

Tb<sub>0.3</sub>Dy<sub>0.7</sub>Fe<sub>2</sub> 合金的本构参数辨识方法研究

严柏平 张成明 李立毅 唐志峰 吕福在 杨克己

Method of identifying constitutive parameter in Tb<sub>0.3</sub>Dy<sub>0.7</sub>Fe<sub>2</sub> Alloy

Yan Bai-Ping Zhang Cheng-Ming Li Li-Yi Tang Zhi-Feng Lü Fu-Zai Yang Ke-Ji

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 64, 027501 (2015) DOI: 10.7498/aps.64.027501

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.027501>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2015/V64/I2>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

磁性应力监测中力磁耦合特征及关键影响因素分析

Analysis of characteristics and key influencing factors in magnetomechanical behavior for cable stress monitoring

物理学报.2013, 62(17): 177501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.177501>

高斯型非均匀应力对铁磁薄膜磁化性质的影响

Gaussian type inhomogeneous stress and strain effects on the magnetic properties in ferromagnetic thin films

物理学报.2013, 62(16): 167503 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.167503>

Gd,Co 共掺杂对 BiFeO<sub>3</sub> 陶瓷电输运和铁磁特性的影响

Effects of Gd and Co doping on the electrical and ferromagnetism properties of BiFeO<sub>3</sub> ceramics

物理学报.2012, 61(17): 177501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.177501>

Tb<sub>0.3</sub>Dy<sub>0.7</sub>Fe<sub>2</sub> 合金磁畴偏转研究

Study on magnetic domain deflection in Tb<sub>0.3</sub>Dy<sub>0.7</sub>Fe<sub>2</sub> alloy

物理学报.2012, 61(16): 167506 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.167506>

偏置电压对磁致伸缩/压电层合换能结构磁电性能影响

Effect of adjustable bias voltage on magnetoelectric properties of magnetostrictive/piezoelectric laminated transducer structure

物理学报.2012, 61(13): 137504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.137504>

# Tb<sub>0.3</sub>Dy<sub>0.7</sub>Fe<sub>2</sub>合金的本构参数辨识方法研究\*

严柏平<sup>1)2)†</sup> 张成明<sup>2)</sup> 李立毅<sup>2)</sup> 唐志峰<sup>1)</sup> 吕福在<sup>1)</sup> 杨克己<sup>1)</sup>

1) (浙江大学现代制造工程研究所, 杭州 310027)

2) (哈尔滨工业大学电磁与电子技术研究所, 哈尔滨 150001)

(2014年7月18日收到; 2014年9月11日收到修改稿)

建立了一种简便的、适用于磁畴模型应用的 Tb<sub>0.3</sub>Dy<sub>0.7</sub>Fe<sub>2</sub> 合金本构参数辨识方法. 针对 Tb<sub>0.3</sub>Dy<sub>0.7</sub>Fe<sub>2</sub> 合金磁畴模型中本构参数不明确且直接实验测试困难的问题, 提出了一种数值计算与实验测试相结合的参数辨识方法. 采用坐标变换与绘制自由能等势曲线相结合的方法, 简化了载荷作用下 Tb<sub>0.3</sub>Dy<sub>0.7</sub>Fe<sub>2</sub> 合金内磁畴角度偏转的数值计算, 研究了合金磁畴角度偏转模型的参数依赖性. 在此基础上, 结合简单的实验测试, 建立了 Tb<sub>0.3</sub>Dy<sub>0.7</sub>Fe<sub>2</sub> 合金各向异性常数  $K_1$  和  $K_2$ 、能量分布因子  $\omega$ 、晶轴取向分布的辨识及修正方法. 该方法能够简单、快速地完成 Tb<sub>0.3</sub>Dy<sub>0.7</sub>Fe<sub>2</sub> 合金磁畴模型中本构参数的辨识, 对完善磁致伸缩材料磁畴偏转的数值计算模型非常有意义. 理论分析可为类磁致伸缩材料磁机耦合模型的建立、完善, 以及材料本构参数的辨识、获取提供参考.

**关键词:** Tb<sub>0.3</sub>Dy<sub>0.7</sub>Fe<sub>2</sub> 合金, 磁畴偏转, 数值计算, 参数辨识方法

**PACS:** 75.80.+q, 75.60.-d, 75.60.Ej, 75.30.Gw

**DOI:** 10.7498/aps.64.027501

## 1 引言

巨磁致伸缩材料 (giant magnetostrictive material, GMM) 在磁场和应力作用下具有非常优越的磁-机耦合特性, GMM 的磁致伸缩系数大、机电耦合系数大、能量转换效率高等特点, 使其在振动能量采集、微致动等领域均具有较好的应用前景, 如振动发电、精密加工、阀门应用等<sup>[1-3]</sup>, 且巨磁致伸缩材料已被美国等西方国家视为重要的战略性功能材料.

在 GMM 产品制备方面, 自 1989 年以来, 出现了以 TbDyFe 合金 (Tb<sub>0.3</sub>Dy<sub>0.7</sub>Fe<sub>2</sub>, 又称 Terfenol-D) 为代表的巨磁致伸缩材料产品, GMM 产品的制备工艺日渐成熟<sup>[4-6]</sup>. 但是, 目前 GMM 产品依旧处于研发阶段, 材料的配比、工艺等依旧缺少统一的规范, 国内外市场上 GMM 性能存在明显的差异, GMM 本构参数取值缺少统一规范; 在 GMM 产品出厂性能标定中, 由于相关实验测试困难, 目前无

法给出完善的本构参数实验数据; 再者, 温度等因素也将影响 GMM 本构参数的取值. 以上因素导致 GMM 产品本构参数取值是不明确的, 这将为磁致伸缩材料精确磁机耦合模型的建立带来困难.

在理论模型研究方面, 基于 S-W (Stoner-Wohlfarth) 模型的磁畴偏转数值分析方法, 能够快速计算应力、磁场作用下 GMM 内磁畴偏转规律及磁机耦合特性, 可用于直观解释准静态过程中的磁致伸缩机理、特性<sup>[7-12]</sup>, 近年来受到了国内外学者的广泛关注. 但是, 磁畴模型受 GMM 本构参数取值的影响明显, 如磁晶各向异性常数  $K_1$  和  $K_2$ 、能量分布因子  $\omega$ 、不同晶轴取向等, 而这些本构参数的直接实验测试复杂、困难, 测试误差较大, 导致磁畴模型的应用困难. 目前大量研究选用文献<sup>[13]</sup>中给出的本构参数取值来进行分析, 但这一参数取值的精确性、普遍性存在争议<sup>[14-16]</sup>, 在未进行本构参数取值修正的前提下, 采用这一本构参数取值直接用于磁畴理论计算时, 将带来较大的理论

\* 国家杰出青年基金 (批准号: 51225702) 和国家自然科学基金 (批准号: 51407157, 51307027) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: d\_enip@163.com

计算与实验偏差<sup>[17,18]</sup>. 在此基础上, 少量文献针对单一本构参数取值对材料磁机耦合性能影响进行了讨论<sup>[19,20]</sup>, 但是由于磁畴模型中三维自由能极值问题的求解复杂, 研究集中于对磁畴角度跃迁规律的总结, 并未针对磁畴模型的参数依赖性及辨识方法展开研究.

针对巨磁致伸缩材料产品本构参数取值不明确及直接实验测试困难的问题, 通过研究磁畴模型的本构参数依赖性, 建立简便的、适用于磁畴模型应用的本构参数辨识方法, 对 GMM 精确理论模型建立、磁机耦合性能输出模拟、新结构器件应用拓展具有重要意义.

本文基于 S-W 模型的能量极小原理, 采用坐标变换与绘制自由能等势曲线相结合的方法, 以简化 Tb<sub>0.3</sub>Dy<sub>0.7</sub>Fe<sub>2</sub> 合金非线性自由能极值的求解过程, 在此基础上, 研究巨磁致伸缩材料磁畴模型的参数依赖性 & 参数辨识方法, 为巨磁致伸缩材料精确磁机耦合模型的建立提供理论支撑.

## 2 磁畴偏转的数值计算方法

应力和磁场载荷作用下巨磁致伸缩材料的磁机耦合特性可通过磁畴角度的偏转来进行研究, 取 Terfenol-D 材料内一单畴颗粒作为磁畴偏转模型 (S-W 模型)<sup>[21]</sup> 的研究对象, 通过材料内单畴颗粒自由能非线性方程组极值问题的求解, 来研究 TbDyFe 合金内磁畴角度偏转的规律, 进而描述材料的磁化及磁机耦合特性. 在外在载荷 (应力  $\sigma$  和磁场  $H$ ) 作用下, 考虑各向异性的影响, 单畴颗粒的自由能可表示为

$$E = K_1(\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_1^2\alpha_3^2) + K_2(\alpha_1^2\alpha_2^2\alpha_3^2) - \frac{3}{2}\lambda_{100}\sigma(\alpha_1^2\beta_1^2 + \alpha_2^2\beta_2^2 + \alpha_3^2\beta_3^2) - \lambda_{111}\sigma(\alpha_1\alpha_2\beta_1\beta_2 + \alpha_2\alpha_3\beta_2\beta_3 + \alpha_1\alpha_3\beta_1\beta_3) - \mu_0 M_s H(\alpha_1\beta_1 + \alpha_2\beta_2 + \alpha_3\beta_3), \quad (1)$$

其中磁晶各向异性能  $E_k$  (第一、二项)、应力各向异性能  $E_\sigma$  (第三、四项) 和磁化能  $E_H$  (第五项) 都会影响磁畴角度的偏转;  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  为磁化强度  $M$  的方向余弦;  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  为外应力  $\sigma$  的方向余弦;  $K_1$  和  $K_2$  为磁晶各向异性常数;  $\lambda_{100}, \lambda_{111}$  分别为材料在  $\langle 100 \rangle$  和  $\langle 111 \rangle$  方向的磁致伸缩系数, 由于  $\lambda_{100} \ll \lambda_{111}$ , 为了便于计算分析, 可近似  $\lambda_{100}$  为零;  $H$  为材料内的磁场强度.

方程 (1) 为三维非线性自由能方程, 其极值的直接求解过程复杂、计算量大, 且有效极值点的判定困难. 本文采取坐标变换来简化非线性自由能方程极值的求解, 其中, 原始坐标系  $X$  以  $[100], [010], [001]$  晶轴方向为  $x, y, z$  轴. 考虑巨磁致伸缩材料应力和磁场的加载方向为  $[110]$  方向, 设定新坐标系  $Y$ , 其以  $[110]$  方向为  $z$  轴, 以垂直于  $[110]$  方向的平面  $(110)$  建立  $x, y$  轴. 所采用的坐标变换表示为

$$Y^T(1, \theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 & -\sqrt{2}/2 \\ -1/2 & 1/2 & -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \end{bmatrix} \times X^T(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3). \quad (2)$$

通过 (2) 式的坐标变换, 自由能可表示为  $E(\theta, \varphi)$ , 角度  $\theta$  为磁场强度  $H$  与磁化强度  $M$  间夹角,  $\varphi$  为磁化强度  $M$  在  $(110)$  平面内的投影角度, 其中, 角度  $\theta$  为材料磁化及磁特性变化的关键. 所以, 采用坐标变化可将三维自由能方程简化为以  $\theta$  和  $\varphi$  为自由度的二维自由能方程.

在无应力和磁场载荷作用时, 材料的易磁化方向为  $\langle 111 \rangle$ , 包括  $[111], [\bar{1}11], [1\bar{1}1], [\bar{1}\bar{1}1], [11\bar{1}], [\bar{1}1\bar{1}]$  和  $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$  8 个方向, 坐标变换前后易磁化方向关系见表 1. 考虑磁畴角度偏转具有对称性, 仅需研究角度  $\theta$  为  $35.3^\circ, 90^\circ, 144.7^\circ$  的磁畴角度偏转特性.

表 1 巨磁致伸缩材料易磁化方向的坐标变换

| 参数                  | 直角坐标系 $X$  |            |            | 球坐标系 $Y$          |                    |
|---------------------|------------|------------|------------|-------------------|--------------------|
|                     | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\alpha_3$ | $\theta/(^\circ)$ | $\varphi/(^\circ)$ |
| $[111]$             | 0.58       | 0.58       | 0.58       | 35.3              | 225                |
| $[11\bar{1}]$       | 0.58       | 0.58       | -0.58      | 35.3              | 45                 |
| $[\bar{1}11]$       | -0.58      | -0.58      | 0.58       | 144.7             | 225                |
| $[\bar{1}\bar{1}1]$ | -0.58      | -0.58      | -0.58      | 144.7             | 45                 |
| $[\bar{1}1\bar{1}]$ | -0.58      | 0.58       | 0.58       | 90                | 170.3              |
| $[1\bar{1}\bar{1}]$ | 0.58       | -0.58      | 0.58       | 90                | 279.7              |
| $[1\bar{1}1]$       | 0.58       | -0.58      | -0.58      | 90                | 350.3              |
| $[\bar{1}1\bar{1}]$ | -0.58      | 0.58       | -0.58      | 90                | 99.7               |

在坐标变化简化求解的前提下, 采用绘制二维  $(\theta, \varphi)$  自由能等势曲线方法可研究磁畴角度偏转的路径, 磁畴偏转路径的明确有利于进一步简化磁畴偏转角度的极值求解. 图 1 为绘制得到的无载荷作用下自由能  $E$  的等势曲线, 其中蓝色极小值点为 8 个稳定的原始易磁化  $\langle 111 \rangle$  方向. 通过绘制不同载荷作用下自由能  $E$  的等势曲线, 可明确磁畴角度的

偏转路径,如图1所示.以磁化角度 $\theta$ 作为研究对象,压应力的作用将使磁畴向 $90^\circ$ 方向偏转(图中红色曲线,虚线为磁畴发生角度跃迁),而磁场作用将使磁畴向 $0^\circ$ 方向偏转;同时,磁畴角度的偏转主要为平面内的运动,如图中红色及蓝色实线,不可逆偏转发生在磁畴角度跃迁时刻,为两个平面间的跃迁运动,如图中红色虚线所示.结合磁畴平面偏转的约束条件,自由能等势曲线可进一步简化为以 $\theta$ 或 $\varphi$ 为单自由度的一维方程,求解过程进一步得到简化.

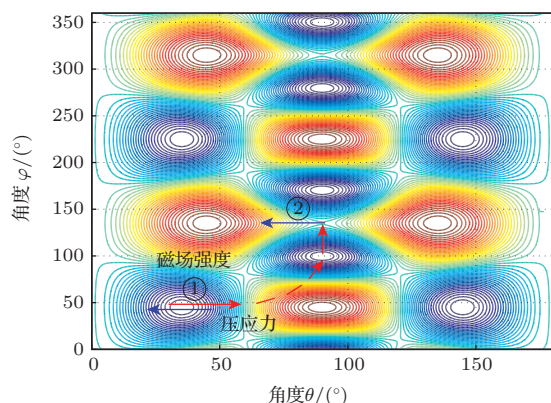


图1 (网刊彩色) 无载荷作用下的自由能等势曲线

巨磁致伸缩材料的磁感应强度 $B$ 和磁致伸缩系数 $\lambda$ 可通过(3)–(6)式计算得到<sup>[22,23]</sup>,其中 $j$ 为易磁化方向的代号; $V_j$ 为 $j$ 方向磁畴的体积分数; $E_j$ 为 $j$ 方向磁畴的自由能; $K$ 为 $E_j$ 的归一化常数; $\omega$ 为材料的能量分布因子,是不同方向下磁畴能量分布的重要表征,是决定 $j$ 方向磁畴体积分数 $V_j$ 取值的关键参数; $M$ 为GMM的磁化强度, $M_s$ 为饱和磁化强度,取值为 $7.65 \times 10^5 \text{ A}\cdot\text{m}^{-1}$ .

$$V_j = \frac{K \exp(-E_j/\omega)}{\sum_{j=1}^8 K \exp(-E_j/\omega)}, \quad (3)$$

$$M = \sum_{j=1}^8 V_j \cdot M_s \cos \theta_j, \quad (4)$$

$$B = \mu_0 H + M, \quad (5)$$

$$\lambda = \sum_{j=1}^8 V_j \cdot \left[ \frac{3}{2} \cdot \lambda_{100} (\alpha_1^2 \beta_1^2 + \alpha_2^2 \beta_2^2 + \alpha_3^2 \beta_3^2) + 3\lambda_{111} (\alpha_1 \alpha_2 \beta_1 \beta_2 + \alpha_2 \alpha_3 \beta_2 \beta_3 + \alpha_1 \alpha_3 \beta_1 \beta_3) \right]. \quad (6)$$

通过(1)–(6)式可求解计算不同载荷作用下材料内磁畴偏转路径、角度、磁化特性和应变变量特

性,计算过程简单且直观.同时,采用磁畴角度偏转的概念,易于解释材料的磁致伸缩机理及磁机耦合特性.

### 3 结果分析与讨论

#### 3.1 磁畴模型的参数依赖性

虽然GMM的制备工艺已日渐成熟,但市场上GMM产品依旧存在明显的性能上的差异,且易受温度因素的影响,导致材料产品的本构参数取值具有不明确性.下面结合材料的磁畴偏转模型,研究本构参数(磁晶各向异性常数 $K_1$ ,  $K_2$ , 能量分布因子 $\omega$ , 晶轴取向)不同取值对GMM磁畴偏转及磁化特性的影响,采用(1)–(6)式与图解法相结合来简化求解过程,其中,选用文献[13]中给出的本构参数取值来开展研究.

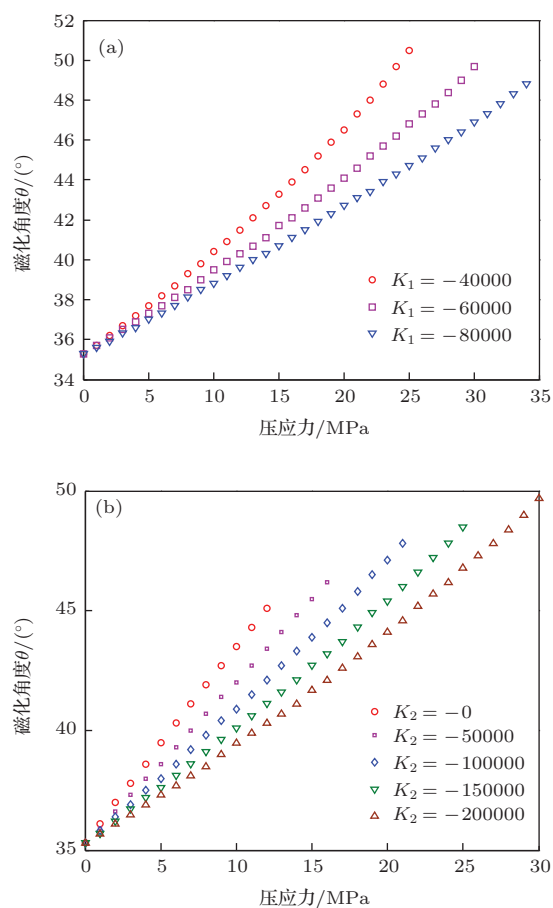


图2 (网刊彩色) 不同各向异性常数取值下的磁畴角度偏转特性 (a)  $K_1$  取值影响; (b)  $K_2$  取值影响

图2为计算得到的不同各向异性常数取值对 $35.3^\circ$ 畴偏转及跃迁特性的影响.从图中可知,压应力的作用将使磁畴向 $90^\circ$ 方向偏转,当压应力达



到一定数值时,磁畴将发生角度的跃迁,与图1中红色曲线路径相一致.各向异性常数 $K_1$ 和 $K_2$ 为材料磁晶各向异性性能大小的表征,其绝对取值越大,磁畴偏转越缓慢,所以磁晶各向异性能为磁畴偏转的阻力能量,约束磁畴偏离原始的易磁化方向.同时,各向异性常数 $K_1$ 和 $K_2$ 数值的增加都将增大磁畴角度跃迁时所需的临界应力载荷.当各向异性常数 $K_2$ 取值为0时,12 MPa压应力作用下磁畴便可完成角度的跃迁,跃迁至 $90^\circ$ 畴方向,而当 $K_2 = -200000$ 时,35.3°畴完成磁畴角度的跃迁需要大于30 MPa的压应力.所以,各向异性常数 $K_1$ 和 $K_2$ 的不同取值将影响磁畴偏转的快慢和磁畴角度跃迁所需的载荷能量,由于磁致伸缩材料工作在磁畴角度跃迁值附近具有优越的磁机耦合性能,当各向异性常数绝对取值较大时,巨磁致伸缩材料将具有较大的最优压应力取值和磁场工作点.

能量分布因子 $\omega$ 是影响巨磁致伸缩材料磁化及磁机耦合性能的另一关键参量,由(3)式可知,其直接决定着磁畴偏转的体积分数变化.图3为计算得到的不同能量分布因子 $\omega$ 取值下材料的磁化特性曲线,其中,能量分布因子 $\omega$ 取值较小时,巨磁致伸缩材料的磁化特性曲线变化较陡,而 $\omega$ 取值的增加将使得磁化趋于平缓.这主要是因为 $\omega$ 取值直接影响磁畴角度偏转的载荷灵敏度,当 $\omega$ 取值较小时,其载荷灵敏度较高,磁畴分布的体积分数 $P_i$ 变化较大.当 $\omega = 3000$ 时,压应力作用下 $90^\circ$ 畴体积分数迅速增加,小磁场作用下磁化较为平缓,当磁场强度继续增加时,磁化现象较为明显,且当磁场强度接近34.4 kA·m<sup>-1</sup>时,材料的磁化接近饱和、趋于平缓.所以,能量分布因子 $\omega$ 的取值直接决定磁畴偏转的载荷灵敏度,决定着各方向磁畴体积分数的变化.

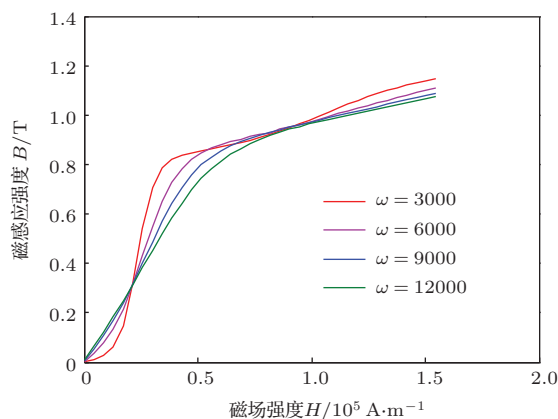


图3 (网刊彩色) 能量分布因子 $\omega$ 取值对磁化特性的影响 (10 MPa 压应力)

在巨磁致伸缩材料中,晶轴的不同取向还将影响材料的宏观性能,由于制备、工艺等因素的影响,目前大部分Terfenol-D产品未必是标准的单晶结构,且目前晶轴取向的标定尚未统一,其中 $\langle 112 \rangle$ 和 $\langle 110 \rangle$ 为国内外巨磁致伸缩材料产品的两个主要晶轴取向.图4为通过磁畴模型计算得到的 $[112]$ 和 $[110]$ 取向方向上材料磁化特性曲线.从图中可知,在0 MPa压应力下, $[112]$ 和 $[110]$ 取向材料在小磁场下具有相近的磁化特性,而 $[110]$ 方向的饱和磁化强度稍低于 $[112]$ 方向;在10 MPa压应力作用下, $[112]$ 晶轴方向磁化较为平缓,而 $[110]$ 晶轴方向的磁化特性在小磁场下变化缓慢,随着磁场强度的增大,磁化曲线变化明显.所以,不同的晶轴取向或存在多个取向的晶体结构都将影响材料的磁化及磁机耦合特性.

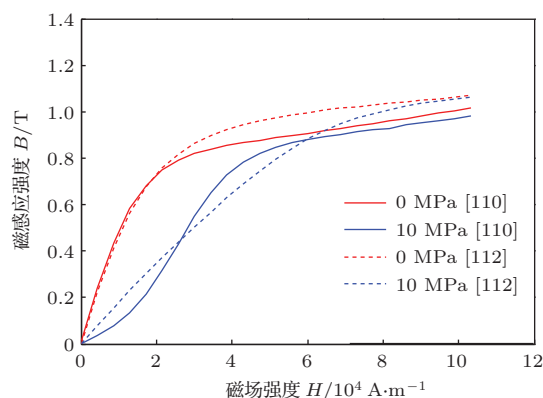


图4 (网刊彩色) 不同晶轴取向的磁化特性曲线

磁晶各向异性常数 $K_1$ 和 $K_2$ 、能量分布因子 $\omega$ 以及晶轴取向的不同取值将影响磁致伸缩材料的磁化及磁机耦合特性,其中各向异性常数 $K_1$ 和 $K_2$ 的不同取值将影响巨磁致伸缩材料内磁畴的偏转和磁畴跃迁的临界载荷值,决定磁致伸缩材料的最优载荷工作点;能量分布因子 $\omega$ 的取值直接决定磁畴偏转的载荷灵敏度,决定着各方向磁畴体积分数的变化;不同晶轴取向将决定材料的宏观输出特性.所以,磁畴偏转模型对磁晶各向异性常数 $K_1$ 和 $K_2$ 、能量分布因子 $\omega$ 、晶轴取向具有明显的参数依赖性,应用中必须明确材料的本构参数取值.

### 3.2 本构参数的辨识方法

巨磁致伸缩材料本构参数的辨识可通过磁畴偏转数值方法与简单实验测试相结合来研究.本文选取甘肃天星生产的 $[110]$ 取向GMM产品来开

展研究, 由于 GMM 本构参数取值会受环境温度的影响, 本文 GMM 实验测试的环境温度严格控制在 20 °C, 实验测试原理如图 5 所示. 其中  $H$  检测线圈、 $B$  检测线圈分别用于监测 GMM 所处磁场强度和 GMM 棒中磁感应强度, 激光位移传感器用于监测 GMM 棒的轴向应变变量.

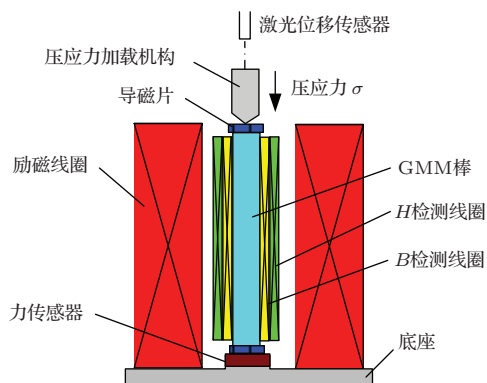


图 5 GMM 的实验测试原理

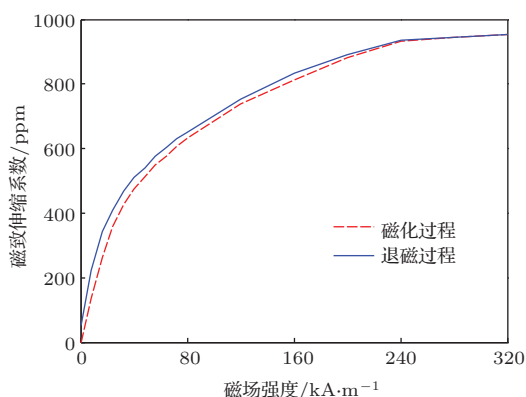


图 6 (网刊彩色) 无应力载荷作用下的磁致伸缩系数

图 6 为实验测试得到的无应力载荷作用下 GMM 的磁致伸缩系数. 从图中可知, 材料在接近 240  $\text{kA}\cdot\text{m}^{-1}$  磁场时, 磁化趋于饱和, 此时饱和磁致伸缩系数为 954.8 ppm. 通过 (6) 式可知,  $[110]$  取向磁致伸缩材料磁化趋于饱和时, 即所有磁畴分布于磁场方向  $[110]$  方向, 此时所具有的磁致伸缩应变为  $\lambda_{110} = 0.75\lambda_{111}$ , 考虑结构、工艺等因素对材料晶轴取向分布的影响, 采用系数  $k$  来修正实际磁致伸缩材料的应变变量, 即  $\lambda_{110} = 0.75k\lambda_{111} = 954.8$ , 则  $\langle 111 \rangle$  方向的饱和磁致伸缩系数可近似取  $k\lambda_{111} = 1273$  ppm. 所以, 巨磁致伸缩材料可等效为  $[110]$  取向、 $\langle 111 \rangle$  方向饱和磁致伸缩系数 1273 ppm 的单晶颗粒.

从图 6 可知, 当磁场强度达到 240  $\text{kA}\cdot\text{m}^{-1}$  时

磁化趋于饱和, 此时所有的磁畴将分布于  $[110]$  方向附近. 35.3°, 90° 和 144.7° 磁畴的偏转路径如图 1 中蓝色路径所示, 由磁畴偏转规律可知, 当磁场强度达到一定数值时, 90° 和 144.7° 磁畴将发生角度跃迁, 跃迁致 35.3° 畴方向, 所以当磁化趋于饱和时, 只存在 35.3° 畴在平面  $(\bar{1}10)$  内偏转, 由于  $(\bar{1}10)$  平面内偏转具有约束条件:  $\alpha_1 = \alpha_2$ ,  $\alpha_3 = \sin\theta$ , 此时自由能方程可表示为

$$E_{(\bar{1}10)} = K_1 \left( \frac{1}{4} \cos^4 \theta + \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta \right) + \frac{K_2}{4} \sin^2 \theta \cdot \cos^4 \theta - \mu_0 M_s H \cos \theta. \quad (7)$$

自由能关系式简化为以  $\theta$  为变量的单自由度方程, 由极值的判定条件  $\partial E / \partial \theta = 0$  求解得到

$$\begin{aligned} & K_1 (-\cos^3 \theta + 2 \cos \theta \cos 2\theta) \\ & - K_2 \sin^2 \theta \cos^3 \theta + K_2 / 2 \cos^5 \theta \\ & = -\mu_0 M_s H. \end{aligned} \quad (8)$$

磁化强度趋于饱和时有  $\theta \rightarrow 0$ , 则 (8) 式可简化为

$$K_1 + K_2 / 2 = -\mu_0 M_s H_s, \quad (9)$$

其中,  $H_s$  为无压应力作用下 GMM 磁化趋于饱和时的磁场值, 约 240  $\text{kA}\cdot\text{m}^{-1}$ . 由于磁晶各向异性常数  $K_1$  和  $K_2$  对磁畴偏转的贡献相类似, 参阅文献 [10, 13] 对  $K_1$  系数的描述, 设定材料磁晶各向异性常数  $K_1 = -60000 \text{ J}\cdot\text{m}^{-3}$ , 则通过 (9) 式可计算得到磁晶各向异性常数  $K_2 = -341437 \text{ J}\cdot\text{m}^{-3}$ .

将本构参数  $k\lambda_{111} = 1273 \text{ ppm}$ ,  $K_1 = -60000 \text{ J}\cdot\text{m}^{-3}$ ,  $K_2 = -341437 \text{ J}\cdot\text{m}^{-3}$  代入磁畴模型, 通过 (1)–(6) 式可计算得到不同能量分布因子  $\omega$  取值下的应变变量曲线, 通过理论、实验数据的误差分析, 可计算得到能量分布因子  $\omega$  的最优取值. 如图 7 所示, 实验中选用长度  $l$  为 40 mm 的棒材进行测试. 从图中可知, 通过数值方法计算得到的磁致伸缩系数与实验测试结果趋于较为符合, 且实验测量得到的 GMM 应变变量较好地分布在  $\omega = 9000$ –12000 范围内.

采用相对误差的标准差来进行误差分析, 从而计算得到能量分布因子  $\omega$  的最优取值. 结合 GMM 应变变量实验中磁场的加载方式, 选取 0–103.2  $\text{kA}\cdot\text{m}^{-1}$  范围内 4.3  $\text{kA}\cdot\text{m}^{-1}$  增量的磁场加载顺序, 通过 (10) 式计算应变变量理论与实验数据间相对误差的标准差, 来求解能量分布因子  $\omega$  的最优取值. (10) 式中,  $x_i$  为 GMM 应变变量的理论数据,  $y_i$  为 GMM 应变变量的实验测试数据. 表 2 为计

算得到的 10 MPa 压应力下不同能量分布因子  $\omega$  取值下的应变变量标准差, 从中可知, 当能量分布因子  $\omega \approx 10000$  时, 应变变量理论与实验数据的标准差较小, 可认定为  $\omega \approx 10000$  为本文选用 GMM 能量分

布因子的最优取值.

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(x_i - y_i)/y_i]^2}. \quad (10)$$

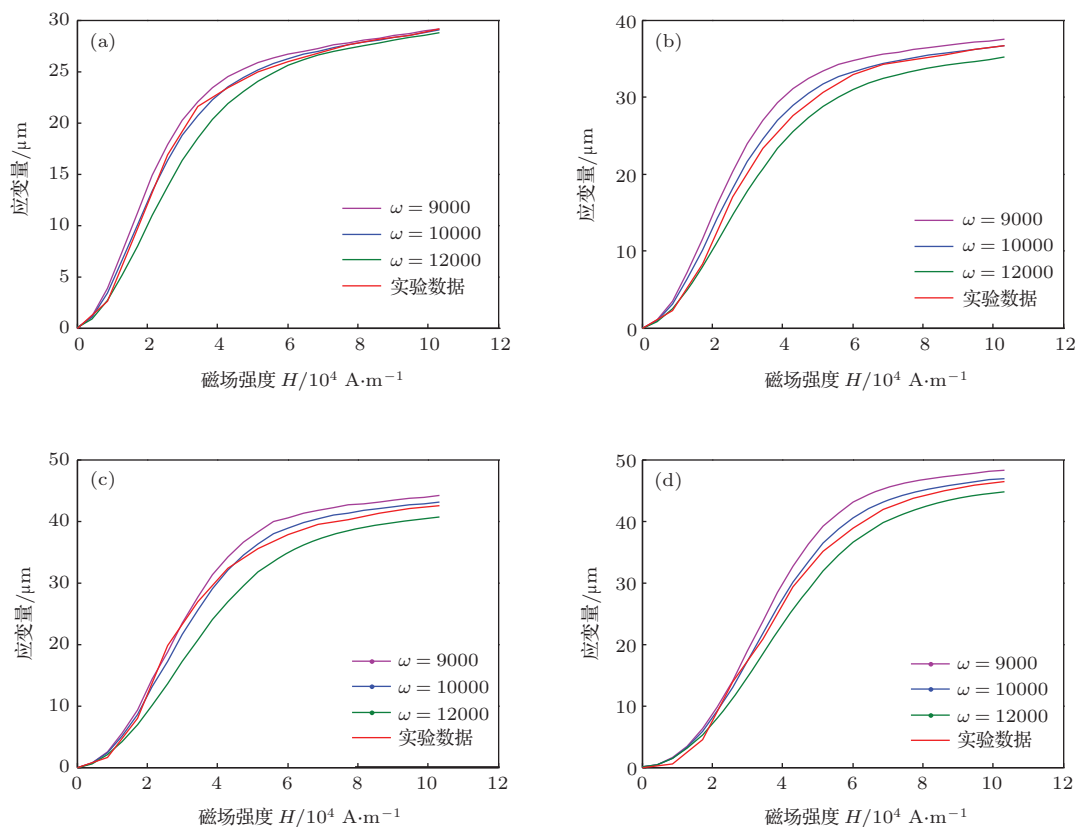


图7 (网刊彩色) 应变量的计算与实验结果对比 (a) 0 MPa; (b) 5 MPa; (c) 10 MPa; (d) 15 MPa

表2 能量分布因子  $\omega$  取值的标准差 (10 MPa 压应力)

| $\omega$ 取值 | 9000  | 10000 | 11000 | 12000 |
|-------------|-------|-------|-------|-------|
| $\delta$ 误差 | 0.111 | 0.076 | 0.12  | 0.154 |

通过巨磁致伸缩材料简单实验测试与磁畴偏转数值方法相结合, 可实现磁畴模型中本构参数的辨识, 结果如表3所示.

表3 本文 GMM 本构参数的辨识结果

| 参数 | $k \lambda_{111}$<br>/ppm | $K_1$<br>/J·m <sup>-3</sup> | $K_2$<br>/J·m <sup>-3</sup> | $H_s$<br>/kA·m <sup>-1</sup> | $\omega$ |
|----|---------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|----------|
| 取值 | 1273                      | -60000                      | -340000                     | 240                          | 10000    |

为了进一步验证辨识方法的准确性和辨识数据的正确性, 将表3中本构参数取值代入磁畴模型, 结合(11)式计算得到不同载荷作用下磁致伸缩材料的磁导率特性, 如图8所示. 从图中可知, 磁导率

的理论计算与实验数据符合较好, 尤其是在中、高磁场强度区域, 验证了本构参数辨识方法的正确性和磁畴偏转数值方法的准确性. 需要指出的是, 在小磁场下, 磁导率理论与实验数据相差相对较大, 其中, 当预压应力较小时, 磁导率的计算结果略大于实验结果, 而当预压应力较大时, 实验结果略大于计算结果. 这主要是因为: 磁畴理论模型中未考虑畴壁等阻力的影响, 磁畴角度的偏转可近似为理想的无阻力运动, 小压应力下, 磁畴较易于在小磁场作用下发生角度偏转, 理论值将高于实验测试值; 而大压应力下, 磁化过程中磁畴角度偏转受压应力影响更为明显, 磁畴偏转更加缓慢, 导致实验测试值高于理论计算值. 所以, 小磁场等小载荷下精确磁畴理论模型的建立, 还需要考虑磁畴偏转阻力因素的影响.

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H}. \quad (11)$$

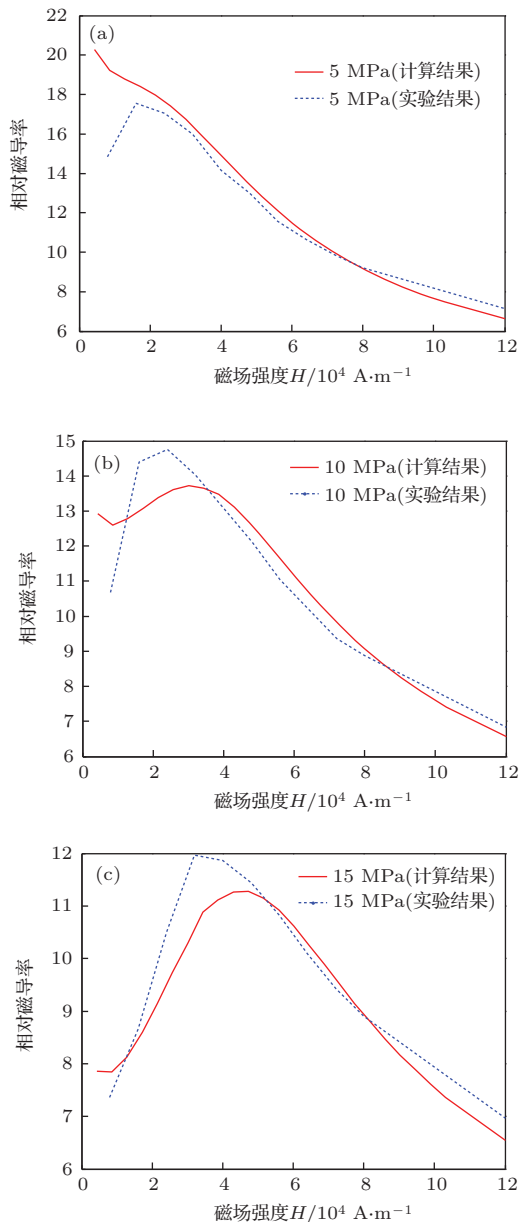


图8 (网刊彩色) 不同压应力下磁导率数据对比  
(a) 5 MPa; (b) 10 MPa; (c) 15 MPa

综上所述, 巨磁致伸缩材料的磁畴模型具有较强的参数依赖性, 应用时需对晶轴取向、磁晶各向异性常数  $K_1$  和  $K_2$ 、能量分布因子  $\omega$  进行辨识或修正, 且本文所提出的磁畴偏转数值求解与材料实验测试相结合的方法用于磁畴模型中本构参数的辨识.

## 4 结 论

采用坐标变换与绘制自由能等势曲线相结合, 建立了  $\text{Tb}_{0.3}\text{Dy}_{0.7}\text{Fe}_2$  合金磁畴偏转的数值分析方法, 研究了  $\text{Tb}_{0.3}\text{Dy}_{0.7}\text{Fe}_2$  合金磁畴角度偏转模型的参数依赖性及其参数辨识方法. 理论结果表明,

载荷作用下可逆磁畴角度的偏转主要在平面内进行, 而不可逆磁畴偏转发生在磁畴角度跃迁时刻, 为两个平面间的角度跃迁; 磁晶各向异性常数  $K_1$  和  $K_2$ 、能量分布因子  $\omega$ 、晶轴取向的不同取值直接影响  $\text{Tb}_{0.3}\text{Dy}_{0.7}\text{Fe}_2$  合金内磁畴角度的偏转、跃迁及磁化特性, 磁畴模型应用时需进行本构参数的辨识. 所建立磁畴模型的参数辨识方法计算简便, 且在简单实验条件下便可完成, 解决了巨磁致伸缩材料本构参数直接实验测试困难的问题. 理论研究对巨磁致伸缩材料磁畴模型的完善、类磁致伸缩材料磁机耦合特性的研究具有指导意义.

## 参考文献

- [1] Eason G, Noble B, Sneddon I N 2000 *Sensors and Actuators* **81** 275
- [2] Bottauscio O, Roccatto P E, Zucca M 2010 *IEEE Trans. Magn.* **46** 3022
- [3] Zucca M, Roccatto P E, Bottauscio O, Beatrice C 2010 *IEEE Trans. Magn.* **46** 183
- [4] Grunwald A, Olabi A G 2008 *Sensors and Actuators A* **144** 161
- [5] Karunanidhi S, Singaperumal M 2010 *Sensors and Actuators A* **157** 185
- [6] Davino D, Giustiniani A, Visone C 2010 *IEEE Trans. Magn.* **46** 646
- [7] Jiles D C, Thoelke J B 1994 *J. Magn. Mater.* **134** 143
- [8] Liu J H, Wang Z B, Jiang C B, Xu H B 2010 *J. Appl. Phys.* **108** 033913
- [9] Li L Y, Yan B P, Zhang C M, Cao J W 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 167506 (in Chinese) [李立毅, 严柏平, 张成明, 曹继伟 2012 物理学报 **61** 167506]
- [10] Zhao X G, Lord D G 1998 *J. Appl. Phys.* **83** 7276
- [11] Zhang H 2011 *Appl. Phys. Lett.* **98** 232505
- [12] Zhang H, Zeng D C, Liu Z W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 067503 (in Chinese) [张辉, 曾德长, 刘仲武 2011 物理学报 **60** 067503]
- [13] Mei W, Okane T, Umeda T 1998 *J. Appl. Phys.* **84** 6208
- [14] Armstrong W D 1997 *J. Appl. Phys.* **81** 3548
- [15] Wang Z B, Liu J H, Jiang C B, Xu H B 2011 *J. Appl. Phys.* **109** 123923
- [16] Zhang C S, Ma T Y, Yan M 2011 *J. Appl. Phys.* **109** 07A937
- [17] Zheng L, Jiang C B, Shang J X, Xu H B 2009 *Chin. Phys. B* **18** 1647
- [18] Wang Z B, Liu J H, Jiang C B 2010 *Chin. Phys. B* **19** 117504
- [19] Yang Y V, Huang Y X, Jin Y M 2011 *Appl. Phys. Lett.* **98** 012503
- [20] Bonino O, Rango P D, Tournier R 2000 *J. Magn. Magn. Mater.* **212** 225
- [21] Stoner E C, Wohlfarth E P 1948 *Philos. Trans. Roy. Soc. London A* **240** 599
- [22] Clark A E, Yoo J H, Cullen J R, Fogle M W, Petculescu G, Flatau A 2009 *J. Appl. Phys.* **105** 07A913
- [23] Jin Y M, Chopra H D 2011 *Phys. Rev. B* **84** 140401



# Method of identifying constitutive parameter in $\text{Tb}_{0.3}\text{Dy}_{0.7}\text{Fe}_2$ Alloy\*

Yan Bai-Ping<sup>1)2)†</sup> Zhang Cheng-Ming<sup>2)</sup> Li Li-Yi<sup>2)</sup> Tang Zhi-Feng<sup>1)</sup>  
Lü Fu-Zai<sup>1)</sup> Yang Ke-Ji<sup>1)</sup>

1) (Institute of Modern Manufacturing Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

2) (Institute of Electromagnetic and Electronic Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

( Received 18 July 2014; revised manuscript received 11 September 2014 )

## Abstract

In this paper, a simple constitutive parameter identification method for the application of domain model in  $\text{Tb}_{0.3}\text{Dy}_{0.7}\text{Fe}_2$  alloy is studied, the magnetization and hysteresis characteristics are summarized. Targeting the problem of unclarity and difficulty in directly testing the constitutive parameters in  $\text{Tb}_{0.3}\text{Dy}_{0.7}\text{Fe}_2$  alloy, numerical calculation and experimental test are used to propose a parameter identification method. Coordinate transformation and graphic solution technique are used in this paper to simplify the minimization solutions of domain rotation in alloy. The dependence of parameters in magnetic rotation model is studied. On this basis, combined with simple experimental test, the method of indentifying  $\text{Tb}_{0.3}\text{Dy}_{0.7}\text{Fe}_2$  alloy is established, and the influences of anisotropy constants  $K_1$  and  $K_2$ , energy distribution factor  $\omega$ , axis orientation distribution in domain rotation are discussed. The method can simply and rapidly identify the constitutive parameters of  $\text{Tb}_{0.3}\text{Dy}_{0.7}\text{Fe}_2$  alloy in magnetic domain model, which is significant to improve the numerical calculation of domain rotation in magnetostrictive material. The above theoretical computations are significant for establishing magnetomechanical model of magnetostrictive material, and results are helpful for perfecting the identification of constitutive parameters.

**Keywords:**  $\text{Tb}_{0.3}\text{Dy}_{0.7}\text{Fe}_2$  alloy, domain deflection, numerical calculation, parameter identification method

**PACS:** 75.80.+q, 75.60.-d, 75.60.Ej, 75.30.Gw

**DOI:** 10.7498/aps.64.027501

\* Project supported by the National Preeminent Youth Foundation (Grant No. 51225702) and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51407157, 51307027).

† Corresponding author. E-mail: [d\\_enip@163.com](mailto:d_enip@163.com)