消失. 进一步计算了中心区域选择不同耦合强度下网络同步因子的变化, 其中相邻条形区域的强度按照相同的间隔 0.1 来减少.

图 5 曲线中的同步因子相对来说都比较小, 说明系统的同步程度比较弱, 对比图 3 的结果可以看到, 网络此时被螺旋波占据, 同时也包含一些碎波片段, 因此网络整体呈现一定的周期性. 在同步因子差异比较小情形, 说明系统并没有随着改变中心区域最大耦合强度值而出现明显的相变, 整个网络处于螺旋波态. 螺旋波具有很强的自持续性和周期性, 因此, 整个网络则呈现一定的周期性, 这种周期性可通过采样节点的膜电位时间序列 (V 或者 x) 来验证, 见图 6.

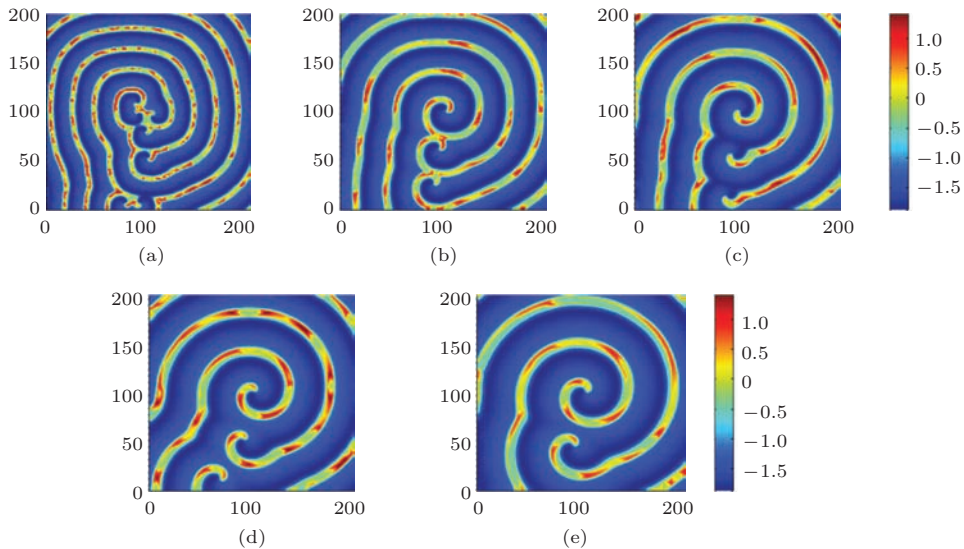


图4 (网刊彩色) 梯度耦合下20000时间单位系统形成的斑图, 其中耦合强度按照0.1下降, 初始值为楔子状, 且不考虑网络内分界处的边界效应. 中心区域的耦合强度 (a) $D = 1.0$, (b) $D = 1.3$, (c) $D = 1.5$, (d) $D = 1.8$, (e) $D = 2.0$

Fig. 4. (color online) Developed spatial pattern at $t=20000$ time units, the initial values are selected with wedge-shaped type, and coupling intensity decreases with step 0.1 and no border effect is considered as well. The coupling intensity for center area is selected as (a) $D = 1.0$, (b) $D = 1.3$, (c) $D = 1.5$, (d) $D = 1.8$, (e) $D = 2.0$, respectively.

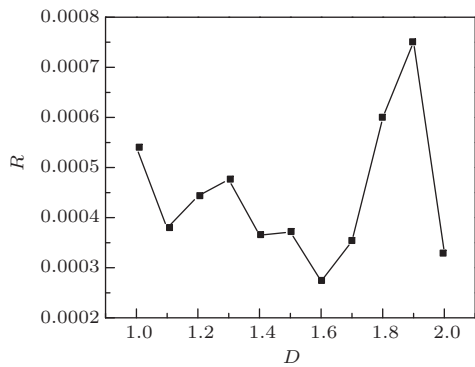


图5 网络中心选取不同最大耦合强度下的同步因子, 其中相邻条形区域对应的耦合强度按照相同的间隔0.1下降
Fig. 5. Distribution for factor of synchronization vs. coupling intensity for the center area, and the coupling intensity is decreased with step 0.1.

图6的结果表明, 采样序列的电位随着时间具有一定的周期性, 对于其他节点的电位进行采样也观察到类似的周期性. 为了分析耦合强度下降或衰减的效应, 分别计算了相邻条形区域之间耦合梯度间隔为-0.1和-0.2(其中“-”表示耦合强度下降)两种条件下网络斑图的形成, 见图7.

图7的结果表明, 当网络中心最大耦合强度给定的情况下, 相邻条形区域耦合强度间隔越大, 在网络内形成的螺旋波越多, 其机理在于相邻区域耦合强度存在显著差异更容易多组行波如靶波, 这些

靶波群互相碰撞后则形成更多的螺旋波. 为进一步分析螺旋波占据网络下整个网络动力学特性, 分别测试了不同梯度间隔值下采样节点序列, 数值结果见图8.

图8的结果表明, 采样序列整体呈现周期性, 原因在于整个网络仍然被螺旋波占据, 螺旋波犹如“节拍器”一样调制整个网络群体电活动行为. 螺旋波由于具有自持续性, 在螺旋波长和传播的过程中, 虽然网络整体呈现周期性, 但网络内各个格点的电位不同, 因此, 此时网络的同步程度比较低. 从采样的电位序列来看, 耦合强度的梯度间隔对采样序列的周期性无显著影响, 其原因可能在于介质或网络内的主要参数是相同的, 特别是最中心区域的耦合强度是相同的, 耦合强度梯度值的差异则导致了网络内出现的螺旋波稀疏程度有所变化, 但对采样点序列的周期性并未产生显著的改变.

以上我们对梯度耦合问题的研究选取了特殊初始值, 主要研究了采用楔子型特殊初始值能否在梯度耦合下产生螺旋波. 研究结果表明, 梯度耦合下如果采用特殊的楔子型初始值也可以产生螺旋波, 但和均匀耦合情形不同的是, 梯度耦合下在网络内会产生一组螺旋波, 而和均匀耦合下产生的单一螺旋波有所不同. 其机理在于网络内被划分为不同的条形区域, 相邻条形区域内的神经元之间的耦

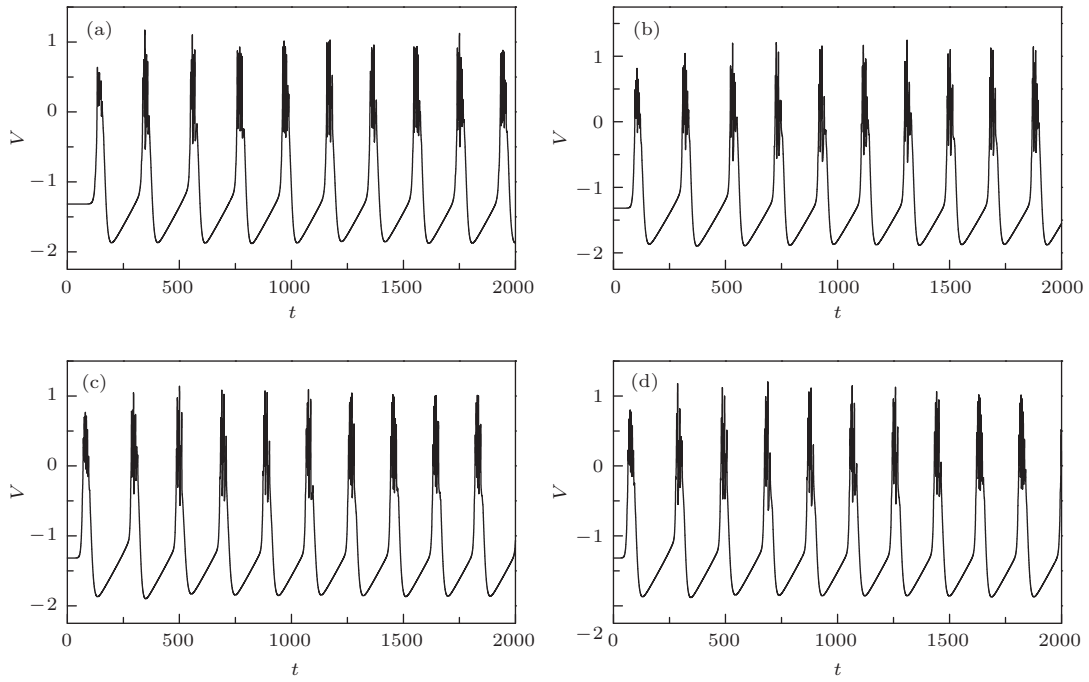


图6 节点 (80, 80) 的膜电位序列, 相邻条形区域之间耦合梯度按照 0.1 下降. 中心区域的耦合强度 (a) $D = 1.0$, (b) $D = 1.3$, (c) $D = 1.8$, (d) $D = 2.0$

Fig. 6. Time series of membrane potentials for node (80, 80), and the coupling intensity is decreased with step 0.1. The coupling intensity for center area is selected as (a) $D = 1.0$, (b) $D = 1.3$, (c) $D = 1.8$, (d) $D = 2.0$, respectively.

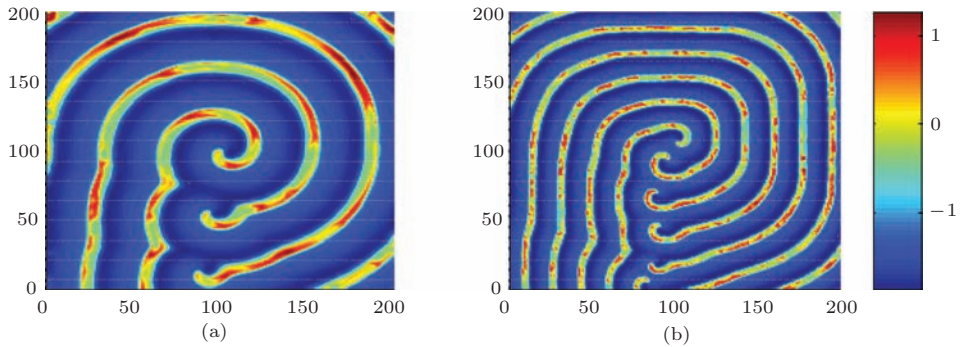


图7 (网刊彩色) 梯度耦合下 20000 时间单位系统形成的斑图, 其中网络中心区域最大耦合强度 $D = 1.5$. 相邻条形区域之间耦合梯度由内向外衰减的间隔差值为 (a) 0.1, (b) 0.2

Fig. 7. (color online) Developed spatial pattern at $t = 20000$ time units. The coupling intensity decreases with step 0.1 (a) and 0.2(b). The maximal coupling intensity for center area is selected as $D = 1.5$.

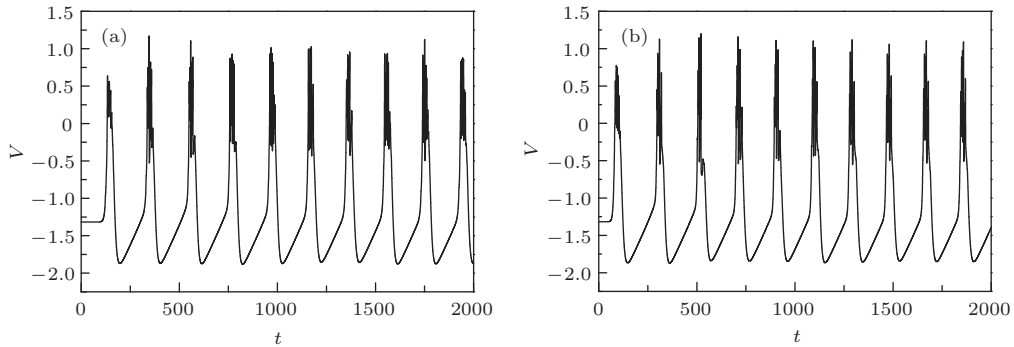


图8 节点 (80, 80) 的膜电位序列. 相邻条形区域之间耦合梯度按照 (a) 0.1, (b) 0.2 下降, 中心区域的耦合强度 $D = 1.5$

Fig. 8. Time series of membrane potentials for node (80, 80). The coupling intensity decreases with step 0.1 (a) and 0.2 (b). The maximal coupling intensity for center area is selected as $D = 1.5$.

合强度值不同, 这导致每个区域产生的行波传播速度不同, 且会在分界处碰撞, 这些行波碰撞后断裂会形成螺旋波, 多个分界面处都会产生螺旋波, 因此整个网络会产生一组螺旋波.

一个有趣的问题是, 如果整个网络初始值都是静息态, 或者整个网络初始值都是相同的值, 那么在梯度耦合下, 网络内是否会诱发稳定的行波使得网络呈现有序态? 在数值模拟中, 我们先选取整个网络初始值为 $(-1.31742, -7.67799, 1.13032)$, 通过计算整个网络电位空间分布形成的斑图, 以及采样节点的序列, 结果表明, 梯度耦合下整个网络最

终达到稳定均匀态, 采样序列对应的电位值历经一定暂态过程而达到稳定值(静息态), 且中心区域最大耦合强度值和耦合强度的梯度值对网络斑图, 采样序列波形没有影响, 最终都恢复到静息态. 我们进一步测试了整个网络选取相同的初始值, 比如一个高电位值 $(3.0, 0.2, 1.5)$, 研究表明, 整个网络呈现均匀态且整个网络电位分布是同步动态变化的, 即整个网络达到了同步, 其同步因子的值都接近 1, 且采样节点的电位序列呈现严格的周期性, 数值结果见图 9.

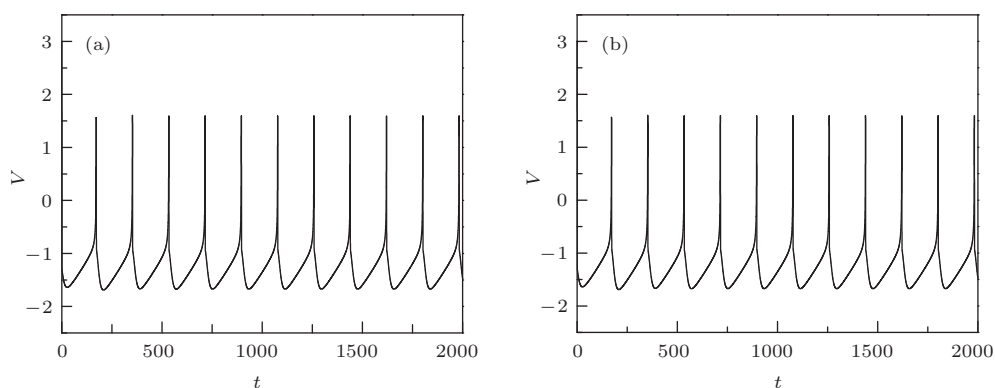


图 9 网络内节点 $(80, 80)$ 采样的膜电位序列. 中心最大耦合强度 D , 相邻条形区域耦合强度的梯度差值 G 的取值分别为 (a) $D = 1, G = 0.1$; (b) $D = 1.5, G = 0.1$

Fig. 9. Time series of membrane potentials for node $(80, 80)$. The maximal coupling intensity for center area and negative gradient step in coupling intensity are selected as (a) $D = 1, G = 0.1$; (b) $D = 1.5, G = 0.1$, respectively.

图 9 的采样序列结果表明, 如果网络内初始值选取相同的高电位, 在梯度耦合下, 整个网络仍然会达到同步态而且是完美的动态同步, 采样序列呈现严格的周期性. 下面研究初始值为随机值的情形, 数值结果见图 10.

图 10 的结果表明, 当整个网络以随机值作为初始值, 起初整个网络处于无序态, 在梯度耦合下, 如果中心区域的最大耦合强度足够大, 整个网络仍然可以进化为有序态, 整个网络被完美的螺旋波占据. 当中心耦合强度比较小时, 网络出现了多组螺旋波片段, 整个网络的有序程度比较低. 其可能原因在于, 当中心区域耦合强度比较大时, 中心区域诱发的行波能以较大的速度向外传播, 在遇到外围条形区域诱发的行波会发生碰撞, 因内侧产生的行波的波前总以比较大的速度传播, 因此中心区域诱发的行波抑制掉外侧的行波, 进而占据整个网络. 有趣的是, 在均匀耦合下, 如果选取随机初始值则

不能在网络内诱发螺旋波; 图 10 的结果表明, 正是由于梯度耦合可以消除随机初始值带来的影响, 从而诱发稳定旋转的螺旋波. 进一步计算了随机初始值时中心区域选择不同耦合强度值对应的同步因子, 见图 11.

图 11 的结果表明, 当网络的初始值为随机值时, 相对于楔子状特殊初始值, 同步因子的值整体增加, 特别是同步因子曲线出现了双峰, 即当中心区域的耦合强度选取这两个值 1.7 或 2.7 时, 网络的有序程度会最大, 网络的同步程度也比较大. 对比图 10 (a), 整个网络被螺旋波片段占据使得整个网络整体上接近无序态, 由于螺旋波具有稳定的持续性和周期性, 因此螺旋波片段存在的区域其节点变量的采样序列仍然会观察到一定的周期性, 但网络的同步程度非常差, 且对应的同步因子值也就最小. 图 10 对应的某节点的采样序列图见图 12.

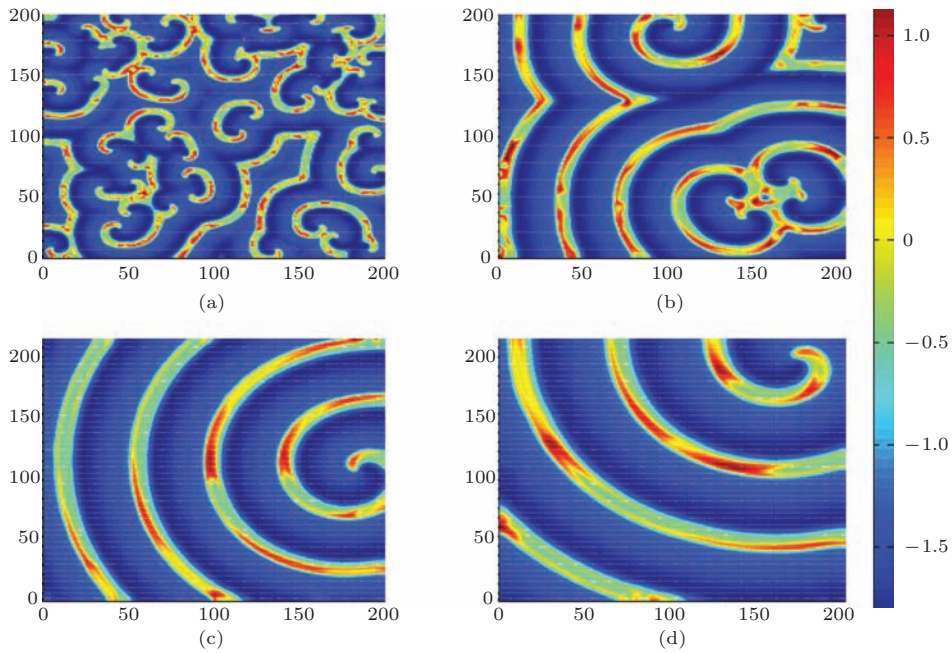


图 10 (网刊彩色) 梯度耦合下 20000 时间单位系统形成的斑图, 相邻条形区域之间耦合梯度按照 0.1 下降, 整个网络初始值随机选取 $-2 \leq x_0 \leq 2, -1 \leq y_0 \leq 2, -0.5 \leq z_0 \leq 2.5$. 其中网络中心区域最大耦合强度 (a) $D = 1.0$, (b) $D = 1.5$, (c) $D = 2.0$, (d) $D = 3.0$

Fig. 10. (color online) Developed spatial pattern at $t = 20000$ time units. Negative gradient step is fixed at 0.1, and initial values are selected in random as $-2 \leq x_0 \leq 2, -1 \leq y_0 \leq 2, -0.5 \leq z_0 \leq 2.5$. The maximal coupling intensity for the center area are selected as (a) $D = 1.0$, (b) $D = 1.5$, (c) $D = 2.0$, (d) $D = 3.0$.

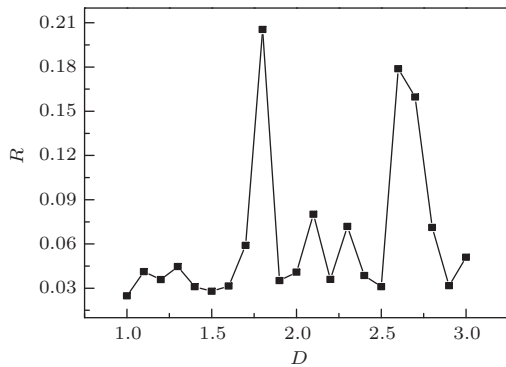


图 11 网络中心选取不同最大耦合强度下的同步因子, 其中相邻条形区域对应的耦合强度按照相同的间隔 0.1 下降, 网络初始状态选取随机值

Fig. 11. Distribution for factor of synchronization vs. coupling intensity for the center area, and the coupling intensity is decreased with step 0.1 with random initial values being used.

图 12 的结果表明, 当中心区域耦合强度选取不同的值, 在选取随机初始值条件下, 网络采样节点仍然呈现比较好的周期性, 即使整个网络没有被单个的螺旋波完全占据, 即使网络内出现多个螺旋波片段时, 空间采样节点的序列整体仍然呈现周期性, 之所以观察到采样节点的峰值会出现一定程度的涨落, 其原因在于螺旋波向外传的过程中受到各

个条形区域分界处的影响, 因此其幅度会受到一定的调制. 为了清晰展现神经网络在梯度耦合下螺旋波的诱发过程, 这里以楔子状初始值为例, 给出不同时刻下网络斑图的演化, 见图 13.

以上我们讨论的是当网络空间耦合强度按照“回”字型向外逐渐下降的情形, 没有考虑网络空间相互耦合的对称性和边界效应. 下面以图 2 所示的“环形”情形为例, 即网络耦合强度按照环形区域向外对称性下降, 空间各个区域对应的耦合强度按照 (3) 式来计算, 即相邻区域耦合强度下降并非等间隔式下降. 首选也选取如前所述的楔子状的特殊初始值, 在网络内观察斑图的形成过程, 耦合强度满足 (3) 式, 数值结果见图 14.

图 14 的结果表明, 在选取楔子状的特殊初始值下, 即使在梯度耦合下, 网络内仍然容易产生螺旋波甚至多个螺旋波, 当耦合强度比较大时, 螺旋波能以较大的速度传播, 且网络内不同区域(由内向外)之间耦合强度下降是非等间隔的, 即使相邻区域诱发的行波的波前具有不同的速度和周期, 经过持续的复杂的碰撞和竞争(快波吞噬慢波), 诱发的螺旋波数量一般比较少. 若耦合强度比较小且相邻环形区域耦合强度下降幅度比较小时, 在网络内

更容易形成多组螺旋波, 整个网络呈现一定的周期性, 其原因可能在于相邻区域耦合强度比较接近, 诱发的行波的波前传播速度和周期非常接近, 相互碰撞后出现多个波头共存的情形, 从而可诱发多组

螺旋波, 这一点和前面所述的“回”型台阶式等间隔耦合情形不同. 因此, 进一步计算环形区域耦合强度在不同衰减系数下的同步因子, 数值计算结果见图 15.

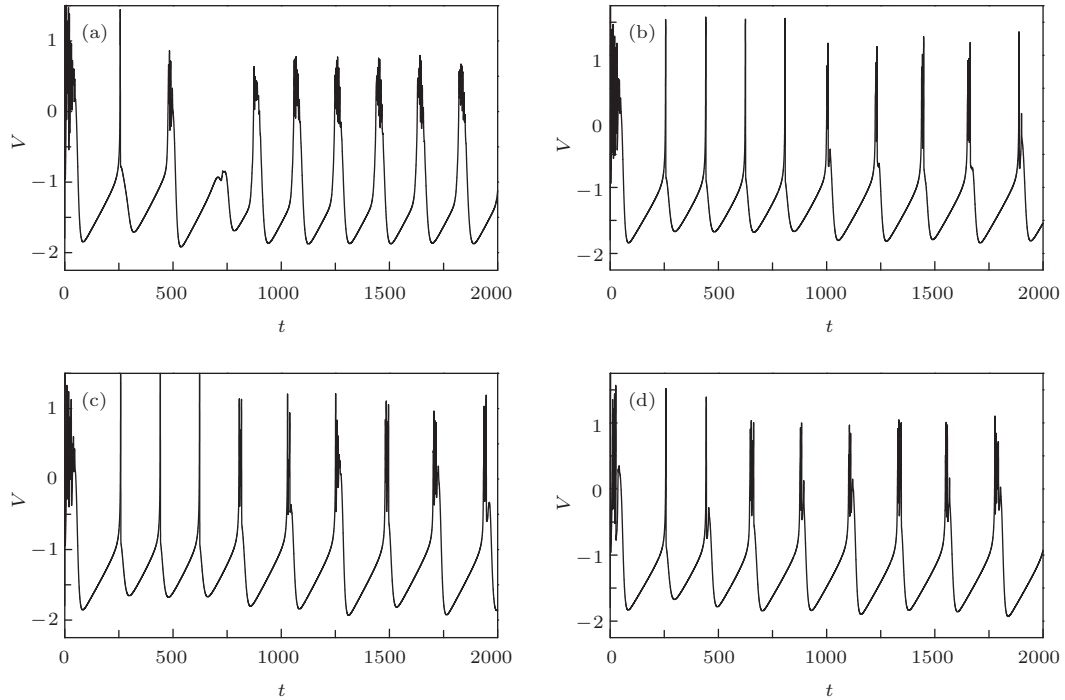


图 12 节点 (80, 80) 的膜电位序列, 相邻条形区域之间耦合梯度按照 0.1 下降. 其中网络中心区域最大耦合强度 (a) $D = 1.0$, (b) $D = 1.5$, (c) $D = 2.0$, (d) $D = 3.0$

Fig. 12. Time series of membrane potentials for node (80,80). the coupling intensity is decreased with step 0.1, and the maximal coupling intensity for center area are selected as (a) $D = 1.0$, (b) $D = 1.5$, (c) $D = 2.0$, (d) $D = 3.0$, respectively.

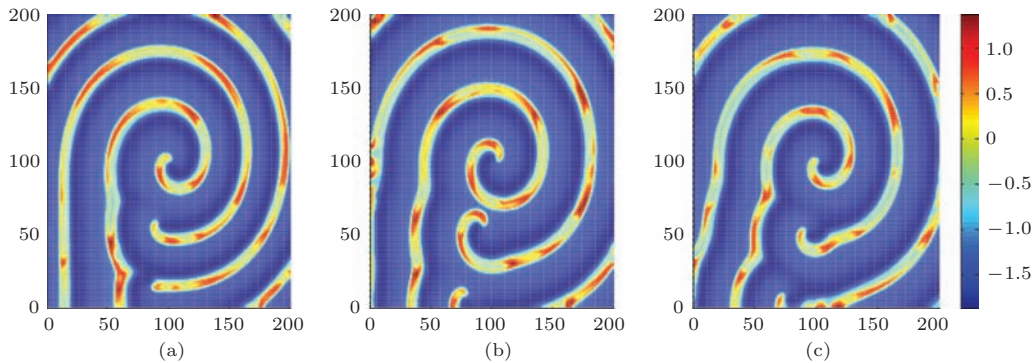


图 13 (网刊彩色) 初始值为楔子状且耦合强度按照“回”字形下降依次减少 0.1, 中心区域的耦合强度 $D = 1.8$, (a) 1000 时间单位, (b) 5000 时间单位, (c) 10000 时间单位时网络斑图的演化

Fig. 13. (color online) Development of spatial patten at $t = 1000$ (a), 5000(b), 10000(c) time units. The coupling intensity is decreased under inlay style shape (Hollow Square) with step 0.1. The maximal coupling intensity for center area is selected as $D = 1.8$ and initial values are selected as wedge-shaped type.

图 15 的结果表明, 选取楔子状初始值下, 即使网络内耦合强度按照环形区域向外递减, 整个网络的同步因子值整体比较小, 网络同步程度比较弱,

此时整个网络仍然被螺旋波占据. 由于螺旋波具有一定的自持续性和周期性, 其作用犹如“节拍器”一样可影响网络群体行为, 因此, 对网络内某格点的

电位序列进行采样, 数值结果见图 16.

图 16 的结果表明, 选取如楔子状的特殊初始值, 网络内耦合强度在各个环形区域内对称性衰减, 此时各个节点采样序列仍然呈现比较好的周期性, 这和图 14 的结果保持一致, 因为此时网络仍然

被螺旋波占据. 我们也验证了系统初始值选取为静息态的情形, 研究表明即使在梯度耦合下整个网络历经一定的暂态周期最终恢复为静息态. 进一步测试了当网络初始值选取高电位如 (3.0, 0.2, 1.5) 的情形, 数值计算结果见图 17.

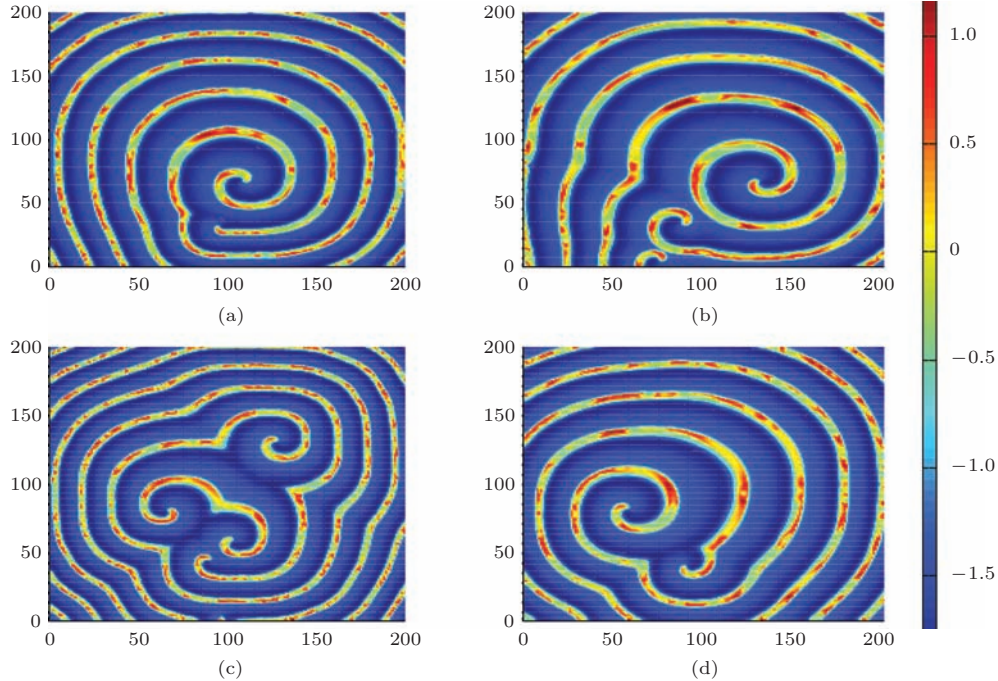


图 14 (网刊彩色) 梯度耦合下 20000 时间单位系统形成的斑图, 其中耦合强度分布按 (3) 式计算, 初始值为楔子状. 中心区域的耦合强度 D_0 和衰减系数 k 取值为 (a) $D_0 = 1.0, k = 0.02$; (b) $D_0 = 1.5, k = 0.02$; (c) $D_0 = 1.0, k = 0.03$; (d) $D_0 = 1.5, k = 0.03$

Fig. 14. (color online) Developed spatial pattern at $t = 20000$ time units. The coupling intensity is calculated according to Eq. (3), and initial values are selected as wedge-shaped type. The coupling intensity for center area and decrease step are selected as (a) $D_0 = 1.0, k = 0.02$; (b) $D_0 = 1.5, k = 0.02$; (c) $D_0 = 1.0, k = 0.03$; (d) $D_0 = 1.5, k = 0.03$, respectively.

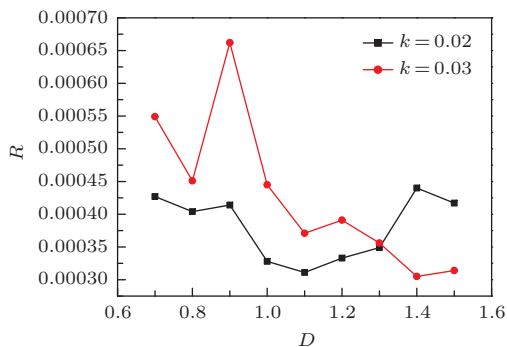


图 15 (网刊彩色) 网络中心选取不同最大耦合强度下的同步因子, 其中相邻环形区域对应的耦合强度 D 按照 (3) 式衰减, 网络初始状态选取楔子状特殊值

Fig. 15. (color online) Distribution for factor of synchronization vs. maximal coupling intensity for the center area. The initial values are selected as wedge-shaped type and coupling intensity is calculated according to Eq. (3), and initial values are selected as wedge-shaped type.

图 17 的结果表明, 若网络初始值选取相同的高电位, 各个环形区域在对称性梯度耦合下则可以在网络内诱发稳定的靶波状行波, 整个网络被靶波占据, 网络同步程度比较高. 同时计算了其对应的同步因子, 数值结果表明对应的同步因子达到 1, 即网络达到了同步态. 进一步计算了采样序列, 发现采样序列呈现稳定的周期性, 其原因在于整个网络被靶波占据, 靶波也犹如“节拍器”一样调制整个网络群体放电活动. 为了和前述随机初始值的情形对比, 这里也计算了网络耦合强度在环形区域呈现梯度下降条件下, 网络选取初始值为随机值的斑图形成过程, 20000 时刻形成的斑图见图 18.

图 18 的结果表明, 以随机值为初始态, 网络整体上呈现无序态, 局部区域会出现螺旋波, 进一步计算其对应的同步因子, 结果见图 19.

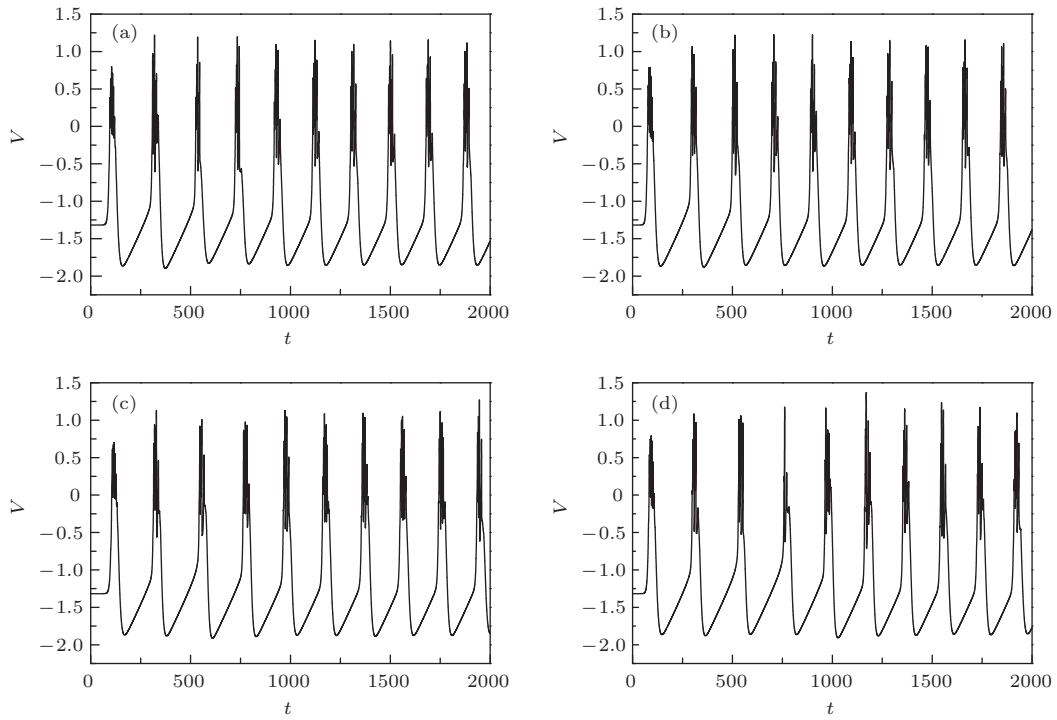


图 16 节点 (80, 80) 的电位序列, 其中相邻环形区域对应的耦合强度按照 (3) 式衰减, 网络初始状态选取楔子状特殊值. 中心区域的耦合强度 D_0 和衰减系数 k 取值为 (a) $D_0 = 1.0, k = 0.02$; (b) $D_0 = 1.5, k = 0.02$; (c) $D_0 = 1.0, k = 0.03$; (d) $D_0 = 1.5, k = 0.03$

Fig. 16. Time series of membrane potentials for node (80, 80). The coupling intensity is calculated according to Eq. (3) and initial values are selected as wedge-shaped type. The coupling intensity for center area and decrease step are selected as (a) $D_0 = 1.0, k = 0.02$; (b) $D_0 = 1.5, k = 0.02$; (c) $D_0 = 1.0, k = 0.03$; (d) $D_0 = 1.5, k = 0.03$, respectively.

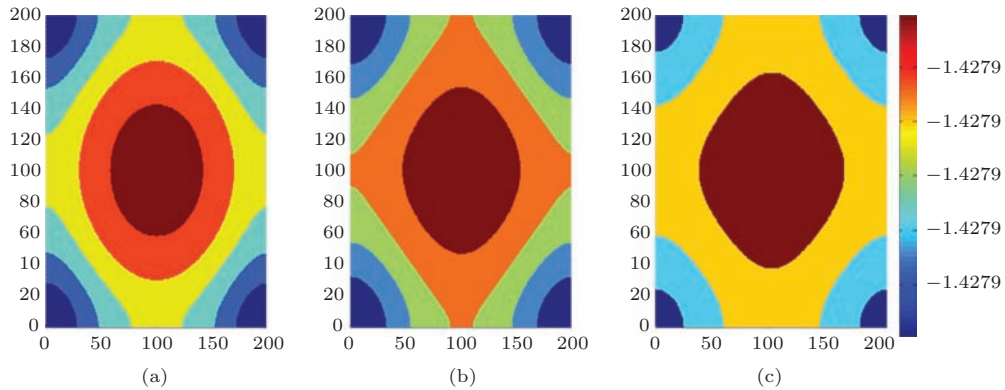


图 17 (网刊彩色) 梯度耦合下 20000 时间单位系统形成的斑图, 网络初始值为相同的高电位, 其中环形区域耦合强度衰减满足 (3) 式且 $k = 0.02$, 中心处耦合强度 (a) $D_0 = 0.5$, (b) $D_0 = 1.0$, (c) $D_0 = 1.5$

Fig. 17. (color online) Developed spatial pattern at $t = 20000$ time units. The coupling intensity is calculated according to Eq. (3) and the same high potential values are used as initial values, the decrease step is $k = 0.02$, and the maximal coupling intensity for the center areas is selected as (a) $D_0 = 0.5$, (b) $D_0 = 1.0$, (c) $D_0 = 1.5$, respectively.

图 19 的结果表明, 当网络选取随机初始值时, 若网络沿着环形区域的耦合强度呈现阶梯下降, 即同一环形区域耦合强度相同, 网络同步因子整体比较低, 网络同步程度比较弱. 若相邻环形区域耦合强度下降幅度比较大, 且中心耦合强度比较大的情

况下, 网络一定区域仍然可以诱发螺旋波. 若沿环形区域衰减的较慢, 在中心区域选择比较大的耦合强度时, 网络的同步程度增大, 但没有达到完全同步. 进一步对网络中某节点进行采样, 其膜电位序列随时间的演化见图 20.

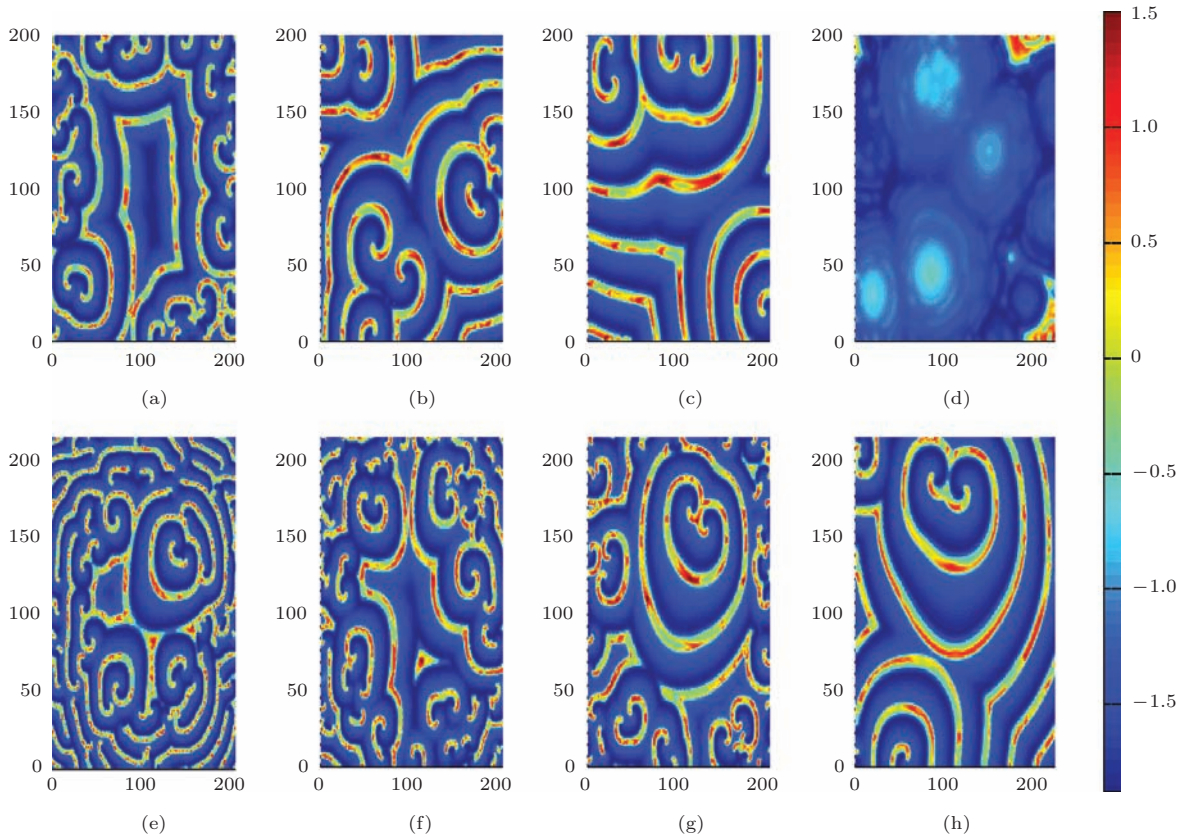


图 18 (网刊彩色) 网络初始值为随机值, 梯度耦合下 20000 时间单位系统形成的斑图. 中心区域的耦合强度 D_0 和衰减系数 k 取值为 (a) $D_0 = 1.0, k = 0.02$; (b) $D_0 = 1.5, k = 0.02$; (c) $D_0 = 2.0, k = 0.02$; (d) $D_0 = 3.0, k = 0.02$; (e) $D_0 = 1.0, k = 0.05$; (f) $D_0 = 1.5, k = 0.05$; (g) $D_0 = 2.0, k = 0.05$; (h) $D_0 = 3.0, k = 0.05$

Fig. 18. (color online) Developed spatial patterns at $t = 20000$ time units with random initial values being used. The maximal coupling intensity and decrease step are selected as (a) $D_0 = 1.0, k = 0.02$; (b) $D_0 = 1.5, k = 0.02$; (c) $D_0 = 2.0, k = 0.02$; (d) $D_0 = 3.0, k = 0.02$; (e) $D_0 = 1.0, k = 0.05$; (f) $D_0 = 1.5, k = 0.05$; (g) $D_0 = 2.0, k = 0.05$; (h) $D_0 = 3.0, k = 0.05$, respectively.

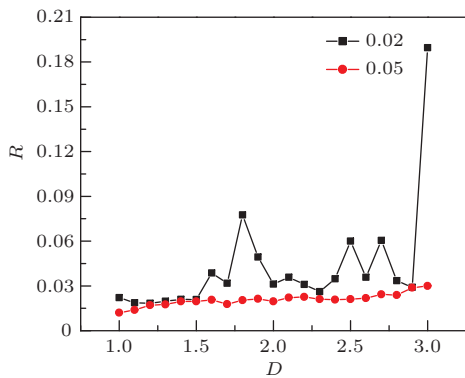


图 19 (网刊彩色) 网络中心选取不同最大耦合强度下的同步因子, 其中相邻环形区域对应的耦合强度按照 (3) 式衰减, 网络初始状态选取随机值, 其中相邻环形区域耦合强度衰减系数分别为 $k = 0.02, 0.05$

Fig. 19. (color online) Distribution for factor of synchronization vs. maximal coupling intensity for the center area, and the coupling intensity is calculated according to Eq. (3) with random initial values being used. The decrease step for coupling intensity is selected as $k = 0.02, 0.05$, respectively.

如图 20 所示, 对比图 18 可以发现, 对节点电位的采样序列显示稳定的周期性, 有峰峰放电的特征, 对其他节点电位序列进行采样, 也发现其序列也有一定的周期性, 这显然和时空混沌状态下的序列是不同的. 其原因可能在于, 随机初始值使得系统进入无序态, 但对称性的梯度耦合使得网络各个局部区域都诱发一定的螺旋波片段, 这些螺旋波片段有一定的自持续性, 可以规范和调制局部区域神经元的电活动行为, 因此使得采样序列呈现一定的周期性. 同样, 我们也给出了楔子状初始值下, 环形梯度耦合时网络斑图演化过程, 见图 21.

以上结果表明, 神经网络在梯度耦合下可以在网络局部区域甚至整个网络内诱发行波, 要么以靶波形式存在, 要么这些行波互相碰撞后形成一组共存的螺旋波, 即使网络初始态为随机无序态, 诱发的行波则可以很好抑制网络的无序度, 使得网络整体显现一定的规律性, 这可能与系统内部自组织

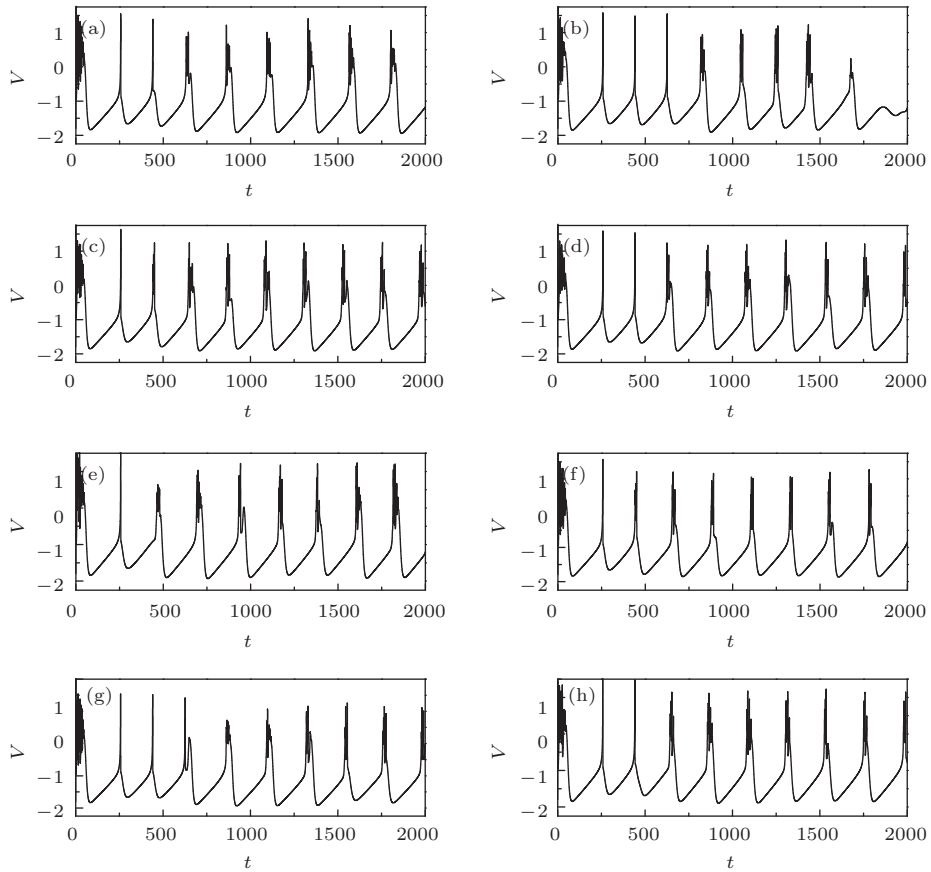


图 20 节点 (80, 80) 的膜电位序列, 其中相邻环形区域对应的耦合强度按照 (3) 式衰减, 网络初始状态选取随机值. 中心区域的耦合强度 D_0 和衰减系数 k 取值为 (a) $D_0 = 1.0, k = 0.02$; (b) $D_0 = 1.5, k = 0.02$; (c) $D_0 = 2.0, k = 0.02$; (d) $D_0 = 3.0, k = 0.02$; (e) $D_0 = 1.0, k = 0.05$; (f) $D_0 = 1.5, k = 0.05$; (g) $D_0 = 2.0, k = 0.05$; (h) $D_0 = 3.0, k = 0.05$

Fig. 20. Time series of membrane potentials for node (80, 80). The coupling intensity is calculated according to Eq. (3) and initial values are selected in random way. The maximal coupling intensity and decrease step are selected as (a) $D_0 = 1.0, k = 0.02$; (b) $D_0 = 1.5, k = 0.02$; (c) $D_0 = 2.0, k = 0.02$; (d) $D_0 = 3.0, k = 0.02$; (e) $D_0 = 1.0, k = 0.05$; (f) $D_0 = 1.5, k = 0.05$; (g) $D_0 = 2.0, k = 0.05$; (h) $D_0 = 3.0, k = 0.05$, respectively.

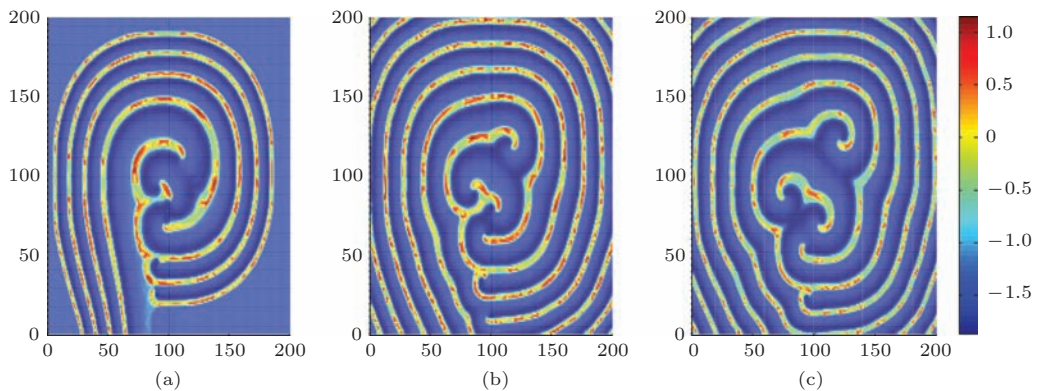


图 21 (网刊彩色) 初始值为楔子状下不同时刻的网络斑图, 其中耦合强度按照衰减系数 $k = 0.03$ 下降, 中心区域的耦合强度 $D_0 = 1.0$, (a) 1000 时间单位; (b) 5000 时间单位; (c) 10000 时间单位

Fig. 21. (color online) Development of spatial pattern at $t = 1000$ (a), 5000 (b), 10000 (c) time units. The initial values are selected as wedge-shaped type, the decrease step for coupling step is $k = 0.03$ and the maximal coupling intensity for center area is selected as $D_0 = 1.0$.

特性相关. 实际的神经系统中神经元的耦合方式多种多样, 如间隙耦合和化学突触耦合, 部分神经元还存在自突触结构, 而自突触结构又分为化学反馈自突触和电反馈自突触^[49], 本文只限于讨论了间隙耦合的情形, 其他类型的耦合和更复杂约束条件下的网络斑图诱发和迁移问题可在后续研究中展开.

4 结 论

基于Hindmarsh-Rose神经元模型构建的规则网络, 研究了不同耦合条件下螺旋波和时空斑图的诱发和演化问题. 其研究背景在于, 神经系统包含了数量巨大的神经元, 不同的神经元距离信号源(或者中枢神经系统)或者激励源的距离不同, 因此, 并非所有神经元都按照相同的耦合强度进行耦合作用和通讯, 一部分神经元和信息处理中心连接程度比较紧密, 而另外一些外侧神经元细胞则与中枢系统连接比较弱. 因此, 设定一个网络内最中心区域神经元之间耦合强度最大, 依次往外的神经元之间耦合强度逐渐降低. 在不考虑分界处边界效应下, 研究发现, 1) 如果网络初始态选取为静息态值, 梯度耦合不能诱发稳定行波最终仍恢复为静息态; 若选取楔子状特殊初始值, 梯度耦合下可产生多组螺旋波, 这和均匀耦合下楔子状初始值诱发单一的螺旋波有所不同; 若选取相同的高电位初始值, 网络历经一段时间后演化为均匀态. 若选取随机初始值, 梯度耦合下可以诱发完美的螺旋波, 这不同于均匀耦合下的情形, 即均匀耦合下, 系统选取随机初始值则不能在网络内诱发稳定旋转的螺旋波. 也就是说, 梯度耦合可以抑制随机初始值带来的无序态. 2) 考虑边界效应下, 以静息态值为初始值, 不能在网络内形成稳定的行波; 若选取楔子状的初始值, 网络内仍然容易形成螺旋波, 若耦合强度沿环形区域衰减的比较大(k 较大)则易于诱发多个螺旋波, 否则形成的螺旋波和均匀对称性耦合情形相同; 若选取相同的高电位作为初始值, 网络内会诱发稳定的靶波且呈现稳定的周期性; 但在系统选取随机初始值下, 网络的有序性降低. 过去许多相关的工作主要侧重于研究时空系统内的斑图操控和抑制, 主要是借助外部刺激来实现控制目标, 考虑到真实的生物系统具有一定的自适应性, 认知神经系统内部神经元之间互相竞争与协作下群体电话

动特性, 分析其自组织行为, 可为进一步降低控制代价提供参考.

研究结果表明: 神经元网络在梯度耦合下, 网络斑图的形成与初始值有关, 且受到网络内各个区域边界的影响, 因此, 神经元网络内可以观察到各种丰富的时空斑图, 这可能与网络内部的自组织行为有关.

参考文献

- [1] Shilnikov S 2012 *Nonlinear Dyn. SI* **68** 305
- [2] Rulkov N F 2002 *Phys. Rev. E* **65** 041922
- [3] Storaice M, Linao D, de Lange E 2008 *Chaos* **18** 033128
- [4] Huang X H, Hu G 2014 *Chin. Phys. B* **23** 0108703
- [5] Wang M L, Wang J S 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 108701 (in Chinese) [王美丽, 王俊松 2015 物理学报 **64** 108701]
- [6] Jiang M, Zhu J, Liu Y P, Yang M P, Tian C P, Jiang S, Wang Y H, Guo H, Wang K Y, Shu Y S 2012 *PLoS Biol.* **10** e1001324
- [7] Morris C, Lecar H 1981 *Biophys. J.* **35** 193
- [8] Hindmarsh J L, Rose R M 1984 *Proc. R. Soc. Lond B Biol. Sci.* **221** 87
- [9] Ibarz B, Casado J M, Sanjuán M A F 2011 *Phys. Rep.* **501** 1
- [10] Zhang L S, Gu W F, Hu G, Mi Y Y 2014 *Chinese Phys. B* **23** 0108902
- [11] Kitajima H, Yoshihara T 2012 *Physica D* **241** 1804
- [12] Jia B 2014 *Chin. Phys. B* **23** 050510
- [13] Storaice M, Linao D, de Lange E 2008 *Chaos* **18** 033128
- [14] Wig G S, Schlaggar B L, Petersen S E 2011 *Ann. N. Y. Acad. Sci.* **1224** 126
- [15] Wang H X, Wang Q Y, Zheng Y H 2014 *Sci. China Tech. Sci.* **57** 872
- [16] Torrealdea F J, Sarasola C, d' Anjou A 2009 *Chaos, Solitons Fract.* **40** 60
- [17] Yu L C, Liu L W 2014 *Phys. Rev. E* **89** 032725
- [18] Wang R B, Zhang Z K, Qu J Y, Cao J T 2011 *IEEE T. Neural. Networ.* **22** 1097
- [19] Ma J, Song X L, Jin W Y, Wang C N 2015 *Chaos, Solitons Fract.* **80** 31
- [20] Jia B, Gu H G, Song S L 2013 *Sci. China Phys. Mech.* **43** 518
- [21] Gu H G, Chen S G 2014 *Sci. China Tech. Sci.* **57** 864
- [22] Tang J, Luo J M, Ma J 2013 *PLoS One* **8** 080324
- [23] Yu Y G, Liu F, Wang W 2001 *Biol. Cybern.* **84** 227
- [24] Wang Q Y, Zhang H H, Perc M, Chen G R 2012 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **17** 3979
- [25] Perc M 2008 *Phys. Rev. E* **78** 036105
- [26] Yilmaz E, Uzuntarla M, Ozer M, Perc M 2013 *Physica A* **392** 5735
- [27] Zhang J Q, Wang C D, Wang M S, Huang S F 2011 *Nerocomput.* **74** 2961
- [28] Wang Q Y, Zheng Y H, Ma J 2013 *Chaos Solitons & Fractals* **56** 19
- [29] Zeltser L M, Seeley R J, Tschoep M H 2012 *Nature Neurosci.* **15** 1336

- [30] Elbasiouny Sherif M 2014 *J. Appl. Physiol.* **117** 1243
- [31] Yang Z Q, Hao L J 2014 *Sci. China Tech. Sci.* **57** 885
- [32] Wang Q Y, Chen G R, Perc M 2011 *PLoS One* **6** e15851
- [33] Xie Y, Kang Y M, Liu Y, Wu Y 2014 *Sci. China Tech. Sci.* **57** 914
- [34] Jiao X F, Zhu D F 2014 *Sci. China Tech. Sci.* **57** 923
- [35] Gu H G, Chen S G 2014 *Sci. China Tech. Sci.* **57** 864
- [36] Qin H X, Wu Y, Wang C N, Ma J 2015 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **23** 164
- [37] Sun X J, Shi X 2014 *Sci. China Tech. Sci.* **57** 879
- [38] Baghdadi G, Jafari S, Sprott J C, Towhidkhal F, Hashemi Golpayegani M R 2015 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **20** 174
- [39] Ren G D, Wu G, Ma J, Chen Y 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 058702 (in Chinese) [任国栋, 武刚, 马军, 陈旻 2015 物理学报 **64** 058702]
- [40] Qin H X, Ma J, Jin W Y, Wang C N 2014 *Sci. China Tech. Sci.* **57** 936
- [41] Zhang L S, Liao X H, Mi Y Y, Qian Y, Hu G 2014 *Chin. Phys. B* **23** 078906
- [42] Li J J, Wu Y, Du M M, Liu W M 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 030503 (in Chinese) [李佳佳, 吴莹, 独盟盟, 刘伟明 2015 物理学报 **64** 030503]
- [43] Ma J, Wang C N, Ying H P, Chu R T 2013 *Sci. China Phys. Mech. Astro.* **56** 1126
- [44] Pan J T, Cai M C, Li B W, Zhang H 2013 *Phys. Rev. E* **87** 062907
- [45] Gao X, Zhang H, Zykov V, Bodenschatz E 2014 *New J. Phys.* **89** 022920
- [46] Li B W, Zhang H, Ying H P 2009 *Phys. Rev. E* **79** 026220
- [47] Ma J, Wu Y, Wu N J, Guo H Y 2013 *Sci. China Phys. Mech. Astro.* **56** 952
- [48] Ma J, Liu Q R, Ying H P, Wu Y 2013 *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.* **18** 1665
- [49] Song X L, Wang C N, Ma J, Tang J 2015 *Sci. China Tech. Sci.* **58** 1007

Investigation of emergence of target wave and spiral wave in neuronal network induced by gradient coupling*

Xu Ying¹⁾ Wang Chun-Ni¹⁾ Jin Wu-Yin²⁾ Ma Jun^{1)†}

1) (*Department of Physics, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China*)

2) (*College of Mechano-Electronic Engineering, University of Technology, Lanzhou 730050, China*)

(Received 20 April 2015; revised manuscript received 4 June 2015)

Abstract

Distinct rhythm and self-organization in collective electric activities of neurons could be observed in a neuronal system composed of a large number of neurons. It is found that target wave can be induced in the network by imposing continuous local periodical force or introducing local heterogeneity in the network; and these target waves can regulate the wave propagation and development as ‘pacemaker’ in the network or media. A regular neuronal network is constructed in two-dimensional space, in which the local kinetics can be described by Hindmarsh-Rose neuron model, the emergence and development of ordered waves are investigated by introducing gradient coupling between neurons. For simplicity, the center area is selected by the largest coupling intensity, which is gradually decreased at certain step with increasing distance from the center area. It is found that the spiral wave and/or the target wave can be induced by appropriate selection of gradient coupling, and both waves can occupy the network, and then the collective behaviors of the network can be regulated to show ordered states. Particularly, the ordered wave can be effective to dominate the collective behavior of neuronal networks, even as the stochastic values are used for initial states. These results associated with the gradient coupling on the regulating collective behaviors could be useful to understand the self-organization behaviors in neuronal networks.

Keywords: target wave, spiral wave, neuronal network, gradient coupling

PACS: 87.19.lq, 87.18.Hf, 05.45.-a

DOI: [10.7498/aps.64.198701](https://doi.org/10.7498/aps.64.198701)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11265008, 11365014).

† Corresponding author. E-mail: hyperchaos@163.com