

方腔内 Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 水混合纳米流体自然对流的格子 Boltzmann 模拟

齐聪 何光艳 李意民 何玉荣

Numerical simulation of natural convection of square enclosure filled with Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water mixed nanofluid based on lattice Boltzmann method

Qi Cong He Guang-Yan Li Yi-Min He Yu-Rong

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 64, 024703 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.024703

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.024703>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I2>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

含活性剂液滴在倾斜粗糙壁面上的铺展稳定性

Stability of surfactant-laden droplet spreading over an inclined heterogeneous substrate

物理学报.2015, 64(1): 014702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.014702>

连续凹槽基底对含非溶性活性剂薄液膜流动特性的影响

Effect of periodic grooving topography on dynamics of Insoluble surfactant-laden thin film flow

物理学报.2014, 63(22): 224703 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.224703>

液滴振荡模型及与数值模拟的对比

The drop oscillation model and the comparison with the numerical simulations

物理学报.2013, 62(20): 204702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.204702>

液滴撞击液膜的射流与水花形成机理分析

Analysis of liquid sheet and jet flow mechanism after droplet impinging onto liquid film

物理学报.2013, 62(2): 024705 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.024705>

液滴在气固交界面变形移动问题的光滑粒子流体动力学模拟

Numerical implementation of deformation and motion of droplet at the interface between vapor and solid surface with smoothed particle hydrodynamics methodology

物理学报.2012, 61(20): 204701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.204701>

# 方腔内Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>水混合纳米流体自然对流的格子 Boltzmann 模拟\*

齐聪<sup>1)</sup>† 何光艳<sup>1)</sup> 李意民<sup>1)</sup> 何玉荣<sup>2)</sup>

1)(中国矿业大学电力工程学院, 徐州 221116)

2)(哈尔滨工业大学能源科学与工程学院, 哈尔滨 150001)

(2014年6月8日收到; 2014年7月22日收到修改稿)

纳米流体作为一种较高的导热介质, 广泛应用于各个传热领域。鉴于纳米颗粒导热系数和成本之间的矛盾, 本文提出了一种混合纳米流体。为了研究混合纳米流体颗粒间相互作用机理和自然对流换热特性, 在考虑颗粒间相互作用力的基础上, 利用多尺度技术推导了纳米流体流场和温度场的格子 Boltzmann 方程, 通过耦合流动和温度场的演化方程, 建立了 Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 水混合纳米流体的格子 Boltzmann 模型, 研究了混合纳米流体颗粒间的相互作用机理和纳米颗粒在腔体内的分布。发现在颗粒间相互作用力中, 布朗力远远大于其他作用力, 温差驱动力和布朗力对纳米颗粒的分布影响最大。分析了纳米颗粒组分、瑞利数对自然对流换热的影响, 对比了混合纳米流体(Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-水)与单一金属颗粒纳米流体(Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-水)的自然对流换热特性, 发现混合纳米流体具有更强的换热特性。

**关键词:** 混合纳米流体, 颗粒间相互作用力, 格子 Boltzmann 模型, 自然对流

**PACS:** 47.61.Jd, 47.61.-k, 44.25.+f

**DOI:** 10.7498/aps.64.024703

## 1 引言

自从美国 Argonne 国家实验室<sup>[1]</sup>配制出纳米流体以来, 学者们开始大量研究了纳米流体的热物理参数和流动传热特性。李屹同等<sup>[2]</sup>配制了水基 ZnO 纳米流体, 并测量了其电导和热导性能。Ahmad 等<sup>[3]</sup>对纳米流体层流边界层的流动和换热进行了研究。Salem 等<sup>[4]</sup>, Hayat 等<sup>[5]</sup>和 Khalili 等<sup>[6]</sup>分别对在磁场作用下的纳米流体的流动和换热进行了研究。Xiao 等<sup>[7,8]</sup>发展了一种适用于纳米流体沸腾换热的模型, 并对纳米流体的沸腾换热进行了研究。与普通流体相比, 一方面, 在纯流体中添加金属或金属氧化物纳米颗粒, 使流体具有更高的导热系数, 另一方面, 纳米流体中的纳米颗粒的布朗运动破坏了层流边界层的流动, 加强了换热。因此,

纳米流体的自然对流被广泛应用于电子元件的冷却、换热器、凝固和融化、晶体增长等领域。人们利用传统的各种模拟手段, 对腔体内纳米流体的自然对流现象进行了大量的研究<sup>[9–14]</sup>。

格子 Boltzmann 方法是一种新兴的模拟方法, 随着计算机的迅速发展, 格子 Boltzmann 方法的优势将会更加明显地体现出来, 并被广泛应用于各个领域<sup>[15–17]</sup>。因此, 许多学者发展了许多适合用于纳米流体的格子 Boltzmann 模型<sup>[18–23]</sup>, 并利用格子 Boltzmann 方法对纳米流体的自然对流进行了大量的模拟。

周陆军等<sup>[24]</sup>综合采用两相和单相 Boltzmann 方法对 CuO-水纳米流体的多相流动进行了数值模拟。郭亚丽等<sup>[25]</sup>采用 Boltzmann 方法对矩形腔内 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-水纳米流体的自然对流进行了数值模拟。Kefayati 等<sup>[26]</sup>, Lai 和 Yang<sup>[27]</sup>, Guiet 等<sup>[28]</sup>,

\* 中央高校基本科研业务费专项资金(批准号: 2014QNA23)资助的课题。

† 通信作者。E-mail: qicongkevin@163.com

Nemati等<sup>[29]</sup>采用单相格子Boltzmann方法分别对腔体内不同的纳米流体的自然对流进行了数值模拟.

在基液中加入单一金属或金属氧化物纳米颗粒,与基液的导热系数相比,纳米流体的导热系数确实得到了明显的提高.但是,市面上的金属或金属氧化物纳米颗粒的种类繁多,其导热系数的高低也不尽相同,价格也随之不同.一般价格较低的纳米颗粒,其导热系数也较低,而导热系数较高的纳米颗粒,其价格也相应较高.为了以适中的成本获得较大的导热系数,本文选用成本、导热系数相对较低的氧化铝Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>( $k = 25 \text{ W}\cdot\text{mK}^{-1}$ )纳米颗粒和成本、导热系数相对较高的铜Cu( $k = 400 \text{ W}\cdot\text{mK}^{-1}$ )纳米颗粒组成的混合纳米颗粒,基液为水,组成一种新的混合纳米流体——Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-水混合纳米流体.

纳米流体中的纳米颗粒与纳米颗粒、纳米颗粒与基液分子之间存在着重力和浮力、相间阻力、作用势能引起的作用力、布朗力.计算模型中需要同时考虑这四种作用力才能正确地预测纳米流体的流动和传热特性,颗粒间相互作用机理比较复杂.在数值模拟方面,学者们较多地采用传统方法(例如Fluent软件)进行模拟.然而,传统方法具有一定的局限性,不能准确地描述纳米流体(例如不能描述两相之间的各种作用力及粒子的分布).故本文推导建立了混合纳米流体的两相格子Boltzmann模型.本文利用格子Boltzmann模型对Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-水混合纳米流体颗粒间的相互作用机理、纳米颗粒分布以及自然对流换热特性进行了研究.

## 2 多尺度技术及格子Boltzmann模型

纳米颗粒和基液之间存在着各种作用力——重力和浮力、相间阻力、作用势能产生的作用力、布朗力,在考虑这些相互作用力的基础上,进而建立了密度场和温度场的演化方程,通过耦合流场和温度场演化方程,建立了两相格子Boltzmann模型.

速度场的模拟采用D2 Q9模型,其演化方程为

$$\begin{aligned} & f_\alpha^\sigma(\mathbf{r} + \mathbf{e}_\alpha \delta t, t + \delta t) - f_\alpha^\sigma(\mathbf{r}, t) \\ &= -\frac{1}{\tau_f^\sigma} [f_\alpha^\sigma(\mathbf{r}, t) - f_\alpha^{\sigma\text{eq}}(\mathbf{r}, t)] \end{aligned}$$

$$+ m \cdot \frac{F_\alpha^\sigma \delta t \mathbf{e}_\alpha}{B_\alpha c^2} + \delta t F_\alpha^{\sigma'}, \quad (1)$$

$$F_\alpha^{\sigma'} = \mathbf{G} \cdot \frac{(\mathbf{e}_\alpha - \mathbf{u}^\sigma)}{p} f_\alpha^{\sigma\text{eq}}, \quad (2)$$

式中,  $\tau_f^\sigma$  为速度场的无量纲松弛时间,  $\mathbf{r}$  为空间位置矢量,  $\mathbf{e}_\alpha$  为格子速度,  $t$  为时间,  $\delta t$  为时间步长,  $f_\alpha^\sigma(\mathbf{r}, t)$  为速度场的分布函数,  $f_\alpha^{\sigma\text{eq}}(\mathbf{r}, t)$  为平衡态分布函数,  $m$  为未知系数,  $F_\alpha^\sigma$  为耦合速度场和温度场的外力项,  $B_\alpha$  为速度系数,  $c$  为格子速度;  $\mathbf{G} = -\beta(T - T_0)\mathbf{g}$  为有效外力,  $\mathbf{g}$  为重力加速度,  $\beta$  为热膨胀系数;  $T$  为流体的温度,  $T_0$  为高温壁面和低温壁面的平均值,  $\mathbf{u}^\sigma$  为各相(上角标  $\sigma = 1, 2$ , 1 代表液相, 2 代表固相)的宏观速度,  $p$  为压力.

速度场的平衡分布函数为

$$\begin{aligned} & f_\alpha^{\sigma\text{eq}} \\ &= \rho^\sigma w_\alpha \left[ 1 + \frac{\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u}^\sigma}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u}^\sigma)^2}{2c_s^4} - \frac{\mathbf{u}^{\sigma^2}}{2c_s^2} \right], \quad (3) \end{aligned}$$

式中,  $\rho^\sigma$  为各相的密度;  $w_\alpha = 4/9$  ( $\alpha = 0$ ),  $w_\alpha = 1/9$  ( $\alpha = 1, \dots, 4$ ),  $w_\alpha = 1/36$  ( $\alpha = 5, \dots, 8$ );  $c_s^2 = \frac{c^2}{3}$  为格子声速.

由于格子Boltzmann方程的速度向量固定,外力项不能随意地添加,故在演化方程(1)中引入了未知系数  $m$ ,为了求解该系数,本文引入两个宏观时间尺度  $t_0 = t$ ,  $t_1 = \varepsilon t$ ,应用了多尺度技术:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t_1} + \dots, \\ f_i = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n f_i^n = f_i^0 + \varepsilon f_i^1 + \varepsilon^2 f_i^2 + \dots, \\ f_i^{\sigma\text{eq}} = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n \bar{f}_i^n = \bar{f}_i^0 + \varepsilon \bar{f}_i^1 + \varepsilon^2 \bar{f}_i^2 + \dots, \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $\varepsilon$  是一小参数变量( $\varepsilon \ll 1$ ).

分别对(1)和(3)式进行泰勒级数展开,把以上多尺度技术方程代入泰勒展开式,在保证质量和动量守恒的基础上,把演化方程还原到Navier-Stokes方程,最终推导出了外力项的系数: $m = (2\tau_f^\sigma - 1)/(2\tau_f^\sigma)$ .鉴于篇幅,本文没有给出详细推导过程,在这里只给出了最后推导结果.

温度场的演化方程为

$$\begin{aligned} & T_\alpha^\sigma(\mathbf{r} + \mathbf{e}_\alpha \delta t, t + \delta t) - T_\alpha^\sigma(\mathbf{r}, t) \\ &= -\frac{1}{\tau_T^\sigma} [T_\alpha^\sigma(\mathbf{r}, t) - T_\alpha^{\sigma\text{eq}}(\mathbf{r}, t)], \quad (5) \end{aligned}$$

式中,  $T_\alpha^\sigma(\mathbf{r}, t)$  为温度场的分布函数,  $T_\alpha^{\sigma\text{eq}}(\mathbf{r}, t)$  为其平衡态分布函数,  $\tau_T^\sigma$  为温度场的无量纲松弛时间.

温度场的平衡分布函数为

$$T_\alpha^{\sigma\text{eq}} = w_a T^\sigma \left[ 1 + 3 \frac{\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u}^\sigma}{c^2} + 4.5 \frac{(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u}^\sigma)^2}{2c^4} - 1.5 \frac{\mathbf{u}^\sigma \cdot \mathbf{u}^\sigma}{2c^2} \right], \quad (6)$$

式中,  $w_a$  为权系数.

温度、密度和速度宏观物理量方程为

$$\begin{aligned} T^\sigma &= \sum_{\alpha=0}^8 T_\alpha^\sigma, \quad \rho^\sigma = \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha^\sigma, \\ \mathbf{u}^\sigma &= \frac{1}{\rho^\sigma} \sum_{\alpha=0}^8 f_\alpha^\sigma \mathbf{e}_\alpha. \end{aligned} \quad (7)$$

在考虑纳米颗粒和基液之间的各种力后, 纳米颗粒和基液的速度分别变为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{\text{pnew}} &= \mathbf{u}_\text{p} + \frac{\mathbf{F}_\text{p} \Delta t \mathbf{e}_\alpha}{2\rho^\sigma} \\ \mathbf{u}_{\text{wnew}} &= \mathbf{u}_\text{w} + \frac{\Delta t \mathbf{F}_\text{W}}{2L_x L_y \rho^\text{w}}, \end{aligned} \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{F}_\text{p}$  是作用在纳米颗粒上的作用力,  $\mathbf{F}_\text{W}$  是作用在基液(水)分子上的作用力,  $L_x L_y$  为总的格点数.

混合纳米颗粒和基液之间存在着换热, 达到平衡后, 混合纳米颗粒和基液具有相同的温度, 温度的宏观物理量方程变为

$$T_{\text{new}}^\sigma = T^\sigma + \delta t \tau_T \frac{dT}{dt} = T^\sigma + \delta t \tau_T \Phi_{\alpha\beta}, \quad (9)$$

式中,  $\Phi_{\alpha\beta}$  是纳米颗粒和基液之间的换热量,

$$\Phi_{\alpha\beta} = \frac{h_{\alpha\beta} [T_\beta(x, t - \delta t) - T_\alpha(x, t - \delta t)]}{\rho_\alpha c_{p\alpha} a_\alpha}.$$

运动黏度系数和热扩散系数的计算式分别为

$$\begin{aligned} \nu^\sigma &= \frac{1}{3} c^2 \left( \tau_f^\sigma - \frac{1}{2} \right) \delta t, \\ \chi^\sigma &= \frac{1}{3} c^2 \left( \tau_T^\sigma - \frac{1}{2} \right) \delta t. \end{aligned} \quad (10)$$

速度场和温度场相对应的无量纲松弛时间分别为

$$\begin{aligned} \tau_f^\sigma &= 0.5 + \frac{MaH\sqrt{3Pr}}{c^2 \delta t \sqrt{Ra}}, \\ \tau_T^\sigma &= 0.5 + \frac{3\nu^\sigma}{Pr c^2 \delta t}, \end{aligned} \quad (11)$$

式中,  $Ma$  为马赫数,  $H$  为特征长度,  $Pr$  为普朗特数,  $Ra$  为瑞利数,  $\nu$  为运动黏度.

努塞尔特数定义为

$$Nu = \frac{hH}{k_{\text{nf}}}, \quad (12)$$

式中,  $h$  为对流换热系数,  $k_{\text{nf}}$  为纳米流体的导热系数.

对流换热系数定义为

$$h = \frac{q_w}{T_H - T_L}, \quad (13)$$

式中,  $q_w$  为热流密度.

纳米流体的导热系数定义为

$$k_{\text{nf}} = -\frac{q_w}{\partial T / \partial x}. \quad (14)$$

把(13)和(14)式代入(12)式, 可以得到沿左壁面的局部努塞尔特数:

$$Nu = -\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) \cdot \frac{H}{T_H - T_L}. \quad (15)$$

平均努塞尔特数定义为

$$Nu_{\text{avg}} = \int_0^1 Nu(y) dy. \quad (16)$$

### 3 纳米颗粒和基液之间的作用力

混合纳米颗粒和基液之间存在着相互作用力, 包括重力和浮力之和  $\mathbf{F}_H$ , 相间阻力  $\mathbf{F}_D$ , 作用势能引起的作用力  $\mathbf{F}_A$  和布朗力  $\mathbf{F}_B$ .

纳米颗粒在基液中受到自身的重力和水的浮力的作用, 重力和浮力的表达式为

$$\mathbf{F}_H = -\frac{4\pi a^3}{3} g \Delta \rho', \quad (17)$$

式中,  $a$  为纳米颗粒的半径,  $g$  为重力加速度,  $\Delta \rho'$  为纳米颗粒和基液之间的密度差.

由于纳米颗粒的密度和基液的密度不同, 在流场中的速度也不相同, 因此造成了纳米颗粒和基液分子之间存在速度差, 而该速度差产生了相间阻力, 相间阻力的表达式为<sup>[30]</sup>

$$\mathbf{F}_D = -6\pi\mu a \Delta u, \quad (18)$$

式中,  $\mu$  为流体的黏性系数,  $\Delta u$  为纳米颗粒和基液之间的速度差.

作用势能为<sup>[31]</sup>

$$\begin{aligned} V_A &= -\frac{1}{6} A \left( \frac{2a^2}{L_{cc}^2 - 4a^2} + \frac{2a^2}{L_{cc}^2} + \frac{L_{cc}^2 - 4a^2}{L_{cc}^2} \right), \end{aligned} \quad (19)$$

式中,  $L_{cc}$  为纳米颗粒球心之间的距离,  $A$  为 Hamaker 常数, Hamaker 理论仅适用于原子(纳米颗粒)之间的间距较大的范围(根据参考文献<sup>[32]</sup>)

的结论, 若按5% 误差要求, 当原子(纳米颗粒)的间距大于7倍的原子半径时, Hamaker 理论成立, 当间距变小时, 该理论不再成立). 考虑到本文基液中纳米颗粒组分很小, 并且均匀分布在基液中, 近似认为纳米颗粒的间距大于7倍的纳米颗粒的半径, 并认为Hamaker 值是一个定值. Cu 的 Hamaker 值取  $2.8 \times 10^{-9}$  (详见文献 [32]), Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 的 Hamaker 值取  $1.169 \times 10^{-9}$  (详见文献 [33]).

作用势能引起的作用力为

$$\mathbf{F}_A = \sum_{i=1}^8 n_i \frac{\partial V_A}{\partial \mathbf{r}_i}, \quad (20)$$

式中,  $n_i$  为邻近的粒子数,  $n_i = \rho^\sigma V / m^\sigma$ ,  $m^\sigma$  为单个粒子的质量,  $V$  为单个网格所占的体积.

布朗力为<sup>[34]</sup>

$$\mathbf{F}_B = G_i \sqrt{\frac{\mathbf{C}}{\delta t}}. \quad (21)$$

$G_i$  为满足标准正态分布的随机数, 在本文中编写了标准正态分布的随机数的程序, 其结果直接由程序给出;  $\mathbf{C} = 2\gamma k_B T = 2 \times (6\pi\eta a)k_B T$ ,  $\gamma$  为表面张力,  $k_B$  为 Boltzmann 常数.

单个网格上粒子所受的单位体积总作用力为

$$\mathbf{F}_p = n (\mathbf{F}_H + \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_B) / V. \quad (22)$$

在纳米流体中, 基液所受的力来自作用于纳米颗粒的反作用力, 主要包括相间阻力和布朗力

$$\mathbf{F}_w = -n (\mathbf{F}_D + \mathbf{F}_B). \quad (23)$$

温差驱动力  $F_\alpha^{\sigma'}$  为

$$F_\alpha^{\sigma'} = \mathbf{G} \cdot \frac{(\mathbf{e}_\alpha - \mathbf{u}^\sigma)}{p} f_\alpha^{\sigma eq}. \quad (24)$$

## 4 结果与讨论

图 1 为所模拟的方腔, 尺寸为  $1 \times 1$ (格子单位). 腔内充满着 Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O 纳米流体, 表 1 为水、氧化铝和铜的热物性参数, 氧化铝和铜纳米颗粒的半径均为 20 nm. 左右壁面为恒温热壁面, 左壁面温度保持为  $T_H$ , 右壁面温度保持为  $T_C$ ,  $T_H > T_C$ , 上下壁面为绝热壁面. 坐标系的原点取为方腔的左下角, 并以水平方向为  $x$  方向, 重力的反方向为  $y$  方向. 模拟中, 采用标准的碰撞迁移规则以及格子单位, 边界处理采用非平衡外推格式, 初始边界条件设置为

$$\begin{cases} x = 0, \mathbf{u} = 0, T = 0; \\ x = 1, \mathbf{u} = 0, T = 0, \\ y = 0, \mathbf{u} = 0, T = 1; \\ y = 1, \mathbf{u} = 0, \partial T / \partial y = 0. \end{cases} \quad (25)$$

表 1 水、氧化铝和铜的热物理参数

物理参数	水 (H <sub>2</sub> O)	纳米颗粒 (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ) <sup>[35]</sup>	纳米颗粒 (Cu) <sup>[36]</sup>
$\rho / \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	997.1	3970	8933
$c_p / \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	4179	765	385
$\nu / \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	0.001004	—	—
$k / \text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	0.613	25	400

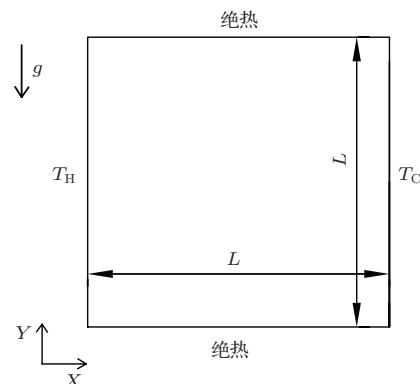


图 1 方腔

在模拟中所有的单位均采用格子单位, 所有的国际单位均要转化为格子单位. 带有上角标“'”的单位均为格子单位, 没有带上角标的为国际单位. 格子单位和国际单位之间的转化关系为<sup>[37]</sup>

$$\begin{aligned} D &= D' L, \\ \nu &= \nu' \frac{L^2}{T}, \\ \rho &= \rho' \frac{G}{L^3}, \end{aligned} \quad (26)$$

式中,  $D$  为流体分子的直径,  $\nu$  为流体的运动黏度,  $\rho$  为流体的密度,  $L$  为格子上长度的量纲,  $T$  为演化时步的时间量纲,  $G$  为质量量纲.

由 (26) 式可知, 长度、时间和质量可以写为<sup>[37]</sup>

$$\begin{aligned} L &= \frac{D}{D'}, \\ T &= \frac{\nu'}{\nu} \left( \frac{D}{D'} \right)^2, \\ G &= \frac{\rho}{\rho'} \left( \frac{D}{D'} \right)^3. \end{aligned} \quad (27)$$

时间  $t$ 、长度  $l$ 、速度  $u$ 、加速度  $a$ 、质量  $m$  和力  $F$  的格子单位分别可以写为<sup>[37]</sup>

$$\left\{ \begin{array}{l} t' = \frac{t}{T}, \quad l' = \frac{l}{L}, \\ u' = u \frac{T}{L} = u \frac{\nu'}{\nu} \frac{D}{D'}, \\ a' = a \frac{T^2}{L} = a \left( \frac{\nu'}{\nu} \right)^2 \left( \frac{D}{D'} \right)^3, \\ m' = \frac{m}{G} = m \frac{\rho'}{\rho} \left( \frac{D'}{D} \right)^3, \\ F' = F \frac{T^2}{GL} = F \frac{\rho'}{\rho} \left( \frac{\nu'}{\nu} \right)^2. \end{array} \right. \quad (28)$$

模拟中所有的物理量均由(28)式转换成格子单位。

首先需要考核网格独立性以选择合适的网格大小, 以  $Ra = 1 \times 10^6$ ,  $Pr = 0.7$  为例, 选取  $128 \times 128$ ,  $192 \times 192$ ,  $256 \times 256$  和  $320 \times 320$  四种网格大小来考核网格对数值解的影响。从表 2 可以看出, 与网格  $128 \times 128$  和  $192 \times 192$  对应的结果相比, 用网格  $256 \times 256$  和  $320 \times 320$  所模拟的结果更接近文献[38]的结果, 并且网格  $256 \times 256$  对应的结果与网格  $320 \times 320$  对应的结果只有很小的变化。为了加快计算结果, 认为网格  $256 \times 256$  为模拟所用的计算网格。对  $Ra = 1 \times 10^3$ ,  $Ra = 1 \times 10^4$ ,  $Ra = 1 \times 10^5$  和  $Ra = 1 \times 10^7$  做类似分析可知它们的计算网格分别为  $192 \times 192$ ,  $256 \times 256$ ,  $256 \times 256$  和  $320 \times 320$ 。

表 2 不同网格下平均努塞尓特数的对比

物性参数	$128 \times 128$	$192 \times 192$	$256 \times 256$	$320 \times 320$	文献 [38]
$Nu_{avg}$	8.8209	8.8231	8.8245	8.8248	8.8251

表 3 平均努塞尓特数与相关文献的对比  $Pr = 0.7$

来源	$Ra = 10^3$	$Ra = 10^4$	$Ra = 10^5$	$Ra = 10^6$
本文	1.118	2.247	4.518	8.825
Khanafer 等 [39]	1.118	2.245	4.522	8.826
D’Orazio 等 [40]	1.117	2.235	4.504	8.767
De Vahl Davis [41]	1.118	2.243	4.519	8.800
Barakos 等 [42]	1.114	2.245	4.510	8.806
Fusegi 等 [43]	1.105	2.230	4.646	9.012

为了验证该模型的正确性, 利用该模型对方腔内空气的自然对流进行了模拟, 流线(左)和温度等温线(右)见图 2。图 2 给出了  $Ra = 1 \times 10^3$  和  $Ra = 1 \times 10^5$  下的流线和等温线, 表 3 为对应的平均  $Nu$  数, 从表 3 可以看出, 模拟结果与文献结果符合得较好。

为了进一步对模型进行验证, 在  $Ra = 1 \times 10^5$ ,  $Pr = 0.7$  时, 取方腔水平中线温度分布, 并和文献进行对比, 如图 3。从图 3 可以看出, 模拟结果与文献中的模拟结果和实验结果符合得较好。说明本文建立的格子 Boltzmann 模型是正确的。

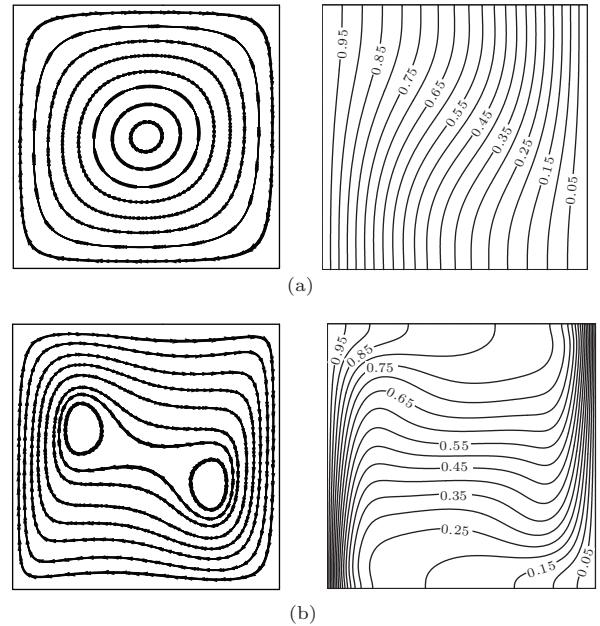


图 2 流线(左)和等温线(右) ( $Pr = 0.7$ ) (a)  $Ra = 10^3$ ; (b)  $Ra = 10^5$

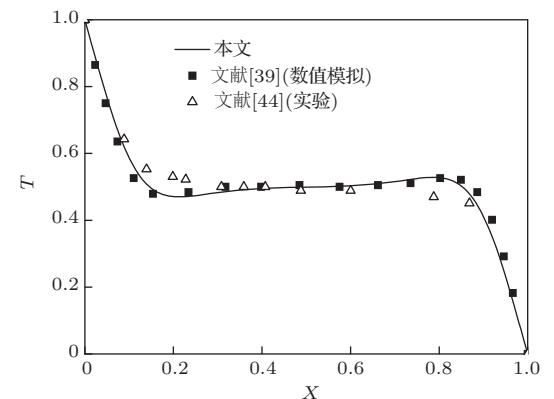


图 3 水平中线温度分布 ( $Ra = 10^5$ ,  $Pr = 0.7$ )

本文分别对纯水、 $\text{Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$  纳米流体、 $\text{Cu}/\text{Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$  纳米流体在腔体内的自然对流进行了数值模拟。以体积分数为 1% 的  $\text{Cu}/\text{Al}_2\text{O}_3\text{-H}_2\text{O}$  纳米流体为例, 给出了不同瑞利数下的温度云图(图 4)和速度矢量图(图 5)。从图 4 中可以看出, 随着瑞利数的增大, 等温线变得更加弯曲, 腔体内的扰动更加激烈, 层流边界层变薄, 传热方式由导热为主转为以对流换热为主。从图 5 可以看出, 随

着瑞利数的增加, 水相和纳米颗粒相的速度都逐渐增大, 并且纳米流体中的水相的速度较大, 纳米颗粒相的速度较小, 两相之间速度的差异造成了相间阻力.

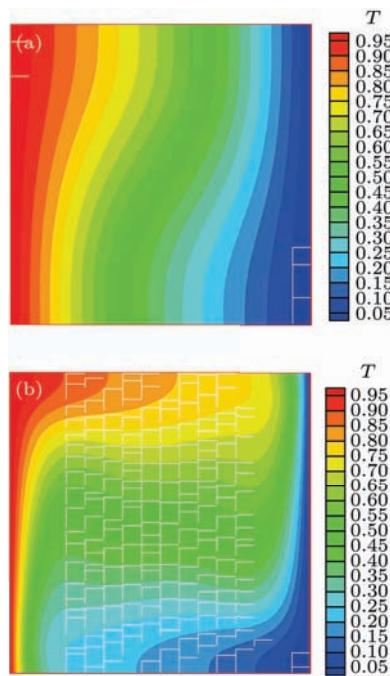


图4 (网刊彩色) 方腔内 Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O 纳米流体 (vol% = 1%) 的温度云图 (a)  $Ra = 10^3$ ; (b)  $Ra = 10^5$

以纳米颗粒组分为1%、瑞利数为 $10^3$ 时的情况为例, 表4给出了Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O纳米流体中不同作用力的范围. 从表4可以看出, 外力项——温差驱动力 $F_S$ 最大, 在颗粒间相互作用力中, 布朗力( $F_{Bx}$ 和 $F_{By}$ )最大, 远远大于其他的作用力, 其次

是相间阻力, 重力和浮力 $F_H$ 以及作用势能引起的作用力 $F_A$ 最小. 较大的布朗力有利于加强扰动, 增强换热, 这也是纳米流体能够起到强化换热的一个重要因素.

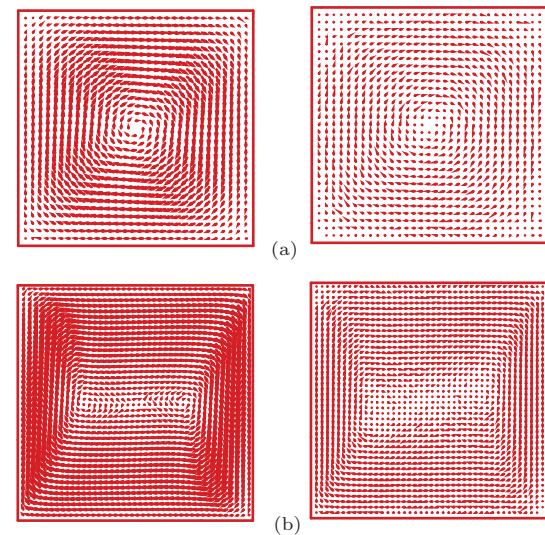


图5 方腔内 Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O 纳米流体 (vol% = 1%) 中水相(左)和纳米颗粒相(右)速度矢量分布 (a)  $Ra = 10^3$ ; (b)  $Ra = 10^5$

为了研究腔体内纳米颗粒的分布, 图6和图7分别给出了在较低瑞利数下和较高瑞利数下不同组分纳米流体的纳米颗粒分布. 从图6中可以看出, 在较低的瑞利数下, 纳米颗粒较多的分布在左上角和右下角, 相反, 左下角和右上角分布较少. 随着瑞利数的增大, 腔体内的扰动增强, 纳米颗粒主要分布在左上角, 其余角落处的纳米颗粒被带走.

表4 Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O 纳米流体中不同作用力的大小, vol = 1%,  $Ra = 10^3$

相互作用力	范围	相互作用力	范围
$F_S$	$7 \times 10^{-6} - 7 \times 10^{-6}$	$F_H$	$9.5 \times 10^{-19} - 1 \times 10^{-19}$
$F_A$	$3.2 \times 10^{-19} - 2 \times 10^{-20}$	$F_{Dx}$	$8.5 \times 10^{-16} - 1.4 \times 10^{-15}$
$F_{Bx}$	$5 \times 10^{-13} - 5 \times 10^{-13}$	$F_{Dy}$	$1.5 \times 10^{-15} - 1.5 \times 10^{-15}$
$F_{By}$	$2 \times 10^{-14} - 2 \times 10^{-13}$		

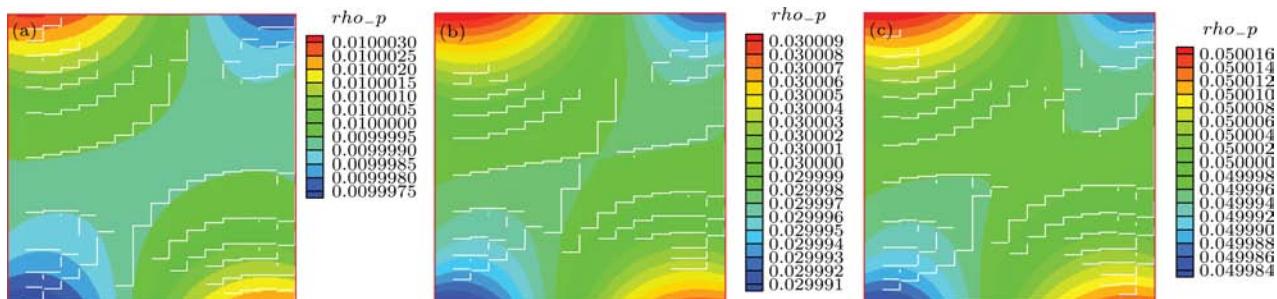


图6 (网刊彩色) 不同组分 Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O 纳米流体中纳米颗粒的分布 ( $Ra = 10^3$ ) (a) vol% = 1%; (b) vol% = 3%; (c) vol% = 5%

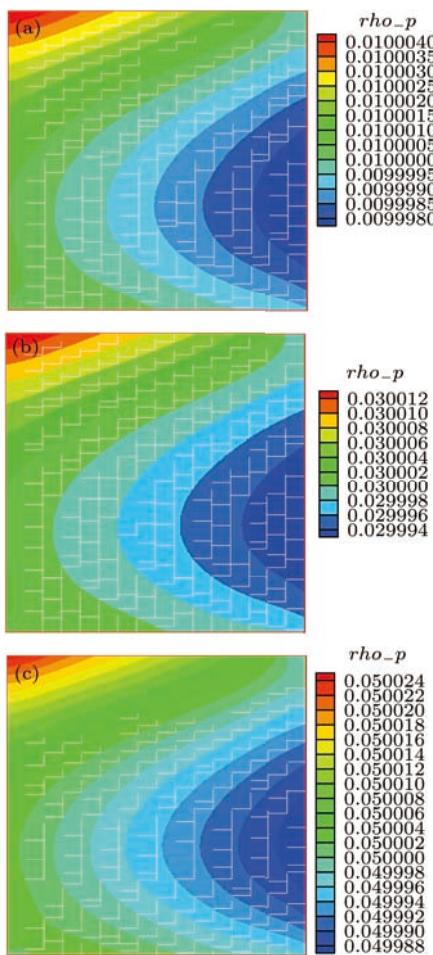


图7 (网刊彩色) 较高瑞利数下不同组分 Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O 纳米流体中纳米颗粒的分布 ( $Ra = 10^5$ ) (a) vol% = 1%; (b) vol% = 3%; (c) vol% = 5%

为了定量地研究纳米流体在不同的瑞利数下的换热, 图8给出了不同瑞利数下组分为1%的Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O纳米流体的热壁面处的努塞尔特数。从图8可以看出, 随着热壁面高度的增加, 努塞尔特数呈现逐渐降低的趋势, 这个现象可以从图4中的温度等温线解释, 在热壁面(左壁面)的下部,  $x$ 方向的换热温差较大, 随着热壁面高度的增加,  $x$ 方向的换热温差逐渐变小, 故而随着热壁面高度的增加, 努塞尔特数呈现逐渐降低的趋势。并且随着瑞利数的增大, 换热有明显的增强, 相应的努塞尔特数也有明显的增加, 说明随着瑞利数的增大, 导热逐渐减弱, 而以对流换热的换热方式逐渐增强。

为了考察腔体内不同种不同组分的纳米流体的换热情况, 图9给出了不同组分的Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O纳米流体和Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O纳米流体平均努塞尔特数的对比。从图9中可以看出, Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O混合纳米流体不论是在较低的瑞利数下还是较高

的瑞利数下, 都比普通的Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O纳米流体的换热强。说明加入更高导热系数的Cu纳米颗粒, 能提高强化换热的强度。

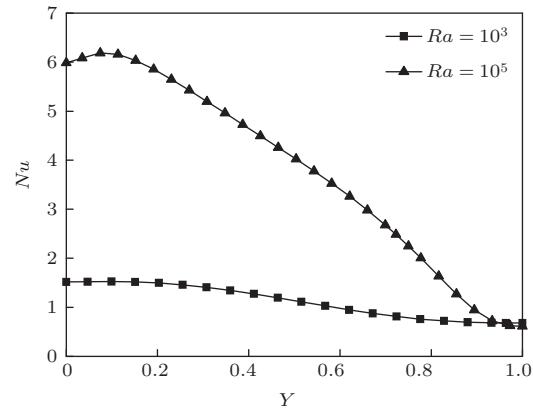


图8 不同瑞利数下 Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O 纳米流体的热壁面处的努塞尔特数 (vol% = 1%)

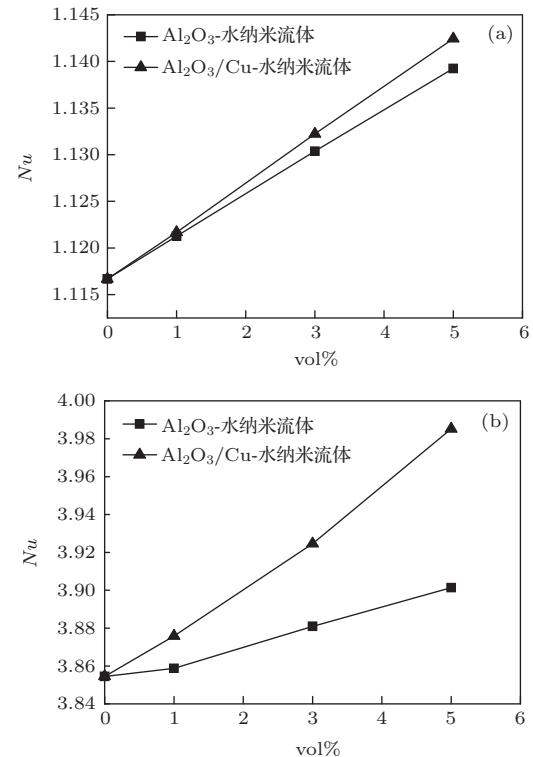


图9 不同组分的 Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O 纳米流体和 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O 纳米流体平均努塞尔特数的对比 (a)  $Ra = 10^3$ ; (b)  $Ra = 10^5$

## 5 结 论

本文建立了混合纳米流体的格子Boltzmann模型, 考虑了颗粒间的相互作用力, 对方腔内Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>水混合纳米流体自然对流进行了数值模拟, 得到以下结论:

1)除了外力项——温差驱动力外, 在颗粒间相互作用力中, 布朗力远远大于其他作用力, 其次是相间阻力, 重力和浮力以及作用势能引起的作用力最小, 这也是纳米流体能起到强化换热的一个重要因素;

2)方腔中纳米颗粒受温差驱动力和颗粒间相互作用力的影响出现不均匀性, 其中受温差驱动力的影响最大, 布朗力其次, 在较低瑞利数下纳米颗粒主要分布在腔体的左上角和右下角, 在高瑞利数下纳米颗粒主要分布在腔体的左上角;

3)在相同的条件下, Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>水混合纳米流体比Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>水纳米流体能起到更强的强化换热效果, 并且随着纳米颗粒组分的增加, 强化换热效果越好;

4)随着瑞利数的增加, 层流边界层变薄, 换热逐渐由以导热为主转变为以对流换热为主, 混合纳米流体的强化换热效果越好.

## 参考文献

- [1] Choi U S 1995 *ASME FED*. **1995** 99
- [2] Li Y T, Shen L P, Wang H, Wang H B 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 124401 (in Chinese) [李屹同, 沈凌平, 王浩, 汪汉斌 2013 物理学报 **62** 124401]
- [3] Ahmad A, Asghar S, Alsaedi A 2014 *Chin. Phys. B* **23** 074401
- [4] Salem A M, Ismail G, Fathy R 2014 *Chin. Phys. B* **23** 044402
- [5] Hatat T, Imtiaz M, Alsaedi A, Mansoor R 2014 *Chin. Phys. B* **23** 054701
- [6] Khalili S, Dinarvand S, Hosseini R, Tamim H, Pop I 2014 *Chin. Phys. B* **23** 048203
- [7] Xiao B Q 2013 *Chin. Phys. B* **22** 014402
- [8] Xiao B Q, Yang Y, Xu X F 2014 *Chin. Phys. B* **23** 026601
- [9] Oztop H F, Abu-Nada E 2008 *Int. J. Heat Fluid Flow* **29** 1326
- [10] Ho C J, Chen M W, Li Z W 2008 *Int. J. Heat Mass Transfer* **51** 4506
- [11] Saleh H, Roslan R, Hashim I 2011 *Int. J. Heat Mass Transfer* **54** 194
- [12] Ghasemi B, Aminossadati S M 2010 *Int. J. Therm. Sci.* **49** 931
- [13] Xie H Q, Chen L F 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 2513 (in Chinese) [谢华清, 陈立飞 2009 物理学报 **58** 2513]
- [14] Xiao B Q, Fan J T, Jiang G P, Chen L X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 154401 (in Chinese) [肖波齐, 范金土, 蒋国平, 陈玲霞 2012 物理学报 **61** 154401]
- [15] Xie H Q, Zeng Z, Zhang L Q, Liang G Y, Hiroshi M, Youshiyuki K 2012 *Chin. Phys. B* **21** 124703
- [16] He Y B, Lin X Y, Dong X L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 194701 (in Chinese) [何郁波, 林晓艳, 董晓亮 2013 物理学报 **62** 194701]
- [17] Ren S, Zhang J Z, Zhang Y M, Wei D 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 024702 (in Chinese) [任晟, 张家忠, 张亚苗, 卫丁 2014 物理学报 **63** 024702]
- [18] Guo Z L, Shi B C, Wang N C 2000 *J. Comput. Phys.* **165** 288
- [19] Guo Z, Shi B, Zheng C 2002 *Int. J. Numer. Methods Fluids* **39** 325
- [20] Guo Z, Zheng C, Shi B, Zhao T S 2007 *Phys. Rev. E* **75** 1
- [21] Xuan Y, Yao Z 2005 *Heat Mass Transfer* **41** 199
- [22] Wang Y, He Y L, Tong C Q, Liu Y W 2007 *J. Eng. Thermophys.* **28** 313 (in Chinese) [王勇, 何雅玲, 童长青, 刘迎文 2007 工程热物理学报 **28** 313]
- [23] Guo Z L, Li Q, Zheng C G 2002 *Chin. J. Comput. Phys.* **19** 483 (in Chinese) [郭照立, 李青, 郑楚光 2002 计算物理 **19** 483]
- [24] Zhou L J, Xuan Y M, Li Q 2009 *Chin. J. Comput. Phys.* **26** 631 (in Chinese) [周陆军, 宣益民, 李强 2009 计算物理 **26** 631]
- [25] Guo Y L, Xu H H, Shen S Q, Wei L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 144704 (in Chinese) [郭亚丽, 徐鹤函, 沈胜强, 魏兰 2013 物理学报 **62** 144704]
- [26] Kefayati G H R, Hosseini-zadeh S F, Gorji M, Sajjadi H 2011 *Int. Commun. Heat Mass Transfer* **38** 798
- [27] Lai F H, Yang Y T 2011 *Int. J. Therm. Sci.* **50** 1930
- [28] Guiet J, Reggio M, Vasseur P 2011 *Comput. Therm. Sci.* **3** 1
- [29] Nemati H, Farhadi M, Sedighi K, Ashorynejad H R, Fattahai E 2012 *Sci. Iran. B* **19** 303
- [30] Zhou L J, Xuan Y M, Li Q 2010 *Int. J. Multiphase Flow* **36** 364
- [31] Russel W B, Saville D A, Schowalter W R 1989 *Colloidal Dispersion* (Cambridge: Cambridge University Press) pp30–45
- [32] Tian W C, Jia J Y, Chen G Y 2006 *Chin. J. Comput. Phys.* **23** 366 (in Chinese) [田文超, 贾建援, 陈光炎 2006 计算物理 **23** 366]
- [33] Zhou T, Li H Z 1999 *Chem. React. Eng. Technol.* **115** 1 (in Chinese) [周涛, 李洪钟 1999 化学反应工程与工艺 **115** 1]
- [34] He C, Ahmadi G 1999 *J. Aerosol. Sci.* **30** 739
- [35] Abu-Nada E 2009 *Int. J. Heat Fluid Flow* **30** 679
- [36] Abu-Nada E, Oztop H F 2009 *Int. J. Heat Fluid Flow* **30** 669
- [37] Lü X Y 2006 *Ph. D. Dissertation* (Shanghai: Fudan University) (in Chinese) [吕晓阳 2006 博士学位论文 (上海: 复旦大学)]
- [38] Hortmann M, Perić M, Scheuerer G 1990 *Int. J. Numer. Methods Fluids* **11** 189
- [39] Khanafar K, Vafai K, Lightstone M 2003 *Int. J. Heat Mass Transfer* **46** 3639
- [40] D' Orazio A, Corcione M, Celata G P 2004 *Int. J. Therm. Sci.* **43** 575

- [41] De Vahl Davis G 1983 *Int. J. Numer. Methods Fluids* **3** 249
- [42] Barakos G, Mistoulis E, Assimacopoulos D 1994 *Int. J. Numer. Methods Fluids* **18** 695
- [43] Fusegi T, Hyun J M, Kuwahara K, Farouk B 1991 *Int. J. Heat Mass Transfer* **34** 1543
- [44] Krane R J, Jessee J 1983 *Proceedings of the 1th ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference* Honolulu, Hawaii 1983 p323

# Numerical simulation of natural convection of square enclosure filled with Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water mixed nanofluid based on lattice Boltzmann method\*

Qi Cong<sup>1)†</sup> He Guang-Yan<sup>1)</sup> Li Yi-Min<sup>1)</sup> He Yu-Rong<sup>2)</sup>

1) (School of Electric Power Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

2) (School of Energy Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

(Received 8 June 2014; revised manuscript received 22 July 2014 )

## Abstract

As an effective heat transfer medium, Nanofluid is used widely in heat transfer field. However, due to the contradiction between the heat conductivity coefficient of nanofluid and the cost of nanoparticles, a new mixed nanofluid is developed. In order to investigate the natural convection heat transfer characteristics and the interaction mechanism between nanoparticles, the lattice Boltzmann equations of nanofluid flow and temperature fields are deduced by multi-scale technique based on considering the interaction forces between nanoparticles, and the lattice Boltzmann model of Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water mixed nanofluid is established by coupling the evolution equations of flow with temperature fields. Nanoparticles distribution in enclosure and interaction forces between nanoparticles are investigated, it is found that Brownian motion force is far bigger than any other forces, and the effects of temperature difference driving force and Brownian motion force on nanoparticles distribution are biggest. In addition, the effects of nanoparticles fractions and Rayleigh number on natural convection are investigated, and the natural convection heat transfer characteristics of mixed nanofluid (Cu/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water) are compared with those of single metal nanoparticle nanofluid (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water). It is found that the mixed nanofluid has a higher heat transfer characteristic than other common nanofluid.

**Keywords:** mixed nanofluid, interaction forces between nanoparticles, lattice Boltzmann model, natural convection

**PACS:** 47.61.Jd, 47.61.-k, 44.25.+f

**DOI:** 10.7498/aps.64.024703

\* Project supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China (Grant No. 2014QNNA23).

† Corresponding author. E-mail: qicongkevin@163.com