

周期力调制噪声驱动下单模激光系统的多重随机共振

张瑞芳 程庆华 徐大海

Stochastic multi-resonance of the single-mode laser system driven by the noise with periodic force modulation

Zhang Rui-Fang Cheng Qing-Hua Xu Da-Hai

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 024211 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.024211

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.024211>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I2>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

单模激光增益模型的能量随机共振

[Energetic stochastic resonance in gain-noise model for single-mode laser](#)

物理学报.2015, 64(3): 034210 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.34210>

色关联噪声驱动下双模激光随机共振

[Stochastic resonance in a two-mode laser system driven by colored cross-correlation noises](#)

物理学报.2014, 63(19): 194204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.194204>

一级近似下的双模激光随机共振

[The two-mode laser stochastic resonance under the first-order approximation](#)

物理学报.2014, 63(2): 024203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.024203>

一级近似下的单模激光增益模型随机共振

[Stochastic resonance in a gain-noise model of single-mode laser under the first-order approximation](#)

物理学报.2012, 61(7): 074203 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.074203>

双色噪声驱动光学双稳系统的弛豫时间研究

[Relaxation time for an optical bistable system subjected to cross-correlated color noises](#)

物理学报.2011, 60(7): 074214 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.60.074214>

周期力调制噪声驱动下单模激光系统的 多重随机共振*

张瑞芳¹⁾ 程庆华¹⁾ 徐大海^{1)2)†}

1) (长江大学物理与科学技术学院, 荆州 434023)

2) (长江大学应用物理与信息技术研究中心, 荆州 434023)

(2014年5月6日收到; 2014年7月23日收到修改稿)

在周期力调制噪声驱动下单模激光系统的光强方程中加入调幅波, 用线性化近似方法计算了系统的光强关联函数和输出信噪比, 并对信噪比进行数值计算和分析, 发现低频调制频率 Ω 、高频载波频率 ω 和周期力频率 Ω_λ 对系统的输出信噪比有很大的影响. 具体表现为信噪比 R 随低频调制频率 Ω 的变化过程中出现了多重随机共振和极强的单峰共振, 当 $\Omega \ll \omega$ 时, 系统出现的是多峰共振, 且随着 Ω_λ 增加, 共振峰间的距离增大, 峰值位置不变; 当 $\Omega \rightarrow \omega$ 时, 输出信噪比 R 迅速增大, 而 Ω_λ 的影响被削弱甚至可以忽略, 多峰共振消失; 当 $\Omega = \omega$ 时, 系统出现了极强的单峰共振. 此外, 信噪比随周期力频率的变化呈现振幅减小的多重随机共振, 而随载流频率的变化出现单峰随机共振.

关键词: 多重随机共振, 单峰随机共振, 信噪比

PACS: 42.60.Mi, 05.40.-a

DOI: 10.7498/aps.64.024211

1 引言

近二十年来, 随机共振作为非线性领域的前沿课题之一, 引起了人们的广泛关注, 并在理论和实验上取得了较大的进展^[1-11]. 在光学领域, 随机共振可以提高激光的输出效率, 在激光辐射源上加入信号, 使激光成为传递信息的工具更符合实际应用. 最近, 曹力等^[12-17]研究了信号对噪声调制情况下的激光系统的随机共振, 张良英等^[18,19]研究了输入振幅调制信号和频率调制信号对激光系统随机共振的影响, 陈德彝和王忠龙等^[20,21]讨论了信号直接调制下和偏置信号调制下噪声间关联的周期调制对激光系统随机共振的影响. 我们在单模激光系统中同时考虑调幅波和调制噪声的周期力, 使系统更接近实际.

传统的随机共振一般由信噪比与噪声强度的

关系来体现^[22], 文献^[23, 24]在传统的随机共振基础上又发现了广义随机共振, 即信噪比随系统的其他一些特征参量(如信号的振幅、频率或噪声的相关时间等)的变化曲线出现极大值. 张晓燕等^[25]在色噪声驱动的双稳系统中发现了单随机共振和多重随机共振. 本文在单模激光系统中加入调幅波、同时用周期力调制噪声的情况下, 分别讨论了信噪比随低频调制频率、周期力频率和高频载波频率的变化关系. 发现信噪比随调制频率的变化可以同时呈现振幅增大的多重随机共振和极强的单峰共振, 随周期力频率的变化呈现振幅减小的多重随机共振, 而信噪比随高频载波频率的变化呈现单峰随机共振.

2 单模激光系统的输出信噪比

单模激光增益模型^[13]输入调幅波后的光强方

* 湖北省高等学校优秀中青年科技创新团队计划项目(批准号: T201204)和湖北省教育厅科学技术研究计划重点项目(批准号: D20121203)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: dhxu@yangtzeu.edu.cn

程为

$$\frac{dI}{dt} = -2KI + \frac{2\Gamma I}{1+\beta I} + D + \frac{2I}{1+\beta I}\xi(t) + 2\sqrt{I}\eta(t) + B\cos(\Omega t)\cos(\omega t), \quad (1)$$

两噪声 $\xi(t)$ 和 $\eta(t)$ 的统计性质为

$$\begin{aligned} \langle \xi(t) \rangle &= \langle \eta(t) \rangle = 0, \\ \langle \xi(t)\xi(t') \rangle &= 2Q\delta(t-t'), \\ \langle \eta(t)\eta(t') \rangle &= 2D\delta(t-t'), \\ \langle \xi(t)\eta(t') \rangle &= \langle \xi(t')\eta(t) \rangle \\ &= 2\lambda\sqrt{QD}\cos(\Omega_\lambda t)\delta(t-t'), \end{aligned} \quad (2)$$

这里, I 为激光光强, Q 和 D 分别为抽运噪声和量子噪声强度, λ 为衡量噪声关联程度的参数, $\beta = \frac{\tilde{A}}{I}$, 其中 $\tilde{A}$ 和 Γ 分别为自饱和系数和增益系数, K 为损失系数, B 为载波信号幅值, ω 为高频载波频率, Ω 为低频调制频率, Ω_λ 为周期力频率.

将 (1) 式在光强 $I_0 = \frac{\Gamma-K}{\beta K}$ 附近线性化. 令

$$I = I_0 + \delta(t'), \quad (3)$$

式中 $\delta(t')$ 为微扰项, 代入 (1) 式可得

$$\begin{aligned} \frac{d\delta(t')}{dt'} &= -\gamma\delta(t') + D + \frac{2I_0}{1+\beta I_0}\xi(t') \\ &+ 2\sqrt{I_0}\eta(t') + B\cos(\Omega t')\cos(\omega t'), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\gamma = 2K(\Gamma-K)/\Gamma$.

根据平均光强关联函数的定义

$$\begin{aligned} C(t) &= \lim_{t' \rightarrow \infty} \overline{\langle I(t'+t)I(t') \rangle} \\ &= \lim_{t' \rightarrow \infty} \frac{\Omega}{2\pi} \int_{t'}^{t'+\frac{2\pi}{\Omega}} \langle I(t'+t)I(t') \rangle dt'. \end{aligned} \quad (5)$$

通过求解方程 (4), 得

$$\begin{aligned} C(t) &= \left(I_0 + \frac{D}{\gamma}\right)^2 + \frac{B^2}{8} \left(\frac{\cos(\omega+\Omega)t}{\gamma^2 + (\omega+\Omega)^2} + \frac{\cos(\omega-\Omega)t}{\gamma^2 + (\omega-\Omega)^2}\right) \\ &+ \left(\frac{4QI_0^2}{\gamma(1+\beta I_0)^2} + \frac{4DI_0}{\gamma} + \frac{8I_0^{3/2}\lambda\Omega\sqrt{QD}}{\pi\Omega_\lambda(1+\beta I_0)\sqrt{4\gamma^2 + \Omega_\lambda^2}}\right) \\ &\times \left(\sin\left(2\pi\frac{\Omega_\lambda}{\Omega} - \theta\right) + \sin\theta\right) e^{-\gamma|t|}. \end{aligned} \quad (6)$$

对 (6) 式进行傅里叶变换, 得输出光强功率谱为

$$S(\omega') = S_1(\omega') + S_2(\omega'), \quad (7)$$

其中 $S_1(\omega')$ 为信号功率谱, $S_2(\omega')$ 为噪声功率谱, 具体的表达式为

$$\begin{aligned} S_1(\omega') &= \frac{B^2\pi}{8(\gamma^2 + (\omega+\Omega)^2)} [\delta(\omega' - (\omega+\Omega)) + \delta(\omega' + (\omega+\Omega))] \\ &+ \frac{B^2\pi}{8(\gamma^2 + (\omega-\Omega)^2)} [\delta(\omega' - (\omega-\Omega)) + \delta(\omega' + (\omega-\Omega))], \quad (8) \\ S_2(\omega') &= 2\pi\left(I_0 + \frac{D}{\gamma}\right)^2 \delta(\omega') + \left[\frac{4QI_0^2}{\gamma(1+\beta I_0)^2} + \frac{4DI_0}{\gamma} + \frac{8I_0^{3/2}\lambda\Omega\sqrt{QD}}{\pi\Omega_\lambda(1+\beta I_0)\sqrt{4\gamma^2 + \Omega_\lambda^2}}\right] \\ &\times \left(\sin\left(2\pi\frac{\Omega_\lambda}{\Omega} - \theta\right) + \sin\theta\right) \\ &\times \frac{2\gamma}{\gamma^2 + \omega'^2}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中,

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{2\gamma}{\sqrt{4\gamma^2 + \Omega_\lambda^2}}, \\ \sin\theta &= \frac{\Omega_\lambda}{\sqrt{4\gamma^2 + \Omega_\lambda^2}}. \end{aligned}$$

输出信号总功率为

$$P_s = \int_0^\infty S_1(\omega') d\omega'. \quad (10)$$

信噪比定义为信号总功率和载波信号频率处单位噪声功率的比值

$$R = \frac{P_s}{S_2(\omega' = \omega)}. \quad (11)$$

将 $S_2(\omega' = \omega)$ 和 $P_s = \int_0^\infty S_1(\omega') d\omega'$ 代入 (11) 式, 得

$$\begin{aligned} R &= [B^2\pi^2\Omega_\lambda(1+\beta I_0)^2\sqrt{4\gamma^2 + \Omega_\lambda^2}(\gamma^2 + \omega^2) \\ &\times (\gamma^2 + \omega^2 + \Omega^2)] \times [\gamma^4 + 2\gamma^2(\omega^2 + \Omega^2) \\ &+ (\omega^2 - \Omega^2)^2]^{-1} \times \left[32\pi\Omega_\lambda\sqrt{4\gamma^2 + \Omega_\lambda^2}\right. \\ &\times (QI_0^2 + DI_0(1+\beta I_0)^2) + 64I_0^{\frac{3}{2}}\lambda\gamma\Omega\sqrt{DQ} \\ &\times (1+\beta I_0)\left(\sin\left(\frac{\Omega_\lambda}{\Omega}2\pi - \theta\right) + \sin\theta\right)\left.\right]^{-1}. \end{aligned} \quad (12)$$

3 单模激光系统信噪比 R 对 Ω 的多重随机共振现象

3.1 周期力频率 Ω_λ 对多重随机共振的影响

以 Ω_λ 为参数时绘出的 R 随 Ω 的变化关系如图1所示. 可以看出: 1) 在 $\Omega \leq 1.5$ 的区域, R 随 Ω 的变化呈现多重随机共振现象, 随着 Ω 的增加, 共振周期和振幅均增大, 当 Ω 接近 1.5 时, R 迅速减小; 而当改变 Ω_λ 时, 共振周期随 Ω_λ 的增加而增大, 峰值位置右移; 2) 在 $\Omega > 1.5$ 的区域, R 随 Ω 的增

加先减小后缓慢增大, 当 Ω 接近 400 时, R 迅速增大, 出现一极大值, 而后又迅速减小, 即出现极强的单峰共振; 而改变 Ω_λ , R - Ω 曲线几乎没有变化, 即 Ω_λ 对单峰共振没有影响. 由此表明, 信噪比 R 随调制频率 Ω 的变化过程中可以同时呈现多重随机共振和极强的单峰共振现象; 而周期力频率 Ω_λ 对多重随机共振影响很大, 进一步研究发现 $\Omega_\lambda = 0$ 时多重随机共振消失, 说明周期力频率和低频调制频率存在耦合, 这种耦合使系统产生多重随机共振. 文献[26]中也有多重随机共振现象出现, 本文是在文献[26]的基础上考虑了高频载波信号, 从而出现了单峰共振与多峰共振同时存在的新现象.

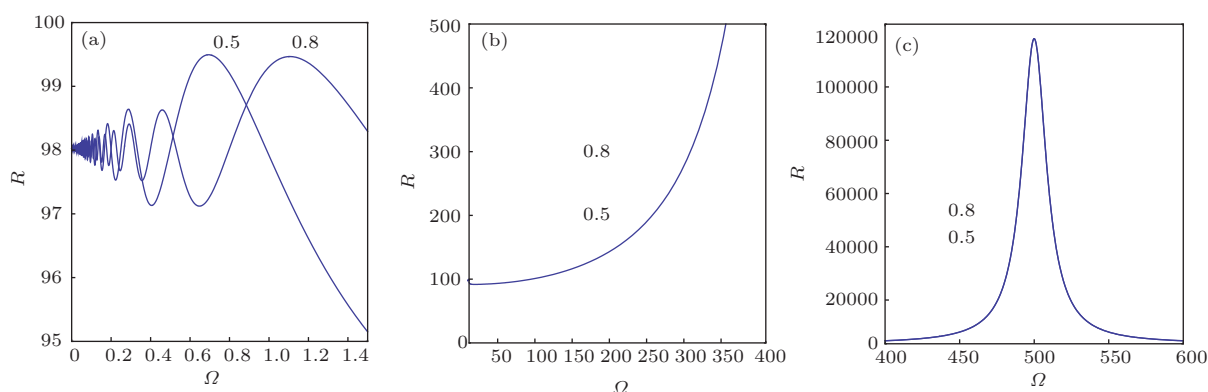


图1 信噪比 R 以 Ω_λ 为参数时随调制信号频率 Ω 的变化关系 $D = 0.001$, $Q = 0.01$, $\omega = 500$, $B = 1$, $\beta = 80$, $I_0 = 1$, $\gamma = 10$, $\lambda = 0.9$ (a) $0 \leq \Omega \leq 1.5$; (b) $1.5 < \Omega \leq 400$; (c) $400 < \Omega \leq 600$

3.2 高频载波频率 ω 对多重随机共振的影响

选 ω 为参数时绘出的信噪比 R 随 Ω 的变化关系如图2所示. 可以看出: 1) 在 $\Omega \leq 1.5$ 的区域, R 随 Ω 的变化呈现多重随机共振现象; 而当改变 ω 的值时, R - Ω 曲线没有变化, 即 ω 对周期共振没有影响; 2) 在 $\Omega > 1.5$ 的区域, R 随 Ω 的变化出现极强

的单峰共振; 当增加 ω 的值时, 共振峰升高, 峰值位置右移, 且峰值位置恰好在 $\Omega = \omega$ 处. 由此表明, 信噪比 R 随调制频率 Ω 的变化过程中可以同时呈现多重随机共振和极强的单峰共振现象; 且高频载波频率 ω 对单峰共振影响很大, 进一步研究发现, 当 $\omega = 0$ 时单峰共振消失, 说明单峰共振是载波频率和调制频率耦合的结果.

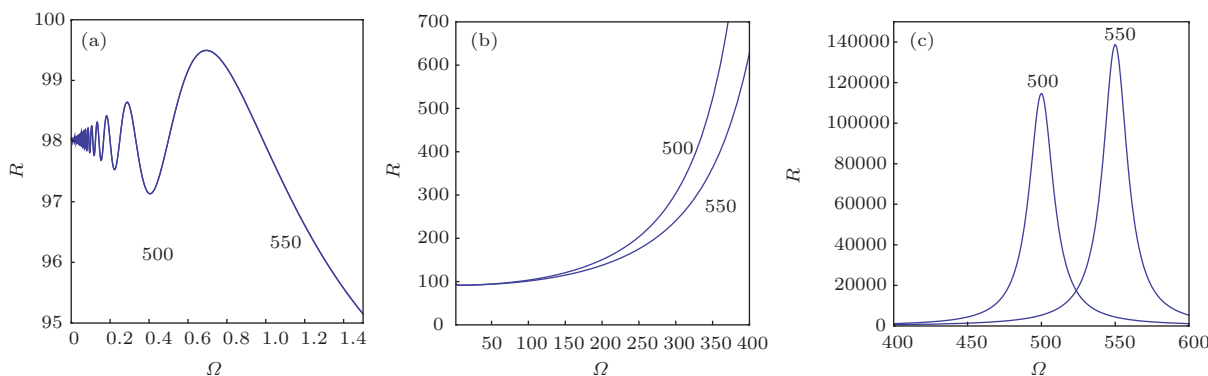


图2 信噪比 R 以 ω 为参数时随调制信号频率 Ω 的变化关系 $D = 0.001$, $Q = 0.01$, $\Omega_\lambda = 0.5$, $B = 1$, $I_0 = 1$, $\beta = 80$, $\gamma = 10$, $\lambda = 0.9$ (a) $0 \leq \Omega \leq 1.5$; (b) $1.5 < \Omega \leq 400$; (c) $400 < \Omega \leq 600$

4 λ 对随机共振的影响

4.1 λ 对 R - Ω_λ 曲线的影响

图3是根据(12)式给出的以 λ 为参数时信噪比 R 随 Ω_λ 的变化关系. 可以看出, 信噪比 R 随 Ω_λ 的变化过程中可以出现多重随机共振现象, 随着 Ω_λ 的增加, 振幅减小; 而 λ 对 R - Ω_λ 曲线有较大的影响, 当 $\lambda = 0$ 时, R - Ω_λ 曲线为水平直线, 此水平直线是 $\lambda > 0$ 和 $\lambda < 0$ 时 R - Ω_λ 曲线的对称轴.

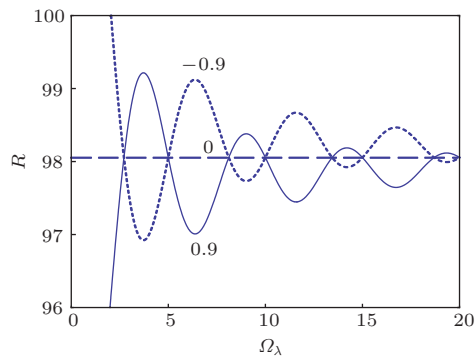


图3 信噪比 R 以 λ 为参数时随调制噪声的信号频率 Ω_λ 的变化关系 $D = 0.001$, $Q = 0.01$, $\Omega = 5$, $\omega = 500$, $B = 1$, $I_0 = 1$, $\beta = 80$, $\gamma = 10$

4.2 λ 对 R - ω 曲线的影响

图4是根据(12)式给出的以 λ 为参数时 R 随 ω 的变化关系. 可以看出, 随着 ω 的增大, 信噪比 R 先增大后减小, 最后趋于定值, 即有随机共振现象; 而随着 λ 的增大, R - ω 曲线整体下移, 峰值位置不变. 表明 R 随 ω 的变化过程中可以出现随机共振现象, 降低噪声间的关联程度可以增大随机共振强度, 选噪声间的关联为负关联可以提高系统的输出信噪比.

5 结 论

从以上讨论可以看出, 由于同时考虑周期力调制噪声驱动单模激光系统的同时, 对系统输入了调幅波信号, 周期力调制的噪声、输入的调幅波信号、系统的非线性相互作用, 使系统的输出出现了丰富的噪声感应共振和抑制现象, 其特点如下:

1) 输出信噪比 R 随低频调制频率 Ω 的变化过程中出现了周期性共振和极强的单峰共振, 其中驱动系统的周期力频率 Ω_λ 和高频载波频率 ω 对共振特性有很大的影响, 在 $\Omega \ll \omega$ 时, 系统出现的是多

峰共振, 而 Ω_λ 对多峰共振的影响为: Ω_λ 增加, 共振峰间的距离增大, 峰值位置不变; 在 $\Omega \rightarrow \omega$ 时, 输出信噪比 R 迅速增大, 而 Ω_λ 的影响被削弱甚至可以忽略, 多峰共振消失; 而当 $\Omega = \omega$ 时, 系统出现了极强的单峰共振;

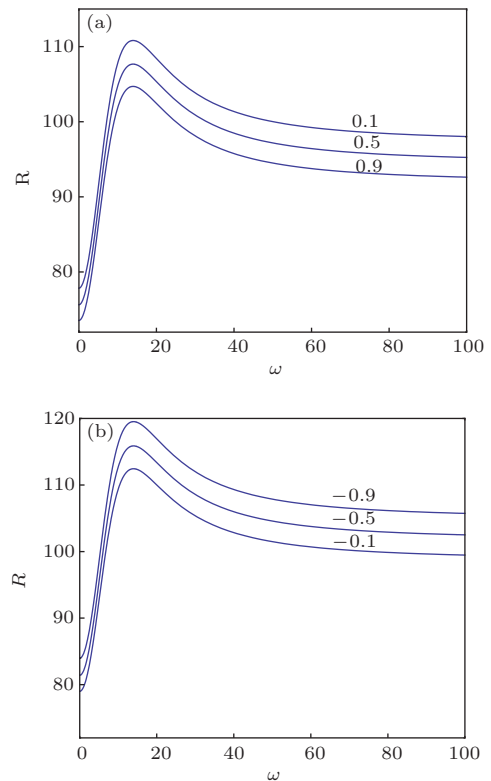


图4 信噪比 R 以 λ 为参数时随载流信号频率 ω 的变化关系 $D = 0.001$, $Q = 0.01$, $\Omega_\lambda = 0.5$, $\Omega = 5$, $B = 1$, $I_0 = 1$, $\beta = 80$, $\gamma = 10$ (a) $\lambda > 0$; (b) $\lambda < 0$

2) 信噪比 R 随 Ω_λ 的变化过程中也出现了周期性共振, 随着 Ω_λ 增加, 共振峰降低, 而抽运噪声和量子噪声间的关联系数 λ 对 R - Ω_λ 曲线有很大的影响, 当 $\lambda = 0$ 时 R - Ω_λ 曲线为水平直线, 此水平直线是 $\lambda > 0$ 和 $\lambda < 0$ 时 R - Ω_λ 曲线的对称轴;

3) 信噪比 R 随 ω 的变化过程中呈现单峰共振, 且噪声间的关联系数越小, 共振越强, 选噪声间的关联为负关联可以提高系统的输出信噪比.

参考文献

- [1] Benzi R, Sutera A, Vulpiani A 1981 *J. Phys. A: Math. Gen.* **14** L453
- [2] Gammaitoni L, Hänggi P, Jung P, Marchesoni F 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 223
- [3] Gammaitoni L, Marchesoni F, Menichella-Saetta E, Santucci S 1994 *Phys. Rev. E* **49** 4878

- [4] Burada P S, Schmid G, Reguera D, Rubi J M, Hänggi P 2009 *Europhys. Lett.* **87** 50003
- [5] Jin Y F, Xu W, Xu M, Fang T 2005 *J. Phys. A: Math. Gen.* **38** 3733
- [6] Tang Y, Gao H J, Zou W, Kurths J 2013 *Phys. Rev. E* **87** 062920
- [7] He G T, Luo R Z, Luo M K 2013 *Phys. Scr.* **88** 065009
- [8] Li D S, Li J H 2010 *Commun. Theor. Phys.* **53** 298
- [9] Gao S L, Wei K, Zhong S C, Ma H 2012 *Phys. Scr.* **86** 025002
- [10] Lemarchand A, Gorecki J, Gorecki A, Nowakowski B 2014 *Phys. Rev. E* **89** 022916
- [11] Kravtsov N V, Lariontsev E G, Chekina S N 2013 *Quantum Electron.* **43** 917
- [12] Cao L, Wu D J 2007 *Phys. Scr.* **76** 539
- [13] Han L B, Cao L, Wu D J, Wang J 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2127 (in Chinese) [韩立波, 曹力, 吴大进, 王俊 2004 物理学报 **53** 2127]
- [14] Zhang L Y, Cao L, Wu D J 2009 *Commun. Theor. Phys.* **52** 143
- [15] Wang B, Wu X Q, Qian J F 2010 *Chin. Opt. Lett.* **8** 1160
- [16] Zheng C M, Guo W, Du L C, Mei D C 2014 *Europhys. Lett.* **105** 60004
- [17] Chen L M, Cao L, Wu D J 2006 *Chin. J. Quantum Electron.* **23** 167 (in Chinese) [陈黎梅, 曹力, 吴大进 2006 量子电子学报 **23** 167]
- [18] Jin G X, Zhang L Y, Cao L 2009 *Chin. Phys. B* **18** 952
- [19] Zhang L Y, Cao L, Wu D J 2008 *Commun. Theor. Phys.* **49** 1310
- [20] Chen D Y, Zhang L 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1755
- [21] Chen L M, Cao L, Wu D J, Ge G Q 2005 *Commun. Theor. Phys.* **44** 638
- [22] Mcnamara B, Wiesenfeld K 1989 *Phys. Rev. A* **39** 4854
- [23] Barykin A V, Seki K 1998 *Phys. Rev. E* **57** 6555
- [24] Berdichevsky V, Gitterman M 1999 *Phys. Rev. E* **60** 1494
- [25] Zhang X Y, Xu W, Zhou B C 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 060514 (in Chinese) [张晓燕, 徐伟, 周丙常 2011 物理学报 **60** 060514]
- [26] Chen D Y, Wang Z L 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 3333 (in Chinese) [陈德彝, 王忠龙 2008 物理学报 **57** 3333]

Stochastic multi-resonance of the single-mode laser system driven by the noise with periodic force modulation*

Zhang Rui-Fang¹⁾ Cheng Qing-Hua¹⁾ Xu Da-Hai¹⁾²⁾†

1) (School of Physics Science and Technology, Yangtze University, Jingzhou 434023, China)

2) (Research Center for Applied Physics and Information Technology, Yangtze University, Jingzhou 434023, China)

(Received 6 May 2014; revised manuscript received 23 July 2014)

Abstract

Using the linear approximation method, we calculate the intensity correlation function and the output signal-to-noise ratio (SNR) by adding a modulated wave to light intensity equation of a single mode laser system driven by the periodic force of modulating noise. Through the numerical calculation and analysis of the SNR, we find that the low-frequency modulation frequency Ω , the high-frequency carrier frequency ω , and the frequency of periodic force Ω_λ have a significant effect on the SNR. In particular, multi-peak stochastic resonances and strong single-peak resonance with low-frequency modulation frequency Ω appear in the SNR. When $\Omega \ll \omega$, the system exhibits multi-peak resonance and the distance between the resonance peaks increases with the increase of Ω_λ , but the position of peak is invariant. When $\Omega \rightarrow \omega$, the output SNR R increases rapidly, the effect of Ω_λ becomes weak or negligible, and multi-peak resonance disappears. When $\Omega = \omega$, a strong single-peak resonance appears in the system. In addition, the SNR varies with the decrease of amplitude of the multi-peak stochastic resonance, and with the SNR changes with carrier frequency the single-peak stochastic resonance appears in the system.

Keywords: multi-peak stochastic resonance, single-peak stochastic resonance, signal to noise ratio

PACS: 42.60.Mi, 05.40.-a

DOI: 10.7498/aps.64.024211

* Project supported by the Technology Creative Project of Excellent Middle and Young Team of Hubei Province, China (Grant No. T201204) and the Emphases Item of Education Office of Hubei Province, China (Grant No. D20121203).

† Corresponding author. E-mail: dhxu@yangtzeu.edu.cn